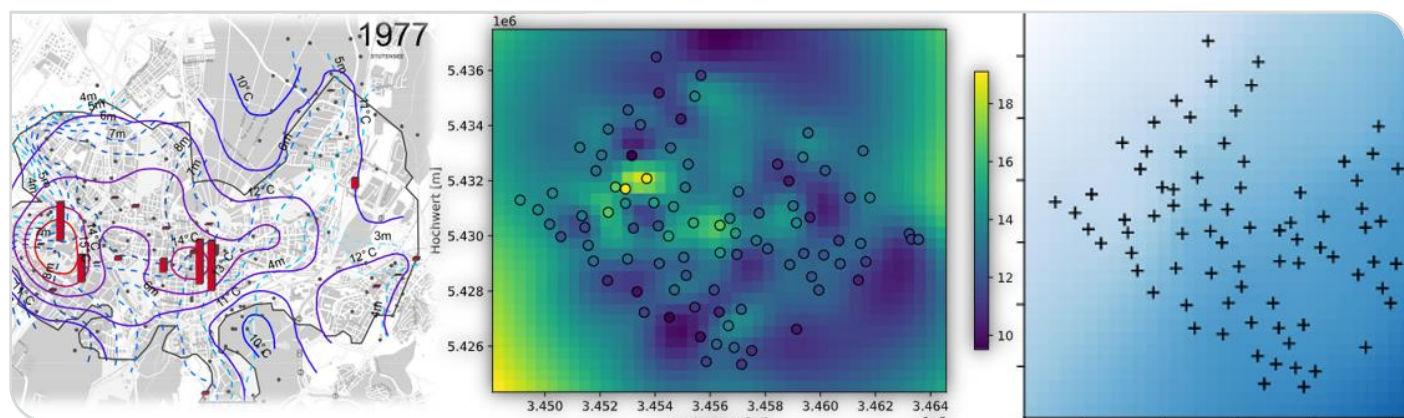


Geodatenanalyse I: Interpolation – Deterministische Verfahren

Kathrin Menberg



Stundenplan

	08:30 – 12:30 Uhr	13:30 – 17:30 Uhr
Montag	Tag 1 / Block 1	Tag 1 / Block 2
Dienstag	Tag 2 / Block 1	Tag 2 / Block 2
Mittwoch	Tag 3 / Block 1	Tag 3 / Block 2
Donnerstag	Tag 4 / Block 1	Tag 4 / Block 2
Freitag	Tag 5 / Block 1	Tag 5 / Block 2

► 2.10 Interpolation: Deterministische Verfahren

► 2.11 Interpolation: Kriging

► 2.12 Gauß-Prozesse

Lernziele Block 2.10

Am Ende der Stunde werden die Teilnehmer:

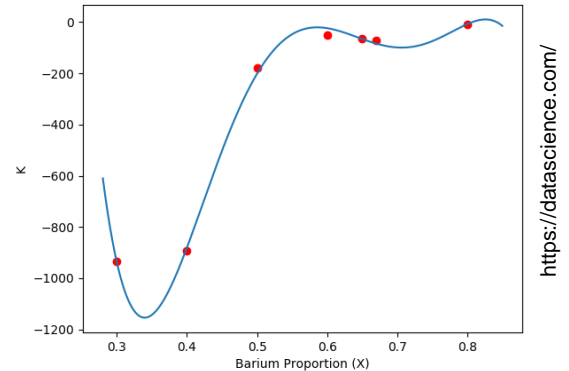
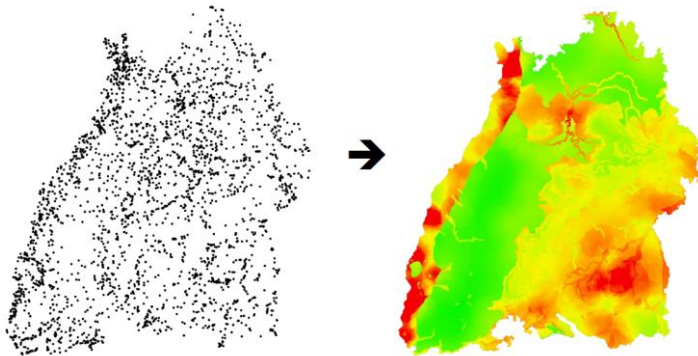
- ▶ ... mit den mathematischen Grundlagen der Interpolation vertraut sein.
- ▶ ... verschiedene Methoden zur Interpolation voneinander abgrenzen können.
- ▶ ... in Python deterministische Methoden zur Interpolation von Datensätzen anwenden und die Ergebnisse graphisch darstellen können.

