

非構造格子系熱流体解析システム

SCRYU/Tetra[®]
Version 12

ユーザーズガイド
基礎編

株式会社ソフトウェアクリエイドル

2015年6月
(2016年2月修正)

SCRYU/Tetra®は、株式会社ソフトウェアクリエイドルの商品名です。本書の一部または全部を無断で複製・転載・改編することを禁じます。

CRADLE 株式会社ソフトウェアクリエイドル
Software Cradle Co., Ltd.

本 社 : 大阪市北区梅田3丁目4番5号
毎日インテシオ
TEL : 06-6343-5641 FAX : 06-6343-5580

東京支社 : 東京都品川区大崎1-11-1
ゲートシティ大崎ウエストタワー
TEL : 03-5435-5641 FAX : 03-5435-5645

SCRYU/Tetra©2015 Software Cradle

本文で使用するシステム名・製品名は、それぞれの各社の商標、または登録商標です。

修正履歴

本書の修正履歴は下記のとおりです。

修正年月	ページ	修正内容
2015年6月		初版
2015年7月	2-109	2.4.1 結露解析・霜取り解析 (1) 結露解析 文章を修正しました。
2015年8月	2-60, 2-62	2.1 流体に外力を与える機能 (6) 多孔質体モデル 文章を修正しました。
2015年11月	1-69	5.2 壁面境界条件 2. 対数則(log-law) 図を修正しました。
2016年2月	2-25	1.9 LKE(Laminar Kinetic Energy) k-k _L -ω モデル 数式を修正しました。

目 次

第1部

第1章 热流体解析の概要

1.1 热流体解析で扱う問題	1-2
(1) 流れを扱う例	1-2
(2) 热移動が関係する例	1-3
(3) 物質拡散の例	1-4
(4) 反応の例	1-4
1.2 热流体解析で得られる情報	1-5
1.3 流体解析における単位[SI単位系使用時]	1-6
1.4 圧縮性流体とは	1-7

第2章 解析手順の概要

2.1 解析フローチャート	1-9
2.2 解析手順の具体例	1-10
(1) モデルデータの読み込みと修正	1-10
(2) 物性値の設定	1-11
(3) 解くべき方程式の選択	1-12
(4) 境界条件の設定	1-13
1.流入流出条件	1-14
a.流入条件	1-14
b.流出条件	1-15
2.壁面条件	1-16
a.壁面応力条件(壁/対称面の設定)	1-16
b.壁面熱移動条件(熱伝達条件/断熱面の設定)	1-17
(5) 初期条件の設定	1-18
(6) 解析方法, サイクル, 時間間隔等の設定	1-19
(7) メッシュの作成	1-19
(8) 解析の実行	1-19
(9) 出力結果の確認	1-20
1.フィールド図	1-20
2.時系列図	1-22

第3章 有限体積法による解法

3.1 基礎式	1-24
3.2 有限体積法の考え方	1-25
3.3 エネルギー保存式	1-26
3.4 連続の式	1-27
3.5 運動量保存式	1-28
圧力補正	1-28

重力による作用	1-28
3.6 流入、流出の移動現象	1-29
(1) 時間項	1-29
(2) 移流項	1-29
(3) 拡散項	1-29
(4) 発生項	1-30
3.7 要素分割について	1-31
解析領域を要素分割する理由	1-32
3.8 SCTsolverでの変数配置	1-34
SCRYU/Tetraの要素分割	1-34
3.9 有限体積法とマトリックス	1-36
3.10 非定常と定常	1-37
(1) 非定常解析	1-38
(2) クーラン数	1-39
(3) 定常解析	1-42
(4) 非定常と定常についての補足	1-44

第4章 基礎方程式

4.1 保存式	1-46
(1) 質量の保存式	1-46
(2) 運動量の保存式($i=1 \sim 3$)	1-46
(3) エネルギーの保存式	1-46
(4) 乱流エネルギー・乱流消失率の式($k-\varepsilon$ 方程式)	1-46
(5) 拡散物質の保存式	1-47
(6) 状態方程式	1-47
4.2 質量保存式の導出	1-49
4.3 運動量保存式の導出	1-50
4.4 エネルギー保存式の導出	1-52
4.5 拡散物質保存式の導出	1-54
4.6 ALE	1-55
(1) 質量保存式	1-55
(2) 運動量保存式	1-55
4.7 輻射	1-56
(1) 热輻射	1-56
(2) ソーラー輻射	1-57
(3) グルーピング	1-57
(4) 輻射スペクトルと輻射率の波長依存	1-57
(5) 輻射特性パラメータ	1-59

第5章 境界条件

5.1 流入流出境界条件	1-61
(1) 全圧規定	1-62
(2) 自然流入流出	1-64
(3) 自然流出	1-65
(4) 流入流出境界条件における注意事項	1-66
5.2 壁面境界条件	1-68
(1) 運動量式の壁面境界条件	1-68
1.No Slip	1-69

2. 対数則(log-law)	1-69
(2) エネルギー式の壁面境界条件	1-72
1. 熱伝導	1-73
2. 乱流熱伝達	1-75
3. 熱伝達係数指定	1-76
(3) 拡散物質式の壁面境界条件	1-78
5.3 境界条件のデフォルト	1-79

第2部

第1章 亂流

1.1 亂流のモデル化	2-2
(1) 層流と乱流	2-2
(2) レイノルズ数	2-4
(3) 乱流渦	2-6
(4) レイノルズ方程式	2-7
1.2 渦粘性係数	2-9
1.3 標準 k-ε 方程式	2-10
1.4 k-ε 方程式の改良	2-12
(1) RNG k-ε 方程式	2-12
(2) MP k-ε 方程式	2-13
(3) Realizable k-ε モデル	2-14
1.5 線形低レイノルズ数型乱流モデル	2-16
(1) AKN k-ε モデル	2-16
(2) MPAKN k-ε モデル	2-18
(3) GPC k-ε モデル	2-19
1.6 非線形低レイノルズ数型乱流モデル	2-20
1.7 SST(Shear-Stress Transport) k-ω モデル	2-22
1.8 Spalart & Allmaras モデル	2-24
1.9 LKE(Laminar Kinetic Energy) k-k _L -ω モデル	2-25
1.10 亂流モデル全般に関する機能	2-28
(1) 流入乱流量	2-28
(2) 壁面境界条件	2-28
(3) 渦粘性リミター	2-33
1.11 ラージエディシミュレーション(LES)	2-34
(1) LESとは?	2-34
(2) フィルタリングと基礎方程式	2-36
(3) サブグリッドスケール(SGS)モデル	2-37
1.スマゴリンスキーモデル	2-37
2.ダイナミック・スマゴリンスキーモデル(DSM : Dynamic Smagorinsky Model)	2-37
3.WALEモデル(Wall-Adapting Local Eddy-viscosity model)	2-39
4.コヒーレント構造モデル(CSM: Coherent-structure Smagorinsky model)	2-39
(4) 空間及び時間の離散化精度	2-40
(5) 境界条件	2-41
(6) 初期条件	2-42
(7) LESに関する注意事項	2-42
(8) LESにおける図化用データ処理について	2-44
1.12 LESと乱流モデルの融合	2-46
(1) LESと乱流モデルの特徴	2-46

(2) 乱流モデルのDES化	2-47
1.標準k- ϵ モデルベースのDES化	2-47
2.SST k- ω モデルベースのDES化	2-47
(3) 乱流モデルのVLES化	2-48
1.Ruprechtらの方法	2-48
2.Battenらの方法	2-48
(4) DES及びVLESの使用方法	2-49
(5) DES及びVLES使用時の注意事項	2-50

第2章 各種物理モデル

2.1 流体に外力を与える機能	2-52
2.1.1 圧力損失	2-52
2.1.2 ファンモデル	2-54
2.1.3 パネル	2-55
2.1.4 多孔質体	2-57
(1) 序文	2-57
(2) 多孔質体を特徴づける量	2-57
1.空隙率	2-57
2.単位体積当たりの接触面積	2-58
3.面積率	2-58
4.平均流速	2-58
(3) 多孔質体による圧力損失	2-58
(4) 多孔質体の温度解析	2-59
(5) 多孔質体の壁面熱伝達条件	2-59
(6) 多孔質体モデル	2-60
1.一般的な等方性多孔質体	2-60
2.一般的な異方性多孔質体	2-61
3.粒子で構成された充填層を対象とする等方性の多孔質体	2-61
4.プレートフィンを対象とする異方性の多孔質体	2-63
5.ハニカムで構成された異方性の多孔質体	2-63
2.2 热解析を補強する機能	2-66
2.2.1 伝熱パネル	2-66
2.2.2 热輻射	2-67
(1) フラックス法	2-68
(2) VF法(形態係数法)	2-71
1.形態係数F	2-71
2.ラジオシティ	2-72
(3) 热輻射の補足	2-73
1.輻射率の波長依存性	2-73
2.各種材料の輻射率	2-73
3.フラックス法とVF法の選択指標	2-74
(4) 吸收係数の考慮	2-76
a.透過媒体中の吸収と放射	2-76
b.透過媒体中の光線の減衰	2-76
(5) 平均輻射温度	2-77
a.表面の平均輻射温度(MRT)	2-77
b.空間中の平均輻射温度(SMRT)	2-77
(6) 温熱環境評価指標	2-79
a.PMV 予想平均温冷感申告	2-79
b.SET*標準新有効温度	2-79

2.2.3 日射の考慮	2-80
(1) 直達日射	2-81
(2) 天空日射	2-81
(3) 太陽位置	2-82
(4) 大気透過率の時間変化	2-82
(5) 太陽光と熱輻射の相違	2-83
2.2.4 溫熱環境人体熱モデル JOS(Joint System Thermoregulation Model)	2-84
(1) 概要	2-84
(2) モデルの詳細	2-84
1. 人体の生理量	2-84
2. 部位分割と部位のモデル	2-85
3. 血管経路	2-86
4. 部位における熱交換	2-87
5. 皮膚表面における顯熱損失	2-89
6. 体温調節機能	2-90
a. セットポイント温度	2-90
b. 発汗	2-90
c. 皮膚血管運動	2-90
d. ふるえ産熱	2-91
e. AVA血管反応	2-91
(3) 人体熱モデルの使用方法	2-91
1. 体躯データの入力と人体表面領域の登録	2-91
2. オプションの設定	2-92
3. 図化ファイルに出力されるデータ	2-92
4. その他の必要な設定	2-92
2.2.5 電流解析	2-93
2.3 拡散物質を扱う機能	2-94
2.3.1 拡散解析	2-94
(1) 拡散物質とは	2-94
(2) 質量分率と拡散係数	2-95
(3) 拡散解析の境界条件	2-96
(4) 拡散解析の補足	2-98
(5) 空気に対する相互拡散係数	2-99
2.3.2 化学反応	2-101
2.3.3 燃焼解析	2-103
(1) 涡消散モデル	2-103
2.3.4 表面反応機能と熱 CVD 解析	2-104
(1) 表面化学種と吸着サイト	2-104
(2) 表面反応過程	2-104
(3) 境界条件	2-105
(4) 図化ファイル	2-106
(5) 使用上の注意	2-106
2.4 相変化を扱う機能	2-107
2.4.1 結露解析・霜取り解析	2-107
(1) 結露解析	2-107
(2) 霜取り解析	2-110
(3) 累積結露量	2-110
2.4.2 凝固融解解析	2-111
(1) 流れなし凝固融解解析	2-111
(2) 液相の流れを考慮した凝固融解解析	2-111
(3) 必要な物性条件	2-112
(4) 温度回復法	2-112
(5) 反復計算	2-112

(6) 結果の出力	2-112
2.4.3 キャビテーション	2-113
(1) 解析手法	2-113
(2) キャビテーションモデル	2-114
(3) 計算手順	2-116
1.拡散計算の指定	2-116
2.PROPコマンドの変更	2-116
3.絶対圧の使用	2-117
4.第1拡散物質の初期値と境界条件の追加	2-117
5.WNSTコマンドの追加	2-118
6.CYCLとCYCSの使用	2-118
7.初期場の作成	2-118
2.4.4 液滴蒸発モデル	2-119
2.4.5 気液界面からの蒸発	2-122
2.4.6 液体中または気体中の相変化	2-124
2.5 多相流を扱う機能	2-126
2.5.1 粒子追跡	2-126
2.5.2 分散混相流解析	2-128
(1) 2流体モデル	2-128
1.分散混相流	2-128
2.基礎式	2-128
3.最小および最大相互作用	2-130
4.数値解析手法	2-131
5.非定常解析の注意点	2-131
(2) 相互作用	2-132
1.相互作用力	2-132
2.乱流エネルギー相互作用	2-132
3.温度の相互作用	2-133
4.拡散物質の相互作用([文献7,8] 参照)	2-133
5.乱流拡散	2-135
(3) その他の機能	2-136
1.分離混相流解析	2-136
(4) 出力	2-136
1.図化ファイル	2-136
2.Lファイル	2-136
(5) ユーザー関数	2-137
2.5.3 自由表面 (改良 MAC 法)	2-138
2.5.4 自由表面 (VOF 法)	2-139
(1) 体積率	2-139
(2) 移流方程式	2-139
(3) 計算スキーム	2-140
1.界面体積追跡法 : Lagrangian remapによる計算スキーム[文献1]	2-140
2.界面捕獲法	2-141
(4) 表面張力	2-143
(5) VOF 使用時の注意事項	2-143
2.5.5 造波・消波機能	2-145
(1) 造波機能	2-145
(2) 消波機能	2-146
2.5.6 透過性物体機能	2-148
2.5.7 液膜	2-150
(1) 基礎方程式	2-150
(2) 外力項	2-150
(3) 粒子による生成	2-151

(4) 摩擦の効果	2-151
(5) 壁面形状の効果	2-151
2.6 物体移動を扱う機能	2-152
2.6.1 要素移動条件	2-153
(1) 平行移動	2-153
(2) 回転移動	2-153
(3) 伸縮移動	2-153
(4) 平行振動	2-153
(5) 回転振動	2-153
(6) フェザリング	2-154
(7) 移動速度の自動計算	2-154
2.6.2 コンビネーションALE(複合要素移動)	2-155
2.6.3 ダイナミカル機能(物体の運動の自動計算)	2-156
(1) 並進の運動方程式	2-156
(2) 回転の運動方程式	2-157
1.固定軸周りの回転(1自由度)	2-157
2.3次元自由回転(3自由度)	2-157
(3) 具体的な設定値について	2-159
1.IDYN=11を使用する場合	2-159
2.IDYN=13を使用する場合	2-159
3.IDYN=14を使用する場合	2-159
4.IDYN=12を使用する場合	2-159
5.IDYN=15を使用する場合	2-160
2.6.4 伸縮メッシュ	2-161
2.6.5 不連続接合	2-163
2.6.6 重合格子	2-165
2.6.7 回転座標系	2-170
2.6.8 Mixing Plane	2-171
2.7 圧縮性流体	2-173
(1) 圧縮性流体とは	2-173
(2) 圧縮性流体解析の流入流出境界条件	2-173
(3) 混合ガス	2-174
(4) 密度ベースソルバー	2-175
2.8 空力騒音解析	2-184
(1) 序文	2-184
(2) 分離解法	2-186
1.音響アナロジーと分離解法	2-186
2.分離解法の設定	2-187
3.分離解法における注意事項	2-187
(3) 弱圧縮性解析法	2-189
1.弱圧縮性解析法とは	2-189
2.弱圧縮性解析法の設定	2-189
3.弱圧縮性解析法における注意事項	2-190
(4) 音源探索	2-191
1.音源項の種類	2-191
2.擬似乱れの生成について	2-192
3.閾値について	2-193
4.音源探索の設定	2-193
5.音源探索における注意事項	2-193
6.付録 Lighthill方程式について	2-194

第3章 便利な機能

3.1 解適合格子	2-197
3.2 未定義面領域	2-199
補足：境界条件について	2-199
3.3 ズーミング機能	2-201
(1) 目的	2-201
(2) 使用方法	2-202
(3) 注意事項	2-203
3.4 形状最適化	2-204

第4章 制限事項など

4.1 物性値と物性番号について	2-207
4.2 いろいろな解析機能	2-208

第5章 付録

5.1 流体解析でよく使用する用語と単位[SI単位]	2-211
5.2 単位換算	2-213

マニュアルの構成について

SCRYU/Tetraのマニュアルは、下記の13分冊構成となっております。

- **基礎編(本書)**

熱流体解析の基本的な考え方だけでなく、**SCRYU/Tetra**の各機能の詳細説明を含んだ総合解説書です。熱流体に初めて触れられる方から、各機能の理論的背景を確認されたい方まで、**SCRYU/Tetra**を使用される全ての方々を対象としています。

- **操作編**

SCRYU/Tetraの基本的な操作を基本例題を通して学ぶことができるチュートリアルです。実際に**SCRYU/Tetra**の操作を始める際には、まずこのガイドを紐解いてください。基本例題で基礎体力が付いたら、例題編もお試しください。

- **リファレンス(プリ)編**

SCRYU/Tetraのプリプロセッサ(プリ)の詳細解説書です。

- **リファレンス(ソルバー)編**

SCRYU/Tetraのソルバーの詳細解説書です。ソルバーコマンドとユーザー関数のリファレンスを含みます。

- **リファレンス(ポスト)編**

SCRYU/Tetraのポストプロセッサ(ポスト)の詳細解説書です。

- **リファレンス(VBインターフェース)編**

SCRYU/Tetraのプリプロセッサ、ソルバー、ポストプロセッサに用意されているVBインターフェースのメソッドリファレンスです。

- **リファレンス(ツール)編**

SCRYU/Tetraに付随した各種ツールについての操作説明書です。

- **例題編**

SCRYU/Tetraの解析機能とその利用法を学ぶための例題編です。解析機能特有の考え方を学んだり条件設定のしかたを調べたりと、解析機能を使いこなす際の足がかりとして最適です。実際的な工業製品を模した解析事例も紹介しています。

- **構造解析編(オプション)**

SCRYU/Tetraのオプションである構造解析機能の詳細解説書です。プリプロセッサ(プリ)とソルバーのリファレンス、また、操作を学ぶための例題を含みます。

- **流体構造連成(Abaqus[®])編(オプション)**

SCRYU/TetraのオプションであるSCRYU/Tetra I/F Option for Abaqus[®]の詳細解説書です。プリプロセッサ(プリ)とソルバーのリファレンス、また、操作を学ぶための例題を含みます。

- **最適化編(オプション)**

SCRYU/Tetraのオプションである最適化機能の詳細解説書です。最適化についての概要、操作説明、また、**SCRYU/Tetra**と連携した例題を含みます。

- **1D/3Dカップリング(GT-SUITE)編 (オプション)**

SCRYU/TetraのオプションであるSCRYU/Tetra I/F Option for GT-SUITEの詳細解説書です。

- **ファンモデリング・解析ツール(SmartBlades[®])編(オプション)**

SmartBlades[®]についての操作説明書です。

本書をお読みになるまえに

1. 本書が対応しているソフトウェアのバージョン

- **SCRYU/Tetra V12**

UNICODE化について

本製品では、V12より、多言語対応を目的として、UNICODE化がなされております。その一環として、全てのファイル入出力をUTF-8にて行う形式に、動作仕様が変更されました。以下の点にご注意ください。

- V12では、V11のプログラムが output した全てのファイル群の入力に対応しております。
- V12のプログラムで output されたファイル群は、原則として、V11以前の製品では使用できません。
- 本書における「文字数」もしくは文字列の「バイト数」という記述は、UTF-8ではASCII文字（半角英数記号）は1文字=1バイト、それ以外は1文字=2～4バイトを意味しております。

第1部

第1章 热流体解析の概要

1.1 热流体解析で扱う問題

流体が流れる現象には、それに付随して、热移動、物質拡散、反応等の現象がありますが、SCTsolverはこれらの現象も取り扱うことができます。次に実際の問題例を示します。もちろん以下に示すことは、热流体解析の扱う問題の一部に過ぎません。

(1) 流れを扱う例

まず、流れを扱う例としては、車の風による抵抗を知る場合(図1)、建物の周りに生じる風の様子(図2)、円管内を流れる水の挙動(図3)等があります。

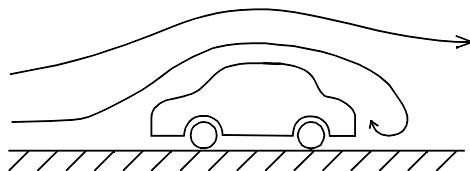


図1 車の抵抗を知る場合

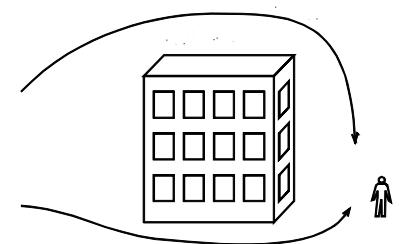


図2 建物の周りに生じる風の様子



図3 円管内を流れる水の挙動

(2) 热移動が関係する例

热移動が関係する例としては、エアコンによる室内空調(図4)、半導体や抵抗が配置された基板の冷却問題(図5)等があります。

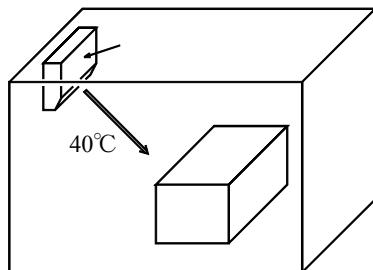


図4 エアコンによる室内空調

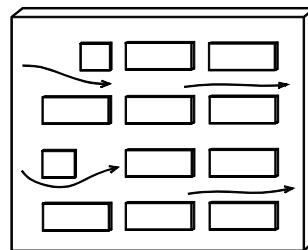


図5 基板の冷却問題

ファンやポンプの力で引き起こされる流れを**強制対流**といいます。これに対して、流体の温度差(密度差)と重力によって自然に對流する流れを**自然対流**といいます。

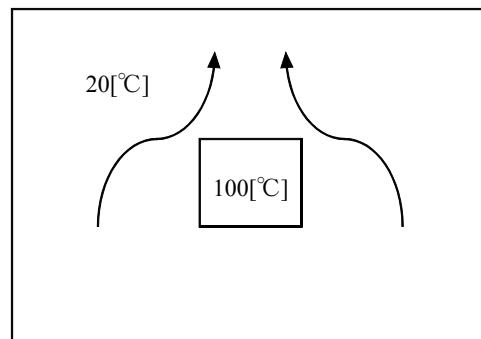


図6 温度差のある流れ

図6のような場合には、流体は物体から熱をもらって物体付近の温度が上昇します。すると、物体付近の流体は、上に向かって流れていきます。これは、温度の高い流体が低い流体よりも密度が小さくなり、浮力が生じたせいです。逆に、相対的に密度の大きい上方の流体は下降し、自然対流が起こります。

(3) 物質拡散の例

物質拡散の例には、排気ガスによる環境問題(図7), 煙の分布(図8)等があります。

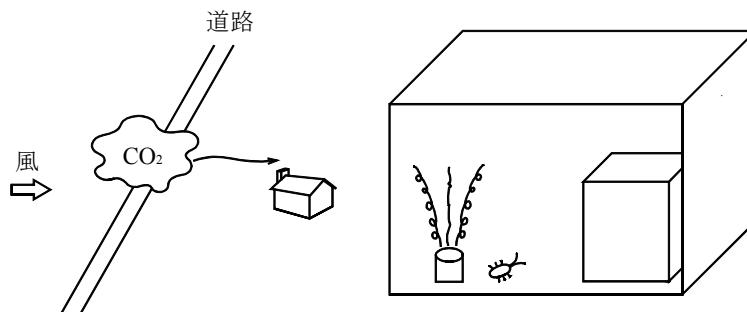


図7 排気ガスによる環境問題

図8 煙の分布

(4) 反応の例

反応の例には液体内の異なる物質の化合, 分解(図9)等があります。

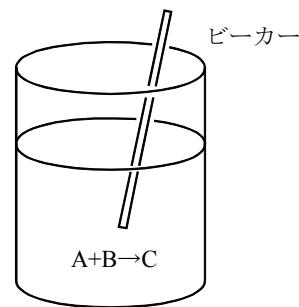
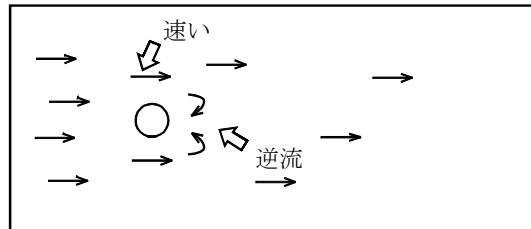


図9 液体内の異なる物質の化合, 分解

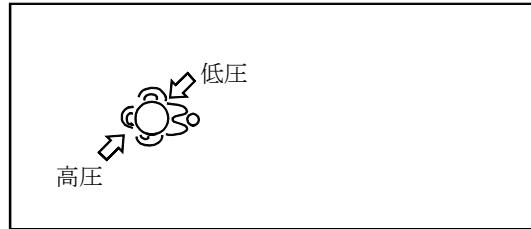
1.2 热流体解析で得られる情報

"热"と"流れ"の解析を行うことでユーザーが得られる主な情報は、以下のような値です。

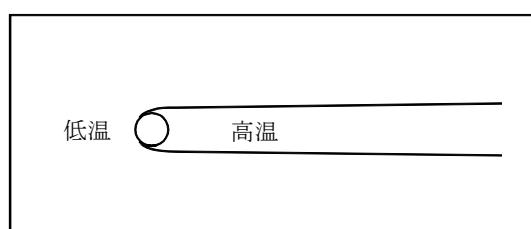
- 流れ(流速)
 - X方向の流速成分
 - Y方向の流速成分
 - Z方向の流速成分



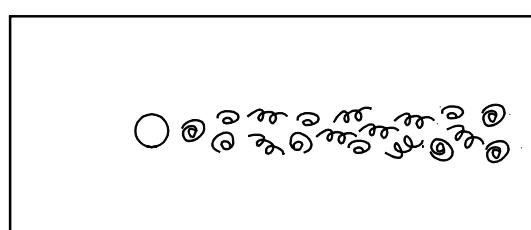
- 圧力



- 温度



- 乱れ(第2部 1.1 亂流のモデル化の(1)層流と乱流 参照)
 - 乱流エネルギー
 - 乱流消失率
 - 渦粘性係数



- 濃度
 - 拡散物質の質量分率等

- 圧縮性流体の場合(1.4 圧縮性流体とは 参照)
 - 流体の密度

1.3 流体解析における単位[SI単位系使用時]

- X, Y, Z方向の流速成分[m/s]
- 流速[m/s]
- 圧力[Pa(パスカル)]=[N/m²]で[N=kg•m/s²]ですから、[Pa=kg/(m•s²)]
大気圧は、Pa単位では以下のようになります。

$$760\text{mmHg} \times 133.322\text{Pa/mmHg} = 101325\text{Pa}$$

圧力は、静圧と動圧に分けることができます。

$$\text{全圧} = \text{静圧} + \text{動圧}$$

静圧は、基準圧力PBASと基準圧力との差PRESで表します。

$$\text{静圧} = \text{PBAS} + \text{PRES}$$

動圧は、流体の密度をρ、流速をvとすると次のように表されます。

$$\text{動圧} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$$

整理すると以下のようになります。

$$\text{全圧} = (\text{PBAS} + \text{PRES}) + \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \right)$$

基準圧力PBAS(101325Pa)に比べて、差圧が小さい場合、数値計算上の桁落ちにより精度が保てない場合があります。これらを防ぐため、SCTsolverでは、ある基準値からの差圧により計算を行います。

非圧縮性の場合、基準圧力PBASは、絶対圧力への変換にしか必要としないため、通常指定しません(PBAS= 0.0)。

圧縮性の場合、状態方程式に必要とされますので、基準圧力PBASの指定が必要です。デフォルトでは基準圧力に上記の大気圧が設定されています。

- 温度[K]

SI単位では[K]ですが、通常は[°C]を使用します。

圧縮性、輻射、化学反応を解析する場合、解析段階では、絶対温度[K]が使用されますが、入出力は、[°C]でも可能です。

また、全ての条件で単位を統一する必要があります。

- 乱流エネルギー[m²/s²]
- 乱流消失率[m²/s³]
- 涡粘性係数[kg/(m•s)]
- 濃度、質量分率[無次元]、モル分率[無次元]、モル濃度[mol/m³]等

圧縮性流体の場合

- 流体の密度[kg/m³]
- 比エンタルピー[J/kg]
- マッハ数[無次元]

1.4 圧縮性流体とは

圧力の変化または温度の変化に応じて密度が大きく変化する流体です。

液体は伸縮みしにくいので、気体について考えます。

以下が成り立つ場合は非圧縮性とみなすことができます。

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} \approx \frac{1}{2} M c^2 < 0.045$$

$$M c = \frac{V}{c} = \frac{V}{\sqrt{\kappa \cdot R \cdot T}} < 0.3$$

ここで、

$\Delta \rho$	； 密度の変化	[kg/m ³]
ρ	； 密度	[kg/m ³]
$M c$	； マッハ数	
V	； 流速	[m/s]
c	； 音速	[m/s]
κ	； 比熱比(定圧比熱/定容比熱)	
R	； 気体(ガス)定数(定圧比熱-定容比熱)	[J/(kg•K)]
T	； 絶対温度	[K]

表1 主な気体の比熱比とガス定数

気体	比熱比 κ (298.15[K]時)	ガス定数 R
空気	1.400	287.06
アルゴン(Ar)	1.658	208.15
一酸化炭素(CO)	1.398	296.83
二酸化炭素(CO ₂)	1.288	188.92
ヘリウム(He)	1.659	2078.2
水素(H ₂)	1.405	4124.2
メタン(CH ₄)	1.304	518.25
窒素(N ₂)	1.400	296.80
酸素(O ₂)	1.395	259.82

参考文献

1. 共立出版株式会社 "例題演習圧縮性流体力学"

例えば293[K]の空気は、比熱比1.402、ガス定数287.06[J/(kg•K)]ですから音速cは $c = 343.42$

[m/s]となり、 $M c < 0.3$ であるためには $V < 103.0$ [m/s]となります。

詳細は、第2部 第2章 各種物理モデル の2.7 圧縮性流体を参照ください。

第2章 解析手順の概要

2.1 解析フローチャート

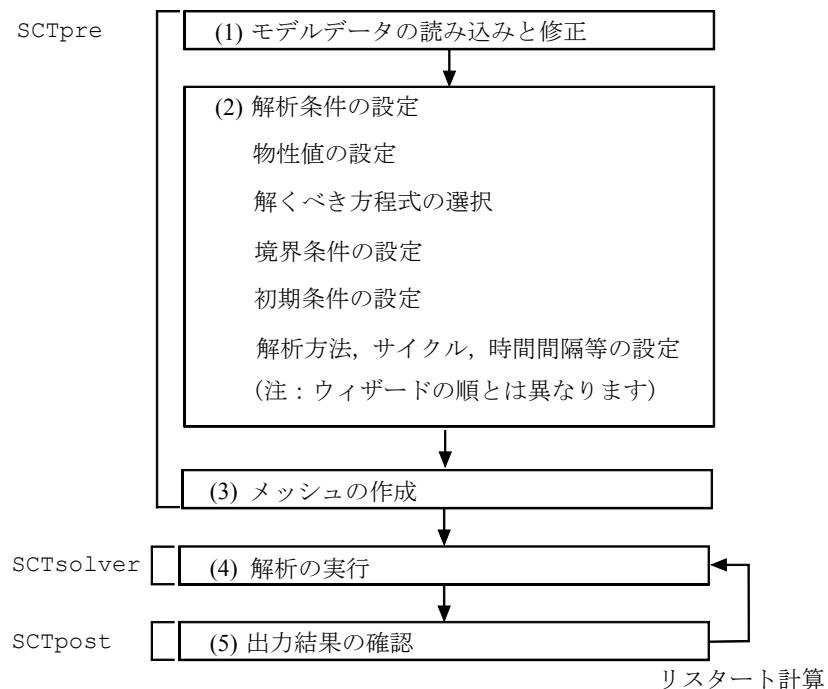
熱流体解析システムは次の3つのプログラムから構成されています。

- Preprocessor(SCTpre)
- Solver(SCTsolver)
- Postprocessor(SCTpost)

解析を行うには、まず、SCTpreで入力データの作成を行います。その後、SCTpreから送られてきた情報をもとにSCTSsolverが解析を実行します。結果はSCTpostを用いて視覚的に確認します。これらの3つのプログラム間での情報伝達には特定のファイルが介在します。



問題を定義して結果を得るまでの流れは、次のようにになります。



2.2 解析手順の具体例

図1のように、初期温度100[°C]の物体が囲いの中に存在し、左から速度5[m/s]、温度20[°C]の風を送ったときに生じる、流れと温度分布を知りたいという場合を考えます。

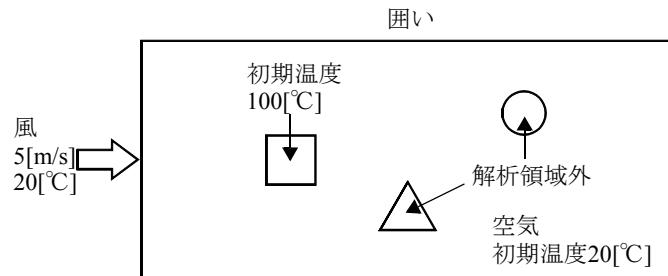


図1 例題

(1) モデルデータの読み込みと修正

まず、最初にSCTpreを起動し、モデルデータを読み込みますと、図2のようになります。

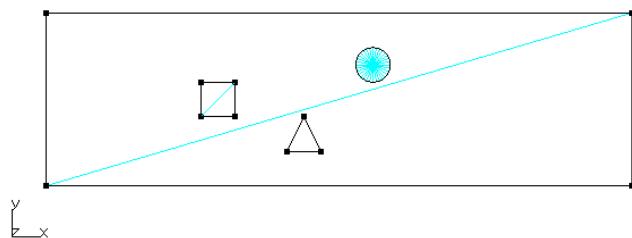


図2

(2) 物性値の設定

ここでは、流体が水なのか空気なのか、また固体が鉄なのかアルミニウムなのか、といった情報を設定します。

物性値とは物質の性質を表す数値で、以下のような情報です。

流体		
密度	[kg/m ³]	流れ解析
粘性係数	[Pa·s]	
定圧比熱	[J/(kg·K)]	温度解析
熱伝導率	[W/(m·K)]	
体膨張率	[l/K]	自然対流を考えるとき
固体		
密度	[kg/m ³]	温度解析
比熱	[J/(kg·K)]	
熱伝導率	[W/(m·K)]	

密度[kg/m³]

密度とは単位体積当たりの質量です。例えば、同じ体積の空気と水が、同じ速さで流れた場合、密度が大きい水の方が物体に与える力が強いという違いを表します。

粘性係数[Pa·s]

図3のように流体に棒を入れて動かすことを考えます。棒は、流体が水の場合は動きますが、水あめの場合はスムーズに動きません。これは、水あめの粘性係数が水の粘性係数に比べて非常に大きいためです。粘性係数は流れているものが、さらりとしている(粘性係数が小さい)か、ねばねばしている(粘性係数が大きい)かを表す係数と考えられます。

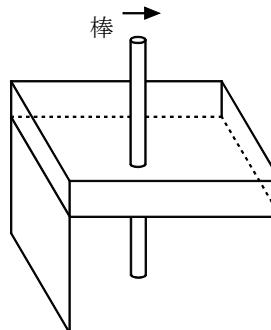


図3 粘性係数による違い

定圧比熱[J/(kg・K)]

定圧比熱とは、単位質量の流体を圧力一定のもとで、単位温度上昇させるのに必要な熱エネルギーです。簡単に説明すると、温めやすいか、温めにくいかを示す物性値で、定圧比熱が大きいと熱エネルギーを与えててもあまり温度が上がらないことになります。

比熱[J/(kg・K)]

比熱とは、単位質量の固体を単位温度上昇させるのに必要な熱エネルギーです。流体の定圧比熱に対応しますが、固体の内部では圧力を考えないので、比熱とだけ表現されます。

熱伝導率[W/(m・K)]

図4のように温度差があれば、差が縮まる方向に熱エネルギーが移動します(温度の高い方から低い方へ)。このような現象を熱伝導と呼びます。熱伝導率が大きい程、温度差に対する熱エネルギーの移動量は大きくなります。

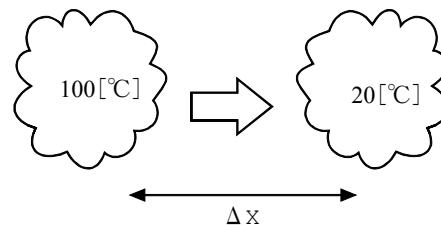


図4 热伝導の現象

(3) 解くべき方程式の選択

次に、問題に応じて解くべき方程式の選択を行います。

流れ	U, V, W ; 運動量保存式 P ; 質量保存式(圧力補正式)
温度	T ; エネルギー保存式
乱れ	K ; k 方程式 E ; ϵ 方程式
濃度	C ; 拡散物質保存式

運動量保存式から各場所の流速ベクトル(U, V, W)が、質量保存式からは圧力(P)が、エネルギー保存式からは温度(T)が求められます。 $k-\epsilon$ 方程式からは、乱れの大きさを代表するエネルギー(k)とその消滅量を代表する乱流消失率(ϵ)が求まります。拡散物質保存式は拡散物質の濃度(C)を求めるときに使われます。

図1の例では、流れに関して運動量保存式と質量保存式を、温度に関してエネルギー保存式を、さらに乱れの効果を考慮するために $k-\epsilon$ 方程式を選択します。

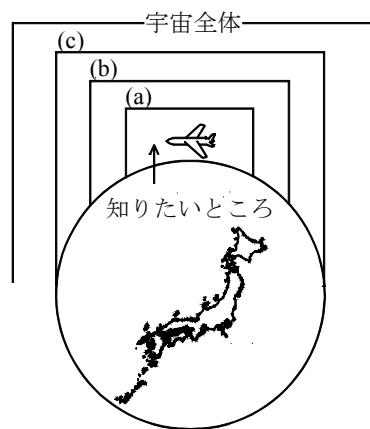
注. 流れを解く場合には必ず、質量保存式(圧力補正式)Pを解く必要があります(第1部 3.5 運動量保存式の圧力補正を参照してください)。

(4) 境界条件の設定

境界

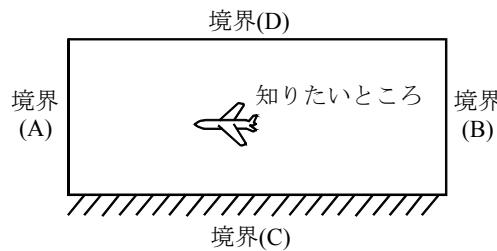
飛行機とその近傍の解析を考えます。

解析する空間はどのように考えればよいでしょうか?



