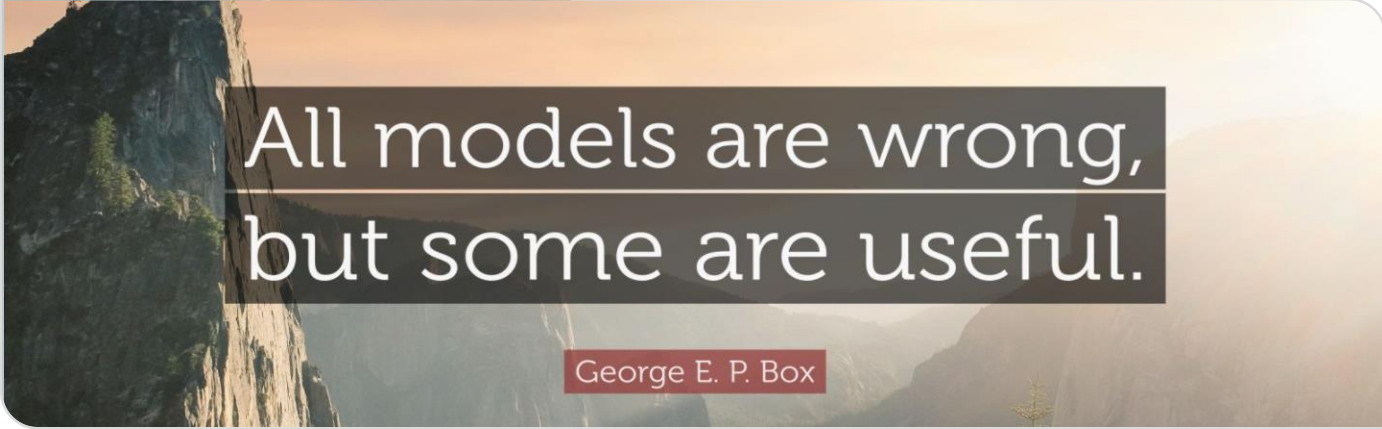


# Geodatenanalyse I: Grundlagen der Sensitivitätsanalyse

Kathrin Menberg



All models are wrong,  
but some are useful.

George E. P. Box

# Stundenplan

	08:30 – 12:30 Uhr	13:30 – 17:30 Uhr
Montag	Tag 1 / Block 1	Tag 1 / Block 2
Dienstag	Tag 2 / Block 1	Tag 2 / Block 2
Mittwoch	Tag 3 / Block 1	<b>Tag 3 / Block 2</b>
Donnerstag	Tag 4 / Block 1	Tag 4 / Block 2
Freitag	Tag 5 / Block 1	Tag 5 / Block 2

- ▶ 2.7 Monte Carlo Methoden
- ▶ **2.8 Grundlagen der Sensitivitätsanalyse**
- ▶ 2.9 Fortgeschrittene Sensitivitätsanalyse

## Lernziele Block 2.8

Am Ende der Stunde werden die Teilnehmer:

- ▶ ... mit den Grundlagen der lokalen und globalen Sensitivitätsanalyse vertraut sein.
- ▶ ... einfache Methoden zur qualitativen Sensitivitätsanalyse in Python anwenden und die Ergebnisse graphisch darstellen können.