Interpolation

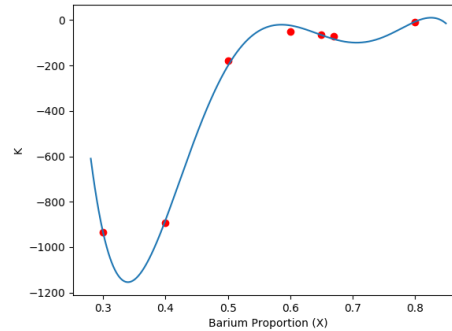
- Motivation
 - $X_i \rightarrow f(x)$
 - räumliche Interpolation

Punkte (Linien)

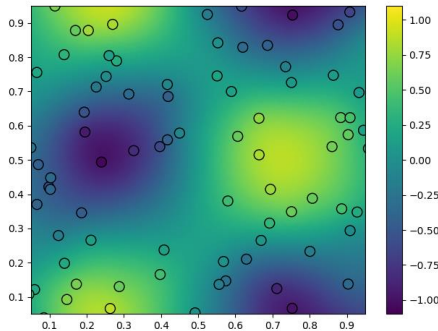
Isolinien, Rasterdaten



1D, 2D, n-dimensionale Interpolation

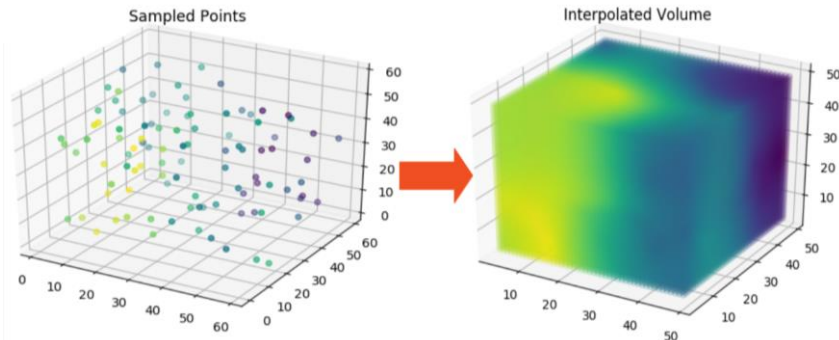


<https://datascience.stackexchange.com/>



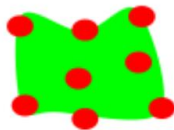
<https://rbf.readthedocs.io/>

<https://innolitics.com/>

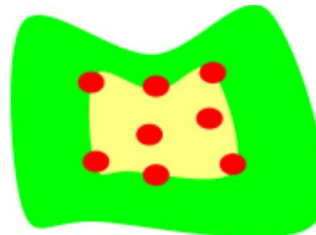


Interpolation vs. Extrapolation

- ▶ Interpolation: Schätzung von Werten zwischen bekannten Datenpunkten
- ▶ Extrapolation: Schätzung von Werten außerhalb bekannter Datenpunkte