(a)を領域に考えると、(a)はさらに外の(b)の影響を受けます。そこで、(b)の領域をとると(b)は、さらに(c)の影響を受けます。こうして、どんどん外へ拡がり宇宙全体を領域に考えなければならなくなります。

宇宙全体は解析できませんので、ある決まった条件で与えられそうな領域を考えます。決めた領域の境界で外との関係を考えます。



境界(A)では、流れ(流速)を決めてしまいますが、境界(B)では、境界前後で変化がないとします。境界(C)では、流れは止まっているとします。境界(D)では、流れが出ていかないと決めます。

このような境界での外との関係を**境界条件**といいます。

また、解析する領域を**解析領域**といい、それ以外の領域を**解析領域外**といいます。

次に、境界条件を設定します。設定する条件は、流入流出条件と壁面条件の2種類です。ここではこれらの境界条件について簡単に説明しますが、さらに詳細な解説は**第5章 境界条件**を参照してください。

1. 流入流出条件

流体と解析領域外との境界面に設定可能です。

a. 流入条件

風が入って来る入口には、境界条件で速度を与えます。流れの速度(流速)が規定されるのでこれを**流速規定**と呼びます。

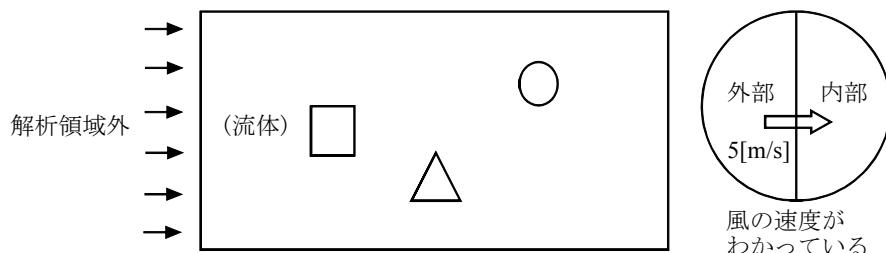


図5 流速規定

温度を解析する場合には、入口から入って来る風の温度を与えます。
これを、**流入温度**と呼びます。

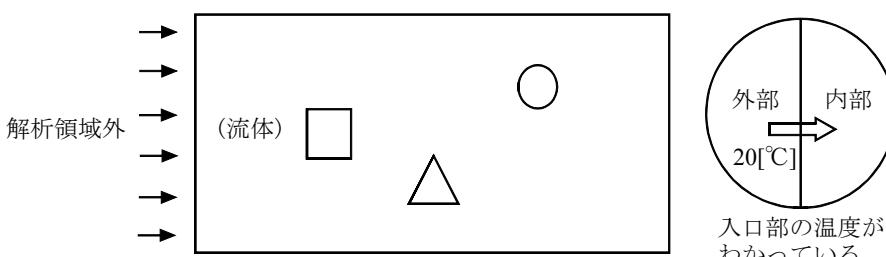


図6 流入温度

流れの状態には、乱れのない層流と乱れのある乱流の2つの場合があります(第2部 1.1 亂流のモデル化の(1)層流と乱流 参照)。乱流解析をする場合には、流入乱流量(入口上流での乱れ)を与えます。これを、**流入k, ε**と呼びます。

$$\begin{aligned} k &; \text{ 乱流エネルギー } [\text{m}^2/\text{s}^2] \\ \varepsilon &; \text{ 乱流消失率 } [\text{m}^2/\text{s}^3] \end{aligned}$$

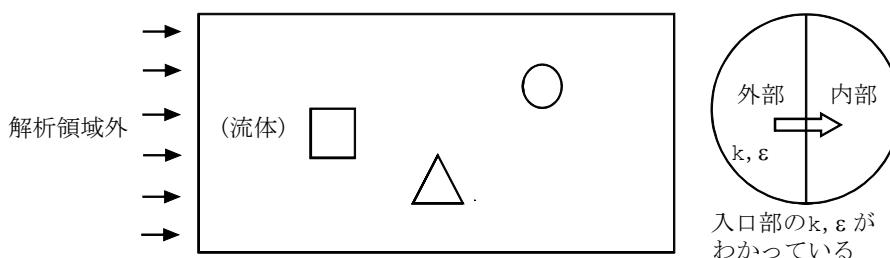
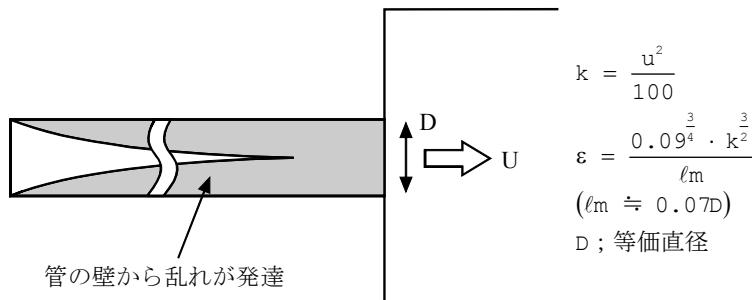


図7 流入k, ε

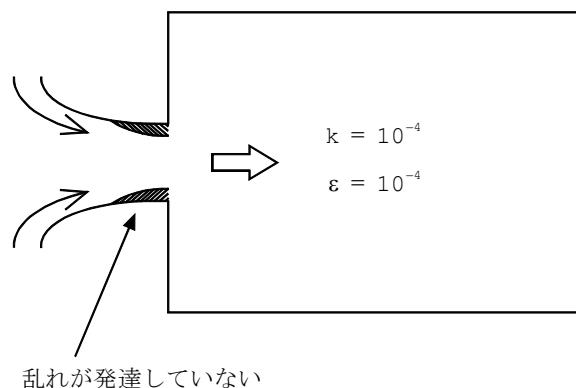
流入 k, ε は実験で求まっていればその値を使用できますが、一般的には、ない場合が多いです。

その場合は以下のような設定方法もあります。

入口の上流から発達した流れがあるとき



入口の上流に乱れがないとき



ユーザーが入力しない場合は、 k, ε 共に、自動的に 10^{-4} の値が使われます。

b. 流出条件

出口での流速は規定できない場合が多いので、一般に出口には、圧力一定0の境界条件を与えます。境界面上の圧力が規定されるので、これを表面圧力規定と呼びます。表面圧力規定は、出口を横切る方向に流れ方向の変化がないという条件で、物体から遠くに離れたところでは正しいと考えられます。

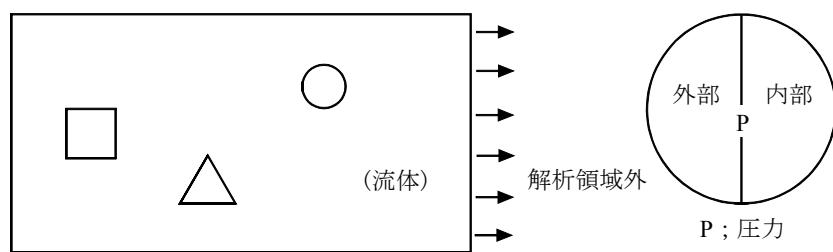


図8 流出条件

温度解析をする場合にも、流出部では内部の温度で流体が外部に向かって出て行くだけですから、温度の境界条件を与える必要はありません。

乱流解析をする場合にも、同様に、流出部に乱れについての境界条件を与える必要はありません。

2. 壁面条件

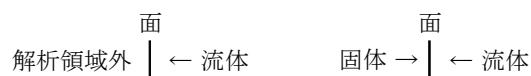
壁面

解析のために考えた領域の境界面のうち、1.の流入流出条件を与えない面に対して、区別する意味で**壁面**といいます。また、物体と流体の境界なども壁面に含まれます。

壁面条件とは、以下の2つの条件を指します。

壁面応力条件 ; 流体と流体以外が接する面に設定可能です。

壁面が流れに影響を与える力の条件



壁面熱移動条件 ; 物性が異なる物体同士が接する面に設定可能です。

壁面での熱移動量を与える条件(温度を解く場合)



a. 壁面応力条件(壁/対称面の設定)

流体解析で使用する壁面応力条件として、Free Slip条件(壁面抵抗なし)とNo Slip条件(壁面抵抗あり)があります。

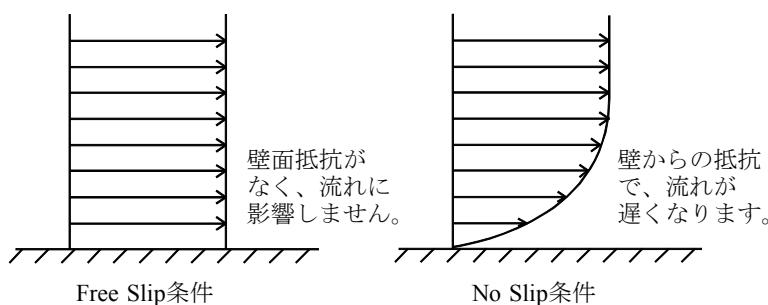


図9 壁面応力条件

Free Slip条件は通常、対称面等に用いられる条件です。

先の例では、流入流出条件以外の壁と物体表面に壁による抵抗を与える必要があります。

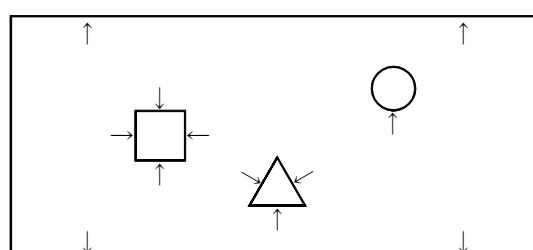


図10 例題における壁面応力条件

壁による抵抗には、解析する流れの状態により次のいずれかが適用されます。

- 層流の場合 ; No Slip条件
- 乱流の場合 ; 対数則条件

層流と乱流の場合では、抵抗の大きさと壁の近傍の速度分布が異なります。

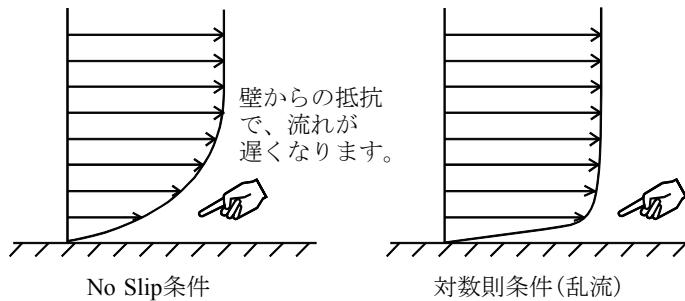


図11 壁面応力条件

デフォルト

SCRYU/Tetraでのデフォルトは、Free Slip条件です。

b. 壁面熱移動条件(熱伝達条件/断熱面の設定)

熱流体解析で使用する壁面熱移動条件としては、断熱条件と熱伝導(熱移動)条件があります。

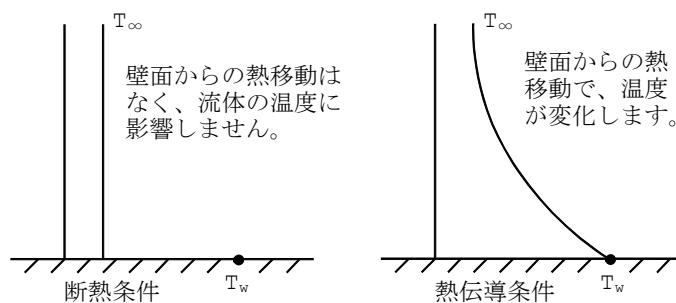


図12 壁面熱移動条件

例題(図1 例題)では、初期温度100[°C]の物体表面には壁面熱移動条件、それ以外の壁面には断熱条件を設定します。

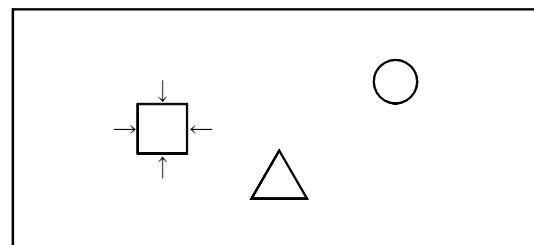


図13 例題における流体と固体の間の壁面熱移動条件

壁面熱移動条件には、解析する流れの状態により、次のいずれかが適用されます。

- 層流の場合 ; 層流熱伝導条件
- 乱流の場合 ; 乱流熱伝達条件(温度の対数則)

層流、乱流の場合共に、流体と固体とが温度差を持てば熱移動が生じ、温度に影響します。
ただし、層流と乱流の場合では影響のしかたが異なります。



図14 壁面熱移動条件

デフォルト

SCRYU/Tetraでのデフォルトは、断熱条件です。

(5) 初期条件の設定

デフォルト値

	デフォルト
X方向の流速成分	0.0
Y方向の流速成分	0.0
Z方向の流速成分	0.0
圧力	0.0
温度	0.0
乱流エネルギー	10^{-9}
乱流消失率	10^{-9}
各濃度	0.0

先の例では、解析領域内の空気の初期温度20[°C]と物体の初期温度100[°C]を設定します。

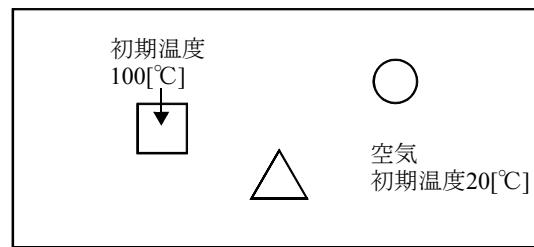


図15 初期条件

(6) 解析方法, サイクル, 時間間隔等の設定

定常/非定常の選択や計算サイクル, 時間間隔等を設定します。

(7) メッシュの作成

要素に分割しますと、以下のようにになります。

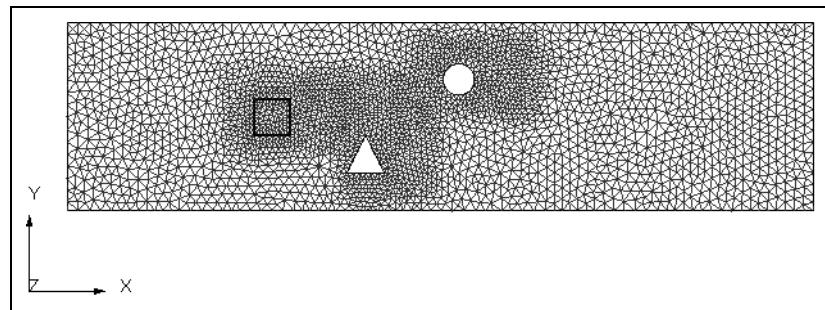


図16a 解析領域全体の要素分割図

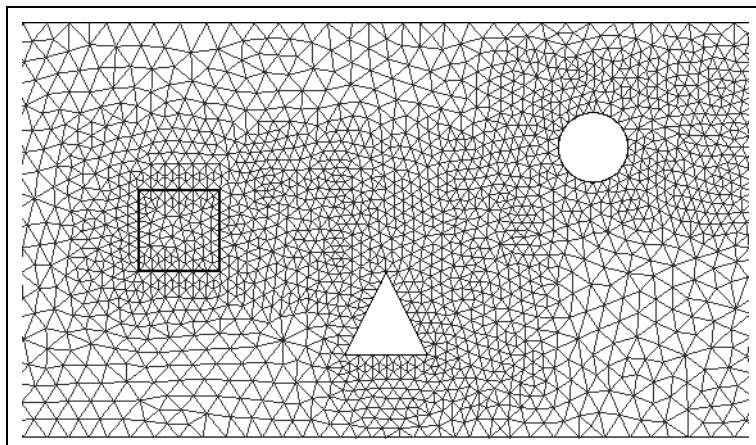


図16b 要素分割拡大図

(8) 解析の実行

SCTsolverにSCTpreで作られた情報(ファイル)を入力して、解析を実行します。

(9) 出力結果の確認

SCTsolverが解析した結果は、SCTpost用のファイルを図化することにより結果を確認できます。

また、リストファイルには、入力データのエコー、計算時メッセージ、エラーメッセージが出力されます。これは、テキストですので適当なエディタで内容を確認できます。

1. フィールド図

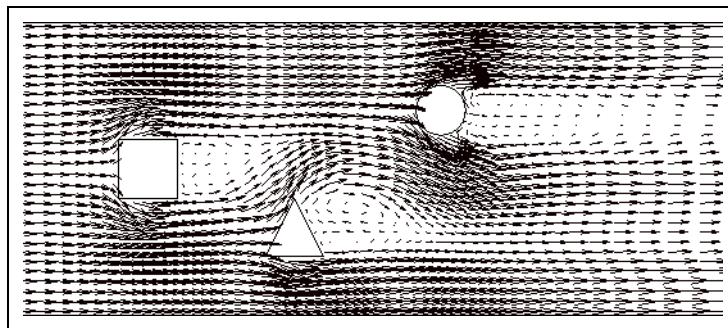


図17 流速ベクトル図

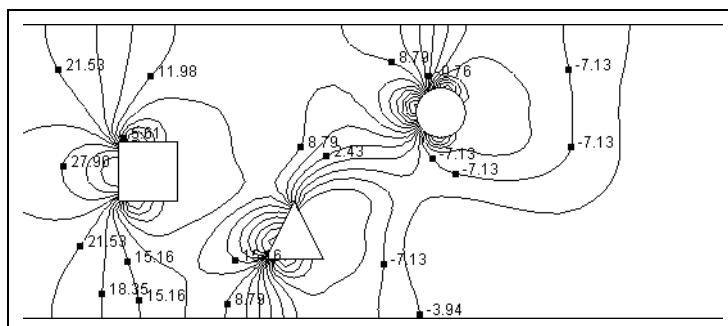


図18a 圧力コンター図

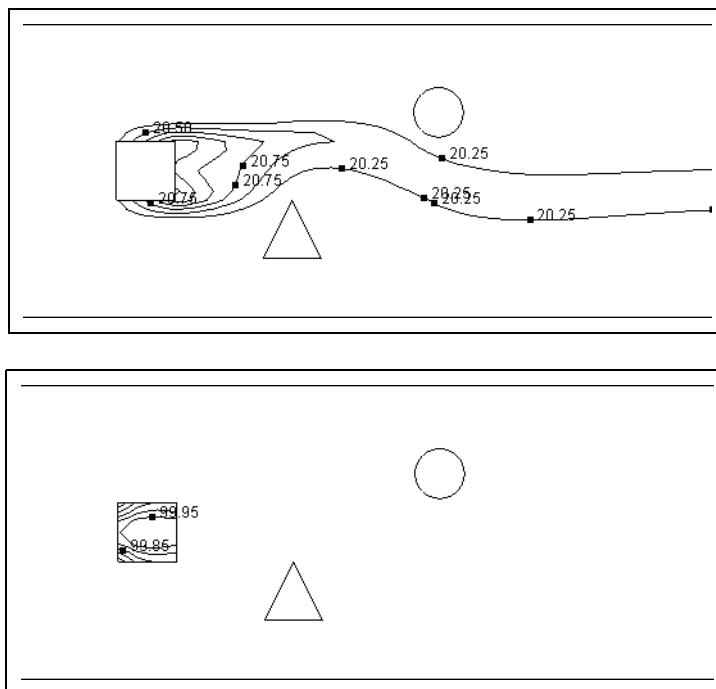


図18b 温度コンター図

SCTpostは、図17, 18a, 18bのように、解析領域全体のベクトル図、コンター図等を出力することができます。

図17は、流速ベクトル図で、矢印の向きが流れの方向を、大きさが速さを表しています。図18a, 18bは、それぞれ同じ圧力、温度の値を示す場所を結んで等高線のように表現したコンター図です。これらの図は、ある時刻の結果を示していますから、時間ごとの変化を見るには異なる時刻の図を比較する必要があります。

2. 時系列図

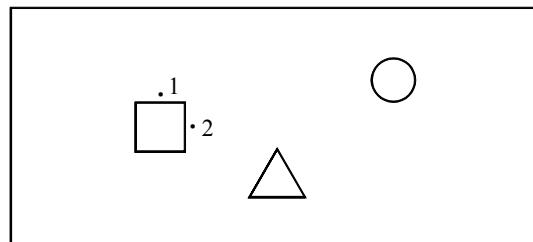


図19 着目位置

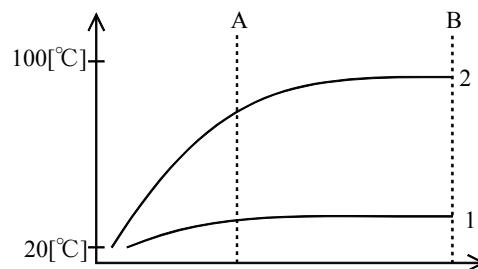


図20 温度時系列グラフ

SCTpostは図19のように、特定の位置での物理量に注目して時々刻々の変化をグラフに出力することができます。図20は、ある位置1,2に着目してその位置での温度の時々刻々の変化を表した時系列グラフです。

SCTsolverの定常判定は、1つ前のサイクルとの変動量ですので、変化の途中であってもこの変動量が定常判定値よりも小さくなれば、SCTsolverは定常と判断します。ですから、定常解析の場合にも時系列データを出力して時系列図を参照することをおすすめします。

すなわち、SCTsolverは図20のAで定常と見なすことがあります、Bまで解析する必要があります。

第3章 有限体積法による解法

3.1 基礎式

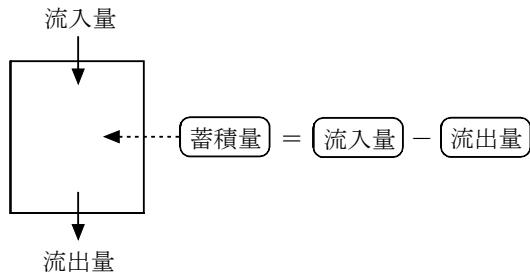
ビルや車などの物体まわりの風の流れや、室内の温度分布の時間変化といった現象をシミュレーションによって再現するには、現象を表す基礎方程式をもとにして、これらの方程式を与えられた境界条件や初期条件のもとで解くことが必要です。熱流体解析に用いられる基本的な基礎方程式には、以下のものがあります。

- 運動量保存式(ナビエ・ストークス方程式)
- 連続の式
- エネルギー保存式
- 乱流モデルによる乱れの特性量の保存式

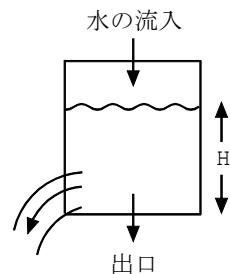
上述の方程式群をコンピュータ上で解くことができる形にするため、SCTsolverでは**有限体積法**という解析の方法を用います。有限体積法は基礎方程式を個々の分割要素に対して積分した形となるため、**積分形保存式**とも呼ばれます。

3.2 有限体積法の考え方

有限体積法では、対象とする個々の分割要素に対しての流入出量のバランスを考えます。



ここでは、イメージをつかむために、ある容器に水が注がれている状況を考えてみます。



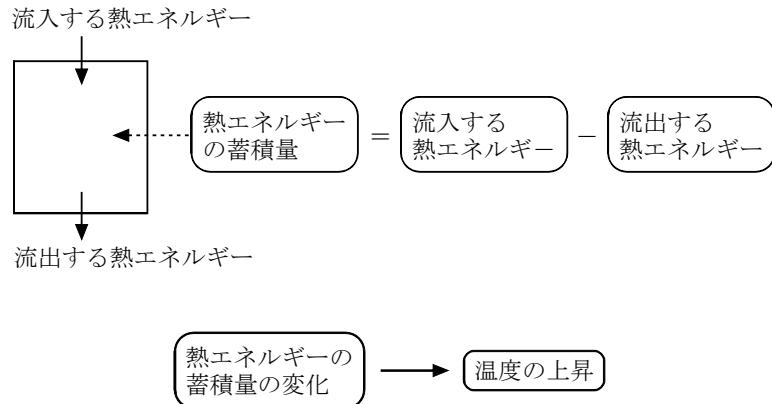
ここで、着目量を容器内の水位 H とすると、ある瞬間から、1秒後にこの水位が変化する高さ ΔH は、

$$\boxed{\text{水位の変化量}}_{\Delta H} = \boxed{\text{1秒当たりの}}_{\text{流入量}} - \boxed{\text{1秒当たりの}}_{\text{流出量}}$$

というバランス方程式によって表されるはずです。水位の例は特別なケースですが、有限体積法とは全て、着目する個々の要素に対して変化を引き起こす原因と結果を考え、両者を結びつけた関係式として表されます。

3.3 エネルギー保存式

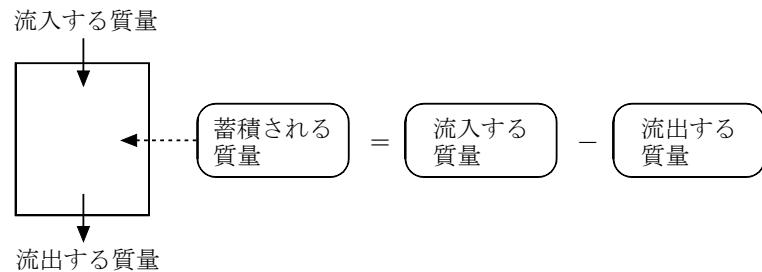
例えば、温度分布を求めるための基礎方程式であるエネルギー保存式では、次のような関係で示されます。



これは考えている要素の中で、エネルギーが急に消滅したり、無から新たに発生しないことを意味しています。

3.4 連続の式

同様に、流れの状態を規定する連続の式では、次のように表すことができます。



非圧縮性流体とは密度変化のない流体を表しますので、次のような関係を満足することになります。

$$\text{流入する質量} = \text{流出する質量}$$

結局これは質量保存則を示していることがわかります。

3.5 運動量保存式

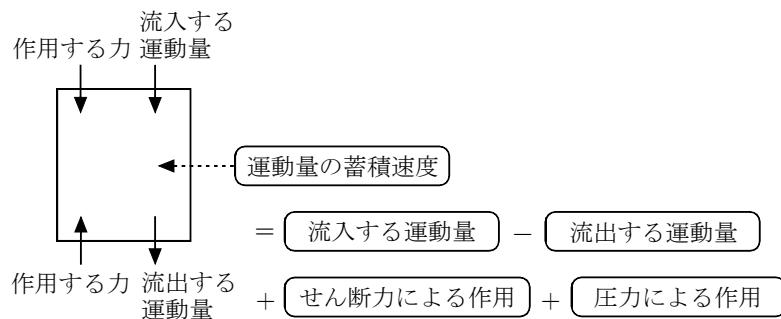
運動量保存式(ナビエ・ストークス方程式)は、流体内での運動量の移動についての保存則を表しています。

ニュートンの運動法則

$$\boxed{\text{力}} = \boxed{\text{質量}} \times \boxed{\text{加速度}}$$

$$F = ma = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{m \Delta v}{\Delta t}$$

これにより単位時間当たりの運動量変化が力とつり合うことを示すことがわかります。



圧力補正

運動量保存式では、**圧力による作用**の項が未知量となっています。圧力分布を求める基礎式が存在しないからです。そこで通常、この項は仮定した圧力によって表し、求められた流れが連続の式を満たすように、仮定圧力を調整する手法が用いられます。これを**圧力補正**と呼びます。

重力による作用

非圧縮性解析で自然対流を扱う場合には、密度を変化させるかわりに、ある基準温度からの温度差に比例した浮力の大きさを近似式(ブシネスク近似式)によって求めます。この場合に必要なデータは、重力の働く方向と**重力加速度**の大きさ、それに**基準温度**です。例えば、60[°C]の空気でも周囲が100[°C]か、10[°C]かによって、その温度は"高く"も"低く"になります。基準温度はこのための指標で、普通は流体の初期温度を設定すればOKです。自然対流を扱うためには、物性値に**体膨張率**(1/K)が設定されている必要があります。

3.6 流入、流出の移動現象

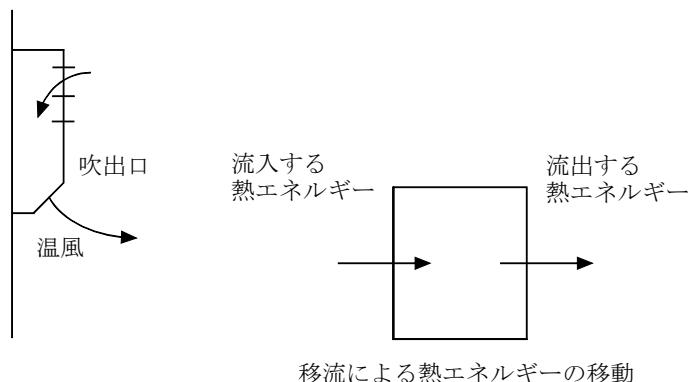
(1) 時間項

これまでの説明で、有限体積法とは、各要素の流入、流出量と蓄積量との保存関係を定式化したものであることを示しました。蓄積量は、単位時間当たりの変化量を表すことから、**時間項**とも呼ばれます。