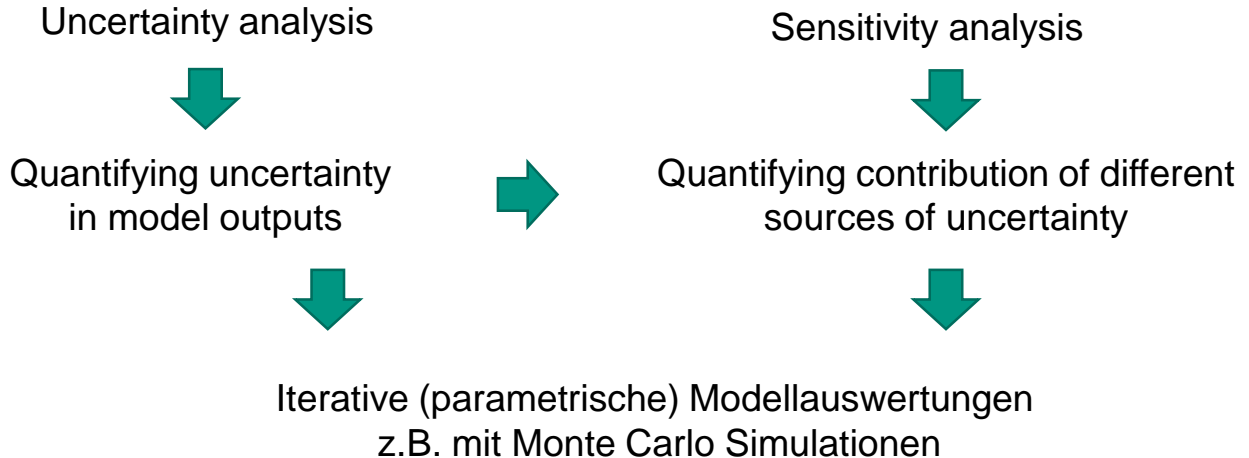
# Wozu Sensitivitätsanalyse

*The study of how uncertainty in the output of a model can be apportioned to different sources of uncertainty in the model input.*

*(Saltelli et al. 2004)*

# Was kann eine Sensitivitätsanalyse

- ▶ Identifizierung wichtiger Parameter und Faktoren
- ▶ Kritische Regionen im Input Parameterraum aufdecken
  - ▶ Schwerpunkte für weitere Forschung, Messungen usw. identifizieren
- ▶ Technische Fehler in einem Modell aufdecken
  - ▶ z.B. bei unerwarteten Zusammenhängen
- ▶ Möglichkeiten zur Vereinfachung von Modellen aufzeigen
  - ▶ Parameter oder Faktoren ohne Einfluss fixieren
- ▶ Erweiterung von System-, bzw. Modellverständnis
- ▶ Robustheit der Modellergebnisse unter Unsicherheit zeigen
- ▶ ... und vieles mehr.



- ▶ Bewertung der Aussagekraft eines Modells, bzw. dessen Outputs
- ▶ „Alle Modelle sind falsch, aber manche sind nützlich“ (George E.P. Box)

# Workflow zur Sensitivitätsanalyse

1. Model-Inputs (Parameter) und deren Stichprobenbereich festlegen
2. Model-Inputs anhand einer Sampling-Strategie generieren
  - ▶ z.B. Zufallswerte, Latin-Hypercube, o.ä.
3. Das Model für die generierten Parameterwerte auswerten
  - ▶ Iterative Modellläufe z.B. mit Monte Carlo Simulation
4. Model-Inputs und Outputs in Bezug auf ihren Zusammenhang analysieren
  - ▶ Graphische Darstellung, Korrelationskoeffizienten, ...
  - ▶ Varianzbasierte Methoden, ...

# Typen von Sensitivitätsanalyse

- ▶ Lokale und globale Sensitivitätsanalyse
  - ▶ **Lokal:** Einfluss von Variation eines Inputs in einem beschränkten Bereich
    - ▶ z.B. durch Analyse von Gradienten oder partielle Ableitungen
  - ▶ **Global:** Betrachtung der Unsicherheit in allen Faktoren über ihre gesamten Wertebereiche
    - ▶ z.B. mit Hilfe von Monte Carlo Simulationen
  
- ▶ Qualitative und quantitative Sensitivitätsanalyse
  - ▶ **Qualitativ:** relative Einordnung der Parameter nach ihrem Einfluss
    - ▶ sog. Parameter Ranking Methoden
  - ▶ **Quantitative:** absolute Bestimmung des Einflusses aller Parameter
    - ▶ z.B. über die Analysen von Varianzen, lineare Regression, usw.