Interpolation



Extrapolation

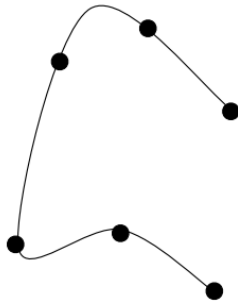


<https://www.informatik.uni-augsburg.de/>

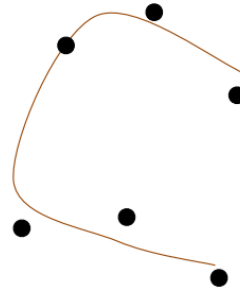
Deterministische Interpolation

- ▶ Interpolation mittels festgelegter (z.B. linearer) Funktion
- ▶ Eindeutiges, immer gleiches Ergebnis
- ▶ Einfache Berechnung, aber keine Aussage zur Qualität der Interpolation möglich
- ▶ Beispiele:
 - ▶ Triangulation
 - ▶ Nearest Neighbour
 - ▶ Natural Neighbour
 - ▶ Spline Interpolation
 - ▶ Polynomische Interpolation
 - ▶ Inverse Distance Weighting
 - ▶ usw.

exakte vs. approximierte Interpolation



Funktion verläuft durch
alle Datenpunkte



Funktion verläuft näherungsweise
durch die Stützpunkte

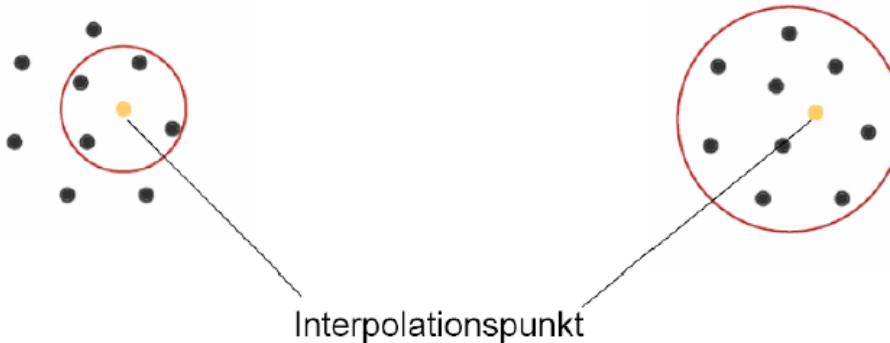


Approximierte Werte an
Stützpunkte \neq Messwerte

lokal vs. globale Interpolation

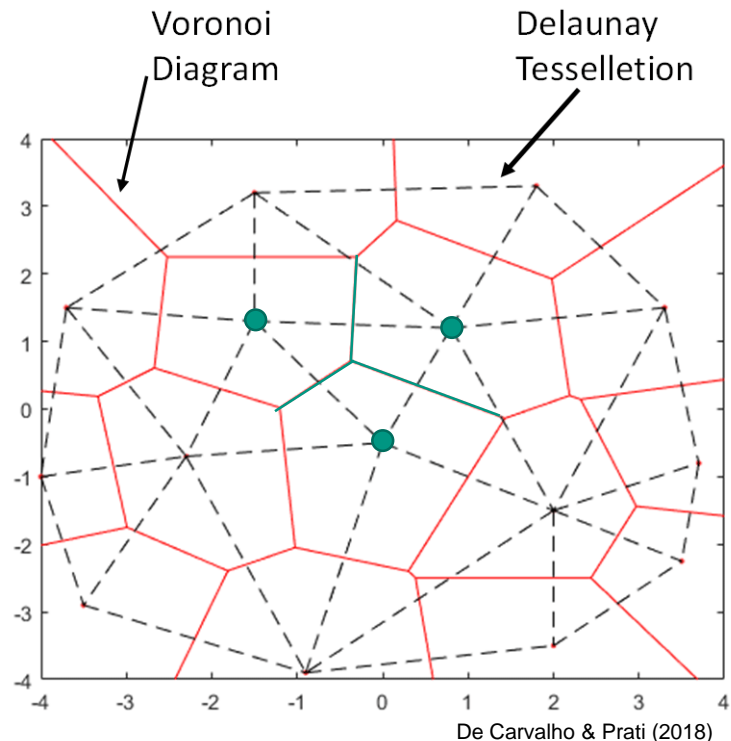
Ermittlung anhand
Teilmenge aller Datenpunkte