同様に、流入、流出量は移動する性質から**移流項**と**拡散項**の2つに分けることができます。

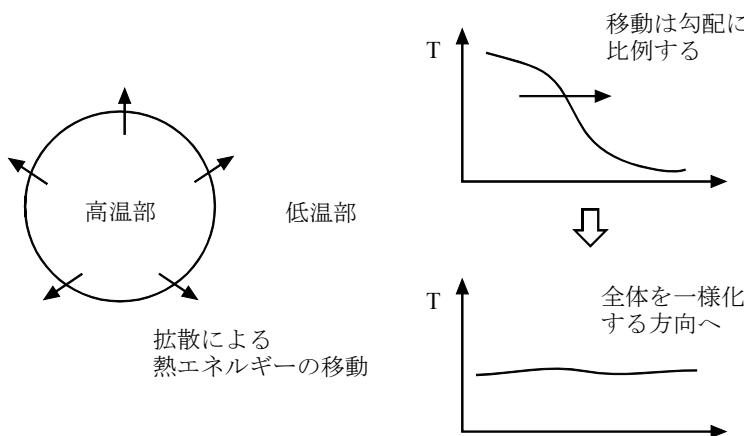
(2) 移流項

移流項とは文字通り、流体の流れによって運ばれる量です。例えば、空調機の吹き出し口から温風が運ばれるのは流体の流れによって熱エネルギーが伝わったものと考えることができます。



(3) 拡散項

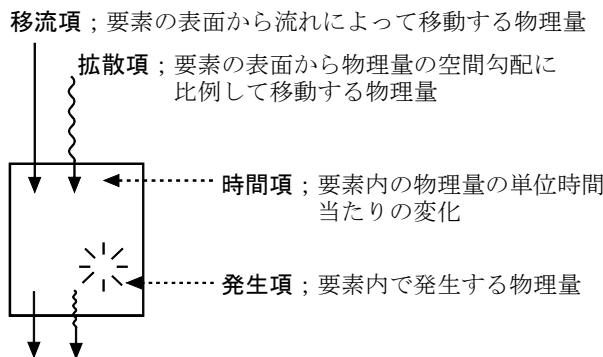
一方、固体内の熱の伝わる様子からわかるように、温度の高いところから低いところへは、流れがなくても熱エネルギーが移動します。この移動量は温度の勾配の大きさに比例し、全体を均一の温度にしようと働くことから、**拡散項**と呼ばれます。



(4) 発生項

ここで、**発生項**は通常ゼロですが、発熱を与える要素などでは、発熱量が**発生項**として扱われます。

このような関係をもう1度まとめると、次のようにになります。



この図を、一般的な物理変数 ϕ として記述すると、以下のように示すことができます。

$$\frac{\partial \rho\phi}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho\phi}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \rho a \frac{\partial \phi}{\partial X_j} + \zeta$$

時間項 移流項 拡散項 発生項

ここで、

a ; 物理量 ϕ に対応する拡散係数

ζ ; 単位体積あたりの ρd 発生率

d ; 発生項

3.7 要素分割について

SCRYU/Tetraを用いて流れの計算を行うには、初めにCADからの形状データ・ファイルを読み込んで、計算の対象となる領域(解析領域)を図1のような多面体(3次元)で区分します。これらの基本形状を要素と呼びます。

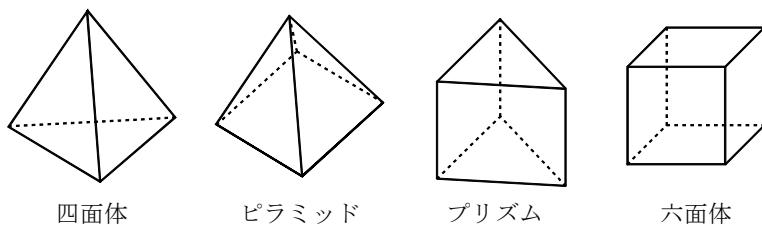


図1 基本要素

例えば、図2のように物体が囲いの中に存在し、その周りを風が流れる様子を知りたいとき、2次元として考えれば物体と囲いの間を三角形要素で図3のように覆います。

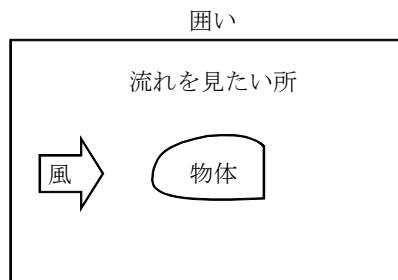


図2 分割前

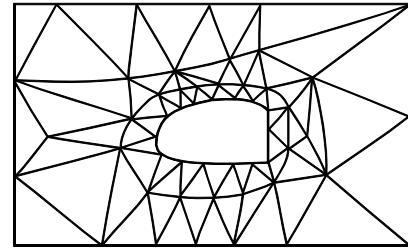
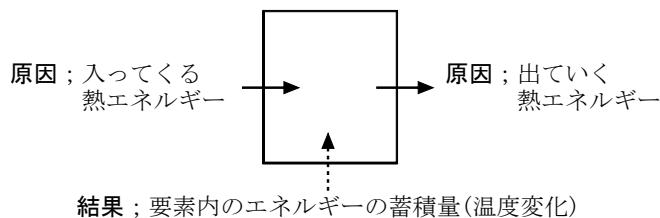


図3 分割後

注. ここでは説明のため、2次元で三角形要素を用いましたが、**SCRYU/Tetra**の現バージョンでは、2次元は、1要素分の厚みを持ったもののみ有効です。

解析領域を要素分割する理由

例えば、熱エネルギーの移動を再び考えてみます。有限体積法では、次のような関係式を用います



結果は、着目する要素に対して1つだけ得ることができますが、要素内の細かな変化までは知りようがないかもしれません。

結果は、要素の代表量(平均量と考えてもよい)を表します。当然、要素が大きいと、得られる結果もその要素の大きさに比例した代表量となります。

したがって、さらに詳しい分布を得るためにには着目する部分を細かく分割していく必要があります。ただ、細かく要素を分割したとしても、個々の要素から得られる結果は、やはりその部分の代表量です。

これは、テレビの画面が連続した絵のように見えてはいても拡大すると1つ1つは、ある色の点にしか過ぎないのと同じです。

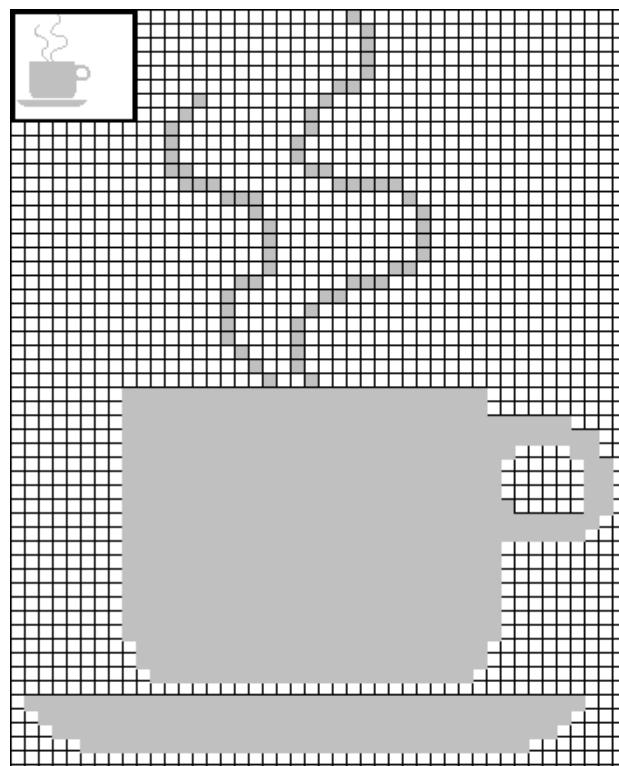


図4 テレビ画面の拡大図

得られる結果が、その要素の大きさに依存した代表量(平均量)を表すわけですから、温度や速度が急激に変化するところほど、要素分割も細かくする必要があります。

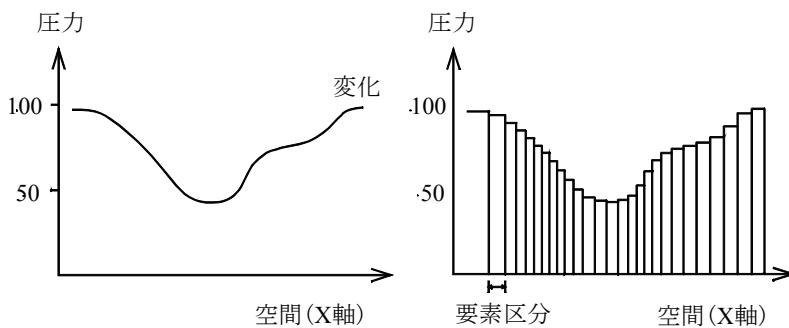


図5 自然現象の1次元変化

図6 自然現象の区分によるモデル化

例えば、図5のような1次元の連続的な変化を見るには、図6のように空間を分割して、1つの要素に変化に見合った1つの数値を与えるれば、自然現象をある程度模擬(モデル化)することができます。このとき図でも明らかなように、変化の激しいところは分割を細かくしないと表すことができません。

一般に、粗く分割したところは精度が悪く、細かく分割したところは精度が良くなります。これを解像度といいます。

解析においては、着目する物体の近傍は、流速や温度などが大きく変化するため小さな要素で、それから離れたところは大きな要素を使用するのが一般的です。

3.8 SCTsolverでの変数配置

- 流速成分、スカラー量共に節点上で定義されます。
- 時系列の値は、指定された座標値で補間された値になります。

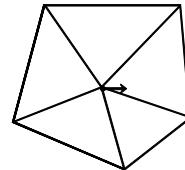


図1

SCRYU/Tetraの要素分割

図2, 3に示すように有限体積法の要素分割の仕方には大きく分けて2種類あります。

図2のようにメッシュの要素をそのまま分割要素として用いる手法は、**cell-centered scheme**と呼ばれ、図3のようにメッシュを構成する要素の重心や面の中心をつないで節点の周りに考えた体積を分割要素とする方法は**vertex-based scheme**と呼ばれます。離散化式が有限要素法と非常に良く似たものになるCVFEM法はvertex-based schemeの一種です。

SCRYU/Tetraでは、離散化方法の簡潔さやテトラメッシュの節点数と要素数の違いからくる解法の高速性等の理由から、vertex-based schemeを採用しています。離散化方法はCVFEM法よりも分割要素上の保存量の出入りをさらに綿密に評価するものになっています。

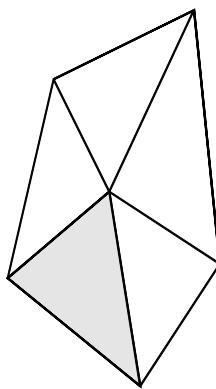


図2 cell-centered scheme

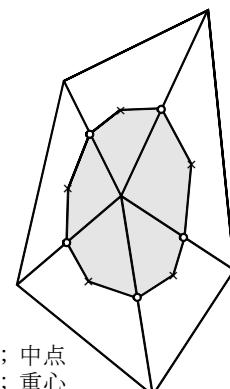


図3 vertex-based scheme

vertex-based schemeによる要素定義の場合、異なる物質の界面での要素定義を明確にしておく必要があります。図4のように物質1と物質2の境界付近のメッシュを考えます。

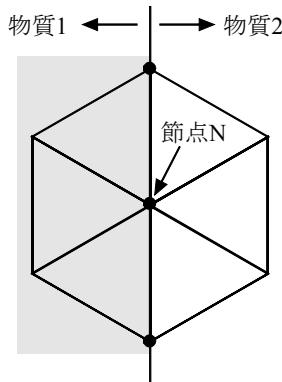


図4

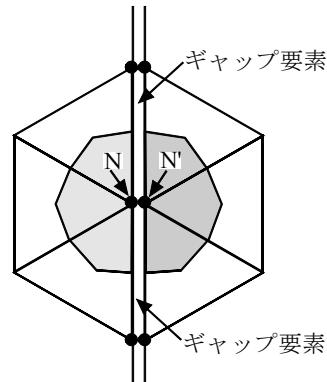


図5

このとき、前と同じように節点Nの周りにvertex-based scheme用の要素を考えると、この要素は2種類の物質を両方含んだものになってしまいます。これを避けるために、**SCRYU/Tetra**では両物質の界面に厚さ0の要素(ギャップ要素)を挟み込んで界面の節点を図5のようにNとN'に分割します。

これによりN, N'の周りにそれぞれ要素を定義でき、物質を両方含んだ要素の発生を避けることができます。

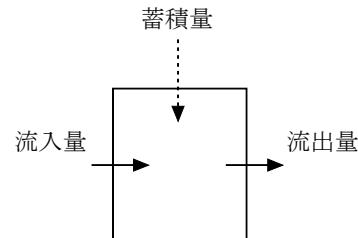
ギャップ要素は厚みは0ですが、プリズムまたは六面体のトポロジーを持ちます。ギャップ要素は両側の物質が流体、固体の別にかかわらず挿入され、これで隔てられた要素間にはデフォルトでは熱や物質の移動は生じません。ギャップ要素はSCTsolverが自動的に挿入するため、SCTpreでメッシュを取り扱う際にはこれを考慮する必要はありません。

しかし、フィールドファイル(FLDファイル)には結果がギャップ要素を含んだ形で出力されるため、ギャップ要素が挿入されると一般にSCTsolverの入力と出力では節点の番号づけが一致しません(SCTsolverはギャップ要素挿入後節点番号に基づいて情報出力します)。

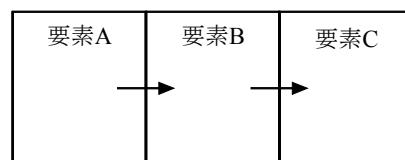
もしSCTsolverの出力と番号づけが一致したメッシュが必要な場合は、PREOファイルを指定してこれを出力してください。

3.9 有限体積法とマトリックス

数値解析を行う場合、解析領域を多数の要素に分割して計算を行いますが、これまで見たように有限体積法では、



という関係を個々の要素ごとに定式化します。この際、隣り合う要素では、



要素Aの流出量が要素Bの流入量となり、同様に、要素Bの流出量が要素Cの流入量となります。

このように、個々の要素の有限体積法による定式化は、隣り合った要素との相互関係を表すことになり、これを数学的に記述すると、連立方程式すなわち、マトリックスとなるわけです。したがって、コンピュータ上でこのマトリックスを解くことにより個々の要素での蓄積量と流入、流出量の関係を満たす答えが得られることになります。

3.10 非定常と定常

エアコンによって室内の空気が冷やされるという現象や、タバコの煙が室内へ拡がるというような現象は全て、時間の経過と結びついた変化です。

ここで、エアコンによって室内の空気が冷やされるという現象について、考えます。室内のあるポイントでの温度変化を時系列グラフに表すと、図1のようであったとします。

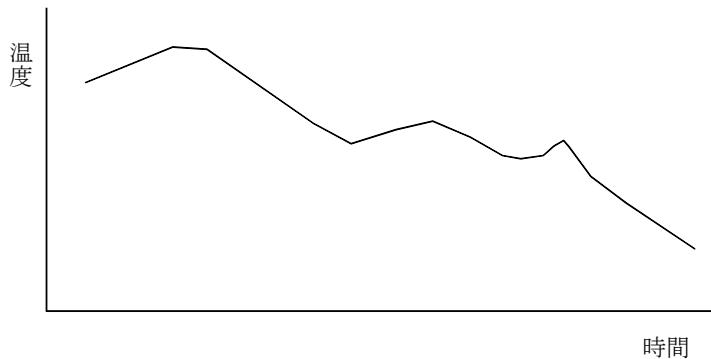


図1 室内のあるポイントでの温度変化

室内のあるポイントでの1時間後の温度を予測するのは難しいですが、1秒後であればある程度予測できるでしょう。これは、短い時間であれば、ある瞬間の現象のもつ変化の割合がそれ程変わらないと考えられるからです。

複雑な変動曲線も、微小な要素に分割すると、1つ1つは直線で近似できるのと同じだと考えて良いでしょう。

(1) 非定常解析

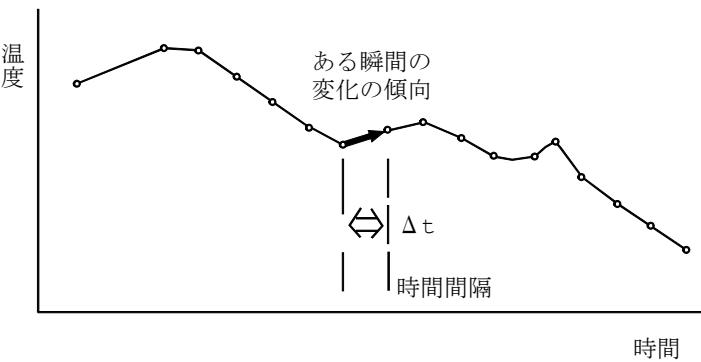


図2 非定常解析

非定常解析では、ある瞬間の変化の傾向を調べ、この変化の傾向をもとに次の瞬間の現象を求めます。ここでいう変化の傾向は、微小直線の傾きです。例えば、温度 T , 時間 t を以下の関数で表したときを考えます。

$$T(t) = at + b$$

ここで、

a ; ある瞬間での変化の傾向

室内のあるポイントでの温度は、独自で変化するのではなく、他の部分の温度から影響を受けて変化します。各々のポイントが相互に影響を受けるので、室内全体のポイント数だけ温度を求める必要があります。この相互関係はマトリックス(連立方程式)を形成することになり、このマトリックスを解くことにより、次の瞬間の温度変化を知ることができます。

コンピュータ上で、マトリックスを解く場合には"反復計算"が必要です。

$$T_1(t), T_2(t) \dots T_n(t)$$

という n 個の未知数の値を次々に更新しながら答えを搜していきます。

(2) クーラン数

ある変化の傾向をもとにして、予想できる範囲というのは、どのくらいでしょうか。

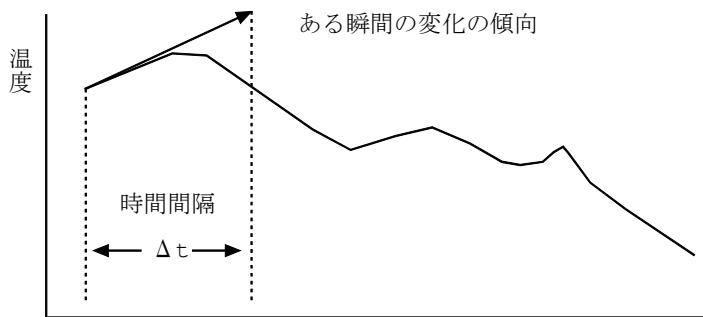


図3 変化の傾向

図3のような時間間隔で計算を行った場合、 Δt 時間後の値とは大きく異なるはずです。そこで、クーラン数という値を考えます。

クーラン数とは、図3のような誤った予想を防ぐためのパラメーターであり、時間間隔 Δt を適切な大きさに保つ働きを持つものです。

クーラン数による時間間隔の計算方法

$$\Delta t = \frac{\Delta L}{u} \times C$$

ここで、

ΔL ; 要素幅
 C ; クーラン数

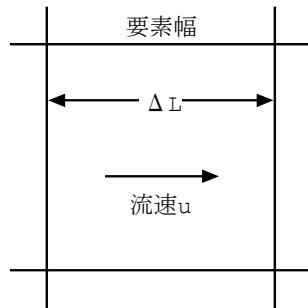


図4-1 クーラン数の定義

現象の変化を精度良く求める場合は、次式を満たすような Δt を使用します。

クーラン数 $C \leq 1$

ただし、要素によって要素幅も流速も違いますので、すべての要素の中で、最小の Δt 値を時間間隔とします。

クーラン数から時間間隔を求める方法では流速を使いますが、初期には流速分布がわかりませんので、とりあえず最初の Δt を与える必要があります。これを**初期時間間隔**と呼んでいます。

クーラン数を使わないで、ユーザーが時間間隔を設定することも可能です。
この場合もクーラン数1.0以下になる時間間隔にします。

SCRYU/Tetraではクーラン数から時間間隔を計算する方法として以下に示す二通りの方法が使用できます。

(a) コントロールボリューム(CV)に基づく方法

$$\Delta t = \frac{V_{cv}}{F_{cv}} \times C$$

ここで、

V_{cv} ; CVの体積
 F_{cv} ; CV界面を通過する体積流量

(b) 要素の大きさに基づく方法

$$\Delta t = \min\left(\frac{dx}{u}, \frac{dy}{v}, \frac{dz}{w}\right) \times C$$

ここで、

dx, dy, dz ; 要素の各軸方向の大きさ
 u, v, w ; 要素中心における流速ベクトルの成分

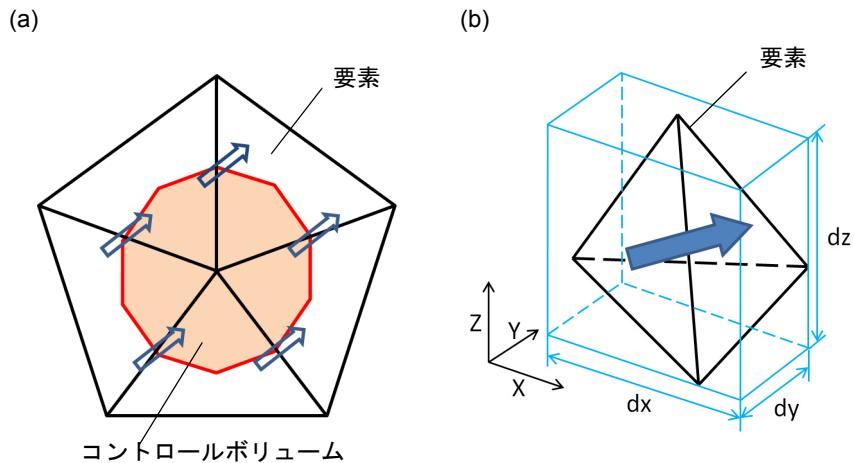


図4-2 クーラン数による時間間隔の計算に用いる要素の大きさ

現バージョンでは(a)のコントロールボリュームに基づく方法がデフォルトとして使用されます。

注意事項

- クーラン数は、上記のように流速から求めますので、流れのない状態で解析する場合には適用できません。
- 計算が不安定な場合や発散する場合は、クーラン数または時間間隔を小さくすると安定して解析が行える場合があります。

(3) 定常解析

定常解析では、時間的に変化しなくなる状態を求めようとなります。

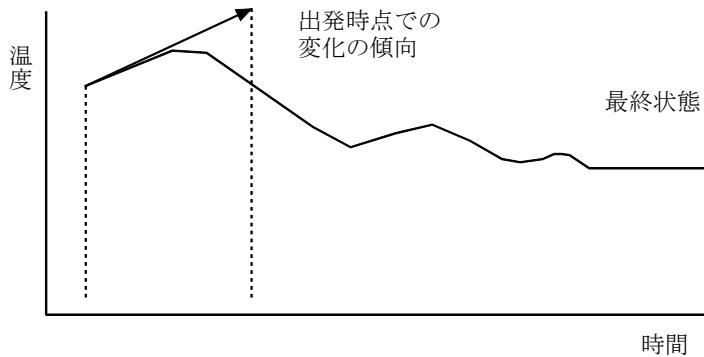


図5 定常解析

定常計算では、非定常計算と違って途中の経過状態を必要としません。知りたいのは最終状態のみです。したがって、"最終状態を正しく求めることができれば、途中経過は気にしない。"という考えに基づいて解析を行います。

しかし、出発時点では最終状態へと向かう変化の傾向を予測することはできません。予測できるのは、出発時点での変化の傾向が最後まで変わらない場合のみです。

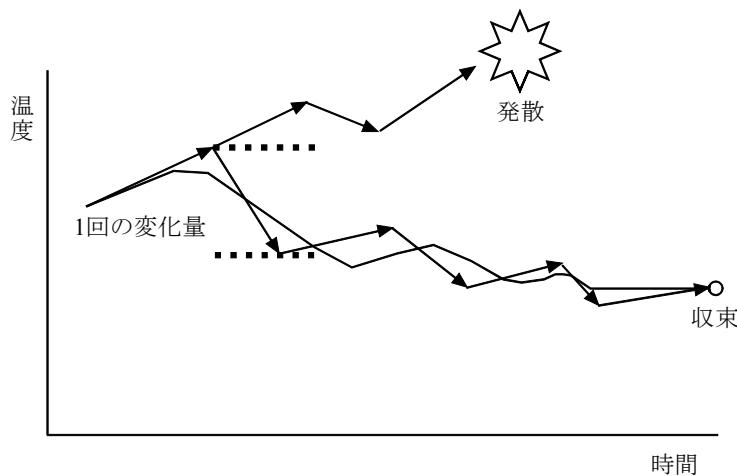


図6 定常解析のイメージ

定常解析も基本的には、非定常解析と同じような過程を経て、定常状態を求めます。しかし、その数値解析の手法は、非定常解析よりも、変化の傾向を大胆に予測するため、予測が大きくはずれる可能性も持ります。もちろん、予測がはずれないようにプログラムで制御されていますが、全てうまく行くとは限りません。

予測する1回の変化量が、大き過ぎると発散する可能性が高くなります。そこで、定常解析では、変化を抑えるパラメーターを与えて、変化量を制限しながら計算を進めます。

パラメーターには次の2つの種類があります。

- 慣性不足緩和
- 緩和係数
- 慣性不足緩和とは、時間間隔のことです。非定常解析では途中の経過も精度よく求めるために、クーラン数1以下で計算しましたが、定常解析では途中の精度は問題にせず、速く定常に達すればよいので、発散しない程度の大きな時間間隔を与えます。また方程式ごとに異なる時間間隔を与えることもできます。安定な方程式(強制対流のエネルギー保存式など)には大きな時間間隔、不安定な方程式(運動量保存式など)には小さな時間間隔を与えます。
- 緩和係数は、変化量に掛ける係数で0から1の値をとり、この値が小さいほど1回の変化量をきびしく制限します。

SCTsolverでは、定常解析を選択すると自動的にこれらの機能が働きますが、それでも発散する場合には、ユーザーがパラメーターをより小さく設定することが必要となります。

最終状態の定常解のみを求める場合、定常解析は、非定常解析よりも、一般的に短い実行時間で解析することができます。

(4) 非定常と定常についての補足

- **非定常解析**

境界条件や形状が時間的に変化する場合や時間的な結果が必要な場合
また、定常解が存在しない場合に行います。

- 一定時間間隔(Δt)で計算
 $\text{時間間隔} \times \text{サイクル数} = \text{実時間}$
- 初期時間間隔(Δt_0)とクーラン数で計算
 $\Delta t_0 + \sum \Delta t_i = \text{実時間}$
ここで、
 Δt_i ; iサイクルにおける時間間隔

- **定常解析**

境界条件や形状が時間的に変化しない解析に有効(無限大の時間間隔のイメージ)です。
サイクル数は、何回予想したかの意味になります。

関係するコマンド

- 定常判定値(STEDコマンド)
定常と見なす判定値

定常解析は、現サイクルと1サイクル前との変動量が定常判定値に判定の変数すべてが収まったときにSCTsolverは定常として停止します。

しかしながら、変化途中であっても変化量が少ないと定常と見なすこともありますので、時系列データを出力して時系列図で定常かどうかを判断する必要があります。

- **リスタート計算との応用**

強制対流と温度の解析を考えた場合、通常は両者を一度に計算します。
しかし、非圧縮性流体で、強制対流と比べて、浮力による流れへの影響が少ない場合、
 1. 初期計算で流れのみを定常計算する。
 2. リスタート計算で温度のみを非定常計算する。
 ということが可能です。これは一般に、流れの伝わる速度に比べて、熱の伝わる速度が遅いことに
対するものです。

第4章 基礎方程式

4.1 保存式

SCRYU/Tetraが扱う式は、流体質量の保存、流体運動量の保存、流体-固体のエネルギーの保存、乱流エネルギーと乱流消失率の移流拡散・生成消滅、並びに拡散物質の保存を表しています。

(1) 質量の保存式

非圧縮性流体の場合

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.1-1a)$$

圧縮性流体の場合

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho u_i = 0 \quad (4.1-1b)$$

(2) 運動量の保存式($i=1 \sim 3$)

非圧縮性流体の場合

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho u_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \rho g_i \beta (T - T_0) \quad (4.1-2a)$$

圧縮性流体の場合

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho u_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (4.1-2b)$$

(3) エネルギーの保存式

非圧縮性流体の場合

$$\frac{\partial \rho C_p T}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho C_p T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} K \frac{\partial T}{\partial x_j} + \dot{q} \quad (4.1-3a)$$

圧縮性流体の場合

$$\frac{\partial \rho H}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho H}{\partial x_j} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u_j p}{\partial x_j} + \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} K \frac{\partial T}{\partial x_j} + \dot{q} \quad (4.1-3b)$$

(4) 乱流エネルギー・乱流消失率の式(k-ε方程式)

非圧縮性流体の場合

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_s + G_T - \rho \varepsilon \quad (4.1-4a)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} (G_s + G_T) (1 + C_3 R_f) - C_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k} \quad (4.1-5a)$$

圧縮性流体の場合

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + \rho (G_s - G_{s1} - G_{s2} - G_{s3} - \varepsilon) \quad (4.1-4b)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} (G_s - G_{s1} - G_{s2} - G_{s3} - \varepsilon) - C_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k} \quad (4.1-5b)$$

(5) 拡散物質の保存式

非圧縮性流体の場合

$$\frac{\partial \rho C}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho C}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \rho D_m \frac{\partial C}{\partial x_j} + \rho \dot{d} \quad (4.1-6a)$$

圧縮性流体の場合

$$\frac{\partial \rho C}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho C}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \rho D_m \frac{\partial C}{\partial x_j} + \rho \dot{d} \quad (4.1-6b)$$

(6) 状態方程式

非圧縮性流体の場合

$$\rho = \text{一定} \quad (4.1-7a)$$

圧縮性流体の場合

$$p = \rho R T \quad (4.1-7b)$$

これらの式に現れる変数の意味は次の通りです。なお、式中のサフィックスにはEinsteinの総和規約が適用されます。

以後に表現される単位は全てSI単位系を使用していますが、**SCRYU/Tetra**の利用にあたっては、勿論異なる単位系を用いることもできます。

x_i	； 位置座標	[m]
u_i	； x_i 方向の流速	[m/s]
t	； 時間	[s]
ρ	； 流体か固体の密度	[kg/m ³]
p	； 流体の圧力	[Pa]
μ	； 粘性係数	[Pa•s]
		(= $\mu_f + \mu_t$; 分子粘性係数+渦粘性係数)
σ_{ij}	； 応力テンソル	
		$\left(= \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \left(p + \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right)$
H	； 比エンタルピー	[J/kg]
g_i	； 加速度	[m/s ²]
β	； 体膨張率	[1/K]
T	； 流体か固体の温度	[K]
T_0	； 流体の基準温度	[K]
C_p	； 定圧比熱	[J/kg•K]
K	； 热伝導率	[W/m•K]
\dot{q}	； 発熱量	[J/m ³ •s]
k	； 乱流エネルギー	[m ² /s ²]
ε	； 乱流消失率	[m ² /s ³]
C	； 拡散物質の濃度	[-]
D_m	； 拡散係数	[m ² /s]
\dot{d}	； 拡散物質の発生項	[1/s]
R	； ガス定数	[J/kg•K]

(1), (2), (3)及(5)式は、任意の閉曲面に囲まれた検査体積Vに関する質量、運動量、エネルギー及び拡散物質の保存を考えることにより導かれます。

それぞれの導出を次に述べます。なお、(4)のk-ε方程式については次章で説明します。

4.2 質量保存式の導出

流体の密度を ρ とすると、検査面 S を通って単位時間に流入する流体の質量は $-\int_S \rho u_i n_i dS$ (n_i : 検査面 S 上で S の外部へ向って立てた法線の方向余弦)です。

これが、検査面 S 内の質量増加 $\frac{d}{dt} \int_V \rho dV$ と等しくなります。

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = -\int_S \rho u_i n_i dS \quad (4.2-1)$$

(検査面 S 内の質量増加=検査面 S を通って流入する質量)

この式の右辺にGaussの積分定理を適用し、右辺を左辺に移行します。

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_V \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \rho u_i \right) dV = 0 \quad (4.2-2)$$

左辺第1項の微分積分の順序を入れ換え、まとめると次式になります。

$$\int_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho u_i \right) dV = 0 \quad (4.2-3)$$

上式は任意の検査体積 V で成立しますから、次式が導かれます。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho u_i = 0 \quad (4.2-4)$$

これが、一般的質量保存式です。

ところが、流体の速度が音速に比べて小さい場合は、その密度変化は極めて小さく、密度一定と考えられます。このような流体を**非圧縮性流体**といい、質量保存式は次式で表されます。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.2-5)$$

4.3 運動量保存式の導出

運動量の保存式は、検査面Sを通して単位時間に流入する質量が持込む運動量 $-\int_s \rho u_j n_j dS$ 、検査面Sに働く応力 $\int_s \sigma_{ij} n_j dS$ 、並びにS内の流体に働く外力 $\int_v \rho g_i dV$ の和が、検査面内の運動量増加 $\frac{d}{dt} \int_v \rho u_i dV$ とつり合うことから導かれます。

$$\frac{d}{dt} \int_v \rho u_i dV = -\int_s \rho u_i u_j n_j dS$$

(S内の運動量増加=Sを通って流入する運動量)

$$+\int_s \sigma_{ij} n_j dS \quad (Sに働く応力) \quad (\sigma_{ij}=\text{応力テンソル})$$

$$+\int_v \rho g_i dV \quad (S内の流体に働く外力)$$

(4.3-1)

この式にも前節と同様に、表面積分($\int_s dS$)にGaussの積分定理を適用し、右辺の第1項を左辺に移行します。

$$\frac{d}{dt} \int_v \rho u_i dV + \int_v \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) dV = \int_v \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} dV + \int_v \rho g_i dV \quad (4.3-2)$$