# Mathematische Grundlagen

## ► Ableitungen vs. Scatterplots

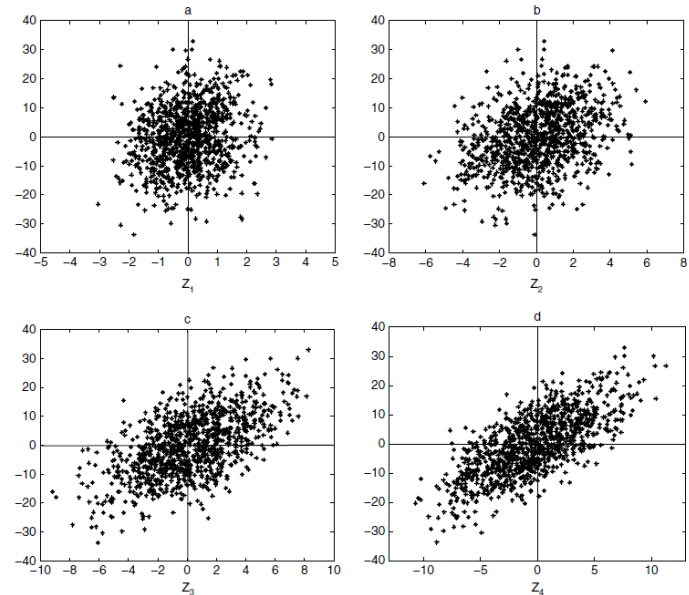
- $\frac{\partial Y_j}{\partial X_i} \rightarrow$  Sensitivität Output  $Y_j$   
gegenüber Input  $X_i$

## ► Beispiel Modell:

- $Y = \sum_{i=1}^r \Omega_i Z_i$
- $Z_i$  normalverteilt mit  $\mu_{Z_i} = 0$ ,  
und  $\sigma_{Z_1} < \sigma_{Z_2} < \dots < \sigma_{Z_n}$
- Kein Unterschied in Ableitungen

$$\frac{\partial Y}{\partial Z_i}$$

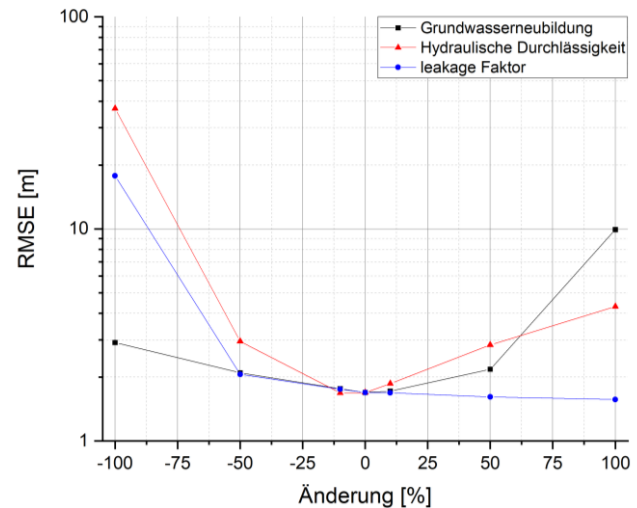
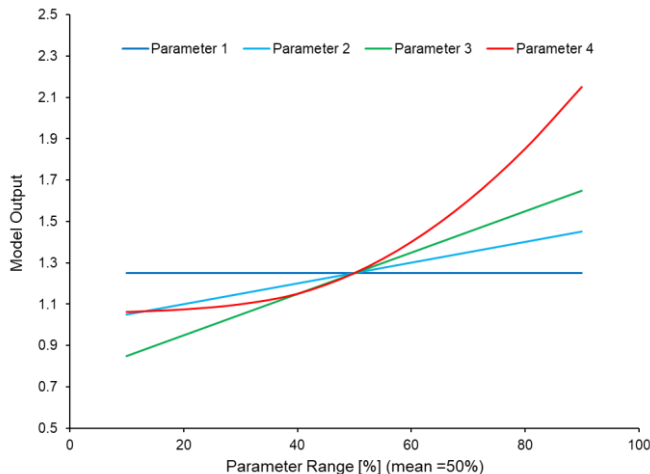
Saltelli et al. (2008)



Welcher Parameter hat den größten Einfluss?