Ermittlung anhand
aller Datenpunkte



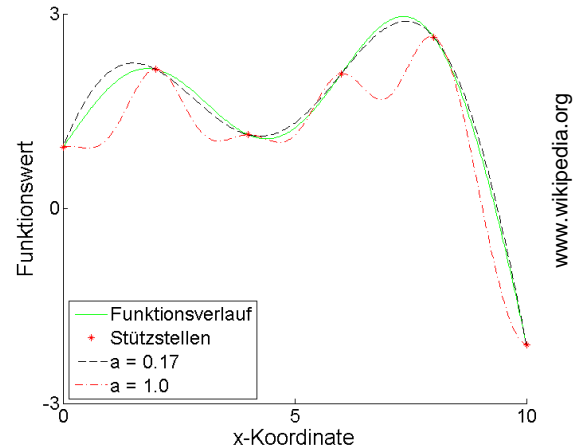
Nearest Neighbour

- Verbindung jeweils dreier benachbarter Punkte mittels Delaunay-Triangulation
- Mittelsenkrechten der Dreiecksmaschen ergeben sog. Thiessen-Polygone oder auch Voronoi-Polygone
- Zuordnung des jeweils nächstgelegenen Messwertes („nearest neighbour“) für das ganze Polygon



Radiale Basisfunktionen (RBF)

- ▶ Reelle Funktion φ , deren Wert nur vom Abstand zum Ursprung abhängt
- ▶ Abstand: Euklidische Distanz
- ▶ Verschiedene Funktionstypen:
 - ▶ Linear
 - ▶ Multi-quadratisch $\varphi(r) = \sqrt{1 + (ar)^2}$
 - ▶ Spline $\varphi(r) = r^k$, $\varphi(r) = r^k \ln(r)$
 - ▶ Gauss $\varphi(r) = e^{-(ar)^2}$
 - ▶ ...
- ▶ Annahme Formparameter a , bzw. k
- ▶ Approximation von Werten zwischen Stützpunkten
 - ▶ Interpolation
 - ▶ Maschinelles Lernen (z.B. Neuronale Netze)



Inverse Distance Weighting

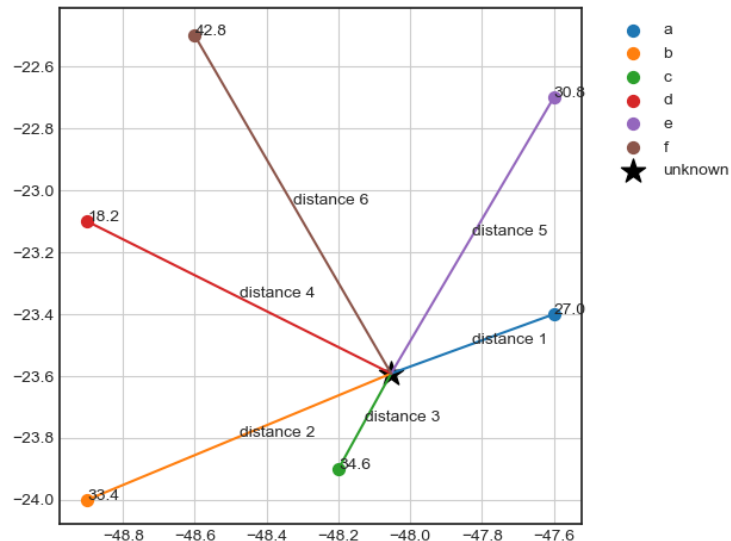
- Interpolationswert \hat{Z} an Stelle x_0 wird berechnet aus den Messwerten $Z(x_i)$ der benachbarten Punkte $x_1 \dots x_i$

