

1. 将下列语句形式化为命题公式
 - (1) 大学里的学生不是本科生就是研究生。
 - (2) 只要你接到超速罚单，你的车速就超过每小时100公里。
 - (3) 除非你年满18周岁，否则你没有选举权。
2. 判定下列逻辑蕴含和逻辑等价是否成立，其中 A, B, C 为任意公式
 - (2) $\neg A \rightarrow \neg B \Leftrightarrow B \rightarrow A$
 - (4) $A \rightarrow (B \rightarrow C) \Leftrightarrow A \wedge B \rightarrow C$
 - (6) $\neg A \vee B, A \rightarrow B \wedge C, D \rightarrow B \Rightarrow \neg B \rightarrow C$
3. 求下列公式的合取范式与析取范式
 - (1) $\neg(q \rightarrow p) \wedge (r \rightarrow \neg s)$
 - (2) $\neg p \wedge q \rightarrow r$
 - (3) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow p \wedge q$
4. 求下列公式的主合取范式与主析取范式
 - (1) $p \rightarrow p \wedge q$
 - (2) $p \vee q \rightarrow (q \rightarrow r)$
 - (3) $(p \rightarrow p \wedge q) \vee r$

第一次数理逻辑作业

1. (1) ^p大学里的学生^q不是^r本科生就是研究生。

$$p \leftrightarrow (\neg q \wedge r) \vee (q \vee \neg r)$$

(2) 只要你接到超速罚单，你的车速就超过每小时100公里。

$$\underbrace{p}_p \rightarrow \underbrace{q}_q$$

$$p \rightarrow q$$

(3) 除非你年满18周岁，否则你没有^{有选举权q}选举权。

$$\underbrace{p}_p$$

$$\neg p \rightarrow \neg q$$

2.

(2) $\neg A \rightarrow \neg B \Leftrightarrow B \rightarrow A$ 成立

A	B	$\neg A \rightarrow \neg B$	$B \rightarrow A$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	1	1
1	1	1	1

$$V = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(\neg A \rightarrow \neg B) \Rightarrow B \rightarrow A$$

$$(B \rightarrow A) \Rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)$$

(4) $A \rightarrow (B \rightarrow C) \Leftrightarrow A \wedge B \rightarrow C$ 成立

A	B	C	$B \rightarrow C$	$A \rightarrow (B \rightarrow C)$	$A \wedge B$	$A \wedge B \rightarrow C$
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1

$$V = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A \rightarrow (B \rightarrow C) \Rightarrow A \wedge B \rightarrow C$$

$$A \wedge B \rightarrow C \Rightarrow A \rightarrow (B \rightarrow C)$$

(6) $\neg A \vee B, A \rightarrow B \wedge C, D \rightarrow B \Rightarrow \neg B \rightarrow C$ 不成立

$\neg A \vee B$ 真 $\begin{matrix} A \\ B \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$A \rightarrow B \wedge C \text{ 真 } \begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \underline{0} & \underline{1} & \underline{0} & \underline{1} & \underline{1} \end{pmatrix}$$

$$D \rightarrow B \text{ 真 } \begin{matrix} D \\ B \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} B \\ D \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} \text{所有} \\ \text{真值指派} \end{matrix} V = \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3.

$$(1) \neg(q \rightarrow p) \wedge (r \rightarrow \neg s)$$

$$1) \neg(\neg q \vee p) \wedge (\neg r \vee \neg s)$$

$$(q \wedge \neg p) \wedge (\neg r \vee \neg s)$$

$$(\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg s)$$

$$[\neg p \wedge q \wedge \neg r \wedge (s \vee \neg s)] \vee [\neg p \wedge q \wedge (\neg r \vee r) \wedge \neg s]$$

$$\text{析取: } (\neg p \wedge q \wedge \neg r \wedge s) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s) \\ \vee (\neg p \wedge q \wedge r \wedge \neg s)$$

2)

$$\begin{aligned}
 \text{合取: } & (p \vee q \vee r \vee s) \wedge (p \vee q \vee r \vee \neg s) \wedge (p \vee q \vee \neg r \vee s) \\
 & \wedge (p \vee q \vee \neg r \vee \neg s) \wedge (p \vee \neg q \vee r \vee \neg s) \wedge (\neg p \vee q \vee r \vee s) \\
 & \wedge (\neg p \vee q \vee r \vee \neg s) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r \vee s) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r \vee \neg s) \\
 & \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r \vee s) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r \vee \neg s) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee s) \\
 & \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee \neg s)
 \end{aligned}$$

$$(2) \neg p \wedge q \rightarrow r$$

$$\neg(\neg p \wedge q) \vee r \quad p \vee \neg q \vee r$$

$$\begin{aligned}
 1) \text{析取: } & (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \\
 & \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r)
 \end{aligned}$$

$$2) \text{合取: } p \vee \neg q \vee r$$

$$(3) \neg(p \vee q) \leftrightarrow p \wedge q$$

$$1) \text{析取: } 0$$

$$2) \text{合取:}$$

$$(\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (p \vee q)$$

4.

$$(1) p \rightarrow p \wedge q$$

$$\neg p \vee p \wedge q$$

$$\neg p \wedge (\neg q \vee q) \vee p \wedge q$$

1) 主析取: $(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \vee q) \vee (p \wedge q)$

2) 主合取: $\neg p \vee q$

$$(2) p \vee q \rightarrow (q \rightarrow r)$$

$$\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee r)$$

$$(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee r$$

1) 主析取: $(\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r)$

$$\vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$$

$$\vee (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$$

2) 主合取: $(\neg p \wedge \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee r)$

$$(3) (p \rightarrow p \wedge q) \vee r$$

$$\neg p \vee (p \wedge q) \vee r$$

$$(\neg p \vee p \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee r)$$

$$\neg p \vee q \vee r$$

1) 主合取: $\neg p \vee q \vee r$

2) 主析取:

$$(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \\ \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r)$$