# One-at-a-time (OAT) Vorgehen

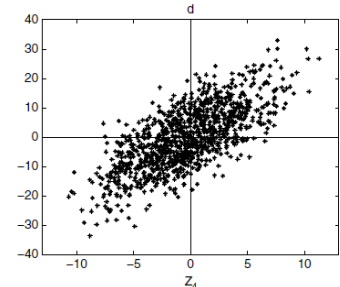
- ▶ Parameter nacheinander innerhalb ihrer Wertebereiche variieren
- ▶ Ergebnisse normieren und gegen den Output plotten



Ohmer et al. (2021)

# Contribution to Variance (CoV)

- ▶ Methode aus der Risikoanalyse und der Ökonomie
- ▶ Beitrag der Unsicherheit (oder  $\sigma_{x_i}^2$ ) eines Postens, zur Unsicherheit des Gesamtportfolios ( $\sigma_Y^2$ )
- ▶ Bestimmung der Korrelation zwischen  $x_i$  und  $Y$
- ▶ bzw. der Kovarianz
- ▶ Oft normiert in % von  $\sigma_Y^2$  angegeben
- ▶ Problematisch bei stark korrelierenden Input Parametern
- ▶ ... und komplexen, nicht-linearen Modellen



Saltelli et al. (2008)

# Contribution to Variance (CoV)

- ▶ Zwei Beispiele zur Visualisierung:
- ▶ Tornadoplot

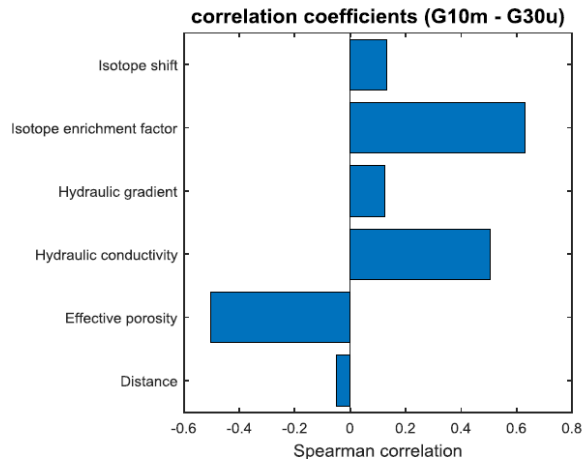
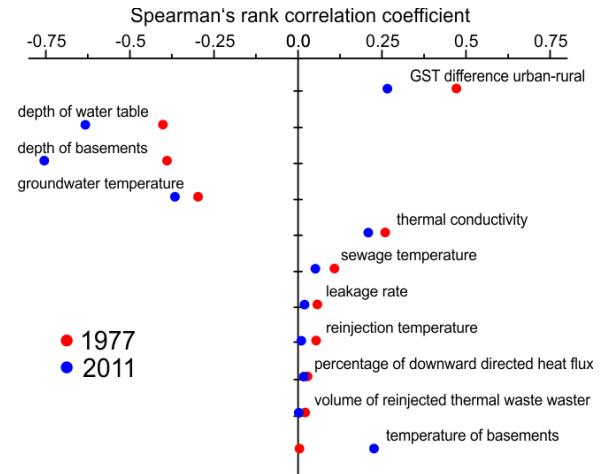


Figure 22: Statistics for sensitivity analysis of  $\lambda$  for G10m-G30u illustrated in tornado plots. SRC are given on the x-axis (MATLAB 2018b).