$$\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot Z(x_i)$$

- λ_i ist die Gewichtung, mit dem der Wert x_i an Punkt i in die Berechnung einfließt

$$\lambda_i = \frac{d_{i0}^{-p}}{\sum_{i=1}^n d_{i0}^{-p}}$$

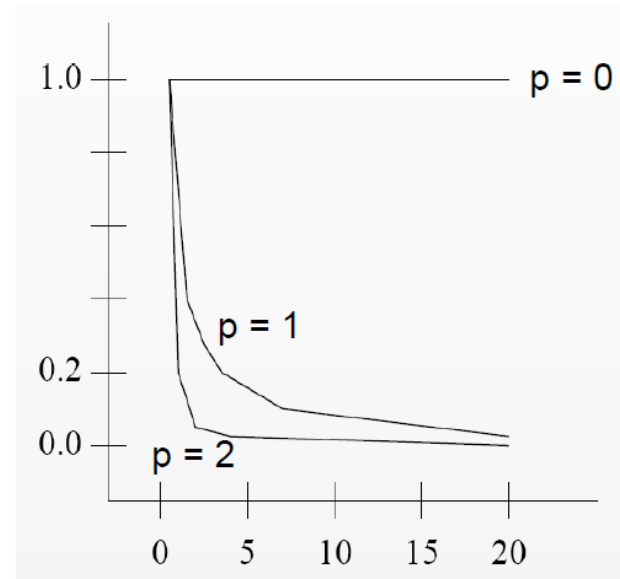
- Mit zunehmender Entfernung d nimmt das Gewicht ab.



<https://rafatieppo.github.io/>

Inverse Distance Weighting

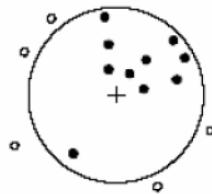
- ▶ p „Power“ ist ein Maß für Abnahme (i.d.R. >1 , z.B. 2)
- ▶ Einfluss des Wertes p
- ▶ Welches der optimale p -Wert ist, kann man über Validierungsverfahren feststellen.



Inverse Distance Weighting

- Anzahl der bei der Interpolation berücksichtigten Punkte

fixed distance



distance (radius)

fixed number



number of points
(nearest 6)

+ interpolation point

• data point found

○ data point ignored

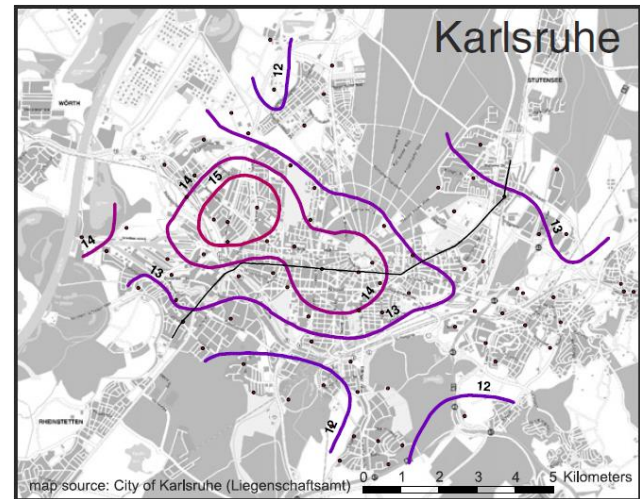
- Welche Methode man wählt, hängt sehr stark von der Verteilung der Messpunkte ab
- Bei homogener Verteilung liefern beide Methoden das gleiche Ergebnis