左辺第1項の微積分の順序を入れかえ、まとめると次式になります。

$$\int_v \left(\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_j (\rho u_i)}{\partial x_j} \right) dV = \int_v \left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \right) dV \quad (4.3-3)$$

上式は任意の検査体積Vで成立することから、次式が導かれます。

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_j (\rho u_i)}{\partial x_j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (4.3-4)$$

これが一般的な運動量保存式です。

上式は、応力テンソル σ_{ij} について何も述べていません。実は、 σ_{ij} をどのように取り扱うかによって、その流体の性質が決まります。例えば、流体が運動中にもかかわらず、せん断応力が働くかない場合には、その流体は完全流体と呼ばれます。

また運動中の流体内の応力が歪み速度 e_{ij} $\left(= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right)$ に比例する場合をニュートン流体と呼び、

そうでないものを非ニュートン流体と呼びます。したがって、 σ_{ij} をどのように扱うかが重要となります。しかし我々がよく見かける流体は、おおむねニュートン流体であり、等方的と見なせます。そのように考えると σ_{ij} は次式で表現されます。

$$\sigma_{ij} = (-p + \lambda e_{kk}) \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \quad (4.3-5)$$

pは静圧で、流体が静止している $e_{ij} = 0$ のときの応力です。

さらに、非圧縮性流体の場合、(4.3-5)式は $e_{kk} = 0$ から

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \quad (4.3-6)$$

となり、(4.3-6)式を(4.3-4)式に代入すると次式が導かれます。

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_j (\rho u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \rho g_i \quad (4.3-7)$$

流体中に生じる圧力変化では密度の変化はほとんどないと仮定すれば(4.3-7)式の微分内にある密度ρは外に出せるため

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + g_i \quad (4.3-8)$$

のように簡単化されます。しかし、重力場に存在する流体内の温度が非一様な分布をしている場合、浮力により対流が生じるため、その密度変化は無視できません。もちろん浮力は重力場の下で生じるため、重力項(ρg_i)の密度に関しては温度による変化を認めます。さらに、温度の偏差が小さい場合、以下に示す方法により、浮力は温度から直接定まります。温度および密度一定(それぞれ T_0, ρ_0)の静止流体中の圧力は次式を解けば求まります。

$$0 = -\frac{\partial p_0}{\partial x_i} + \rho_0 g_i$$

この式を積分すると、静止流体中の圧力分布は次のようになります。

$$p_0 = \rho_0 g_i x_i + \text{const} \quad (\text{注. Einsteinの総和規約を使用})$$

この状態(T_0, ρ_0, p_0)から温度が $T_0 + T'$ に変化したとき、密度と圧力はそれぞれ $\rho_0 + \rho'$, $p_0 + p'$ になるとすれば(4.3-7)式の圧力と浮力の項は

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i &= -\frac{\partial p_0}{\partial x_i} - \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \rho g_i = -\rho_0 g_i - \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \rho g_i \\ &= -\frac{\partial p'}{\partial x_i} + (\rho - \rho_0)g_i = -\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \rho' g_i = -\frac{\partial p'}{\partial x_i} - \rho_0 g_i \beta T' \end{aligned}$$

($\rho' = -\rho_0 \beta T'$ を使用、 β は体膨張率)

に置き換えられます。 p' を改めて p とおけば、非圧縮性流体の運動量保存式は次のようになります。

$$\frac{\partial p_0 u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_j p_0 u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \rho_0 g_i \beta (T - T_0) \quad (4.3-9)$$

4.4 エネルギー保存式の導出

エネルギーの保存式は、検査面Sを通して単位時間に流入する質量が持込むエネルギー

$$-\int_S \rho E u_j n_j dS, 応力によりなされる仕事 \int_S u_i \sigma_{ij} n_j dS, 外力によりなされる仕事 \int_V u_i \rho g_i dV, 検査面を通$$

して伝達される熱エネルギー $-\int_S q_j n_j dS$ (q_j ; 熱フラックス) 並びに検査体積内からの発熱 $\int_V \dot{q} dV$ の和

を、検査面内のエネルギー増加 $\frac{d}{dt} \int_V \rho E dV$ と等しくおけば導かれます。

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho E dV = -\int_S \rho E u_j n_j dS$$

(S内のエネルギー増加=S面を通って流入するエネルギー)

$$+\int_S u_i \sigma_{ij} n_j dS \quad (Sに働く応力によりなされる仕事)$$

$$+\int_V u_i \rho g_i dV \quad (外力によりなされる仕事)$$

$$-\int_S q_j n_j dS \quad (S面を通して伝達される熱エネルギー)$$

$$+\int_V \dot{q} dV \quad (\text{発熱})$$

(4.4-1)

ここでいうEとは、運動エネルギー($= \frac{1}{2} u_i u_i$)と内部エネルギー($= I$)の和を意味します。

$$E = \frac{1}{2} u_i u_i + I \quad (4.4-2)$$

(4.4-1)式にGaussの積分定理とVが任意にとれることを適用すると

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho E}{\partial x_j} = \frac{\partial u_i \sigma_{ij}}{\partial x_j} + u_i \rho g_i - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \dot{q} \quad (4.4-3)$$

が得られます。

(4.4-3)式のうち応力によりなされる仕事は次の2項に展開されます。

$$\frac{\partial u_i \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + u_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.4-4)$$

右辺第2項は(4.3-4)式の右辺第1項に u_i をかけたものです。したがって次式を満足します。

$$u_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = u_i \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_i (\rho u_i)}{\partial x_j} - u_i \rho g_i = \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \frac{1}{2} u_i u_i \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(u_j \rho \frac{1}{2} u_i u_i \right) - u_i \rho g_i \quad (4.4-5)$$

(4.4-2)式、(4.4-4)式および(4.4-5)式を(4.4-3)式に代入し整理すると、運動エネルギーに関する部分が消去され内部エネルギーの保存式が導かれます。

$$\frac{\partial \rho I}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho I}{\partial x_j} = \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \dot{q} \quad (4.4-6)$$

さらに内部エネルギーIは、エンタルピーHと次の関係にあります。

$$I = H - \frac{P}{\rho} \quad (4.4-7)$$

したがって、(4.4-6)式に(4.4-7)式を代入するとエンタルピーに対する保存式

$$\frac{\partial \rho H}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho H}{\partial x_j} = \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial u_j P}{\partial x_j} + \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \dot{q} \quad (4.4-8)$$

ができます。

(4.3-6)式を代入し、非圧縮条件を考慮すれば

$$\frac{\partial \rho H}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho H}{\partial x_j} = \frac{\partial p}{\partial t} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} + 2\mu e_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_j} + \dot{q} \quad (4.4-9)$$

となり、さらにエンタルピーHは定圧比熱C_pと温度Tの積で表されるので

$$\frac{\partial \rho C_p T}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho C_p T}{\partial x_j} = \frac{\partial p}{\partial t} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} + 2\mu e_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_j} + \dot{q} \quad (4.4-10)$$

となります。

液体あるいは速度が音速に比べて小さい気体のように非圧縮性流体の場合、(4.4-10)式の右辺第1, 2, 3項は、他項より小さいので省略できます。

また、熱フラックスq_jは、その位置の温度勾配に比例する(Fourierの法則)とすれば

$$q_j = -K \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (4.4-11)$$

を(4.4-10)式に代入でき温度に対する基礎式が導かれます。比例定数Kを熱伝導率といい、一般にはテンソルですが、(4.4-11)式では等方性を仮定しています。

$$\frac{\partial \rho C_p T}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho C_p T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} K \frac{\partial T}{\partial x_j} + \dot{q} \quad (4.4-12)$$

圧縮性流体の場合のエネルギー保存式である(4.4-8)式について、応力テンソルについての(4.3-5)式を適用すると次式が得られます。

$$\frac{\partial \rho H}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho H}{\partial x_j} = \frac{\partial p}{\partial t} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_j} + \dot{q} \quad (4.4-13)$$

ここで、せん断応力を $\tau_{ij} = \lambda e_{kk} \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}$ としています。熱バランス出力では、(4.4-13)式の右辺第1と第2項の総発熱量がCOMPRESSIBILITYのITEM名で出力されます。上述の通り、これらの項は非圧縮性流体の場合は省略されます。また、SHEQコマンドによりせん断発熱が考慮される解析では、右辺第3項の総発熱量がVISC.DISSIPATIONのITEM名で出力されます。これは、後述のENGDコマンドでのSTYPオプションの指定に依りません。

SHEQコマンドで制御されるせん断発熱項の定義は、ENGDコマンドのSTYPオプションで、エンタルピー式におけるせん断発熱の項(STYP=1)または全エネルギー保存式における項(STYP=2)が選択されます。前者の場合(STYP=1)、エンタルピーの保存式である(4.4-13)の右辺第3項 $\tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ がSHEQコマンドで制御される対象となります。このとき、せん断発熱を考慮しない場合に解かれる式は、

$$\frac{\partial \rho H}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho H}{\partial x_j} = \frac{\partial p}{\partial t} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_j} + \dot{q} \quad (4.4-14)$$

です。一方で後者の場合(STYP=2)は、全エネルギーの保存式である(4.4-3)式でのせん断応力項 $\frac{\partial u_i \tau_{ij}}{\partial x_j}$ が対象となります。この項を考慮しない場合の全エネルギーの保存式と実際に解かれるエンタルピーの保存式は、それぞれ

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho E}{\partial x_j} = - \frac{\partial u_i p}{\partial x_j} + u_i \rho g_i - \frac{\partial q_i}{\partial x_j} + \dot{q} \quad (4.4-15)$$

$$\frac{\partial \rho H}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho H}{\partial x_j} = \frac{\partial p}{\partial t} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} + u_i \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_j} + \dot{q} \quad (4.4-16)$$

となります。せん断発熱を考慮する計算では、STYPオプションでの指定に依らず同じ保存式が解かれます。

4.5 拡散物質保存式の導出

拡散物質の保存式は、検査面Sを通して単位時間に流入する流体が持込む拡散物質 $-\int_s \rho C u_j n_j dS$ および検査面前後の濃度勾配により生じる物質輸送 $-\int_s \rho F_j n_j dS$ (F_j ; 拡散フラックス)の和を、検査面内の拡散物質量の増加 $\frac{d}{dt} \int_v \rho C dV$ と等しくおけば導かれます。

$$\frac{d}{dt} \int_v \rho C dV = -\int_s \rho C u_j n_j dS$$

(S内の拡散物質の増加=S面を通って流入する拡散物質)

$$-\int_s \rho F_j n_j dS \quad (S面直後の濃度勾配により輸送される拡散物質)$$

$$+\int_v \rho \dot{d} dS \quad (S内の拡散物質の発生)$$

(4.5-1)

(4.5-1)式に、Gaussの積分定理とvが任意にとれることを適用すると

$$\frac{\partial \rho C}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho C}{\partial x_j} = -\frac{\partial \rho F_j}{\partial x_j} + \rho \dot{d} \quad (4.5-2)$$

が得られます。

F_j は、その位置での拡散物質の濃度勾配に比例する(Fickの法則)とすれば

$$F_j = -D_m \frac{\partial C}{\partial x_j} \quad (4.5-3)$$

を(4.5-2)式に代入でき、拡散物質に対する基礎式が導かれます。

ここで比例係数 D_m を拡散係数といい、一般にはテンソルですが、(4.5-4)式では等方性を仮定しています。

$$\frac{\partial \rho C}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho C}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \rho D_m \frac{\partial C}{\partial x_j} + \rho \dot{d} \quad (4.5-4)$$

4.6 ALE

移動する物体周りの流れを扱える方法に、ALE(Arbitrary Lagrangian Eulerian)という手法があります。これはメッシュを移動させる方法で、メッシュの移動による影響を静止座標系の式に追加します。

(1) 質量保存式

非圧縮性流体の場合

$$\frac{\partial(u_i - v_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (4.6-1a)$$

圧縮性流体の場合

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} p(u_i - v_i) = 0 \quad (4.6-1b)$$

(2) 運動量保存式

非圧縮性流体の場合

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_j - v_j)\rho u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \rho g_i \beta(T - T_0) \quad (4.6-2a)$$

圧縮性流体の場合

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_j - v_j)\rho u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (4.6-2b)$$

エネルギー保存式、乱流の式等(4.1-3a)式～(4.1-6b)式についても、左辺第2項の u_j を $(u_j - v_j)$ に置き換える必要があります。

ここで追加された v_j はメッシュの移動速度を意味します。なお、ここに現れる変数は、全て静止座標系でみた値を使っていることに注意が必要です。

4.7 輻射

輻射解析では、まず粒子追跡により形態係数 F を求めます。
例えば、面*i*から面*j*への形態係数 F_{ij} は次式で与えられます。

$$F_{ij} = N_{ij}/N_i$$

ここで、

N_i ; 面*i*での発生粒子数

N_{ij} ; N_i のうち面*j*への到達粒子数

(1) 热輻射

热輻射による面*i*の热フラックス q_r は

$$q_r = I_i - J_i \quad (4.7-1)$$

で与えられます。

J_i は面*i*のラジオシティ、 I_i は面*i*の入射量で、次の関係にあります。

$$J_i = E_i + \rho_i I_i \quad (4.7-2)$$

$$I_i = \sum F_{ij} J_j \quad (4.7-3)$$

ここで、

E_i ; 面*i*の射出能($= \varepsilon \sigma T^4$)

ε ; 面*i*の輻射率

T ; 面*i*の絶対温度

σ ; ステファン・ボルツマン定数

ρ_i ; 面*i*の反射率($= 1 - \varepsilon$)

F_{ij} ; 面*i*から面*j*への形態係数

(4.7-3)式を(4.7-2)式に代入した

$$J_i = E_i + \rho_i (\sum F_{ij} J_j) \quad (4.7-4)$$

を解いて、全ての面の J が求まります。 I は J と(4.7-2)式から求まりますから、 I と J を(4.7-1)式に代入して熱フラックス q_r が求まります。

輻射の影響は $\int_s q_r ds$ の項を(4.4-1)式の右辺に追加することで考慮されます。

(2) ソーラー輻射

ソーラー輻射の場合も熱輻射と基本的には同じです。

ただし、面 i の熱フラックス q_i とラジオシティ J_i の定義が次のように変わります。

$$q_i = \alpha_s(I_i + I_s)$$

$$J_i = \rho_s(I_i + I_s)$$

ここで、

α_s ; 面 i の日射吸收率

ρ_s ; 面 i の日射反射率

I_s ; 面 i が受ける日射量(対象地点の位置や時刻などから計算される)

(3) グルーピング

通常、計算の効率化を目的に複数の面をまとめ、1つのグループ面とします。形態係数 F やラジオシティ J などはこのグループ面ごとに設定されます。

グルーピングとはこのように面数を実行可能な数まで減らすことを指します。

(4) 輻射スペクトルと輻射率の波長依存

輻射率が1である理想的な輻射体を**黒体(blackbody)**と呼びます。そして、黒体から放射される輻射を**黒体輻射**と呼び、そのスペクトル(波長分布)は次の式で表されるプランク則に従います。

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2/\lambda^5}{\exp(hc/\lambda kT) - 1} \quad [\text{J}/(\text{m}^3 \cdot \mu\text{m})]$$

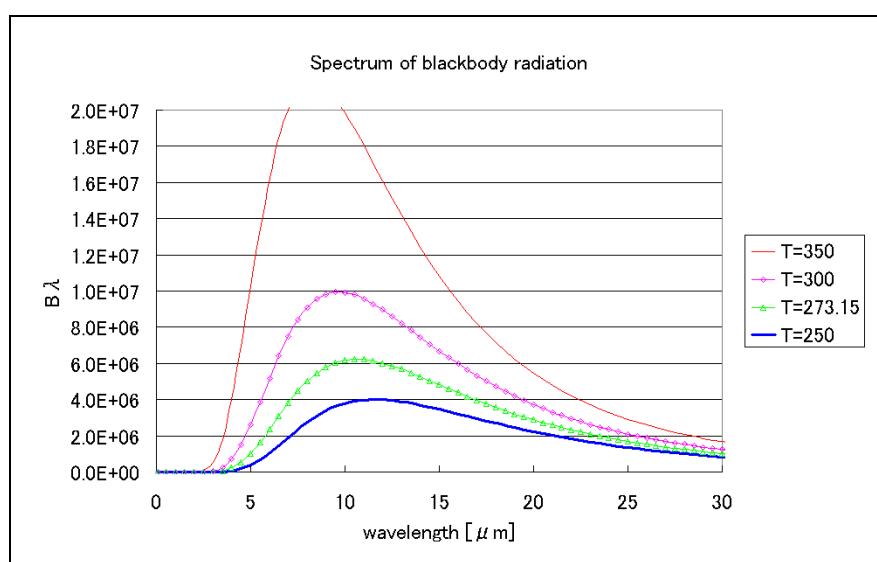
ここで、 T は絶対温度[K]、 λ は波長[m]をあらわします。また h , c , k は以下に示す物理定数です。

プランク定数 $h = 6.626 \times 10^{-34} \quad [\text{J}\cdot\text{s}]$

光速 $c = 2.998 \times 10^8 \quad [\text{m}/\text{s}]$

ボルツマン定数 $k = 1.381 \times 10^{-23} \quad [\text{J}/\text{K}]$

この式は単位波長間隔($d\lambda$)の輻射のエネルギー密度を表しており、グラフ表示すると次の図のようになります。



このスペクトルから、ピーク波長は絶対温度に反比例することが導かれます。

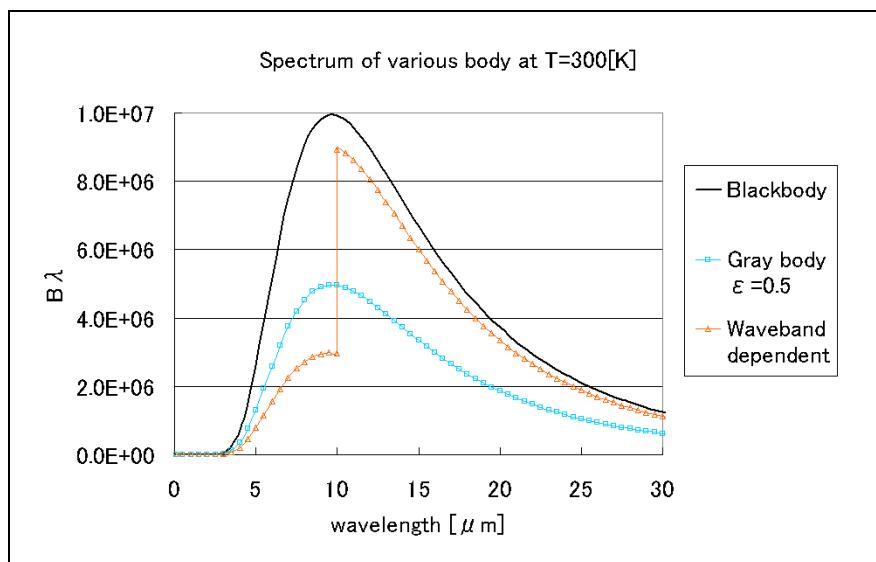
$$\lambda_{\text{peak}} = \frac{2900}{T} \quad [\mu\text{m}]$$

また輻射のエネルギーを全波長で積分すると次式の通り絶対温度(T)の4乗に比例します。

$$\int_0^{\infty} B_{\lambda}(T) d\lambda = \frac{2\pi^4 k^4}{15 c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4$$

ここで、 σ はステファン・ボルツマン定数として定義されている定数です。温度が上昇すると輻射のエネルギー総量は急激に増加しますが、それに加えて輻射の波長のピークが短波長側にシフトします。高温では短波長の輻射の割合が多くなり、長波長の輻射の割合は少なくなります。

実在の物体は輻射率が1より小さいため、実際の解析では輻射率(ϵ)を設定します。波長依存性を考慮しない場合は、単純にすべての波長で輻射率は一定とみなします(これを灰色体と呼びます)。それに対し、波長依存を考慮するには、波長依存を持つ輻射率を設定する必要があります。SCRYU/Tetraではまず境界波長を入力し、輻射の波長を複数のバンド(波長帯)に分割します。たとえば境界波長に10[μm]を入力して2つのバンドに分割し、長波長側の輻射率を0.9、短波長側の輻射率を0.3とすると温度 $T=300[K]$ での輻射のスペクトルは次のグラフのようになります。SCRYU/Tetraではこのようにして波長依存性のある輻射率をモデル化します。ただし、VF法でのみ利用でき、フラックス法では利用できません。



参考文献

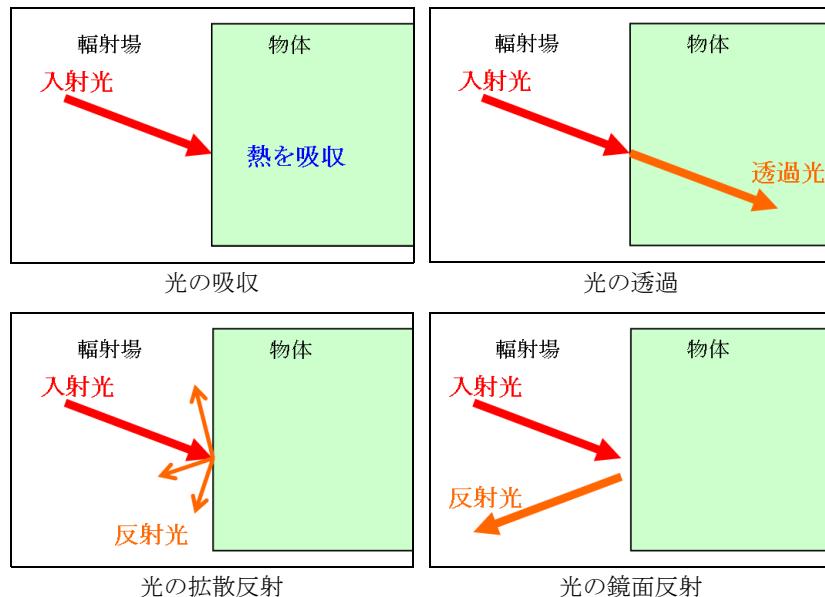
- George B. Rybicki and Alan P. Lightman, "Radiative Processes in Astrophysics", A Wiley-Interscience publication, p22, (1979),
- 長岡洋介, 岩波基礎物理シリーズ7 "統計力学", 岩波書店, p151-, (1994)

(5) 輻射特性パラメータ

SCRYU/TetraのVF法の輻射解析では輻射特性を指定するパラメータは次の4種類を扱っています。

- 吸收率(=輻射率)^{*}
- 透過率
- 拡散反射率
- 鏡面反射率

それぞれ、以下の図に示すような輻射に対する作用を起こす割合を表します。



これらの4つのパラメータを組み合わせてさまざまな輻射特性を指定します。また、多波長解析においては波長帯ごとに異なる輻射特性を設定できます。ただし、物理原則からこれら4つの値の合計は1になります。具体的なコマンドでの設定方法は、[第2部 2.2.2 热輻射 \(3\) 热輻射の補足](#)を参照してください。

*. キルヒホップの法則から吸收率と輻射率は原理的に等しい。

第5章 境界条件

5.1 流入流出境界条件

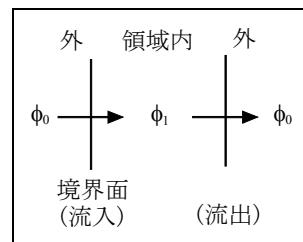
流れが流入流出する境界を流入流出境界と呼んでいます。この流れに起因した物理量(質量、運動量、エネルギー、拡散物質など)の移動を移流と呼びます。物理量を一般変数 ϕ と呼ぶことになると、流入流出境界から移流によって入ってくる量は次の一般形で表されます。

$$-\int_s \phi u_j n_j dS \quad (5.1-1)$$

ここで、

- u_j ; 検査面(境界面)の流速
- n_j ; 検査面に外向きに立てた法線の方向余弦

この式から分かるように、流入流出境界条件を与えるには、境界面に垂直な流速成分と境界面での ϕ の値が必要です。境界面に垂直な流速成分は、ユーザーが指定する必要があります。これは境界面の流速、流量または圧力を与えることにより規定されます。次に境界面での ϕ の設定について説明します。流出の場合は、境界面での ϕ として領域内の値(図の ϕ_1)を使用します。流入の場合は、境界面での ϕ の値は未知ですので、領域外の値(図の ϕ_0)をユーザーが与える必要があります。圧縮性流体の場合の流入流出条件については第2部 2.7 圧縮性流体の(2) 圧縮性流体解析の流入流出境界条件を参照してください。



流入流出境界条件は流体と解析領域外との境界面にのみ設定可能で、以下のようなものがあります。

- 流速に関する条件
流速規定、質量流量規定、自然流入流出条件、自然流出条件(自由表面解析のみ)
- 圧力を規定する条件
表面圧力規定、全圧規定

出入口に与える流入流出境界条件として、流速規定と表面圧力規定は既に説明していますので、ここではその他の代表的な条件と注意点を説明します。

(1) 全圧規定

計算される圧力は静圧です。流れが図1のように滑らかな流路を通るとき、側面に抵抗がなければ図1の流路の1と2の位置で次のような簡単な関係ができます。

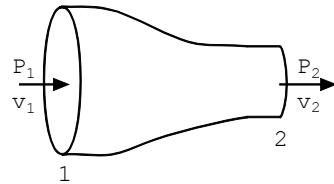


図1 滑らかな流路

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

ここで、

P_1	；	1面の静圧
v_1	；	1面の流速
P_2	；	2面の静圧
v_2	；	2面の流速
ρ	；	流体の密度

これが有名なベルヌーイの式で、流路に抵抗のない場合に全ての断面で成り立ちます。

$\frac{1}{2}\rho v^2$ は圧力の次元を持ち、動圧と呼ばれています。

つまり、このような流路では、全ての断面で静圧と動圧を足した値は一定になります。この静圧と動圧の和を全圧と呼び、ベルヌーイの式を言葉で表現すると、滑らかな流路の全ての断面で全圧一定という言い方ができます。

静止している流体が徐々に加速されて速くなっていく場合、ベルヌーイの式によれば、静圧は下がっていきます。

以上を踏まえて、次のような問題を考えます。

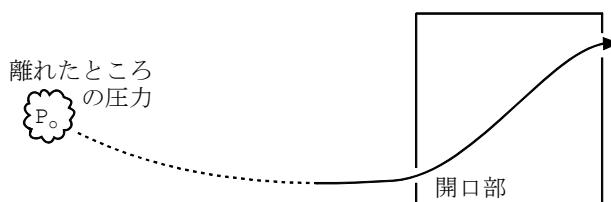


図2 開口部のある箱と周りの条件

箱の一部に開口部があり、そこから流れが入って来ることはわかっていて、開口部から離れたところの圧力もわかっているときに、開口部に与える条件を考えます。この問題は箱の外側の離れたところまでを図3のように解析領域にすれば、圧力はわかっていますので、表面圧力規定が境界に適用できます。

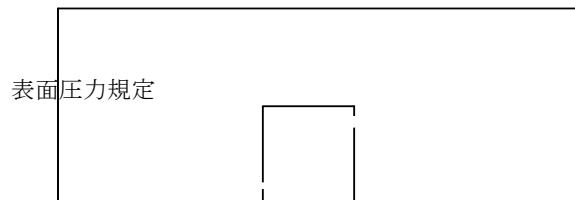


図3

しかし、広い空間に渡って要素分割が必要ですので、計算量が膨大になる可能性があります。このようなときに箱の部分だけを解析対象にしたい場合、開口部には**全圧規定**を与えることができます。

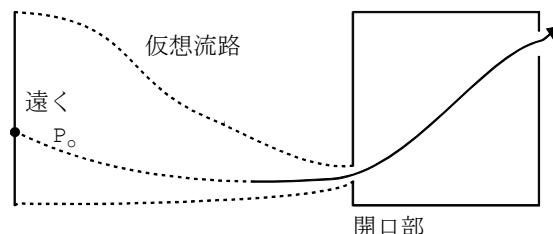


図4 仮想流路

これは図4に示すように離れたところから開口部へ向かう仮想流路を仮定すると、その流路ではベルヌーイの式が成り立つと想像できることから、開口部に次式を適用します。

$$P_0 = P + \frac{1}{2}\rho v^2$$

ここで、

P_0 ; 離れたところの圧力(入力)

P ; 開口部の静圧

v ; 開口部の流速

上式は離れたところでは流れは静止しているとして、ベルヌーイの式を適用しています。全圧規定では離れたところの圧力(全圧)を与えます。全圧規定は、一般に入口にのみ適用できます。

出口にも全圧規定を設定できますが、逆流がなければ表面圧力規定として扱われます。

(2) 自然流入流出

流れが入ってくるか出ていくかが任意であり、なお且つ流速も圧力もその境界面ではわからない時に使われる条件がこの**自然流入流出条件**です。自然流入流出条件は境界面の近傍で、面に垂直方向には流速も圧力も変化しない(=勾配ゼロ)という条件を与えています。したがって、境界面の近くで流れの変化がさほど大きないと考えられる場合には、この条件を設定することができます。

この条件は、流れに関して具体的な入力条件を必要としません。必要なのは条件を設定する場所のみです。そのため一見簡便な境界条件のようですが、安定性、確実性の点で言うと、できるだけ流速や圧力を具体的に与える条件指定を行うほうが好ましいでしょう。特に、自然流入流出条件を用いている場合にも、流入が起こりえる場合には、流入してくる温度や乱流量などに対する入力を明示することが強く望されます。

具体的にこの条件を用いる例としては次のような場合があります。物体の後ろや急に拡大する流路では、しばしば渦ができます(図5)。

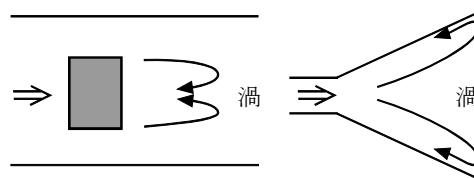


図5 渦域

この場合、理想的には、下流側の境界は渦が自然と消えていくまで、かなり後方にとることが必要です。そこでは流れも一様化され、圧力の変化もない領域になるため、表面圧力規定を使うことが出来ます。しかし、もし下流側の結果がそれ程重要ではなく、注目する解析対象が渦を作る物体や急拡部の上流側であるならば、下流側の遠くまでむやみに解析領域を広げるのは非効率です。このような時は、図6のように自然流入流出条件を適用すれば、解析できる渦域は小さくなります、流出していく渦を捉えつつ注目する上流側の解析対象への悪影響を抑えることができるため、下流側の領域を大幅に割愛することができます。

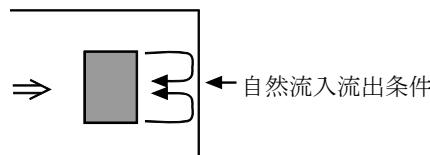


図6 渦域での自然流入流出条件

しかし、いざれにしても、流れの変動が大きい場所に流入流出境界を持ってくると、結果に何らかの非物理的な影響を与えるのは避けられません。他の方法で置き換えるが困難な場合の最後の手段と考えるのが適当です。

(3) 自然流出

流れが必ず出でていく場合で、流速も圧力もその境界面ではわからない時に使われる条件が**自然流出**です。自然流入流出と同じで、境界近傍で流れの変化がさほど大きくない場合に設定することができます。自然流入流出と異なるのは、流れが逆流して入ってくる状態になったときに、その逆流を止めてしまう点です。したがって、この条件を設定して、境界面近くで逆流する様子が見えた場合、その逆流は境界面で強制的に打ち消されていることになりますので、境界近傍の結果は妥当ではないことに注意する必要があります。

SCRYU/Tetraでは自然流出条件が使えるのは自由表面解析(改良MAC法及びVOF法)に限定されています。これらの解析では、液体の自重により高さ方向に分布を持つ"静水圧"が生まれます。このため、出口境界の圧力を一定とはみなせないので、一般に自然流出条件が推奨されますが、それ以外には用いることができません。

(4) 流入流出境界条件における注意事項

- 圧力規定を使用していない場合

非圧縮性流体の解析では、出入口境界に圧力に関する条件がどこにも指定されていない場合、圧力は正確には定まりません。その場合、領域内のどこか1点の圧力を指定する必要があります。これを**圧力固定**と呼んでいます。

例えば、全てが壁に囲まれた領域での自然対流解析、出入口境界条件が全て流速規定、自然(流入)流出条件の場合などは、この圧力固定を行います(境界条件で、表面または全圧規定されている場合は不要)。