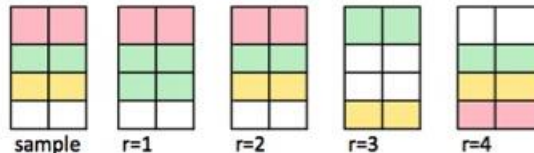
Menberg et al. (2013)

Würth, BSc. Thesis (2019)

# Contribution to Variance (CoV)

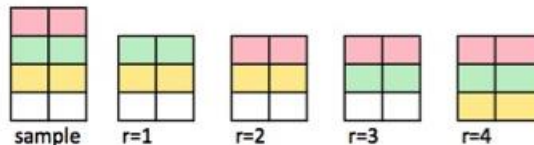
- ▶ Unsicherheit in den bestimmten Korrelationskoeffizienten
- ▶ Resampling Verfahren basierend auf Monte Carlo Simulation
  - ▶ Bootstrap: Ersetzen eines Teils der Werte durch andere (Duplikate)
  - ▶ Jackknife: Eliminieren eines Teils der Werte

- ▶ Effekt, den das Weglassen eines Teils der Werte hat



Bootstrap

- ▶ Einfluss von Extremwerten bestimmen



Jackknife

[stats.stackexchange.com](https://stats.stackexchange.com)

# Mögliche Fallstricke und Schwierigkeiten

- ▶ zu viele Inputparameter für genaue Analyse
  - ▶ Screening-Methoden (nächste Stunde)
- ▶ alle wichtigen Parameter, bzw. Faktoren berücksichtigt?
- ▶ zu wenig Information um Wahrscheinlichkeitsverteilung für Parameter aufzustellen
- ▶ (Un)abhängigkeit der betrachteten Parameter
  - ▶ Spezielle Methoden für gruppierte Parameter
- ▶ Modellläufe dauern zu lange
  - ▶ Emulatoren (vereinfachte statistische Modelle) benutzen

# Übung 2.8: Sensitivitätsanalyse I

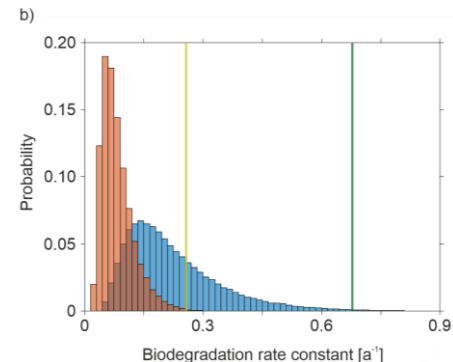
- ▶ Basierend auf MC Simulation aus Übung 2.7 grundlegende Methoden zur Sensitivitätsanalyse

- ▶ Contribution-to-Variance
- ▶ Visualisierung
- ▶ Resampling

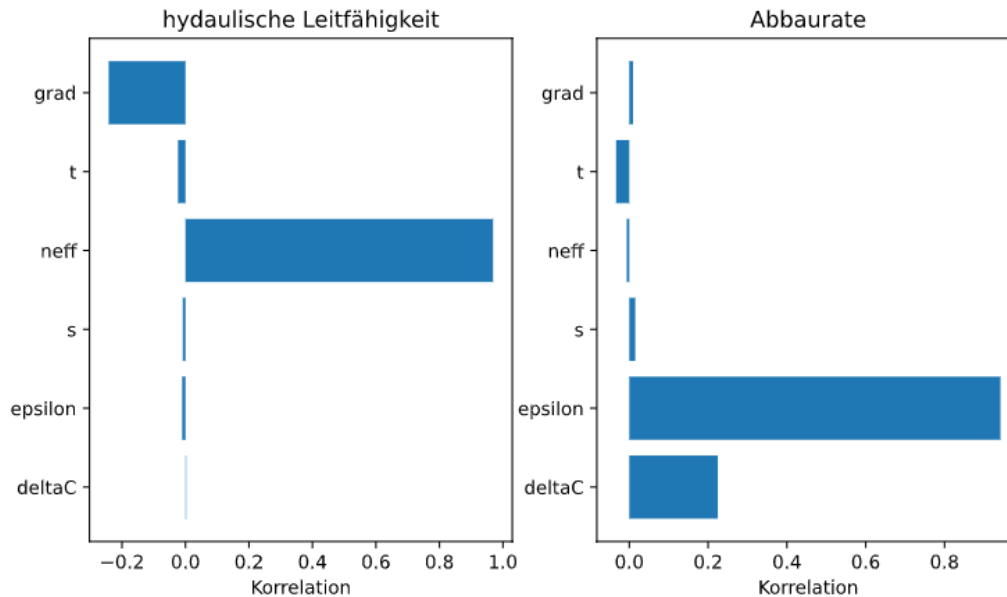
$$\lambda = \frac{\Delta \delta^{13}C \cdot k_f \cdot i}{\varepsilon \cdot S \cdot n_e}$$