Übung 2.10: Interpolation I

► Interpolation von Grundwasserdaten in Karlsruhe

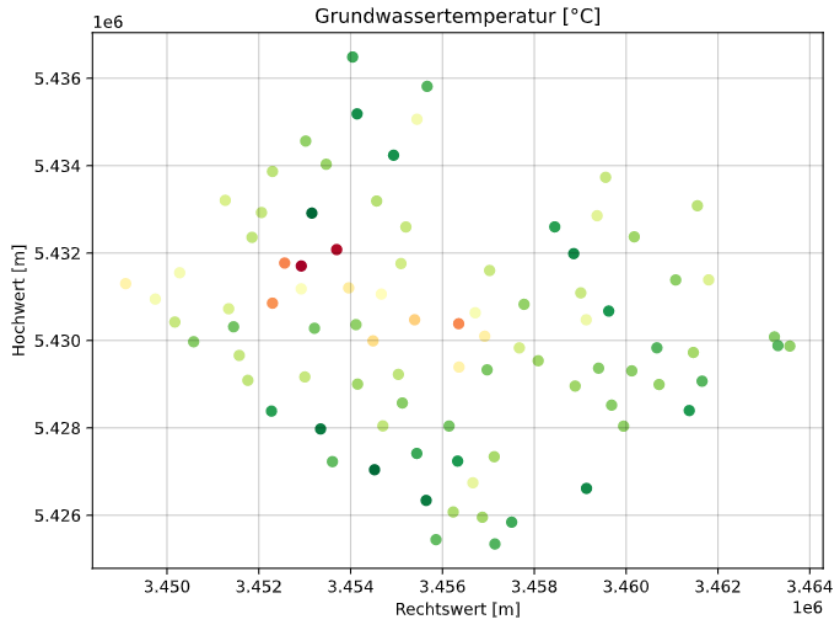
- Delauney Triangulation
- Nearest Neighbour
- Radiale Basisfunktionen
- Visualisierung

► Aufgaben in Jupyter Notebook: geodatenanalyse_1-2-10

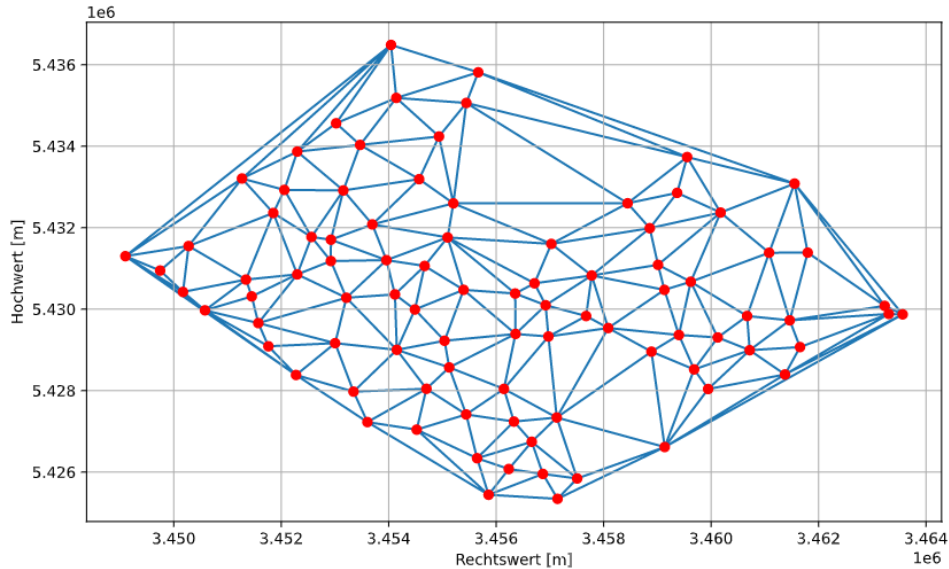


Menberg et al. (2013)