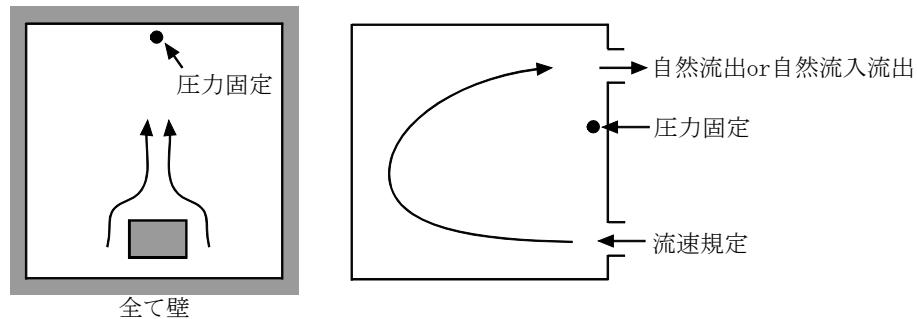


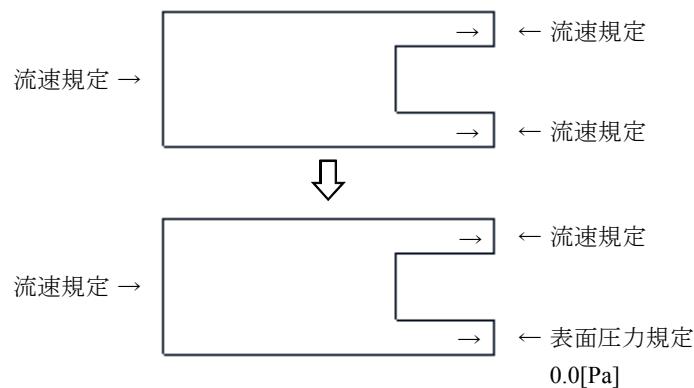
図7 圧力固定の必要な例

また、圧力損失やファンのP-Qテーブルを用いる解析では、圧力差から流速を求めるために流入流出条件で圧力に関する条件を設定するか圧力固定をしている必要があります。

- すべての流入流出口の流速がわかっている場合

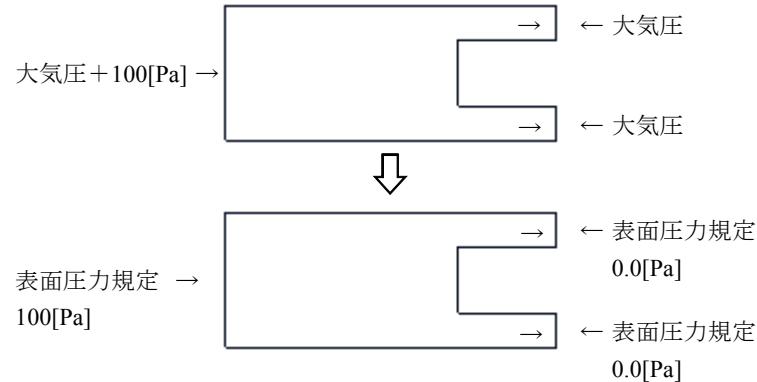
質量の保存則を満足するためには、総流入量と総流出量が一致する必要があります。

要素分割後の流入流出面積は、もと形状と厳密に一致しない場合があります。このような場合、流入流出量が変化しますので、非圧縮性では、質量保存則を満足しなくなります。要素分割後の面積から流速を求め直すか、圧力規定などを使用します。



- 複数の流入流出口の圧力がわかっている場合

非圧縮性流体の解析で求める圧力は、ある基準値からの差圧ですので、一番低い圧力を基準として、境界条件を設定します。



5.2 壁面境界条件

(1) 運動量式の壁面境界条件

壁面境界条件は、質量の流れにより運ばれるものではないため、質量保存式には、直接影響を与えませんが、境界面を通して、運動量、エネルギー並びに拡散物質の保存式に影響をおよぼす規制条件です。

運動量式に関する壁面境界条件を**壁面応力条件**と呼びます。(4.3-1)式には検査面を通して、運動量に変化を与える項が2項あります。そのうち $-\int_S \rho u_i u_j n_j ds$ は流入流出境界条件に寄与する項で、 $\int_S \sigma_{ij} n_j ds$ がここでいう壁面応力条件に関与します。この式から明らかに検査面内の運動量を定めるには、境界面Sにおいて、応力 σ_{ij} が指定される必要があり、応力の作用の仕方により、境界面の性質が決まります。

壁面応力条件は、この流体と壁面との境界面の摩擦応力 σ_{ij} の作用の仕方を規定する条件です。壁面応力条件は流体と流体以外が接する面に設定可能で、次のような条件があります。

壁面抵抗が作用しない条件

- Free Slip

壁面抵抗が作用する条件

- 滑らかな壁
No Slip
- 対数則
- 粗い壁(粗面対数則)

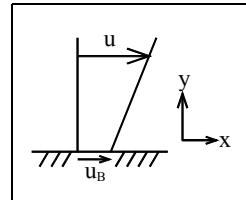
それぞれの条件に対して、壁面の移動速度(平行移動、回転移動、接線方向移動、メッシュの移動速度)を考慮することができます。回転移動壁の回転は、右ねじが進む方向に回るのが正值です。

ここでは一般的な条件である滑らかな壁条件(No Slip, 対数則)について詳しく記述します。

説明をわかりやすくするため、以後は境界面に平行な方向をX方向、境界面に垂直な方向をY方向とし、面はフラットとします。

1. No Slip

境界面が固体表面とすると、流体は固体表面では、その相対速度が0となり、表面に粘着します。流体が、ニュートン流体で、流れの状態が層流ならばX方向に作用する応力(X-Yが直交すると仮定するため、せん断力となる)は次式で示されます。



$$\sigma_{xy} = \mu \frac{\partial(u - u_B)}{\partial y} \quad (5.2-1)$$

ここで、

- u ; X方向の流速 [m/s]
- u_B ; 固体壁面のX方向流速 [m/s]
- μ ; 分子粘性係数 [Pa·s]=[kg/(m·s)]

したがって、 u_B , μ およびX, Y方向を定めれば、境界面の応力が与えられます。

2. 対数則(log-law)

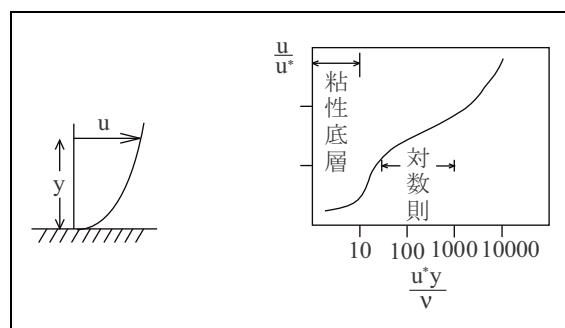
流れが乱流の場合、壁面近傍は層流ほど単純ではなくなります。平板に沿う一様流れで生じる乱流境界層は実験によると次式の速度分布になります。

$$\frac{u}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{u^* y}{v} + A \quad (5.2-2)$$

ここで、

- κ ; カルマン定数(=0.4)
- A ; 定数(=5.5)
- y ; 壁面からの距離 [m]
- u ; y の位置における流速 [m/s]
- u^* ; 摩擦速度($= \sqrt{\tau_0 / \rho}$) [m/s]
- τ_0 ; せん断力 [$\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s}^2)$]
- ρ ; 流体の密度 [$\text{kg}/(\text{m}^3)$]
- v ; 動粘性係数($= \mu / \rho$) [m^2/s]

これが対数則です。



ただし、図に示す通り $\frac{u^*y}{v} < 30$ のときは、分布が異なり次式に近づきます。

$$\frac{u}{u^*} = \frac{u^*y}{v} \quad (5.2-3)$$

この式は τ_w について書き直すと、No Slip 壁で現れた式と等しく、せん断力が速度勾配に比例することを示します。壁面直近は式上において層流状態に近いと考えられ、**粘性底層**と呼ばれています。

また、 $\frac{u^*y}{v} > 1000$ になると(5.2-2)式から速度分布が離れていきます。したがって、対数則の適用範囲

はおおよそ図からもわかる通り、 $30 < \frac{u^*y}{v} < 1000$ になります。以下、 $\frac{u^*y}{v}$ を壁からの無次元距離 y^+

(ワイプラス)と呼ぶことにします。

y^+ が 11.6 のとき、(5.2-2)式と(5.2-3)式は同じせん断応力を与えます。そこで、 y^+ が 11.6 以上では(5.2-2)式、11.6 以下では(5.2-3)式を用いて壁応力を求めます。

また、対数層と粘性底層との壁条件の切り替えをより滑らかに行い、精度の高い乱流壁条件を与える機能(=低レイノルズ数域包括型壁関数)も用意されています(**ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 WLTYコマンド** 参照)。

対数則を使用する際にはその適用範囲に収まるようなメッシュを配置することが重要となります。対数則が成り立つような壁からの第1メッシュの大きさは、 $30 < \frac{u^*y}{v} < 1000$ を満足するような y から求

まります。ただし、 u^* は一般に解析的に算出することができないため、このままでは y が求まらず、メッシュの大きさを決めることができません。そこで、参考までに 300[K] の空気と水の場合の資料を添付します。

注意事項

- この値は概算であり、流れの状況によって異なります。

空気(300[K])の y^+ と壁からの距離y[m]

[m/s]	$y^+=30$	$y^+=100$	$y^+=300$	$y^+=1000$
0.01	0.664	2.688	9.366	35.976
0.03	0.221	0.896	3.122	11.992
0.05	0.133	0.538	1.873	7.195
0.07	0.095	0.384	1.338	5.139
0.10	0.066	0.269	0.937	3.598
0.30	0.022	0.090	0.312	1.200
0.50	0.013	0.054	0.187	0.720
0.70	0.009	0.038	0.134	0.514
1.00	0.0066	0.0269	0.0937	0.3598
3.00	0.0022	0.0089	0.0312	0.1200
5.00	0.0013	0.0054	0.0187	0.0720
7.00	0.0009	0.0038	0.0134	0.0514
10.00	0.00066	0.0027	0.0094	0.0359
13.00	0.00051	0.0021	0.0072	0.0276
15.00	0.00044	0.0018	0.0062	0.0240
17.00	0.00039	0.0016	0.0055	0.0211
20.00	0.00033	0.0013	0.0047	0.0180
25.00	0.00026	0.0011	0.0037	0.0144
30.00	0.00022	0.0009	0.0031	0.0120
35.00	0.00019	0.0008	0.0026	0.0103
40.00	0.00017	0.0007	0.0023	0.0090
45.00	0.00015	0.0006	0.0021	0.0080
50.00	0.00013	0.0005	0.0018	0.0072
60.00	0.00011	0.0004	0.0016	0.0060
70.00	0.00009	0.00038	0.0013	0.0051
80.00	0.000083	0.00034	0.0012	0.0045
90.00	0.000074	0.00030	0.0010	0.0040
100.00	0.000066	0.00027	0.0009	0.0036

水(300[K])の y^+ と壁からの距離y[m]

[m/s]	$y^+=30$	$y^+=100$	$y^+=300$	$y^+=1000$
0.01	0.0357	0.1446	0.5039	1.9354
0.03	0.0119	0.0482	0.1680	0.6451
0.05	0.0071	0.0289	0.1008	0.3871
0.07	0.0051	0.0207	0.0720	0.2765
0.10	0.0036	0.0145	0.0504	0.1935
0.30	0.0012	0.00482	0.01680	0.06451
0.50	0.0007	0.00289	0.01008	0.03871
0.70	0.0005	0.00207	0.00720	0.02765
1.00	0.00035	0.001446	0.005039	0.019354
3.00	0.00012	0.000482	0.001680	0.006451
5.00	0.000071	0.000289	0.001008	0.003871
7.00	0.000051	0.000207	0.000720	0.002765
10.00	0.000036	0.000145	0.000504	0.001935
13.00	0.000027	0.000111	0.000388	0.001489
15.00	0.000024	0.000096	0.000336	0.001290
17.00	0.000021	0.000085	0.000300	0.001138
20.00	0.000018	0.000072	0.000252	0.000968

(2) エネルギー式の壁面境界条件

エネルギー式に関する壁面境界条件をここでは**壁面熱伝達条件**と呼びます。(4.4-1)式の右辺第4項 $-\int_s q_j n_j ds$ が境界面での熱流速を意味し、ここでいう壁面熱伝達条件に関与します。壁面熱伝達条件は基本的に物性番号が異なる面に設定し、以下が用意されています。

熱移動なし

- 断熱

熱移動あり

- 热伝導^{*1}
- 乱流熱伝達^{*2}
- 热伝達係数指定

*1 流体要素には、以下の条件が適用されます。

層流時	熱伝導
乱流時	熱伝導 + 乱流拡散

*2 固体要素には、以下の条件が適用されます。

熱伝導

解析領域外との境界面に熱移動条件を使用する場合は外部温度を設定する必要がある点にご注意ください。ここでは熱移動条件の式について記述します。

1. 热伝導

今、100[°C]の固体表面を20[°C]の空気の流れで冷却するケースを考えます。

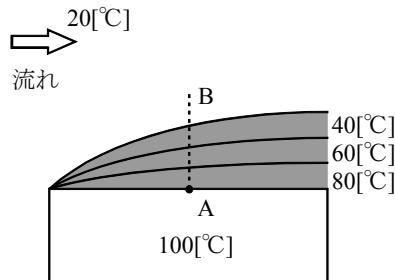


図1 壁面近くの温度分布

図1に示すように、固体壁面には、表面に沿う形で熱のこもった層ができます。この層を温度境界層と呼びます。温度境界層は、図1に示すように、高温の膜によって固体表面をおおう役割を果たすので、我々が"ダウンジャケット"を着るのと同じように、熱の移動を減少させる効果を持つことがわかります。

ところが、この"ダウンジャケット"は、空気の層でできているわけですから、強い風が吹けばいっぺんに薄くなってしまいます。

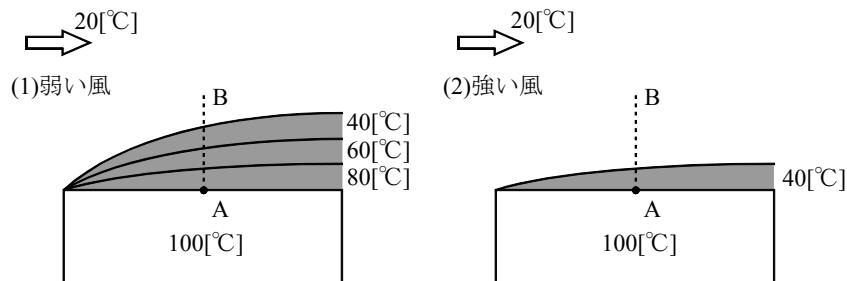


図2 弱い風の場合と強い風の場合

同じ気温の冬の朝でも、風が強いほど寒く感じるのも同じ原理です。

今、A-B間の温度分布をグラフにすると、次のようになります。

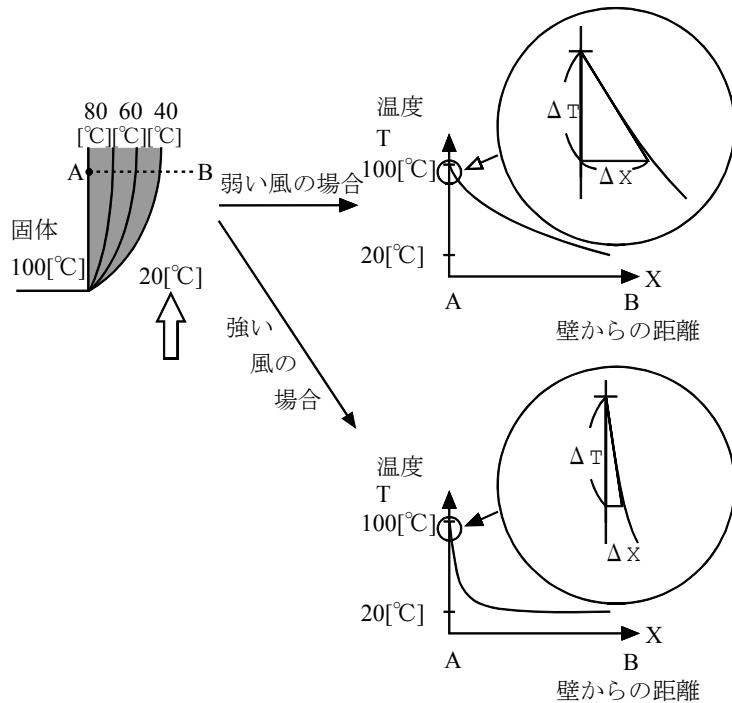


図3 壁面からの温度分布

壁面からの距離に対する温度差の割合 $\frac{\Delta T}{\Delta X}$ が、弱い風の場合と強い風の場合で大きく異なることが明らかになります。傾き $\frac{\Delta T}{\Delta X}$ を温度勾配と呼ぶことにすると、熱エネルギーの移動量は、この温度勾配に比例する量として定義することができます。

これを式で表すと、次式になります。

$$q = -K \cdot \frac{\Delta T}{\Delta X} \cdot A$$

ここで、

q	; 热エネルギーの移動量	[W]
ΔT	; 温度差	[K]
ΔX	; 2つの温度間の距離	[m]
K	; 热伝導率	[W/(m•K)]
A	; 断面積	[m ²]

ここで、 K は比例定数であり、物質で固有の値をもち**热伝導率**と呼ばれます。

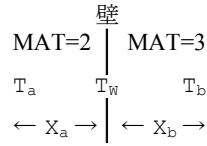
マイナスがつくのは $\frac{\Delta T}{\Delta X}$ で表される傾きが負のときに、A→Bへの熱移動があることを示します。

上式に基づいて壁面での熱移動を考える場合を**热伝導**と呼びます。

層流解析を行う場合に用いられる熱移動は、この**热伝導**が適用されます。

热伝導条件では $\frac{\Delta T}{\Delta X}$ という勾配に比例した形で热移動量を求めるので、この勾配を正しく表すことのできる要素分割を行う必要があります。

また、熱伝導率が異なる物体間の熱移動量は次のように表現できます。



MAT=2から伝わる熱量

$$q_a = -K_a \cdot \frac{T_w - T_a}{X_a} \cdot A$$

MAT=3に伝わる熱量

$$q_b = -K_b \cdot \frac{T_b - T_w}{X_b} \cdot A$$

$q_a = q_b$ から T_w を消去することで、次式のようになります。

$$q = \frac{\frac{T_a - T_b}{X_a + X_b} \cdot A}{\frac{K_a}{K_a} + \frac{K_b}{K_b}}$$

2. 乱流熱伝達

1. 热伝導で説明したように温度勾配は、壁面の近くで急激に変化するので、壁面近傍ほど、要素分割も細かくする必要があります。

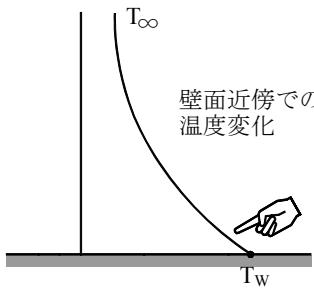


図4 層流の場合

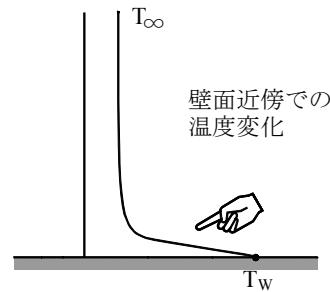


図5 乱流の場合

乱流の場合には、乱れによる渦の混合効果により、壁面近くでの温度は、層流の場合よりもはるかに急激に変化します。通常、この急激な変化を要素分割によって表現するのは現実的ではありません。

そこで、乱流解析を行う場合には、"温度の対数則"という概念を用いて壁面での熱移動量を自動的に計算する方法、すなわち乱流熱伝達条件が、壁面熱伝達条件として使用できます。

乱流熱伝達による熱移動量 q は以下で表されます。

$$q = -\frac{\rho \cdot C_p \cdot u^*}{T^+} \cdot (T - T_w) \cdot A$$

$$T^+ = \frac{\Pr t}{\kappa} \cdot l_n(E \cdot y^+) + A(\Pr, \Prt)$$

$$A(\Pr, \Prt) = 9.24 \cdot \Pr t \cdot \left(\frac{\Pr}{\Prt} - 1 \right) \cdot \left(\frac{\Pr t}{\Pr} \right)^{0.25}$$

ここで、

ρ	； 流体の密度	[kg/m ³]
C_p	； 流体の比熱	[J/(kg•K)]
u^*	； 摩擦速度	[m/s]
Pr	； プラントル数	[無次元]
Pr_t	； 乱流プラントル数 (=0.9)	
κ	； カルマン定数 (=0.4)	
E	； 定数 (=9.0)	
y^+	； 壁に垂直な方向の無次元距離 [無次元]	
A	； 面積	[m ²]

参考文献

- 日本機械学会"伝熱工学資料 改訂第4版" P81

3. 热伝達係数指定

壁からの熱移動量を正しく計算するためには、壁面近くにおける温度勾配を正しく表すだけの要素分割が必要になります。しかし、解析の都合上、壁面近くに多くの要素分割ができない場合も少なくありません。このような場合には、熱伝達係数を指定することができます。

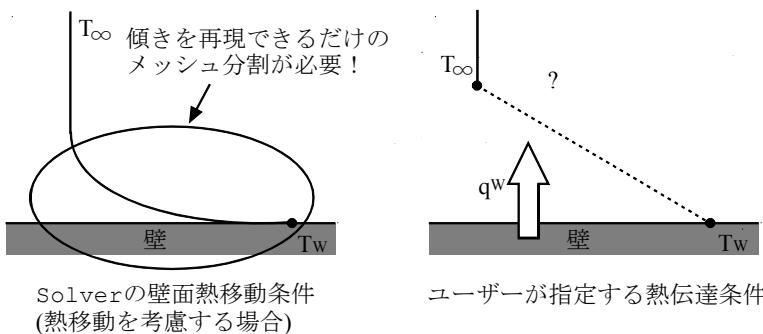


図6 壁面熱移動条件

SCRYU/Tetraでは異なる物性をもつ要素の間にギャップ要素と呼ばれる仮想的な要素が挿入されます(3.8 SCTsolverでの変数配置 参照)。異なる物性間の熱伝達を考慮する場合は、このギャップ要素に熱抵抗を指定し、熱伝達係数を指定することができます。また、外壁(対面にメッシュがない場合)にも外部温度と熱伝達条件を指定することができます。

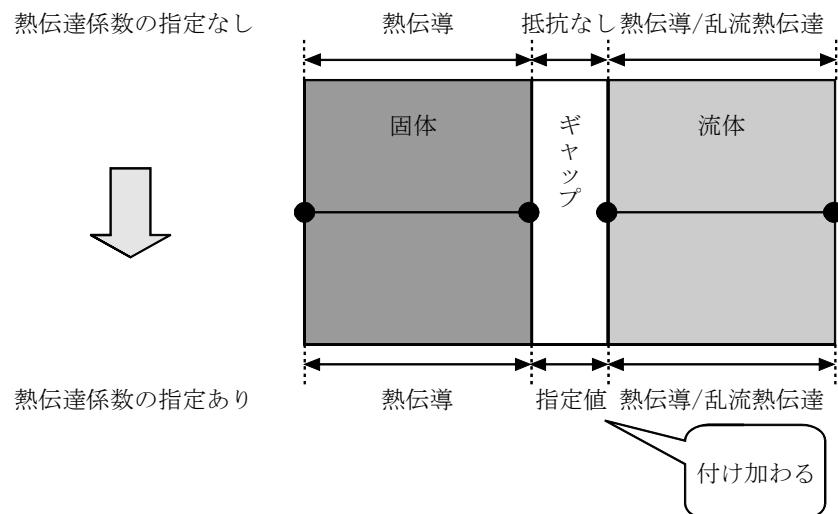


図7 ギャップ要素の熱抵抗

ユーザーが指定する熱伝達条件では、傾き $\frac{\Delta T}{\Delta X}$ を用いません。温度差に比例して移動量が決定されます。

これを式で表すと、次式になります。

$$q = h \cdot (T_w - T) \cdot A$$

ここで、

q	； 热エネルギーの移動量	[W]
h	； 热伝達係数	[W/(m ² •K)]
T_w	； 壁面温度	[K]
T	； 流体の代表温度	[K]
A	； 断面積	[m ²]

ただし、熱伝達の式では、壁面近くの温度境界層が流れの影響で厚くなったり、薄くなったりする影響を考慮することはできません。そこで、これらの影響をあらかじめ考慮に入れて設定するのが、熱伝達係数 h の役割です。

h の値は経験値ですが、数多くの実験結果等から得られた値を参考にすることができます。およその範囲は次のようになります。

熱伝達係数 h [W/(m²•K)]

自然対流(空気)	5	-	25
強制対流(空気)	10	-	500
強制対流(水)	100	-	15000

詳細は、[伝熱工学資料](#)、[伝熱工学](#)(J.R.ホールマン著)等を参照してください。

(3) 拡散物質式の壁面境界条件

拡散物質式に関する壁面境界条件をここでは**壁面物質伝達条件**と呼びます。(4.5-1)式の右辺第2項 $-\int_S F_j n_j ds$ から、境界面で拡散物質移動量を与える必要があります。境界の拡散物質移動量も前節で述べた境界層が重要な役割を担っていますが、どのような場合においても利用できる一般式がないため、エネルギーに使用される熱伝達と同様な式を仮定します。

$$F = D_f (C_w - C) A$$

ここで

F	；	拡散物質移動量	[選択した濃度単位による]
D_f	；	拡散係数	[m/s]
C_w	；	壁面拡散物質濃度	[選択した濃度単位による]
C	；	流体の拡散物質濃度	[選択した濃度単位による]
A	；	断面積	[m ²]

5.3 境界条件のデフォルト

1. 流入流出条件

流入流出口は存在しないとみなされます。

2. 壁面応力条件

流入流出境界条件の場所を除く、流体と流体以外が接する面に対して、Free Slip条件が設定されます。

3. 壁面熱伝達条件

流入流出条件の場所を除く、物性(MAT)番号が異なる面に対して、断熱条件が設定されます。

4. 壁面物質伝達条件

流入流出条件の場所を除く、物性(MAT)番号が異なる面に対して、物質移動なしとなります。

第2部

第1章 乱流

1.1 亂流のモデル化

(1) 層流と乱流

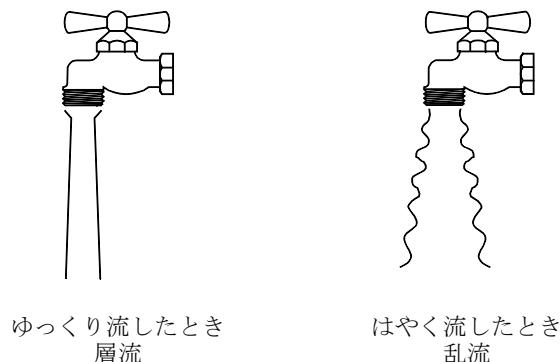


図1 蛇口から出る水道水の流れ

図1は、見ての通り普段よく見かける水道水の流れです。バルブを少しひねると蛇口から出る水の量は少なく、その流れはゆっくりときれいな流れとなります。ところが、バルブを大きくひねると水の量は増加し、ある段階で流れの様子は大きく変わり、乱れた状態の流れを示します。前者を層流、後者を乱流といいます。

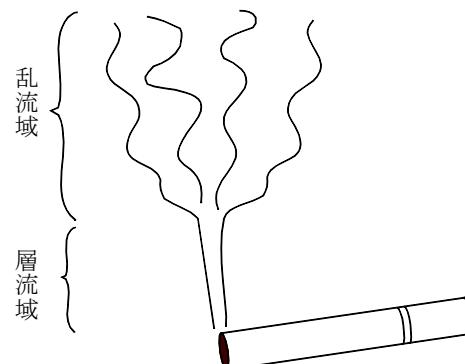


図2 タバコの先端から出る煙の流れ

図2も普段よく見かける流れの様子です。タバコの先端から出た煙は、最初きれいな層流となりますが、大気空間内の乱れによって乱れた状態つまり乱流となります。

流れが"乱流"状態になると、まさにその"乱れ"によって流体どうしが、激しくその位置を交換しながら混ざり合うので、熱や物質の移動も"層流"のときとは、比べものにならないほど大きなものになります。図4,5の写真は、壁付近の流れを可視化実験によって調べた例です。図3のようにA・B間に瞬間的に目印となるマーカーラインを発生させるとマーカーラインの変化を追うことで、流れの様子を知ることができます。

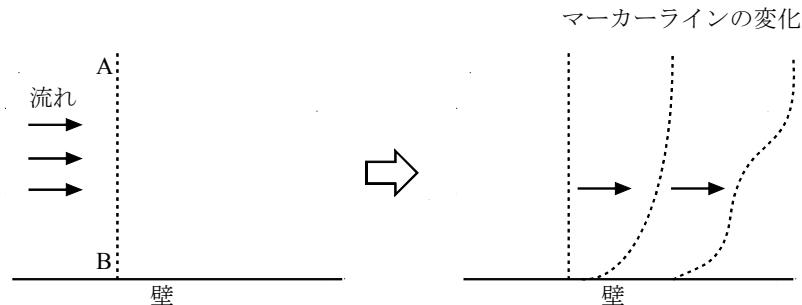


図3 マーカーラインの変化

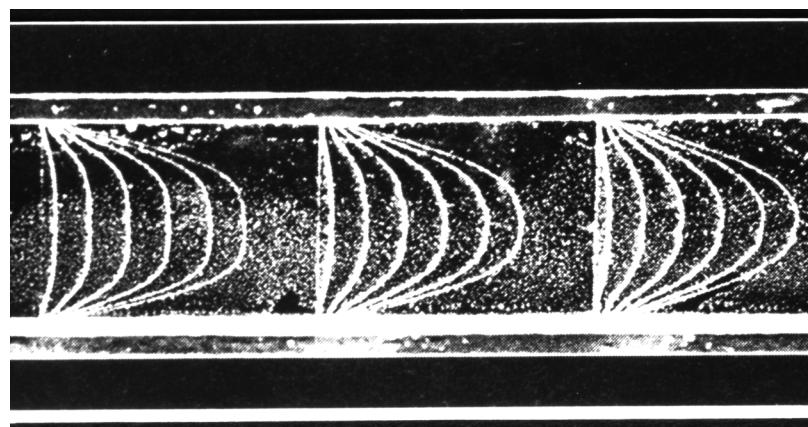


図4 層流の例(資料提供; 東海大学 中山 泰喜 名誉教授)

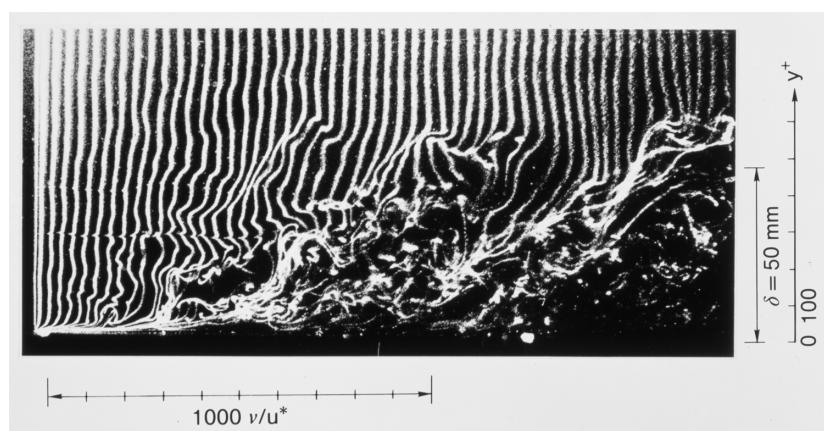


図5 亂流の例(資料提供; 東京大学大学院 笠木 伸英 名誉教授)

図4,5から、"層流"と"乱流"の違いの特徴を知ることができます。乱流は、大小さまざまな渦が流れの中に発生することにより、"乱れ"が起こり、"混合"が促進されるわけです。このような渦を**乱流渦**と呼びます。

(2) レイノルズ数

ここで、層流と乱流の区別の仕方を説明します。

まず、約100年前にイギリスの科学者であるレイノルズが行った実験について説明します。

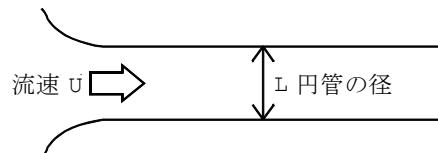


図6 レイノルズの実験

レイノルズは、図6のように、円管に一定の速さで水を流し、円管中央部にインクを混ぜ、流れの様子を観察しました。円管の径 L 、流速 u を変えた種々の実験から、流れに2つかたちがあることを発見しました。1つは、図7のように、インクがきれいにすじ状に流れる層流、もう1つは、図8のように、インクが途中から乱れて管内で混合する乱流です。

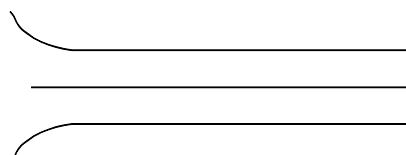


図7 層流

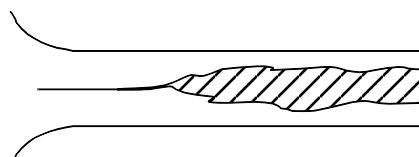


図8 乱流

さらに、レイノルズは、層流と乱流のどちらの流れが生じるかという判定方法も発見しました。レイノルズ数 Re と呼ばれるものを使って判定します。

$$Re = \frac{\rho u L}{\mu}$$

ここで、

- u ; 代表流速 [m/s]
- L ; 代表長さ [m]
- μ ; 粘性係数 [$\text{Pa}\cdot\text{s}$]= [$\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$]
- ρ ; 密度 [kg/m^3]

$Re < 2000$ のとき 層流

$Re > 2000$ のとき 乱流

レイノルズ数は、分母に粘性係数 μ が現れ、分子に代表流速 u が現れる数値パラメーターです。物理的には、レイノルズ数は、粘性力のオーダーと慣性力のオーダーとの比を示す値であり、その度合いを示すパラメーターと考えることができます。

$$\text{レイノルズ数} = \frac{\text{慣性項による不安定化力}}{\text{粘性項による安定化力}}$$

この式は長さ L または流速 u が大きくなると、不安定化力が増大して、乱流になることを意味しています。層流解析とは、長さ L 、流速 u が小さいときに対応しています。

層流、乱流の判定には、解析対象の代表長さを物体の長さ L 、代表流速を風の流速 u として、レイノルズ数を計算します。

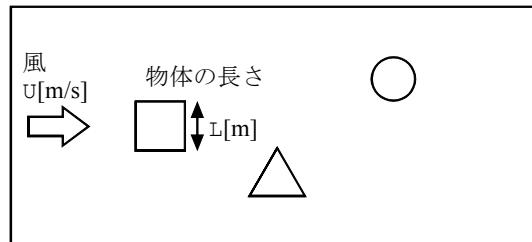


図9 例題における代表長さ、代表流速

例えば、人間が室内を歩いた場合、人間の身長と空気の物性から計算すると、レイノルズ数は、20万以上の値になります。電子機器内部の自然対流等、いくつかの例外はあるものの、我々が通常目にする流れは、ほとんど乱流であると考えられます。