- ▶ Aufgaben in Jupyter Notebook: geodatenanalyse\_1-2-8



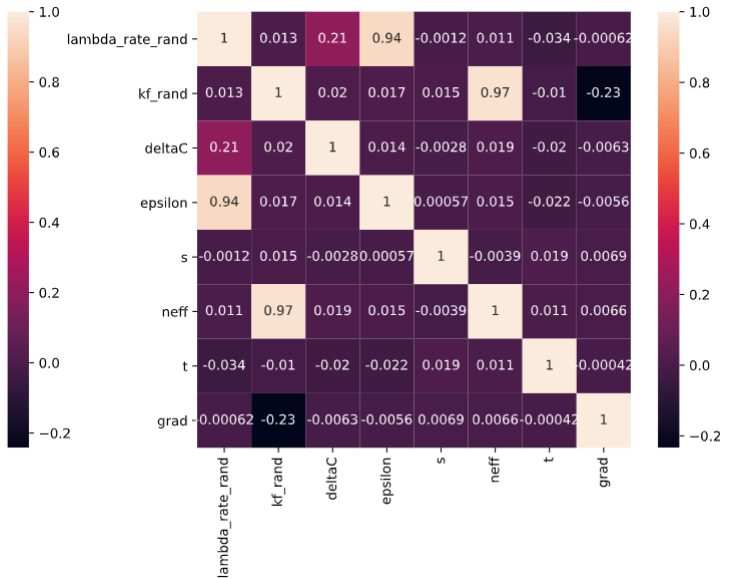
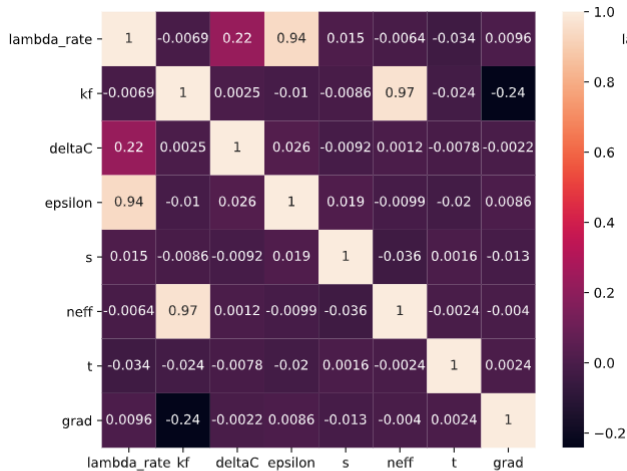
## ► Contribution-to-Variance





# Aufgabenbesprechung

## ► Resampling Korrelation



# Literatur

- ▶ Saltelli et al. (2008): Global Sensitivity Analysis. The Primer, John Wiley & Sons.
- ▶ Menberg et al. (2016): Sensitivity analysis methods for building energy models: Comparing computational costs and extractable information, Energy and Buildings 133, 433-445.
- ▶ Würth et al. (2021): Quantifying biodegradation rate constants of o-xylene by combining compound-specific isotope analysis and groundwater dating. Journal of Contaminant Hydrology, 238, 103757