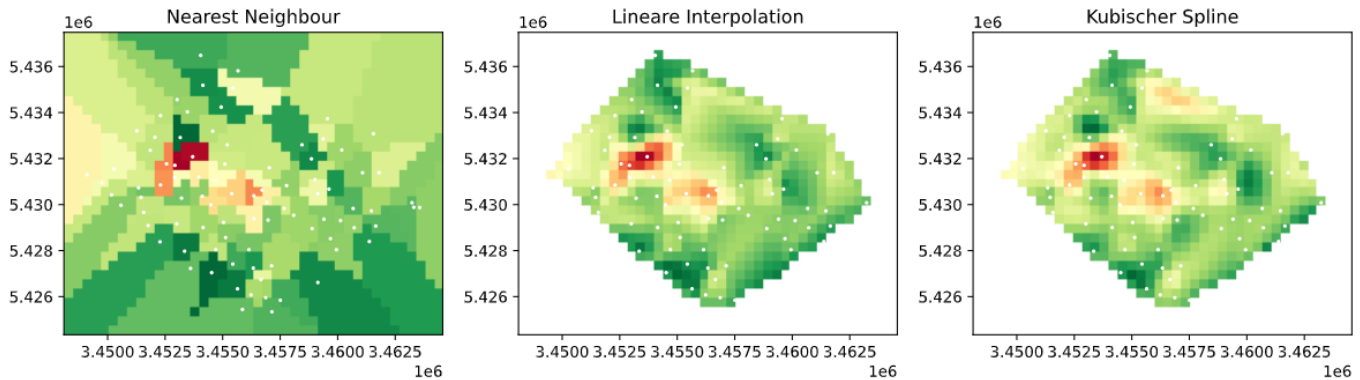
► Explorative Datenanalyse: räumliche Darstellung



► Delaunay-Triangulation

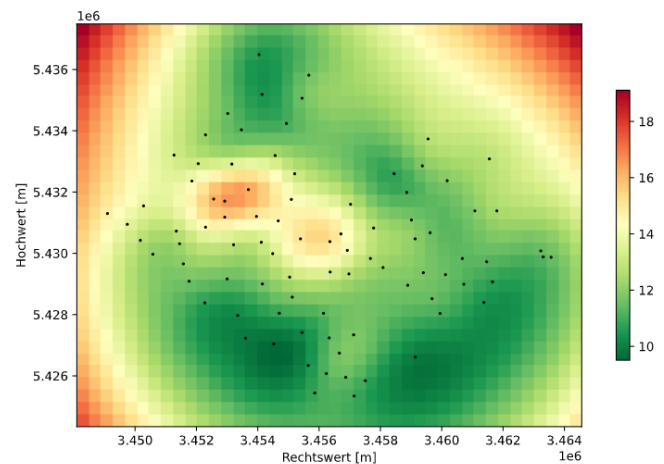
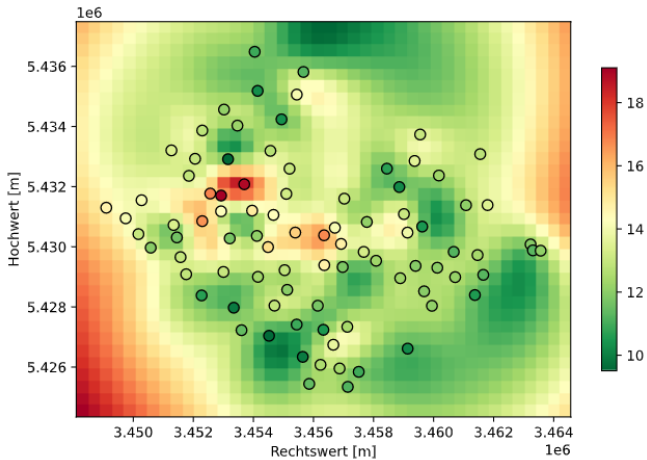


► Vergleich verschiedener Methoden in „scipy.interpolate.griddata“



Aufgabenbesprechung

- Exakte Interpolation mit “.Rbf“, und „smooth=0.2“



Literatur

- ▶ Bivand, Pebesma & Gomez-Rubio (2008): Applied Spatial Data Analysis with R, Springer
- ▶ Menberg et al. (2013): Subsurface urban heat islands in German cities, Sci. Tot. Environ. 442 (2013) 123-133.