(3) 亂流渦

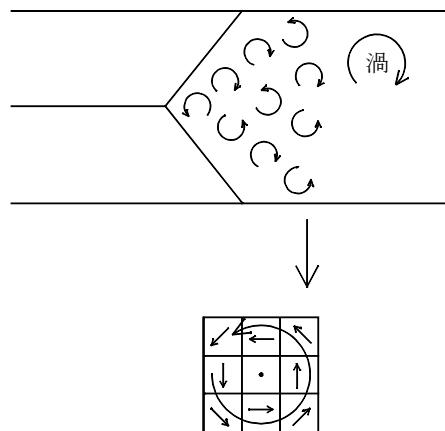


図10 亂流渦のメッシュ表現

図10は、円管内の流体の乱流状態のイメージ図です。大小様々な渦が発生し、これらによって運動量の交換が活発になり、流れの分布に影響します。乱流を現実に数値解析するためには、これらの渦をすべて捕らえる必要があり、1つの渦を表現するにも2次元的にみた場合、最低9個の要素が必要となります。

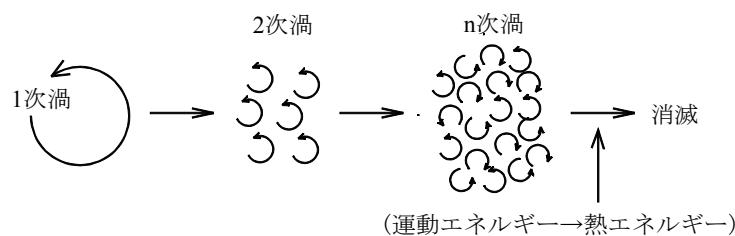


図11 渦の分裂

さらに、一度発生した渦は、次から次へとより小さいスケールの渦に分裂し、最終的には粘性によって熱エネルギーとなり消滅します。数値計算ではこの最小のスケールまで表現しなければならず、そのためには極めて膨大なメッシュ数が必要になります。

(4) レイノルズ方程式

細かく分裂した渦の集合体である乱流現象を、コンピュータで直接計算することは、記憶容量と計算時間の点からほぼ不可能です。しかし工学上、流れを問題にする場合において、我々が知りたい情報は、極微小な渦の構造ではなく、乱れによる平均的な流れの分布や、熱の移動がどの程度変わるのが、という場合がほとんどです。そこで、乱流モデルという概念が登場します。乱流状態にある流れを、適当な時間(乱れが平滑化される時間)で平均操作を行うと、図12のように平均的な流れの分布を取り出すことができます。この平均操作によれば、小さな渦とは無関係に要素分割を行うことができるので、要素数を大幅に減らすことができます。

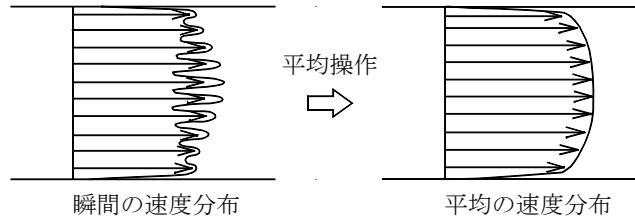


図12 乱流現象の平均操作

我々が知りたいことは、乱流の微細な構造ではなく(勿論、その点を研究している人は多いが)、乱流が平均的な流れおよび温度に与える効果です。そのため、ある瞬間の速度 u_i 、圧力 P 、温度 T 、エンタルピー H 、濃度 C をそれらの平均値(\bar{u}_i , \bar{P} , \bar{T} , \bar{H} , \bar{C})と摂動(u'_i , P' , T' , H' , C')に分離します。

$$\begin{aligned} u_i &= \bar{u}_i + u'_i \\ P &= \bar{P} + P' \\ T &= \bar{T} + T' \\ H &= \bar{H} + H' \\ C &= \bar{C} + C' \end{aligned} \tag{1.1-1}$$

(ただし、圧縮性の場合の平均値とは変数を ϕ としたとき、次式で示す密度加重平均を意味しています)。

$$\bar{\phi} = \frac{\rho\phi}{\rho}$$

ただし、密度 ρ と圧力 P には密度加重平均は使用できません)。

なお、 $\bar{\quad}$ は、乱れの時間スケールに比べて十分長いですが、平均値の変動時間よりは小さい時間内の平均を意味しています。これらを、運動量の保存式、エネルギーの保存式および拡散物質の保存式に代入して、平均化を行うと、それぞれ

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{\rho} u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\sigma}_{ij} - \bar{\rho} u_i' u_j') + \bar{\rho} g \tag{1.1-2}$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{C}_p \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{\rho} C_p \bar{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(K \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \bar{\rho} C_p u_j' \bar{T}' \right) + \dot{q} \tag{1.1-3a}$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{H}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{\rho} \bar{H}}{\partial x_j} = \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{P}}{\partial x_j} + \bar{\sigma}_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{q}_j + \bar{\rho} u_j' \bar{H}') + \dot{q} \tag{1.1-3b}$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{C}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} u_j' \bar{C}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\rho} D_m \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_j} - \bar{\rho} u_j' \bar{C}' \right) + \bar{\rho} \dot{a} \tag{1.1-4}$$

が得られます。

(1.1-2)式がレイノルズ方程式で、 $-\bar{\rho}\overline{u_i' u_j'}$ は乱流により生じる応力を表し、レイノルズ応力と呼ばれています。 (1.1-3a)式の $-\bar{\rho}C_p\overline{u_j' T'}$ および(1.1-3b)式の $-\bar{\rho}\overline{u_j' H'}$ は、乱れにより運ばれるエネルギーで、(1.1-4)式の $-\bar{\rho}\overline{u_j' C'}$ は、乱れにより運ばれる拡散物質です。これらの式は、このままでは完結した形になつていないので解くことはできません。したがって、何らかの仮定を設けることにより、 $-\bar{\rho}\overline{u_i' u_j'}$ 、 $-\bar{\rho}C_p\overline{u_j' T'}$ 、 $-\bar{\rho}\overline{u_j' H'}$ および $-\bar{\rho}\overline{u_j' C'}$ を既知の変数から求めて、乱流解析を行う必要があります。

1.2 涡粘性係数

レイノルズ応力 $-\bar{\rho} \overline{u_i' u_j'}$ の取り扱い方に対する最初の提案は、Boussinesqにより示され、現在でも広く利用されています。それは層流のときの分子粘性による応力 τ_{ij} が

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (1.2-1)$$

で表されるのに対比させて、乱流でも同様に扱います。

$$-\bar{\rho} \overline{u_i' u_j'} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu_t \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \delta_{ij} - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} \quad (1.2-2)$$

ここで、

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'} : \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1(i=j) \\ 0(i \neq j) \end{cases}$$

レイノルズ応力は、平均速度の空間勾配に比例すると仮定することです。このときの比例係数 μ_t を渦粘性係数といいます。なお、(1.2-2)式には見なれない項 $\frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij}$ が存在しますが、(1.2-2)式の右辺第1項のみで、垂直応力($i=j$)を計算すると、非圧縮の質量保存式から垂直応力がなくなり不都合を生じます。(1.2-2)式の右辺第3項は垂直応力の存在を保障するために導入され、圧力と同様の働きをします。ただし、第3項は圧力を $\bar{P} + \frac{2}{3} \bar{\rho} k$ と置けば、その値を求める必要はなくなります。したがって、(1.2-2)式では μ_t が与えるべき唯一のデータとなります。

次に、 $-\bar{\rho} C_p \overline{u_j' T'}$ または $-\bar{\rho} u_j' H'$ ですが、エネルギーの乱れによる輸送も、先の考え方を用いて、平均温度の空間勾配に比例すると仮定します。

$$-\bar{\rho} C_p \overline{u_j' T'} = K_t \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \quad (1.2-3)$$

K_t は乱流熱伝導率です。 K_t は乱流プラントル数 P_{rt} を用いると

$$K_t = \frac{\mu_t C_p}{P_{rt}} \quad (1.2-4)$$

から定められます。(1.2-4)式を用いれば、 K_t も μ_t から決定できます。なお、乱流プラントル数 P_{rt} は、一般に0.9を用いています*。

拡散物質の乱れによる輸送量拡散物質の乱れによる輸送量 $-\bar{\rho} \overline{u_j' C'}$ も、平均物質濃度の空間勾配に比例すると仮定します。

$$-\bar{\rho} \overline{u_j' C'} = \bar{\rho} D_{mt} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_j} \quad (1.2-5)$$

D_{mt} は乱流拡散係数です。 D_{mt} は乱流シュミット数 S_{ct} を用いると

$$D_{mt} = \frac{\mu_t}{\rho S_{ct}} \quad (1.2-6)$$

から定められます。(1.2-6)式を用いれば、 D_{mt} も μ_t から決定できます。なお、乱流シュミット数 S_{ct} は、0.9を用いています。

*. 乱流プラントル数の分布を考慮したほうが予測精度は向上することが知られているため、**SCRYU/Tetra**ではユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 1.3 コマンドデータのTPRTコマンドを使って乱流プラントル数を変化させることもできます。

1.3 標準 k-ε方程式

渦粘性の考え方は一般に利用され、かなり有効な方法ですが、渦粘性係数 μ_t が流れの状態、場所により変わるため、問題ごとに再設定が必要となります。またメッシュを通過する一様流れでも、通過後は乱れが下流に流されることから、乱れに対して移流を考える必要があります。そこでこれらの点を改善するため、"乱れを代表する量"を選び、その代表量に関する"移流、拡散、生成、消滅の式"を解き、求まった"乱れを代表する量"から渦粘性係数を定めることを考えます。この"乱れを代表する量"が次の乱流エネルギーkと、乱流消失率εです。

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'} \quad (1.3-1)$$

$$\epsilon = \nu \frac{\partial \overline{u_i' u_i'}}{\partial x_j} \quad (1.3-2)$$

このk, εの"移流、拡散、生成、消滅の式"が**k-ε方程式**と呼ばれ、経験的に次式で表されています。

非圧縮性流体の場合

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_s + G_t - \rho \epsilon \quad (1.3-3a)$$

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho \epsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + C_1 \frac{\epsilon}{k} (G_s + G_t) (1 + C_3 R_f) - C_2 \frac{\rho \epsilon^2}{k} \quad (1.3-3b)$$

$$G_s = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

$$G_t = g_t \beta \frac{\mu_t}{\sigma_t} \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

$$R_f = - \frac{G_t}{G_s + G_t}$$

圧縮性流体の場合

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_s - G_{s1} - G_{s2} - G_{s3} - \rho \epsilon \quad (1.3-4a)$$

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho \epsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + C_1 \frac{\epsilon}{k} (G_s - G_{s1} - G_{s2} - G_{s3}) - C_2 \frac{\rho \epsilon^2}{k}$$

$$G_s = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

$$G_{s1} = \frac{2}{3} \rho k D$$

$$G_{s2} = \frac{2}{3} \mu_t D^2$$

$$G_{s3} = \frac{\mu_t}{\sigma_t \rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \frac{\partial P}{\partial x_i}$$

$$D = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$

$$(1.3-4b)$$

ただし、 $\bar{u}_i, \bar{T}, \bar{\rho}, \bar{P}$ の時間平均記号($\bar{\cdot}$)は、上記方程式では除き、 u_i, T, ρ, P で表現しています。
 k, ε と渦粘性係数 μ_t の次元解折から

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (1.3-5)$$

が導かれます。これらの式は、 $\sigma_k, \sigma_\varepsilon, C_1$ 等の経験定数が多数現れて、**1.2 渦粘性係数**よりも複雑になっただけにみえますが、これらの経験定数は多数のレポートで、ほぼ同一の値を用いいうことが確認されているため、渦粘性係数を問題ごとに決定するより確実性が増したといえます。定数の値は下表の通りです。

σ_k	σ_ε	C_1	C_2	C_3	C_μ	σ_t
1	1.3	1.44	1.92	0.0	0.09	0.9

1.4 k-ε方程式の改良

(1) RNG k-ε方程式

標準 k-ε方程式は、かなり古くから使用されてきましたが、そのあといろいろな改良が加えられています。そのうちの1つがRNG k-ε方程式と呼ばれるものです。RNGはReNormalizatoin Group analysisの略で、標準 k-ε方程式内に現れる定数群は実験から定められましたが、RNG k-ε方程式はフーリエ解析から理論的に定数を求めていました。そのためにはまず、運動方程式を変形してフーリエ変換をほどこし、波数域でのk-ε方程式を作ります。ところが、フーリエ変換後の式は低波数域は高波数域の影響を受け、高波数域はさらに高波数域の影響を受けるという順繰りにカスケードしていく式になっています。

しかし、k-ε方程式は元々大きなスケールの渦域、つまり低波数域に対応したものですから、高波数域の影響を低波数域に繰り込みます。このようにしてできた式から定数を定めたものがRNG k-ε方程式です。定数は次の通りです。

σ_k	σ_ϵ	C_1	C_2	C_μ
0.719	0.719	$C_1(\eta)$	1.68	0.085

$$C_1(\eta) = 1.42 - \frac{\eta(1 - \eta/4.38)}{1 + 0.012\eta^3} \quad (1.4-1)$$

ここで、

$$\eta = \frac{k}{\epsilon} S$$

$$S = \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

(2) MP k-ε方程式

この他にも、別の観点からk-ε方程式を改良する方法があります。それは標準k-ε方程式の生成項を修正する方法で、Kato-Launder補正と呼ばれます([文献1]参照)。SCRYU/Tetraでは、MP k-ε方程式と名付けます。MPはModified Productionの略です。この考え方の要点は、標準k-ε方程式に現れる生成項が、よどみ点近くでover estimateされることを補正する点にあります。これは、(1.3-3a)式、(1.3-4a)式にある G_s を次式に変更することで可能になります。

$$G_s = \rho \tilde{C}_\mu \frac{k^2}{\epsilon} S \Omega \quad (1.4-2)$$

ここで、

$$S = \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\Omega = \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$S = \min \left(20, \frac{k}{\epsilon} S \right)$$

$$\tilde{C}_\mu = \min \left(0.09, \frac{0.3}{1 + 0.35 S^{1.5}} \right)$$

$$\mu_t = \tilde{C}_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon}$$

(3) Realizable k-εモデル

Realizable k-εモデルの説明をする前に、Realizabilityについて説明します。Realizabilityとは、日本語に訳すと"実現性"となります。これは、乱流が自然現象として存在するために必要な条件を意味します。もっと分かり易くいいますと、乱流運動によって生じるエネルギーは決して負にならない、ということです。また、このエネルギー非負条件以外に、乱流運動に寄与する変動速度成分(u' , v' , w')によって構成される二次相関量($\overline{u'u}$, $\overline{v'v}$, $\overline{w'w}$, $-\overline{u'v'}$, $-\overline{v'w'}$, $-\overline{u'w'}$)がシュワルツの不等式(例えば、 $(\overline{u'v'})^2 \leq \overline{u'u} \cdot \overline{v'v}$)を満たさなくてはならないことも、実現性を満たす上での重要な条件です。

なお、これらの詳細については、[文献2]または[文献3]もご覧ください。

さて、乱流現象を含む自然現象では、エネルギーは決して負になることはありません。当然守られるべき条件を取えて乱流モデルに導入するのは、ちょっと奇異に感じるかもしれません。ところが、現在までに数多くの乱流モデルが提案されていますが、この基本的な条件を完全に満足する乱流モデルは最新の乱流モデルを除いてほとんどないのが現状です。そのため、実現性を満たさない乱流モデルを用いて解析すると、実は負の乱流エネルギーを予測することが十分に起こります*。

SCRYU/Tetraに導入されるRealizable k-εモデル([文献2]参照)は、この実現性を満足する乱流モデルの1つです。形の上では標準 k-εモデルと同じですが、渦粘性係数 μ_t に現れるモデル定数 C_μ が実現性によって以下のように表現されます。

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s U^* k / \epsilon}$$

ここで、

$$U^* = \sqrt{S_{ij} S_{ij} + \Omega_{ij} \Omega_{ij}}$$

$$A_s = \sqrt{6} \cos \phi$$

$$\phi = \frac{1}{3} \arccos(\sqrt{6} w)$$

$$w = \frac{S_{ij} S_{jk} S_{kj}}{(S_{ij} S_{ij})^{3/2}}$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

また、 ϵ 方程式も以下のように表されます。

$$\rho \frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right\} + C_1 \rho S \epsilon - C_2 \frac{\rho \epsilon^2}{k + \sqrt{\mu \epsilon / \rho}}$$

ここで、

$$C_1 = \max \left(0.43, \frac{\eta}{5 + \eta} \right)$$

$$\eta = \frac{Sk}{\epsilon}$$

$$S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}$$

$$C_2 = 1.9$$

Realizable k-εモデルの壁面境界条件については、標準 k-εモデルと同じ壁関数を用います。従つて、基本的な使い方は、標準 k-εモデルと同じとなります。

- *. 実際は、プログラム中で乱流エネルギーが負にならないようにチェックしているため、表向きは決して負の乱流エネルギーを予測することはありません。

参考文献

1. Kato M. and Launder B. E. "The modeling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinders", Ninth symposium on turbulent shear flows, 10-4, (1993).
2. T.H. Shih, et al., "A new k- ε eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows", Computers Fluids Vol.24, No. 3, (1995), pp.227-238.
3. 大宮司他編, "乱流の数値流体力学 モデルと計算法", 東京大学出版会, pp.334-335.

1.5 線形低レイノルズ数型乱流モデル

(1) AKN $k-\varepsilon$ モデル

現実の流れで生じる乱流現象は、主に固体壁に非常に近い領域で起こります。特に、風洞実験や最新の数値解析技術によって明らかにされているように、乱流エネルギーが最も多く作られるのは $y^+ < 30$ の領域内です。従って、乱流現象の解析では、 $y^+ < 30$ の壁近傍領域を正しく扱うことが必要不可欠となります。また、最近では、乱流制御や伝熱促進に関連する技術開発の重要性が増しており、壁近傍における乱流現象の解析がますます重要となっております。

これまでに扱ってきました乱流モデルでは、残念ながら壁近傍領域を直接扱うことができません。それは、乱流モデルに含まれるモデル定数(C_μ, C_1, C_2 など)や壁面境界条件が、高レイノルズ数流れを仮定して導かれているためです。一方、乱流状態にある壁近傍領域では、壁で流体が静止することで生じる強い粘性応力作用と壁面ブロッキング効果(壁に垂直な方向の乱れ強さが抑制されること)のために、レイノルズ数が見かけ上小さくなり、上記高レイノルズ数型モデルで用いられる様々な仮定をそのまま適用することが困難になります。そのため、このような低レイノルズ数環境でも適用できる乱流モデルが必要となるわけです。

そこでSCRYU/Tetraでは、このような点を踏まえて、最新の低レイノルズ数型モデルの安倍・長野・近藤(AKNと呼ぶ)モデル([文献1]参照)を採用します。このモデルの特徴は、次に示す通りです。

- 低レイノルズ数から高レイノルズ数まで幅広いレイノルズ数範囲の流れを精度よく解析できる。
- 自動車・航空機周り、建築物周り、あるいは流体機械内で見られる剥離・再付着流れの予測精度が、従来の乱流モデルと比べて、大幅に向上している。
- 層流から乱流への遷移、あるいは乱流から層流への逆遷移現象の解析にも有効である。

また、最近では同モデルをベースに、温度成層化現象の解析が可能な乱流モデルも提案されているため、色々な分野への応用が期待されます([文献2]参照)。低レイノルズ数型モデルで用いられる基礎式は、基本的には高レイノルズ数型モデルと変わりません。ただし、先に述べたように、壁近傍領域では強い粘性応力作用と乱れの減衰作用が生じるため、これらの効果を再現する項がいくつか加わります。

まず、(1.5-1)式の渦粘性係数は、以下のようになります。

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (1.5-1)$$

ここで、 f_μ は減衰関数と呼ばれ、上記の壁面効果を渦粘性係数に組み込むために必要となります。また、乱流エネルギー k とその消失率 ε に対する輸送方程式は、以下に示すように粘性拡散による影響が加わります。

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_s + G_T - \rho \varepsilon \quad (1.5-2a)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_1 \frac{\varepsilon}{k} (G_s + G_T) (1 + C_3 R_\varepsilon) - C_2 f_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k} \quad (1.5-2b)$$

ここで、壁面のごく近くでは、 ε 方程式の右辺最終項は、 $\varepsilon \rightarrow$ 有限値、 $k \rightarrow 0$ に漸近するため、(1.5-2b)式のままでは発散します。そこで、これを抑制するためにモデル関数が導入されます。また、AKNモデルで採用されているモデル定数とモデル関数を以下にまとめて記します。

σ_k	σ_ε	C_1	C_2	C_3	C_μ
1.4	1.4	1.5	1.9	0.0	0.09

$$f_{\mu} = \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{y^*}{14}\right) \right\}^2 \left[1 + \frac{5}{R_t^{3/4}} \exp\left\{-\left(\frac{R_t}{200}\right)^2\right\} \right]$$

$$f_2 = \left\{ 1 - \exp\left(-\left(\frac{y^*}{3.1}\right)\right) \right\}^2 \left[1 - 0.3 \exp\left\{-\left(\frac{R_t}{6.5}\right)^2\right\} \right]$$

$$y^* = \frac{u_{\varepsilon} y}{v}$$

$$u_{\varepsilon} = (v \varepsilon)^{1/4}$$

$$R_t = \frac{k^2}{v \varepsilon}$$

(2) MPAKN k-εモデル

前節で説明したMP k-εモデルは、標準 k-εモデルにKato-Launder補正を加えたものです。線形低レイノルズ数乱流モデルに対しても、Kato-Launder補正を行うことができます([文献3] 参照)。例えば、ターピン翼の先頭のよどみ点での熱伝達の予測に効果があります([文献4] 参照)。壁関数を使用した高レイノルズ乱流モデルでは、よどみ点で熱伝達はゼロになります(**SCRYU/Tetra**では熱伝導以下にならないように制限しているので、ゼロにはなりません)。従って、低レイノルズ数乱流モデルを用いるわけです。通常の線形低レイノルズモデルでは、よどみ点で熱伝達係数が過大評価されます。

SCRYU/Tetraでは、AKN k-εモデルにKato-Launder補正を加えたモデルを用意しています。これを**MPAKN k-εモデル**と呼ぶことにします。MPAKNモデルにおけるKato-Launder補正是前節で紹介したオリジナル(1.4-2)式を改良したものです。 MPAKNモデルの乱流エネルギーの生成項 G_s は次式で与えられます([文献5] 参照)。

$$G_s = \begin{cases} \mu_t S \Omega & S > \Omega \\ \mu_t S^2 & S \leq \Omega \end{cases} \quad (1.5-3)$$

(3) GPC k-εモデル

これまで説明してきた低レイノルズ数型乱流モデルは、壁からの距離が必要です。全解析領域で壁からの距離を求める必要がありますが、そのために計算負荷がかかります。特に、移動境界問題を扱う場合は、その影響がより深刻となります。そこで、**SCRYU/Tetra**には、壁からの距離を必要としない低レイノルズ数型乱流モデルも組込まれております。ここで、採用した乱流モデルは、Goldbergらの線形低レイノルズ数型 k-εモデル(**GPCモデル**[文献6] 参照)です。

この乱流モデルのモデル関数 f_μ は次式で与えられます。

$$f_\mu = \frac{1 - e^{-0.01R_t}}{1 - e^{-\sqrt{R_t}}} \max\left(1, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{R_t}}\right) \quad (1.5-4)$$

この f_μ の関数形を除けば、乱流エネルギーの式は先に示した安倍らの乱流モデルと同じです。GPCモデルの乱流消失率の式は次式で与えられます。

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} + \left(-\rho C_{\varepsilon 1} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho C_{\varepsilon 2} \varepsilon + E \right) T_t^{-1} \quad (1.5-5)$$

ここで、

$$E = 0.3 \rho \max(k^{1/2}, u_\varepsilon) \sqrt{\varepsilon T_t} \Psi$$

$$T_t = \frac{k}{\varepsilon} \max\left(1, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{R_t}}\right)$$

$$\Psi = \max(\nabla k \cdot \nabla(k/\varepsilon), 0)$$

で与えられます。なお、Eは非平衡領域(ちなみに平衡領域とは、乱流エネルギーの生成と消滅が釣り合う領域のことです)で、乱流消失率を増加させるために導入された項です。 T_t は乱流に関する時間スケールを表し、大きな渦を表すエネルギー保有渦の時間スケール(k/ε)と小さな渦を代表するコルモゴロフ渦の時間スケール($\sqrt{v/\varepsilon}$)との関係を表しています。モデル定数については、[文献6]を参照してください。

参考文献

- 安倍・長野・近藤, "はく離・再付着を伴う乱流場への適用を考慮したk-εモデル", 日本機械学会論文集B編, 58巻554号, (1992), pp.3003-3010.
- Murakami, S. et al., "New low-Reynolds-number k-epsilon model including damping effect due to buoyancy in a stratified flow field", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.39, No.16, 1996, pp.3483-3496.
- Chen W. L., Lien F. S. and Leschziner M. A. , "Computation modelling of turbulent flow in turbomachine passage with low-re two equation models", ECCOMAS94, 1994.
- Arnomo G. and Herbert J. "External heat transfer predictions in a highly-loaded transonic linear turbine guide vane cascade using an upwind biased navier-stokes solver", ASME Paper 98-GT-238.
- 近藤・村上・持田, "第8回数値流体シンポジウム論文集", 1994, pp.363-366.
- Goldberg, U. and Peroomian, O., Chakravarthy S., Journal of fluid Engineering, Vol.120 (1998) , 457-462

1.6 非線形低レイノルズ数型乱流モデル

乱流に関する各種実験([文献1] 参照)や最新の数値解析技術を駆使した直接数値シミュレーション(Direct Numerical Simulation, またはDNS([文献2] 参照))の結果を見ると、乱流エネルギーの最も多く生成される壁近傍領域で強い非等方性を示すことが指摘されています。ところで、乱れの非等方性についてですが、乱流エネルギーはその定義式

$$k = \frac{\overline{u_i u_i}}{2} = \frac{\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}}{2}$$

より、各方向の乱れ強さ($\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$, $\overline{w^2}$)の和として定義されます。ここで、乱れが等方的であるとは、各方向の乱れ強さが同じ大きさを持つことを意味します。つまり、 $\overline{u^2} = \overline{v^2} = \overline{w^2}$ ということです。

一方、乱れが非等方的であるとは、各方向の乱れ強さが異なることを意味します。この乱れの非等方性は壁近くで最も強く、例えば、壁に沿う流れ方向の乱れ強さを $\overline{u^2}$, 壁に垂直な方向の乱れ強さを $\overline{v^2}$, それ以外の方向の乱れ強さを $\overline{w^2}$ としますと、 $\overline{u^2} > \overline{w^2} > \overline{v^2}$ の関係となります。更に乱れの非等方性は、ダクト内や曲円管部内で生じる二次渦など、重要な流動現象を引き起こします。

これまでに示した乱流モデルは、線形乱流モデルと呼ばれる部類に属し、乱れの等方性を仮定して導かれたものです。従って、線形乱流モデルは二次渦の生じる流れ場の解析には全く不向きです。これに対し、以下に示す乱れの非等方性を考慮した非線形乱流モデルは、渦粘性係数を平均速度の空間勾配を用いて非線形化することで非等方性乱流現象を捉えることができます。SCRYU/Tetraに標準装備される非線形乱流モデルの概略は以下の通りです。

$$\begin{aligned} \rho \overline{u_i' u_j'} = & \rho \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \mu_t S_{ij} + C_1 \mu_t \frac{k}{\epsilon} \left(S_{ik} S_{kj} - \frac{1}{3} S_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) \\ & + C_2 \mu_t \frac{k}{\epsilon} (\Omega_{ik} S_{kj} + \Omega_{jk} S_{ki}) \\ & + C_3 \mu_t \frac{k}{\epsilon} \left(\Omega_{ik} \Omega_{jk} - \frac{1}{3} \Omega_{lk} \Omega_{lk} \delta_{ij} \right) \\ & + C_4 \mu_t \left(\frac{k}{\epsilon} \right)^2 (S_{ki} \Omega_{lj} + S_{kj} \Omega_{li}) S_{kl} \\ & + C_5 \mu_t \left(\frac{k}{\epsilon} \right)^2 \left(\Omega_{il} \Omega_{lm} S_{mj} + S_{il} \Omega_{lm} \Omega_{mj} - \frac{2}{3} S_{lm} \Omega_{mn} \Omega_{nl} S_{ij} \right) \\ & + C_6 \mu_t \left(\frac{k}{\epsilon} \right)^2 S_{ij} S_{kl} S_{kl} + C_7 \mu_t \left(\frac{k}{\epsilon} \right)^2 S_{ij} \Omega_{ki} \Omega_{kl} \end{aligned}$$

ここで、

$$S_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\Omega_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon}$$

$$f_\mu = \begin{cases} \frac{1 - e^{-A_\mu R_t}}{1 - e^{-\sqrt{R_t}}} \max\left\{1, \frac{1}{\xi}\right\} & \Psi_t > 0 \\ 1 & \Psi_t \leq 0 \end{cases}$$

$$\Psi_t = \max\left\{\frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \tau}{\partial x_j}, 0\right\}$$

$$\tau = \frac{k}{\epsilon}$$

$$\xi = \frac{\sqrt{R_t}}{\sqrt{2}}$$

$$A_\mu = 0.01$$

$$C_\mu = \frac{2/3}{A_1 + S + 0.9\Omega}$$

$$C_1 = \frac{3/4}{(1000 + S^3)C_\mu}$$

$$C_2 = \frac{15/4}{(1000 + S^3)C_\mu}$$

$$C_3 = \frac{-19/4}{(1000 + S^3)C_\mu}$$

$$C_4 = -10C_\mu^2$$

$$C_5 = 0$$

$$C_6 = -2C_\mu^2$$

$$C_7 = -C_6$$

$$A_1 = 1.25$$

$$S = \frac{k}{\epsilon} \sqrt{\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}}$$

$$\Omega = \frac{k}{\epsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \Omega_{ij} \Omega_{ij}}$$

ここで、 k 及び ϵ 方程式は、前述の距離関数を必要としない乱流モデルと同じです。詳細は[文献3]を参照してください。

非線形乱流モデルで用いられる壁面境界条件は、線形低レイノルズ数型乱流モデルの条件と同じです。

参考文献

1. 例えば、Klebanoff, P. S., "Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient", NACA Report 1247, 1955.
2. 例えば、Kasagi, N. et al., Direct numerical simulation of passive scalar field in a turbulent channel flow., Transaction of ASME: J. Heat Transfer, Vol. 114, 1992, pp.598-606.
3. Paul Batten et al., Sub-grid turbulence modeling for unsteady flow with acoustic resonance, AIAA-00-0473.

1.7 SST(Shear-Stress Transport) k- ω モデル

k- ε モデルと同様に、2方程式を解くことで渦粘性を算出する乱流モデルとして、Wilcoxらにより提唱されているk- ω モデルがあります([文献1]参照)。これは乱流消失率 ε を解く代わりに、周波数と同じ次元[1/s]を持つ単位エネルギー当たりの乱流消失率 $\omega \sim \varepsilon/k$ を扱うものです。このk- ω モデルは、低レイノルズ数型k- ε モデルでは不可欠であった減衰関数を用いなくても、壁面近傍の平均流速度分布を再現でき、さらに逆圧力勾配下での剥離現象を精度良く捉えられるという長所があります。一方では、k- ε モデルに比べて流入乱流量等の境界条件の影響を受けやすく、主流域外層において信頼性に劣るという問題がありました。

Menter([文献2]参照)により改良されたSSTモデルは、kと ω の2方程式を扱いながら、壁面近傍で従来のWilcoxによるk- ω 方程式を解き、外層主流域に向かってk- ε モデルと同等な方程式に移行させることで、精度が高く安定な解析を可能にしています。また、Shear-Stress Transport(せん断応力輸送)の概念を導入し、逆圧力勾配下での渦粘性の過大評価を抑え、従来の渦粘性モデルでは捉えることの難しい剥離現象を再現できるようになりました。

k- ω モデルでは渦粘性係数を以下のように表します。

$$\mu_{\tau}|_{k-\omega} = \rho \frac{k}{\omega} \quad (1.7-1)$$

k に関する輸送方程式は、 $\varepsilon = C_{\mu} k \omega$ に置き換わる以外は、通常の低レイノルズ数型のk- ε モデルで使われるものと同じです。 ω に関する輸送方程式は以下のように表せます。

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} u_j \rho \omega = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_{\tau}}{\sigma_{\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\gamma \rho}{\mu_{\tau}} G_s - \beta \rho \omega^2 \quad (1.7-2)$$

上の ω 方程式右辺に以下の項(Cross-diffusion term)を加えると、k- ω 方程式は解析的にk- ε モデルと同等になります。

$$CD_{k\omega} = 2 \frac{\rho}{\sigma_{\omega} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (1.7-3)$$

SSTモデルでは、上記の項に、壁からの距離と乱流量を引数に取る重み関数をかけ、壁面近傍内層のk- ω モデルから主流域外層でk- ε モデルに滑らかに移行させます。また、同時に内層と外層それぞれに与えられるモデル定数も、同じ重み関数により補間された値が使われます。内層・外層それぞれのモデル定数を以下に示します。サブスクリプトの1は内層域、2は外層域での定数を表します。

$$\begin{aligned} C_{\mu} &= 0.09 \\ \sigma_{k1} &= 1.18 & \sigma_{k2} &= 1.0 \\ \sigma_{\omega1} &= 2.0 & \sigma_{\omega2} &= 1.17 \\ \beta_1 &= 0.075 & \beta_2 &= 0.0828 \end{aligned} \quad (1.7-4)$$

$$\gamma = \frac{\beta}{C_{\mu}} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega} \sqrt{C_{\mu}}} \quad \kappa = 0.41$$

その他に渦粘性係数を以下のように表すことで、Shear-Stress Transport(せん断応力輸送)の概念を導入します。

$$\mu_{\tau}|_{SST} = \rho \frac{a_1 k}{\Omega} \quad (1.7-5)$$

ここで、 $a_1 = 0.31$, Ω :平均流渦度の大きさです。実際に使われる渦粘性係数は、壁からの距離と乱流量を引数に取る重み関数を用いて(1.7-1)式と(1.7-5)式を補間したものです。

また上記に加え、SCRYU/TetraのSSTモデルにおいては、低レイノルズ数域での乱流量をより正しく捉えるためのWilcoxによる補正を加えています。詳しくは[文献1]およびユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章STDコマンドを参照してください。

SSTモデルは特に剥離を伴う流れの解析に適していますが、RANSモデルの一般的な特徴として剥離後の非定常性が強い領域の流れを捉えることは困難です。そこで、SST-SAS(Scale-Adaptive Simula-

tion)モデル[文献3]と呼ばれるSSTモデルの派生型が提案されています。SST-SASモデルは、乱流の局所的な長さスケールに応じて渦粘性を抑えることによって、DESやVLESといったRANS/LESのハイブリッドモデル(1.12 LESと乱流モデルの融合)に近い結果を得ることができます。具体的には、 ω の輸送方程式(1.7-2)に以下の付加生成項を加えることにより、乱流エネルギーの生成をコントロールします。

$$Q_{SAS} = \max\left[\rho\zeta_2\kappa S^2\left(\frac{L}{L_{vK}}\right)^2 - C\frac{2\rho k}{\sigma_\Phi}\max\left(\frac{|\nabla\omega|^2}{\omega^2}, \frac{|\nabla k|^2}{k^2}\right), 0\right] \quad (1.7-6)$$

L は乱れが一様であると仮定した乱流の長さスケール、 L_{vK} は乱れの非一様性を表現するために速度勾配から計算される長さスケール(von Karman length scale)を意味し、以下の式でモデル化されます。

$$L = \sqrt{k}/\left(C_\mu^{\frac{1}{4}} \cdot \omega\right) \quad (1.7-7)$$

$$L_{vK} = \max\left(\frac{\kappa S}{|\nabla^2 U|}, C_s \sqrt{\kappa \zeta_2 / \left(\frac{\beta}{C_\mu} - \alpha\right)} \cdot \Delta\right), \Delta = \Omega_{cv}^{\frac{1}{3}} \quad (1.7-8)$$

その他の変数の意味とモデル定数は以下の通りです。

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$$

$$\zeta_2 = 3.51$$

$$\sigma_\Phi = \frac{2}{3}$$

$$C = 2$$

$$C_s = 0.11$$

$$\Omega_{cv} : \text{コントロールボリュームの体積}$$

参考文献

1. Wilcox, D., Turbulence Modeling for CFD, Second Edition, CDW Industries, Inc. (1998)
2. Menter, F., Zonal Two Equation k- ω Turbulence Models for Aerodynamic Flows, AIAA 93-2906. (1993)
3. Egorov, Y., Menter, F., Development and Application of SST-SAS Turbulence Model in the DESIDER Project, Hybrid RANS-LES Modelling, p.261-270. (2008)

1.8 Spalart & Allmarasモデル

航空分野で広く使われている乱流モデルとして、Spalart & Allmarasモデル[文献1]があります。これまで触れてきたk-εモデルやSSTモデルのような2方程式モデルでは、kとεの2つの方程式を流れの式とともに解き、これらkとεから乱流の影響を考慮する渦粘性係数を求めていきます。Spalart & Allmarasモデルは渦粘性係数を直接解く方程式を1つだけ扱う1方程式モデルです。Spalart & Allmarasモデルでは、次式により渦粘性係数を算出します。

$$\mu_t = \rho f_{v1} \tilde{v} \quad (1.8-1)$$

$$\frac{\partial \rho \tilde{v}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{v} \rho u_i}{\partial x_j} = c_{b1} \tilde{S} \rho \tilde{v} + \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho (v + \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{\sigma} \rho c_{b2} \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right)^2 - \rho c_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 \quad (1.8-2)$$

流れの式とともに解かれる1つのみの方程式が式(1.8-2)式です。Spalart, Allmarasのオリジナルモデル[文献1]では、式(1.8-1), (1.8-2)の各変数と各モデル定数を以下のように定義しています。

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}, \quad \chi = \frac{\tilde{v}}{v} \quad (1.8-3)$$

$$\tilde{S} = \Omega + \frac{\tilde{v}}{\kappa^2 d^2} f_{v2}, \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}, \quad f_w = g \left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{1/6}$$

$$g = r + c_{w2} (r^6 - r), \quad r \equiv \frac{\tilde{v}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2}$$

$$c_{b1} = 0.1355, \sigma = 2/3, c_{b2} = 0.622, \kappa = 0.41, c_{w1} = c_{b1}/\kappa^2 + (1 + c_{b2})/\sigma,$$

$$c_{w2} = 0.3, c_{w3} = 2, c_{v1} = 7.1, c_{v2} = 5$$

ここで、 ρ は密度、 v は動粘性係数、 d は壁からの距離、 Ω は渦度の大きさを示します。式(1.8-1), (1.8-2)の各変数に対しては、複数の修正モデルが提案されています。Lee-Rauschら[文献2]に示されている修正モデルでは、以下の2変数をオリジナルと異なる定義とされています。

$$\tilde{S} = f_{v3} \Omega + \frac{\tilde{v}}{\kappa^2 d^2} f_{v2}, \quad f_{v2} = \frac{1}{(1 + \chi/c_{v2})^3} \quad (1.8-4)$$

ここで、

$$f_{v3} = \frac{(1 + \chi f_{v1})(1 - f_{v2})}{\chi}$$

$$c_{v2} = 5$$

です。SCRYU/Tetraでは、この修正モデルを採用しています。

注意事項

- 解析条件の設定において、乱流エネルギーの初期条件、流入乱流エネルギーを \tilde{v} に対する条件に読み替えてください。
- Spalart & Allmarasモデルと、低レイノルズ数域包括型壁関数を併用することはできません。

参考文献

- P. R. Spalart and S. R. Allmaras, "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows", AIAA Paper 92-0439, 30th Aerospace Science Meeting and Exhibit, Reno, NV, January, 1992.
- E. M. Lee-Rausch, P. G. Bunnig, J. H. Morrison, M. A. Park, S. M. Rivers and C. L. Rumsey, "CFD Sensitivity Analysis of a Drag Prediction Workshop Wing/Body Transport Configuration", AIAA Paper 2003-3400, 21st AIAA Applied Aerodynamics Conference, Orlando, FL, June, 2003.

1.9 LKE(Laminar Kinetic Energy) k-k_L-ωモデル

一様流中の平板表面では下流へ向かって層流境界層の厚みが増し、前縁から十分下流で乱流境界層へ遷移することが知られています[文献1]。乱流境界層では層流境界層に比べて遙かに境界層が厚く、壁面の摩擦抵抗も急激に増加するため、遷移位置を予測することは物体周りの流れを解析する上で重要となります。このような遷移現象を予測することを目的に開発された乱流モデルにWaltersとLeylekによって提案されたLKE(Laminar Kinetic Energy)モデルがあります[文献2]。

遷移する場所より上流では、TS波(Tollmien-Schlichting waves)と呼ばれる二次元的な非定常擾乱が境界層中に存在し、この擾乱が徐々に成長して三次元化、不安定化することが乱流境界層への遷移を引き起こすと考えられています。LKEモデルでは乱流境界層に遷移する以前の境界層中に存在する擾乱のエネルギーを、乱流エネルギーkに対してLaminar kinetic energy(k_L)として表現し、2方程式の乱流モデルにk_Lの輸送方程式を加えた3方程式を解くのが特徴です。SCRYU/Tetraではk-ωモデルをベースに開発された以下のk-k_L-ωモデル[文献3]を採用しています。

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho k}{\partial x_i} = \rho (P_k + R_{BP} + R_{NAT} - \omega k - D_t) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\rho \alpha_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] \quad (1.9-1)$$

$$\frac{\partial \rho k_L}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho k_L}{\partial x_i} = \rho (P_{k_L} - R_{BP} - R_{NAT} - D_L) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\mu \frac{\partial k_L}{\partial x_i} \right] \quad (1.9-2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial u_i \rho \omega}{\partial x_i} &= \rho \left[C_{\omega 1} \frac{\omega}{k} P_k + \left(\frac{C_{\omega R}}{f_w} - 1 \right) \frac{\omega}{k} (R_{BP} + R_{NAT}) - C_{\omega 2} f_w^2 \omega^2 + C_{\omega 3} f_w \alpha_t f_w^2 \frac{\sqrt{k}}{d^3} \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\rho \alpha_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] \end{aligned} \quad (1.9-3)$$

P_kとP_{k_L}はそれぞれ、k, k_Lの生成項を表します。

$$\begin{aligned} P_k &= v_{t,s} S^2 \\ P_{k_L} &= v_{t,l} S^2 \end{aligned} \quad (1.9-4)$$

ここでv_{t,s}, v_{t,l}はそれぞれ小さなスケールと大きなスケールの渦粘性を表し、運動量保存式で使用する渦粘性にはこれらの和(v_t = v_{t,s} + v_{t,l})を使用します。また、R_{BP}, R_{NAT}はそれぞれ、バイパス遷移と自然遷移の寄与を表しており、一様流中の乱流強度が大きいほどバイパス遷移の寄与が大きくなります。

その他の変数の意味とモデル定数は以下の通りです。

$$S_{i,j} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), S = \sqrt{2 S_{i,j} S_{j,i}}$$

$$\Omega_{i,j} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \Omega = \sqrt{2 \Omega_{i,j} \Omega_{j,i}}$$

$$v_{t,s} = f_v f_{INT} C_\mu \sqrt{k_{t,s}} \lambda_{eff}$$

$$k_{t,s} = f_{ss} f_w k$$

$$\lambda_{eff} = \min(C_\lambda d, \lambda_t) \quad (d; \text{壁からの距離})$$

$$\lambda_t = \frac{\sqrt{k}}{\omega}$$

$$f_w = \left(\frac{\lambda_{eff}}{\lambda_t} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$f_v = 1 - \exp \left(-\frac{\sqrt{Re_t}}{A_v} \right)$$

$$Re_T = -\frac{f_w^2 k}{v \omega}$$

$$f_{ss} = \exp\left[-\left(\frac{C_{ss} v \Omega}{k}\right)^2\right]$$

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \left(\frac{S}{\omega}\right)}$$

$$f_{int} = \min\left[\frac{k}{C_{int}(k+k_L)}, 1\right]$$

$$k_{T,1} = k - k_{T,s}$$

$$v_{T,1} = \min\left[f_{T,11} \left(\frac{\Omega \lambda_{eff}^2}{v}\right) \sqrt{k_{T,1}} \lambda_{eff} + \beta_{TS} C_{12} Re_\Omega d^2 \Omega, \frac{0.5(k_L + k_{T,1})}{S}\right]$$

$$Re_\Omega = \frac{d^2 \Omega}{v}$$

$$\beta_{TS} = 1 - \exp\left[-\frac{\max(Re_\Omega - C_{TS,crit}, 0)^2}{A_{TS}}\right]$$

$$f_{T,1} = 1 - \exp\left(-C_{T,1} \frac{k_{T,1}}{\lambda_{eff}^2 \Omega^2}\right)$$

$$D_T = v \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j}$$

$$D_L = v \frac{\partial \sqrt{k_L}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_L}}{\partial x_j}$$

$$\alpha_T = f_v C_{\mu, std} \sqrt{k_{T,s}} \lambda_{eff}$$

$$f_\sigma = 1 - \exp\left[-0.41 \left(\frac{\lambda_{eff}}{\lambda_T}\right)^4\right]$$

$$R_{BP} = C_R \beta_{BP} k_L \omega / f_w$$

$$R_{NAT} = C_{R,NAT} \beta_{NAT} k_L \Omega$$

$$\beta_{BP} = 1 - \exp\left(-\frac{\phi_{BP}}{A_{BP}}\right)$$

$$\phi_{BP} = \max\left[\left(\frac{k}{v \Omega} - C_{BP,crit}\right), 0\right]$$

$$\beta_{NAT} = 1 - \exp\left(-\frac{\phi_{NAT}}{A_{NAT}}\right)$$

$$\phi_{NAT} = \max[(Re_\Omega - C_{NAT,crit} / f_{NAT,crit}), 0]$$

$$f_{NAT,crit} = 1 - \exp\left(-C_{NC} \frac{\sqrt{k_L} d}{v}\right)$$

$$A_0=4.04$$

$$C_{INT}=0.75$$

$$C_{\omega 1}=0.44$$

$$A_s=2.12$$

$$C_{TS,crit}=1000$$

$$C_{\omega 2}=0.92$$

$$A_v=6.75$$

$$C_{R,NAT}=0.02$$

$$C_{\omega 3}=0.3$$

$$A_{BP}=0.6$$

$$C_{11}=3.4 \times 10^{-6}$$

$$C_{\omega R}=1.5$$

$A_{NAT}=200$	$C_{12}=1.0 \times 10^{-10}$	$C_A=2.495$
$A_{TS}=200$	$C_R=0.12$	$C_{\mu, std}=0.09$
$C_{BP,crit}=1.2$	$C_{ss}=1.5$	$\sigma_k=1$
$C_{NC}=0.1$	$C_{\tau,1}=4360$	$\sigma_\omega=1.17$
$C_{NAT,crit}=1250$		

その他、詳細については[文献2]および[文献3]をご参照ください。

注意事項

- 境界条件や初期条件には、乱流エネルギーkと乱流消失率εの値を入力してください。k_Lの境界条件や初期条件は入力する必要はありません。
- 境界層の遷移を予測するためにはy⁺が1以下となることが推奨されます。
- LKEモデルと低レイノルズ数域包括型壁関数を併用することはできません。

参考文献

1. Schlichting, H. Boundary Layer Theory (7ed.).
2. Walters, D.K. and Leylek, J.H., "A New Model for Boundary Layer Transition Using a Single-Point RANS Approach," ASME Journal of Turbomachinery, 126, pp.193-202, 2004.
3. Walters, D.K. and Cokljat, D., "A Three-Equation Eddy-Viscosity Model for Reynolds-Averaged Navier-Stokes Simulations of Transitional Flow," ASME J. of Fluids Eng., 130, 121401, 2008.

1.10 乱流モデル全般に関する機能

(1) 流入乱流量

乱流モデルを用いて乱流解析を行う場合、 k や ε についての偏微分方程式を解くために境界条件が必要となります。流入境界には、流れの流入条件と同時に流入乱流量(入口上流での乱れ)を与えます。

k_{in} =境界での乱流エネルギーの値

ε_{in} =境界での乱流消失率の値

実測値が不明な場合には、**第1部 2.2 解析手順の具体例 (4) 境界条件の設定**で紹介したような経験式による算出方法もあります。入力しない場合には、どちらも自動的に 1.0×10^{-4} が使用されます。

また、流入乱流量は k_{in} , ε_{in} を直接指定する代わりに、流入面の乱流強度 T_u および渦粘性係数 μ_t と粘性係数 μ の比 $\alpha (= \mu_t / \mu)$ を入力パラメータとすることもできます。乱流強度とは一様流速 U に対する変動成分 u' の割合を表し、以下のように定義されます。

$$T_u = \frac{u'}{U} \quad (1.10-1)$$

乱流エネルギーの定義と乱れの等方性の仮定から、流入乱流エネルギー k_{in} は以下のように表せます。

$$\begin{aligned} k_{in} &= \frac{u'^2 + v'^2 + w'^2}{2} \\ &\approx \frac{3}{2} u'^2 \\ &= \frac{3}{2} (U \times T_u)^2 \end{aligned} \quad (1.10-2)$$

SCRYU/Tetraでは T_u の単位を%としていますので、上記の T_u を100倍した値を入力します。一方、流入乱流消失率 ε_{in} は、上述の k_{in} と渦粘性係数の定義(1.3-5)から、 α を用いて

$$\varepsilon_{in} = C_\mu \rho \frac{k_{in}^2}{\alpha \mu} \quad (1.10-3)$$

と表せます。

(2) 壁面境界条件

流れが乱流の場合、滑りの無い壁近傍の流速分布が(1.10-4)式および(1.10-5)式で表される分布を示すことが知られています。

$$30 < y^+ < 1000 \quad ; \quad \frac{u}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{u^* y}{v} + A \quad (1.10-4)$$

$$y^+ < 5 \quad ; \quad \frac{u}{u^*} = \frac{u^* y}{v} \quad (1.10-5)$$

ここで、

κ ; カルマン定数($=0.4$)

A ; 定数($=5.5$)

y ; 壁面からの距離

y^+ ; 壁面からの無次元距離($= \frac{u^* y}{v}$)

u ; y の位置における流速

ν ; 動粘性係数($= \mu/\rho$)

u^* ; 摩擦速度($= \sqrt{\tau_w/\rho}$)

τ_w ; せん断応力

特に(1.10-4)式は速度対数則として知られています。 y^+ が11.6のとき、(1.10-4)式と(1.10-5)式は同じせん断応力を与えます。そこで、壁隣の流体側節点の壁からの距離 y_1 に対して、 $y_1^+(y_1を無次元化)$ が11.6以上では(1.10-4)式、11.6以下では(1.10-5)式を用いて壁面応力を求めます。乱流解析では、この壁面応力を運動量方程式の壁面境界条件とします。(1.10-4)式の対数則が成り立つとき、壁近傍の k, ε は以下の式で定められます。

$$k = \frac{u^{*2}}{\sqrt{C_\mu}} \quad (1.10-6)$$

$$\varepsilon = \frac{u^{*3}}{k y_1} \quad (1.10-7)$$

高レイノルズ数型乱流モデルでは、上式で求められた k, ε の値を乱流量の壁面境界条件に使用します。一方、低レイノルズ数型乱流モデルでは、壁面境界条件についてより厳密な条件を使用します。

低レイノルズ数型乱流モデルの壁面境界条件は次式のいずれかで与えられます。式中 k_1 は壁隣の流体側節点での乱流エネルギーを表します。また、 n は壁面法線方向を表します。

k および ε が壁面上にあると仮定する場合;

$$k = 0$$

$$\varepsilon = \frac{2\nu k_1}{y_1^2} \quad (1.10-8a)$$

k および ε が壁節点の半コントロールボリュームの中心に位置すると仮定する場合;

$$\frac{\partial k}{\partial n} = 0$$

$$\varepsilon = \frac{2\nu k}{(y_1/4)^2} \quad (1.10-8b)$$

以下、これらの(1.10-8)式を**厳密条件**と呼びます。 y_1 が十分小さく取られている場合、これら2つの境界条件は実質的に同じ状態を再現します。厳密条件の使用にあたっては、壁のごく近傍領域に格子点を配置しなければなりません。具体的には $y_1^+(y_1を無次元化)$ は1以下が要求されます。しかし、実際の流れ解析では、計算能力の制約により、全領域にわたって $y_1^+ < 1$ を保証することが極めて困難です。そこで、**SCRYU/Tetra**ではこれら低レイノルズ数型乱流モデルに対して2種類の壁関数を採用しています。

1つは、高レイノルズ数型乱流モデルの対数則と同じく、運動量方程式に対して $y_1^+=11.6$ を境に壁面応力条件を切り替える2層モデルです。すなわち、 $y_1^+ \leq 11.6$ では分子粘性のみによる壁応力を使用し、 $y_1^+ > 11.6$ では速度対数則から計算される壁応力を使用します。 k 及び ε の境界条件に関しては、 $y_1^+ \leq 5$ では(1.10-8a)式で表される厳密条件、 $y_1^+ > 11.6$ では対数則条件、 $5 \leq y_1^+ < 11.6$ では、 k は2次関数、 ε は1次関数で遷移させています。また、乱流熱伝達条件に関しては、本来は熱伝導による寄与+乱流拡散による寄与、で表されますが、これも y_1^+ が1程度まで小さくなれば精度が保障されません。そのため、 y_1^+ が1程度であれば、熱伝達は熱伝導による寄与で表し、 y_1^+ が大きくなると温度対数則に切り替える熱伝達モデルを採用しています。切り替えの指針は、温度対数則による熱移動量が熱伝導に基づく熱移動量を下回らないこととしています。

もう1つは、Craftらによる解析型壁関数([文献1]参照)をベースとして開発された、**低レイノルズ数域包括型壁関数**です。低レイノルズ数域包括型壁関数は、従来の壁関数より広い範囲、特に y_1^+ が30より小さい遷移域($5 < y_1^+ < 30$)での精度向上を目的に開発されたものです。具体的には、遷移域前後で成り立つ近似式(微分方程式)が連続になるように積分定数を決定して求めた速度分布式を使用します。この壁関数では、壁からの距離の無次元化には、摩擦速度の代わりに壁近傍の乱流エネルギーに基づいた速度スケールを用います。これにより、よどみ点や剥離点近傍で摩擦速度が0となる場合でも、壁からの距離を適切に扱うことができます。厳密条件には(1.10-8b)式を使い、厳密条件・対数則条件の切り替えは y_1^+ の値により明示的に行うのではなく、 y_1^+ に依った分布を持つ速度勾配・温度勾配・乱流生成項等を壁近傍のコントロールボリューム内で積分平均した値を用いるため、自然かつ滑らかな遷移を可能としています。低レイノルズ数域包括型壁関数は壁面応力条件・熱伝達条件共に有効であり、精度の高い壁条件を与えます。詳しくは**ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 WLTYコマンド**を参照してください。

なお、これら壁関数が y_1^+ が十分大きくなる時にも対数則条件を満足するためには、粘性項の扱いを壁隣の要素内のみ変更する必要があります。通常、より精度の高い拡散効果を考慮するために、同一要素内では全ての節点同士の組み合わせに関して拡散が考慮されていますが、壁関数に基づいた扱いでは、辺で繋がった節点同士のみの関係にモデル化・簡略化されます。厳密条件だけを用いる場合はこのような簡略化は不要ですが、上述の壁関数の導入に伴い、モデル化された扱いが標準となります。また、低レイノルズ数型乱流モデルに対しては、熱伝達の厳密条件は熱伝導+乱流拡散です。それらを含めた厳密な扱いを全領域に適用することも可能ですが(**ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 LKETコマンド**参照)、通常このオプションを考慮する必要はありません。

以上の壁面境界条件を各乱流モデルごとにまとめると表1のようになります。No.はTBTYコマンドのSWの値を意味します(**ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 TBTYコマンド**参照)。◎はデフォルト、○は適用可能、×は適用不可を意味します。また、タイプの高Reは高レイノルズ数型、低Reは低レイノルズ数型乱流モデルを意味します。**表2**、**表3**には、速度対数則と低レイノルズ数域包括型壁関数における適用条件の詳細をそれぞれ示しています。

表1 乱流モデルと壁面境界条件

No.	乱流モデル	タイプ	壁面境界条件	
			速度対数則	低レイノルズ数域 包括型壁関数
1	標準k-ε	高Re	◎	○
2	RNG k-ε	高Re	◎	○
3	MP k-ε	高Re	◎	○
4	AKN線形低Re k-ε	低Re	○	◎
5	GPC線形低Re k-ε	低Re	○	◎
6	非線形低Re k-ε	低Re	○	◎
7	Realizable k-ε	高Re	◎	○
8	SST k-ω	低Re	○	◎
9	MP AKN 線形低Re k-ε	低Re	○	◎
10	Spalart-Allmaras	低Re	◎	×
11	LKE k-k _L -ω	低Re	◎	×

表2 速度対数則による壁面境界条件

		$y_1^+ < 5$	$5 < y_1^+ < 11.6$	$11.6 < y_1^+$
$\tau_w = \rho u_*^{*2}$		$\frac{u}{u_*} = \frac{u_* y_1}{v}$		$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{u_* y_1}{v} + A$
k	高Re	$k = \frac{u_*^2}{\sqrt{C_\mu}}$		
	低Re	$k=0$	$k = \alpha^2 \frac{u_*^2}{\sqrt{C_\mu}}$	$k = \frac{u_*^2}{\sqrt{C_\mu}}$
ϵ	高Re	$\epsilon = \frac{u_*^3}{\kappa y_1}$		
	低Re	$\epsilon = \frac{2v k_1}{Y_1^2}$	$\epsilon = \alpha^2 \frac{u_*^3}{\kappa y_1} + \frac{2v k_1}{Y_1^2} (1 - \alpha^3)$	$\epsilon = \frac{u_*^3}{\kappa y_1}$

ここで、

$$\alpha ; \text{ 厳密条件から対数則へ遷移させる係数 } \left(= \frac{y_1^+ - 5.0}{11.6 - 5.0} \right)$$

表3 低レイノルズ数域包括型壁関数による壁面境界条件

運動量 τ_w	$\tau_w = \rho u_* \left[v u / \left(\frac{1}{\kappa} \ln (Y + y_v^*) \right) \right]$
k(生成項に追加)	$P_k = \frac{u_*}{0.5 Y_*^2} \int_{y_v^*}^{y_n^*} \kappa (y^* - y_v^*) \left(\frac{\partial u}{\partial y^*} \right)^2 dy^*$
ϵ	$y_e^* < y_d^* : 8v k_0 \frac{1}{Y_e^2}$ $y_d^* < y_e^* : \frac{1}{Y_e} \left\{ 8v k_0 \frac{1}{Y_e} + \frac{u_*^3}{\kappa} \ln \frac{Y_e}{Y_d} \right\}$

注. 運動量の流れ方向勾配を考慮しない場合(WLTYコマンドのSW=1)の式を記述しています。また、Craftらによるオリジナルの解析型壁関数[文献1]は要素中心型スキームに対するモデルですが、SCRYU/Tetraではこれを節点中心型に適用したモデルを使用しています。

ここで、

$$k_0 ; \text{ 壁面節点の乱流エネルギー}$$

$$u_* = C_\mu^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{k_0 + k_1}{2}}$$

$$y^* = \frac{u_* y_1}{v}$$

$$Y = 1 + \kappa (y^* - y_v^*)$$

$$y_v^* = 4.7$$

$$y_e^* = \frac{u_* y_e}{v} \quad (y_e ; \text{壁面隣接要素のコントロールボリューム界面位置})$$

$$y_a = \frac{V y_e^*}{u^*}, y_a^* = 2.667$$

注意事項

- 分散混相流では、低Re型モデルについても速度対数則がデフォルトになります。
- 高Re型乱流モデルについても低レイノルズ数域包括型壁関数が適用できますが、これらのモデルでは乱流モデル自身に低レイノルズ数域の効果が考慮されていないため、 y_1^+ が小さい場合に壁面近傍の渦粘性が過大評価されることがあります。 y_1^+ が20～50程度になることを目標に境界層要素を挿入してください。
- LKEモデルは境界層の振る舞いを捉える事を目的にしているため、壁関数の適用は想定されていません。厳密条件が適用される $y_1^+ < 1$ 程度となるように境界層要素を挿入してください。

参考文献

- Craft T. J. et al., Progress in the Generalization of Wall-Function Treatments, Int. J. Heat Fluid Flow, vol. 23, 2002.

(3) 涡粘性リミター

線形渦粘性モデルの欠点の1つとして、淀み点近傍の乱流エネルギーの過大生成という問題があることは以前に触れました。これを修正する1つの方法として、**SCRYU/Tetra**ではKato-Launder補正が導入されており、MP k-εモデルやMPAKNモデル等の形で組み込まれています。同様の効果を狙った改良法として、Durbin([文献1] 参照)により提案されている渦粘性のリミターがあります。これは垂直方向のレイノルズ応力が負であるというrealizability条件から導かれ、実質的に渦粘性の過大評価を抑える制限関数として作用しています。Kato-Launder補正が淀み点以外の流れ場にも影響を与えるのに対し、このリミターは主に流れの衝突域にのみ作用し、安定な解析を可能にしています。

まず、Durbinのrealizability条件を以下に示します。簡単のために1軸方向の垂直方向ストレスを考えます。線形渦粘性モデルの定義より、

$$\langle u_i^2 \rangle = -2v_t S_{11} + \frac{2}{3}k \geq 0$$

ここで、

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

上記の不等号を満足する v_t の条件を考えます。非圧縮流体の連続条件 $S_{ii} = 0$ を使うと

$$|S_{11}| \leq \sqrt{\frac{2}{3} S_{ij} S_{ji}} = \frac{S}{\sqrt{3}}$$

ここで、

$$S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ji}}$$

これを用いると、上記のrealizabilityを満たす1つの十分条件として、渦粘性係数に対する以下のリミター表現が導かれます。

$$v_t \leq \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{k}{S}$$

より実際的には、 $\alpha \leq 1$ であるような係数を与え、

$$v_t \leq \frac{\alpha}{\sqrt{3}} \frac{k}{S}$$

とすることで、渦粘性の調節を行うことができます。通常は $\alpha = 1.0$ で淀み点近傍での精度向上が見られますが、強い衝突噴流を伴う熱伝達問題などでは、 $\alpha = 0.7$ 程度に取ることでより精度の良い結果を得ることが可能になります。設定方法など詳しくは**ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 EVLMコマンド**を参照してください。

参考文献

- P. A. Durbin, On the k-ε Stagnation Point Anomaly, Int. J. Heat Fluid Flow, vol. 17, 1996.

1.11 ラージエディシミュレーション(LES)

(1) LESとは?

前節までに述べたk-εやSSTモデルは、いわゆる乱流モデルと呼ばれるもので、最も一般的に用いられる乱流解析法です。この乱流モデルに共通して言えることは、非定常現象である乱流現象をレイノルズ平均と呼ばれる方法で時間平均化し、時間平均値とその差を通じて扱うことになります。そして、レイノルズ平均を施した運動量保存式(またはNavier-Stokes[NS]方程式)をベースとしていることから、RANS(Reynolds-Averaged Navier-Stokes)などとも呼ばれます。このRANSによる解析は、例えば、ある点の平均速度や平均温度、あるいは物体に働く平均的な抗力や揚力などのような工学的に重要な諸量の予測に威力を発揮します。

一方、このような平均量では評価できないケースも多く有ります。例えば、空力騒音問題、特に車のドアミラーやAピラー周りで発生する乱流騒音は、時々刻々と変化する乱流現象に起因するところが大きく、平均量で扱うことのできない代表例です。あるいは、最近では、乱流燃焼問題でも非定常性を考慮した解析が多くなされています。現在、このような非定常な乱流現象をRANS、すなわち非定常RANSで扱うことも検討されています。しかし、これらの現象は単なる非定常性が原因という訳ではなく、乱流の本質(=大小様々なスケールの渦運動)と密接に関係することから、やはりRANSとは異なる方法で扱う必要があります。そして、このような乱流の非定常性に着目した有力な方法が、本節で取り上げるラージエディシミュレーションです。あるいは、その英語の頭文字をとってLES(Large Eddy Simulation)とも呼ばれます。

LESの考え方は、実にシンプルです。例えば、河原に落ちている大小様々な大きさの石ころを"ふるい"にかけて選り分けることを考えます。このとき、ふるいの目の大きさによって、ふるいの中に残る大きな石とこぼれ落ちる小さな石に選別されます。LESとは、この"ふるい"に従って乱流渦と言う"石"を選別することと同じです。つまり、ある大きさの"ふるい"=フィルタを用意し、そのフィルタよりも大きな渦は(一切のモデル化をせず)直接扱います^{*1}。一方、フィルタよりも小さな渦は直接扱うことができないものの、そのまま捨てずに何らかの方法で扱います。なお、当然ですが、"ふるい"の選び方によって"石"の選別の仕方が変わるように、フィルタの定義次第で直接扱う乱流渦の大きさも異なります。

つまり、小さな乱流渦まで直接扱えれば、解析精度は上がります^{*2}。なお、図1にフィルタを通した時の値の変化を示します。

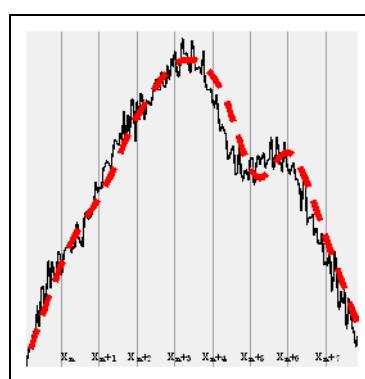


図1 データのフィルタリング

実線はフィルタを掛けない生の値、破線がフィルタを掛けた値、また縦線は格子面をそれぞれ表します。例えば、格子幅程度のフィルタを採用すると、格子内部に含まれる小さな渦は直接扱われることなく、格子幅よりも大きな運動のみ扱われる事が分かります。勿論、目の細かなフィルタを用意できれば(=格子サイズを小さくするなど)、元のデータに近づく可能性はあります(ただし、計算負荷は増大します)。

さて、LESのフィルタサイズよりも小さな乱流渦をどのように扱うか、と言う問題が生じます。実際は、LESでもいわゆる乱流モデルと呼ばれる方法を採用します(ただし、LESではサブグリッドスケールモデル(またはSGSモデル)と呼んでいます)。この点で、前記のRANSと共に共通するところがあります^{*3}。しかし、LESにおけるSGSモデルの意味は、RANSとは大きく異なります。つまり、繰返しますが、LESは、指定したフィルタを基準に、それよりも大きなスケールの渦は直接扱い、それよりも小さなスケールの渦はSGSモデルを用いて間接的に扱います。一方、RANSで用いる乱流モデルは、その導出過程から、エネルギーを最も多く保有する大きな乱流渦(energy-containing eddy)をモデル化したものです。従って、RANSで扱う乱流渦は、この大きな渦のみが対象となる点がLESと本質的に異なります。

*1. これはグリッドスケール(Grid scale)、Resolved scaleなどと呼ばれます。

*2. ただし、これはあくまでも一般論であり、実際はNS式の離散化(差分)精度にも依存します。また、乱流の最小渦スケール以下のフィルタサイズを定義しても意味がありませんのでご注意ください(この場合、LESではなく、直接数値シミュレーション[DNS]となります)。

*3. 実際、NS式を比較すると、平均化の手法は異なるものの、得られた最終形はほとんど同じです。

(2) フィルタリングと基礎方程式

フィルタ化またはフィルタリングは、以下に示す定義に従って実行されます。

$$\bar{u}(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x - \xi) u(\xi, t) d\xi \quad (1.11-1)$$

ここで、 G はフィルタ関数と呼ばれます(具体的な形については[文献1]を参照)。瞬時速度 u にフィルタを掛けて得られる \bar{u} は、 u のGS成分などと呼ばれます。NS方程式(第1部 4.1-2a)式にフィルタを掛ける場合、フィルタリングに関する次の条件

$$\overline{\bar{u} + u} = \bar{u} + \bar{u}$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial s} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial s}, \text{ただし } s = x, t$$

に従うと、次式が得られます(ただし、密度は定数)。

$$\frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (1.11-2)$$

または

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} &= - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{\partial \rho (\bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} \\ &= - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \rho (\bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j) \end{aligned} \quad (1.11-3)$$

なお、LESでは、 $\bar{u}_i \bar{u}_j \neq \bar{u}_i \bar{u}_j$ の関係が成立する点に注意してください。

(1.11-3)式で、 \bar{u}_i は直接求めることができます、 $\bar{u}_i \bar{u}_j$ を直接求めるすることはできません。そのため、計算から直接求められる \bar{u}_i や x_i などを用いて表現する必要があります。Leonard([文献2] 参照)によると、 $\bar{u}_i \bar{u}_j$ を以下のように分解することができます。

$$\bar{u}_i \bar{u}_j = \bar{u}_i \bar{u}_j + \bar{u}_i \bar{u}_j' + \bar{u}_j \bar{u}_i + \bar{u}_i' \bar{u}_j' \quad (1.11-4)$$

ただし、 $u_i' = u_i - \bar{u}_i$ の関係に基づきます。あるいは

$$\bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j + \bar{u}_i \bar{u}_j' + \bar{u}_j \bar{u}_i + \bar{u}_i' \bar{u}_j' \quad (1.11-5)$$

$$L_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j$$

$$C_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j' + \bar{u}_j \bar{u}_i'$$

$$R_{ij} = \bar{u}_i' \bar{u}_j'$$

とし、 L_{ij} をLeonard項(レナード項)、 C_{ij} をCross項(クロス項)、 R_{ij} をReynolds項(レイノルズ項)と分離します。なお、各項の物理的な意味については、[文献3]をご覧ください。さて、 L_{ij} 、 C_{ij} 、 R_{ij} は、使用するフィルタによって現れない場合があります。例えば、周波数空間でのローパスフィルタに相当するシャープ・カットオフ・フィルタでは、 L_{ij} は現れません。

同様に、有限体積法で用いられる体積平均に相当するフィルタリングでは、 L_{ij} と C_{ij} 共に現れません。ただし、一般的には、 $L_{ij} + C_{ij} = 0$ として R_{ij} のみを扱うため、 L_{ij} と C_{ij} の存在を気にする必要はありません。そこで、次に、 R_{ij} に対するモデル化について説明します。

(3) サブグリッドスケール(SGS)モデル

NS方程式の非線形項(=移流項)をフィルタ化して得られた $\overline{u_i u_j}$ は、そのままでは直接扱うことができません。ただし、 $\overline{u_i u_j}$ を L_{ij} , C_{ij} , R_{ij} に分解し、 $L_{ij} + C_{ij} = 0$ とすることで、扱う対象を $R_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$ のみに限定することができます。**SCRYU/Tetra**では、有限体積法をベースとしている関係で、体積平均型フィルタを掛けているものと見なせます。従って、フィルタ化したNS式からは、レイノルズ項 R_{ij} のみが生じます。そこで、レイノルズ項 R_{ij} のモデル化のみを行います。k-εモデルに代表される乱流モデルでもレイノルズ応力に対する様々なモデルが提案されていますが、LESにおけるレイノルズ項に対しても、実に色々なモデルがあります。**SCRYU/Tetra**では、以下に示す3種類のSGSモデルを採用しています。

- スマゴリンスキーモデル
- ダイナミック・スマゴリンスキーモデル(DSM)
- WALE(Wall-Adapting Local Eddy-viscosity)モデル

1. スマゴリンスキーモデル

スマゴリンスキーモデルは、最もシンプルかつ広く使われているSGSモデルです。スマゴリンスキーモデルの導出や詳細については[文献4]に委ねるとし、ここではモデルの最終形のみを示します。

$$\begin{aligned}\tau_{ij} &= \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} = 2v_{sgs} \bar{S}_{ij} \\ v_{sgs} &= (C_s \bar{\Delta})^2 |\bar{s}| \\ |\bar{s}| &= \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \\ \bar{S}_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)\end{aligned}\quad (1.11-6)$$

ここで、 C_s はスマゴリンスキーモデルの定数、 $\bar{\Delta}$ はフィルタのサイズを表します。スマゴリンスキーモデルの定数 C_s は、ダクトや円管内流れのような内部流れでは $C_s = 0.1$ を、物体周りの流れのような外部流れやターボ機械の解析では $C_s = 0.15$ が推奨値とされています。**SCRYU/Tetra**でスマゴリンスキーモデルを使用する場合、この C_s 値を予め設定する必要があります。一方、フィルタサイズ $\bar{\Delta}$ ですが、節点周りに作られるコントロールボリュームの体積 V を用いて、 $\bar{\Delta} = V^{1/3}$ で定義します。

2. ダイナミック・スマゴリンスキーモデル(DSM : Dynamic Smagorinsky Model)

前述のスマゴリンスキーモデルは、簡便故に、解析形状の複雑さを問わず、多くの乱流場の予測に使われています。しかし、同時に、次のような問題点が指摘されています(例えば、[文献5] 参照)。

1. 最適なスマゴリンスキーモデルの定数 C_s が一意に決まらない(流れ場に強く依存)。
2. 壁近傍で渦粘性係数が有限値となる(壁面近傍における物理量の漸近値が正しくない)。
3. 層流領域においても、有限な渦粘性係数を予測する(層流 ⇄ 乱流の遷移問題を扱えない)。

例えば、問題点1については、流れの状況に応じて、常に妥当な C_s を前もって設定する必要があることを意味します。ところが、チャネル流れなどのシンプルな流れ場に対しては、推奨値(チャネル流れの場合は $C_s=0.1$)が数多く報告されているものの、実形状に対する解析においては、残念ながら推奨値がほとんど報告されておりません。そのため、スマゴリンスキーモデルを用いる場合、幾つか定数値を振ってみて、妥当な解が得られるかどうかを調べる必要があります。これは、膨大な計算時間を必要とする作業となります。そこで、 C_s を前もって与えるのではなく、場の情報(速度や格子サイズなど)を用いて与えることができれば、非常に効率よく計算できることが容易に理解されます。

また、問題点2については、壁乱流の場合、流速、乱流エネルギー(k)やその消失率(ϵ)は、それぞれ満足すべき数学的な拘束条件(これを壁面漸近挙動と呼びます)があります(例えは、[文献4] 参照)。この壁面漸近挙動を用いると、渦粘性係数は壁からの距離 y の3乗に比例することが分かります。つまり、渦粘性係数は、壁面でゼロ、壁から離れるに従い y^3 で増加するのです。ところが、スマゴリンスキーモデルでは、渦粘性係数は一定の値で、壁面から離れるに従い直線的に増加するモデルです。

キー モデルは、そのままでは壁面でゼロにはならないため、通常は、減衰関数が乗じられます(詳しくは、(7) LESに関する注意事項をご覧ください)。

最後の問題点3については、(1.11-6)式からも分かるように、渦粘性係数は $|s|$ に比例します。これは、速度勾配が存在する領域では常に $|s|>0$ となり、例えば、円管内で層流から乱流へ遷移させる解析をする場合、層流域における速度勾配の影響のため、常に $|s|>0$ となり、結果として渦粘性係数 $\neq 0$ となります。

上記の問題に対する解決策の1つとして、次に示すダイナミック・スマゴリンスキーモデル([文献6]参照)があります。このモデルは、先にスマゴリンスキーモデルのところで導入したグリッドフィルタ Δ よりも大きなサイズのテストフィルタ $\tilde{\Delta}$ を導入し、これをNS式に適用して新たなSGSモデルを導出する方法です。詳細は、Germanoら([文献6]参照)またはLESに関する様々な書籍[文献1, 5]に記載されているので、そちらをご覧頂くとして、本節では、結果のみを示します*1。

$$\begin{aligned} C_s^2 &= \frac{1}{\tilde{\Delta}^2 M_{k1} M_{k1}} \frac{M_{ij} l_{ij}}{2 \Delta} \\ M_{ij} &= |\tilde{s}| \tilde{s}_{ij} - \alpha^2 |\tilde{s}| \tilde{s}_{ij} \\ l_{ij} &= (\bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j) - \frac{\delta_{ij}}{3} (\bar{u}_k \bar{u}_k - \bar{u}_k \bar{u}_k) \\ \tilde{\Delta} &= \gamma \bar{\Delta}, 1 + \gamma^2 = \alpha^2, \alpha = 2.0 \end{aligned} \quad (1.11-7)$$

ここで、上式で表現される C_s の決定に対しては、Germanoらの方法ではなく、Lilly([文献7]参照)によつて提案された最小二乗法による方法を採用しています。また、任意の変数 $\bar{\phi}$ に対するテストフィルタ操作は、次式で行います。

$$\tilde{\bar{\phi}} = \bar{\phi} + \frac{\tilde{\Delta}^2}{24 \partial x_j \partial x_j} \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x_j \partial x_j} \quad (1.11-8)$$

以上の操作を行うことで、 C_s を前もって与える必要は無く、 C_s を場の関数として表現することができます。しかし、(1.11-7)式で得られる C_s は、そのままでは負の値を許容します。これは、一般に、計算上の不安定性や発散を招くため、次のような平均化操作とクリッピングを行うことでこれらの問題を回避します。まず、平均化操作については、一般に次式で表現されます。

$$C_s^2 = \frac{1}{\tilde{\Delta}^2} \frac{\langle M_{ij} l_{ij} \rangle}{\langle M_{k1} M_{k1} \rangle} \quad (1.11-9)$$

ここで、 $\langle \rangle$ は平均化操作を意味しますが、SCRYU/Tetraでは、加藤ら([文献8]参照)が行っているテストフィルタを用いた平均化操作を行います。なお、加藤らが指摘しているように、 C_s を厳密に評価する必要は無く、大まかな傾向が得られれば良いと思われる所以、常に毎サイクル計算せず、指定されたサイクル毎に指定された回数だけ平均化操作を行うようにしています。これにより、計算時間の増加を抑えることができます。

クリッピングについては、 C_s が負にならないことを保障すれば良いので、加藤らと同様、次のような方法で行います。

1. 計算で得られた C_s が負の場合、 $C_s=0$ とします。
2. また、 $C_s=0.1$ としたスマゴリンスキーモデルで評価される渦粘性係数が動粘度の1%以下の場合も、 $C_s=0$ と設定します。
3. C_s の上限値については、一様等方性乱流をスマゴリンスキーモデルで計算する際に使われる $C_s=0.23$ とします。

以上に示すDSMを用いることで、先に述べたスマゴリンスキーモデルの持つ問題点を全て克服することは可能です。ただし、問題点2で示される壁面漸近挙動については、壁でゼロに漸近するものの、 y^3 に比例する挙動は再現されませんので、ご注意ください*2。

- *1. スマゴリンスキーモデルに対してダイナミック手法が適用されたため、これを**ダイナミック・スマゴリンスキーモデル**と呼びます。なお、他のモデルに対しても、ダイナミック手法を適用することができます。詳しくは、[\[文献1\]](#)をご覧ください。
- *2. 壁面漸近挙動の再現の重要性は、特に高プラントル数流体の温度場の予測に対し顕著に現れます。言い換えると、等温場の予測においては、壁面漸近挙動を満たさなくても、特に大きな問題にはなりません。

3. WALEモデル(Wall-Adapting Local Eddy-viscosity model)

WALE([\[文献9\]](#) 参照)は、DSM同様、スマゴリンスキーモデルの欠点を克服するために開発されたSGSモデルで、次式で表されます。

$$\begin{aligned} v_{sgs} &= (C_w \bar{\Delta})^2 \frac{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{3/2}}{(\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{5/2} + (S_{ij}^d S_{ij}^d)^{5/4}} \\ \bar{S}_{ij} &= \frac{1}{2}(\bar{g}_{ij} + \bar{g}_{ji}) \\ S_{ij}^d &= \frac{1}{2}(\bar{g}_{ij}^2 + \bar{g}_{ji}^2) - \frac{1}{3}\delta_{ij}\bar{g}_{kk}^2 \\ \bar{g}_{ij} &= \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_j} \\ \bar{g}_{ij}^2 &= \bar{g}_{ik}\bar{g}_{kj} \end{aligned} \quad (1.11-10)$$

ここで、 C_w は唯一のモデル定数であり、**SCRYU/Tetra**では、Temmermanら([\[文献10\]](#) 参照)と同様、 $C_w=0.316$ を採用します*。さて、WALEモデルの特徴ですが、問題点2に示された渦粘性係数の壁面漸近挙動を正しく再現できるのが、大きな特徴の1つです。加えて、DSMで見られるような、テストフィルタ操作、平均化操作及びクリッピングが不要なため、計算負荷は小さくなります。更に、スマゴリンスキーモデルと同様、その場の速度勾配とグリッドフィルタのみに依存するため、複雑な形状の解析にも難なく適用できます。

4. コヒーレント構造モデル(CSM: Coherent-structure Smagorinsky model)

コヒーレント構造モデル([\[文献 11\]](#)[[\[文献 12\]](#)参照])もスマゴリンスキーモデルの欠点を克服するために開発されたSGSモデルです。非回転流れで使用できるコヒーレント構造モデル(NRCSM)，回転流れでも使用できるコヒーレント構造モデル(CSM)があります。

それぞれのSGSモデルは、次式で表されます。

$$\begin{aligned} v_{sgs} &= C \bar{\Delta} |\bar{S}| \\ NRCSM:C &= C_1 |F_{cs}|^{\frac{3}{2}}, C_1 = \frac{1}{20} \\ CSM:C &= C_2 |F_{cs}|^{\frac{3}{2}} F_\Omega, F_\Omega = 1 - F_{cs}, C_2 = \frac{1}{22} \end{aligned} \quad (1.11-11)$$

ここで

$$\begin{aligned} F_{cs} &= \frac{Q}{E} \\ Q &= \frac{1}{2}(\bar{W}_{ij}\bar{W}_{ij} - \bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}) \\ E &= \frac{1}{2}(\bar{W}_{ij}\bar{W}_{ij} + \bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}) \\ \bar{S}_{ij} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_i}\right) \end{aligned} \quad (1.11-12)$$

$$\overline{W_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right)$$

となります。コヒーレント構造モデルの特徴は、WALEと同様であり渦粘性係数の壁面漸近挙動を正しく再現できDSMで見られるような、テストフィルタ操作、平均化操作及びクリッピングが不要なため、計算負荷は小さく、その場の速度勾配とグリッドフィルタのみに依存するため、複雑な形状の解析にも難なく適用できます。

以上をまとめると、LESで用いる基礎式は、以下のようになります。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_i \bar{u}_i}{\partial x_j} &= - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_{SGS}) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \\
 \mu_{SGS} &= \rho (C_s \Delta)^2 |\bar{S}| && \text{スマゴリンスキーモデル} \\
 \mu_{SGS} &= \rho \frac{1}{2} \frac{\langle M_{ij} l_{ij} \rangle}{\langle M_{kl} M_{kl} \rangle} |\bar{S}| && \text{ダイナミック・スマゴリンスキーモデル} \\
 \mu_{SGS} &= \rho (C_w \Delta)^2 \frac{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{3/2}}{(\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{5/2} + (S_{ij}^d S_{ij}^d)^{5/4}} && \text{WALEモデル} \\
 \mu_{SGS} &= \rho C \Delta^2 |\bar{S}| && \text{コヒーレント構造モデル}
 \end{aligned} \tag{1.11-13}$$

(1.11-13)式から分かるように、LESで用いる基礎式は、RANSの場合と同じ形をしていることが分かります。

*. Temmermanらは、 $C_s^2 = 0.1$ として計算しています。

(4) 空間及び時間の離散化精度

LESでは、(1.11-13)式を離散化する場合、その離散化精度が重要です。SCRYU/Tetraでは、(1.11-13)式の移流項(左辺2項目)と拡散項(右辺2項目)に対し、2次精度中心差分法を適用します*。一方、左辺1項目の時間項については、次式の3点近似の2次精度陰解法を適用します([文献13] 参照)。

$$\phi^{n+1} = \frac{4}{3}\phi^n - \frac{1}{3}\phi^{n-1} + \frac{2}{3}\Delta t f(t^{n+1}, \phi^{n+1}) \tag{1.11-14}$$

この2次精度陰解法を用いる場合、クーラン数が1.0以下であれば時間刻みの影響を受けない結果が得られます。

*. SCRYU/Tetraでは、計算の安定性向上のために、移流項に対して一次精度風上差分の影響を加えることができます。風上差分の影響は、全領域に対し同じ割合で加味する方法と、ガンマリミター([文献14] 参照)を援用して、節点毎に加味する方法を選択することができます。なお、デフォルトは、ガンマリミターを援用する方法としています。

(5) 境界条件

SCRYU/Tetraでは、LESで用いる壁面境界条件に対し、Werner-Wengle型の境界条件を三層モデルに拡張した以下の条件を採用しています([文献15]参照)。

$$\begin{aligned}
 u^+ &= y^+ & (y^+ \leq y_{c1}^+) \\
 u^+ &= A_1(y^+)^{B_1} & (y_{c1}^+ \leq y^+ \leq y_{c2}^+) \\
 u^+ &= A_2(y^+)^{B_2} & (y_{c2}^+ \leq y^+) \\
 y_{c1}^+ &= A_1^{1/(1-B_1)} \\
 y_{c2}^+ &= (A_2/A_1)^{1/(B_1-B_2)} \\
 u^+ &= (u/\sqrt{\tau_w}) \\
 y^+ &= \sqrt{\tau_w}y/v \\
 A_1 &= 2.7 \\
 A_2 &= 8.6 \\
 B_1 &= 1/2 \\
 B_2 &= 1/7
 \end{aligned} \tag{1.11-15}$$

実際の組込みに関しては、[文献15]をご覧ください。

次に、流入・流出条件についてですが、流入条件は乱れのない一様な流速分布及びドライバ*によって作られる発達乱流場の流速を与えることができます。なお、統計理論に基づく擬似乱れを付加した流入条件は、利用できないのでご注意ください。また、流出条件は、表面圧力規定条件のみ使用できます(自然流出条件は使用できません)。

- *. 流入面の上流部にある領域を設定し、その領域の上下流面に対し周期境界条件を適用することで、十分に発達した乱流の速度分布を作成する方法。

(6) 初期条件

LESで使用する初期条件を作成する場合、以下の2種類の方法を使うことができます。

1. INITコマンドで一様な流れを与える方法。
2. k-εで計算した結果を初期値として読み込み、更にk及びεの値から統計的に乱れを発生させ、速度場に付加する方法。この場合、連続の式は満足されます。

2は、定常・非定常問わず、k-εの計算結果が存在する場合、それをリスタートデータとして利用できることを意味します。なお、統計的に乱れを発生させる方法は、BaillyらのSNGR(Stochastic Noise Generation and Radiation)法をベースとしています(詳細な説明は、第2部 第2章 2.8 空力騒音解析の項目または[文献16]をご覧ください)。通常、初期条件として乱れを与えた場合、乱れのない一様な流れのみの場合と比較して、乱流の定常状態(定常計算における定常ではなく、平均速度や圧力などの平均量が一定となること)に早く到達し易くなります(あくまでも一般論であり、全てのケースについて当てはまる訳ではありません)。

(7) LESに関する注意事項

- LESで直接計算される速度及び圧力は、全て瞬時値です。従って、平均流速や平均圧力などの平均値を求める場合は、
 1. AVGFコマンドでFLDの平均化を行う
 2. 複数個のFLDファイルを出力しSCTpost上で平均化する
 等で対応する必要があります。また、平均化で必要なサイクル数も、精度を高めるために、最低数万サイクル以上必要となります。逆に、数百サイクル程度の平均化では、十分な予測精度が得られないことがありますので、ご注意ください。
- 上記に関連して、平均化を始める目安としては、流速や圧力の時系列データから、これらの変数が一定の範囲内で変動し始めるときを1つの目安とすることができます。例えば、図2は、圧力の時系列データの一例です。

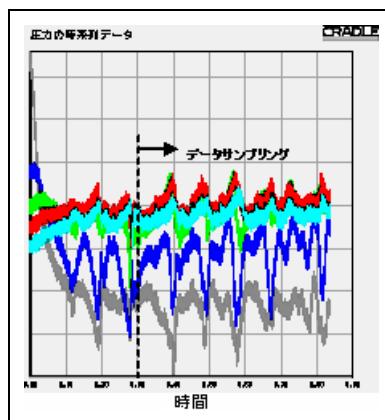


図2 LESによる計算例(圧力の時系列)

- この場合、計算開始から約0.3秒後に、圧力が一定の範囲内で変動するものと見なすことができます。従って、このケースでは、0.3秒後から平均化(サンプリング)を行います。あるいは、 C_d 値や C_1 値^{*1}などの物体に加わる力も、平均化開始の目安とすることができます。
- 亂流現象は、非定常な流れ現象です。また、乱流において一般に定常と呼ばれる状況は、平均速度や平均圧力などの平均値が時間に関係なく一定値となる場合を指します。ただし、このときも、LESで直接扱う瞬時の流速や圧力は、変動します(図2参照)。従って、LESは、定常解析で使用できないのは勿論、定常解析で用いるコマンド(STEDやUNDRなど)を設定しても意味がありません。
 - 現バージョンでは、拡散物質との併用はできません。
 - 圧縮性流体では使用できません。

- $k-\epsilon$ モデルとの併用はできません。
- LESで熱解析を行う場合、温度方程式の移流項に対し、二次精度中心差分は適用されず、MUSCL[4]が適用されます。なお、エネルギー方程式に対してのみ、UPWDコマンドで移流項の差分スキームを変更することができます(運動方程式への適用は不可)。
- 壁近傍では、スマゴリンスキーモデルに対し、Van Driest型の減衰関数を渦粘性係数に乗じています^{*2}。ただし、この減衰関数は、 y^+ を通して壁面摩擦速度 u_* を使用する関係から、壁に隣接する要素に対してのみ適用されます。そのため、例えば、チャネル流れの計算を行うと、スマゴリンスキーモデルを用いて予測された既存の結果(例えば、[文献4]と[文献15]に計算例あり)と異なりますのでご注意ください。
- クーラン数一定で計算する場合、1.0以下に設定することで時間刻みに依存しない結果を得ることができます。同様に、時間刻み一定での計算でも、予測されるクーラン数が1.0以下となるように設定してください。
- 図3のような固体壁近傍でメッシュの大きさが急変するケースでは、節点Bにおいて異常に大きな流速が発生します。これは、各節点周りに作られるコントロールボリュームを基準としたフィルタサイズを渦粘性係数 μ_t に直接組込む際、節点AとBではフィルタサイズが大きく異なり、結果としてその影響の度合いも大きく異なります。その結果、節点Bでの μ_t はAよりも大きな値をとり易くなります。更に、スマゴリンスキーモデルでは、上記注意事項で示したように、減衰関数は壁に隣接する要素の節点(ここではA)のみに適用されるため、節点Bでの μ_t は、十分な減衰効果が得られません。その結果、壁垂直方向の μ_t の勾配は非常に大きくなり、高流速を生じる原因となります。

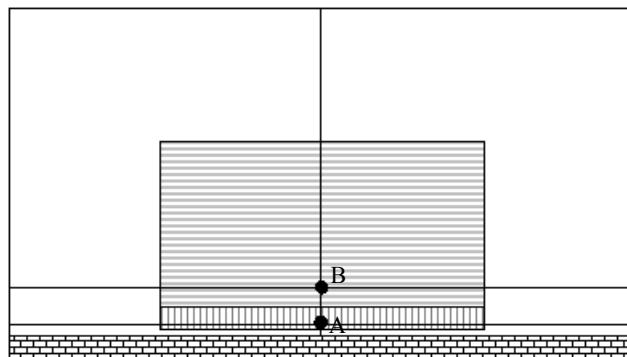


図3

*1. PFOC及びSFOCコマンドを予め設定する必要があります。

*2. 減衰関数は $f_\mu = 1.0 - \exp(-y^+/25.0)$ となり、(1.11-13)式の渦粘性係数は $\mu_t = \rho(C_s \Delta f_\mu)^2 |\bar{s}|$ で表されます。

(8) LESにおける図化用データ処理について

LESによる計算を実行すると、以下の6種類の図化用データが自動的に出力されます。

- Velocity product UU(VPUU)
- Velocity product VV(VPVV)
- Velocity product WW(VPWW)
- Velocity product UV(VPUV)
- Velocity product VW(VPVW)
- Velocity product UW(VPUW)

これらのデータは、文字通り、速度成分の積を表します。例えば、速度積UUを用いてその意味を説明すると、次のようにになります。まず、レイノルズ分解を表す(1.1-1)式において、 $U = \bar{U} + u'$ の両辺を二乗すると、

$$\bar{U}\bar{U} = \bar{U}\bar{U} + 2\bar{U}u' + u'u' \quad (1.11-16)$$

となります。さて、Velocity product UU(VPUU)ですが、これは(1.11-16)式の左辺に現れる瞬時速度の積を意味します。ただし、この変数は、瞬時データを図化出力したままでは使い道がありません。そこで、(1.11-16)式に対し、更にレイノルズ平均を実行します(SCRYU/Tetraでは、変数の時間平均を実行するコマンドとして、AVGFコマンドを用意しています)。すると、右辺第二項目の $\bar{U}u'$ はゼロとなり、結果として、次式が得られます。

$$\bar{U}\bar{U} = \bar{U}\bar{U} + \bar{u}'\bar{u}' \quad (1.11-17)$$

ここで、左辺は瞬時速度の積の平均値を、右辺第一項目は平均速度の積を、右辺第二項目はレイノルズ応力をそれぞれ表します。右辺第一項目に現れる \bar{U} は、速度Uの時間平均で表現されるため(SCT-post上の変数はVELX)、未知変数のレイノルズ応力 $\bar{u}'\bar{u}'$ は、

$\bar{u}'\bar{u}' = \bar{U}\bar{U} - \bar{U}\bar{U} = VPUU - VELX \times VELX$ で記述することが出来ます。レイノルズ応力 $\bar{v}'\bar{v}'$ と $\bar{w}'\bar{w}'$ も同様に記述できるので、それらを用いることで、乱流エネルギーを求めることができます。

参考文献

1. P. Sagaut, Large Eddy Simulation for Incompressible Flows, Springer, (2001).
2. A. Leonard, Energy cascade in large eddy simulation of turbulent fluid flows, Advances in Geophysics, Vol.18A, (1974), pp. 237-248.
3. 保原・大宮司編, "数値流体力学 基礎と応用", 東京大学出版会, (1992).
4. 数値流体力学編集委員会編, "3 乱流解析", 東京大学出版会, (1995).
5. 大宮司他編, "乱流の数値流体力学 モデルと計算法", 東京大学出版会, (1998)
6. M. Germano, et al., A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, Phys. Fluids A, Vol. 3, No. 7, (1991), pp.1760-1765.
7. D. K. Lilly, A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure model, Phys. Fluids A, Vol. 4, No. 4, (1992), pp.633-635.
8. 加藤ら, 二次元翼周りの流れのLES解析, 第16回生研NSTシンポジウム, (2001), pp.48-59.
9. F. Nicoud and F. Ducros, Subgrid-scale stress modeling based on the square of the velocity gradient tensor, Flow Turbulence and Combustion, Vol. 62, (1999), pp.183-200.
10. L. Temmerman, et al., Investigation of wall-function approximations and subgrid-scale models in large eddy simulation of separated flow in a channel with streamwise periodic constrictions, Int. J. Heat Fluid Flow, Vol. 24, (2003), pp.157-180.
11. Kobayashi, H.: The subgrid-scale models based on coherent structures for rotating homogeneous turbulence and turbulent channel flow, Phys. Fluids, 17 (2005) 045104.
12. 小林, 乱流構造に基づくサブグリッドスケールモデルの開発, ながれ29 (2010) pp157 – 160
13. J.H. ファーツィガー, M. ペリッチ(小林他訳), "コンピュータによる流体力学", シュプリンガー・フェアラーク東京出版, (2003).
14. H. Jasak, et al., High resolution NVD differencing scheme for arbitrarily unstructured meshes, Int. J. Numer. Meth. Fluids, Vol. 31, (1999), pp.431-449.

15. 稲垣, "自動車関連の熱・流体解析とLES", 計算流体力学講習会テキスト, (2000), pp.67-89.
16. C. Bailly and D. Juve, A stochastic approach to compute subsonic noise using linearized Euler's equations, AIAA 99-1872, (1999), pp.496-506.

1.12 LESと乱流モデルの融合

(1) LESと乱流モデルの特徴

SCRYU/Tetraでは、乱流の計算法として、Navier-Stokes式をレイノルズ平均して得られる乱流モデル(RANS)による方法と、格子サイズで定義されるフィルタを通して得られるLESによる方法があります。それぞれの方法には一長一短があり、例えば、RANSの場合、そのメリットとして、

- 固体面近傍のメッシュが粗くても、壁関数等(**SCRYU/Tetra**では、低レイノルズ数域包括型壁関数を利用可能)を援用することで、高精度な乱流解析が可能
- 格子のアスペクト比が大きくても、比較的安定した計算が可能。特に、 $y^+ < 1$ となるように固体壁方向に格子を多く配置すると、数十オーダーのアスペクト比になることがあるが、このようなケースでも計算可能
- 低レイノルズ数型乱流モデルを用いれば、層流域から乱流域までの計算(遷移・再層流化の解析)が可能
- 要素数を増やすことで、格子依存性の無い解析結果が得られる

などが挙げられます。勿論、要素数を増やして格子サイズを小さくすると、格子依存性がなくなることは、特に定常解析において極めて重要となります。ところが、非定常解析においては、いくら小さなサイズの格子を用意しても、小さいサイズの乱流渦の非定常的振舞いを扱うことはできません。このことは、例えば、大小様々な乱流渦の影響を考慮しなくてはならない乱流騒音問題(第2部 第2章 2.8 空力騒音解析 参照)のような解析に対しRANSは不向きである、とも言えます(RANSは、乱流の最も大きな渦スケールのみを扱うことも関係します)。

一方、LESのメリットとしては、

- 格子サイズは解像できる乱流渦の大きさと関係するため、小さなサイズの格子を用意できれば、小スケールの乱流渦を捉えることができ、RANSよりも高精度な乱流解析が可能

を第一に挙げることができます。しかし、LES単独での計算精度の向上には、要素数を増やして解像度を上げることとNS式の移流項の精度を上げる(3次、4次、5次...)ことが必要となり、その結果、計算負荷の増大と計算の不安定性を招くことになります。また、LESは格子のアスペクト比に敏感に反応しやすいため、RANSでは安定した計算が行えたアスペクト比の大きな要素形状を持つケースでも、計算が不安定になる、または発散することがあります(1.11 ラージエディシミュレーション(LES)の(7) LESに関する注意事項をご覧ください)。そのため、LES単独による安定した壁乱流の解析を進めるには、アスペクト比が小さくなるように、膨大な要素を壁近傍に配置する必要があります(一般に、全方向の要素サイズを壁垂直方向に合わせることになります)。これは、特に高レイノルズ数流れの解析において多大なコストを必要とすることを示しており、実用問題へのLESの単独使用は、今のところ非実用的とも思われます。

このように、RANSとLESを使用する場合、それぞれにメリット・デメリットがあります。

特に、格子サイズに着目すると、RANSは、壁近傍での格子サイズが比較的粗い、またはアスペクト比が大きくても、安定した計算が可能です。加えて、包括型壁関数を含む数多くの高精度な境界条件が整備されているため、壁面摩擦速度や熱伝達率などの高精度な予測も可能です。一方、壁から離れた領域($y^+ > 30$ が目安)では、メッシュの粗密状態にも依りますが、アスペクト比の小さな要素配置が可能となるので、LESを用いても安定した計算が可能となります。そこで、もし、壁近傍をRANSで扱い、壁から離れた領域ではLESを使う、というような"いいとこ取り"ができれば、実用計算上、非常に魅力的なものになります。**SCRYU/Tetra**では、

- DES(Detached Eddy Simulation) ([文献1] 参照)
- VLES(Very Large Eddy Simulation) ([文献2,3] 参照)

という2種類の方法を使って、上記の要求を実現しています。以下、それぞれの方法について説明します。

(2) 乱流モデルのDES化

DESの方程式はRANSの方程式をベースとします。SCRYU/Tetraでは、すでに実装している乱流モデルの中で、非線形低レイノルズ数k-εモデル(TBTY=6)以外の全ての乱流モデルをベースモデルとして用いることができます。以下に、標準k-εモデルとSST k-ωモデルをベースモデルとするDES方程式を示しますが、その他のk-ε系モデル(例えば、AKNモデル)のDES方程式も同様に考えることができます。

1. 標準k-εモデルベースのDES化

標準k-εモデルベースのDES化では、以下のようにk方程式の消滅項((1.3-3a)式または(1.3-4a)式の右辺最終項)と、渦粘性係数((1.3-5)式)にRANS的解法からLES的解法へ移行を判別する係数を掛けます。

$$-\rho\epsilon \rightarrow -\rho\epsilon \cdot F_{DES1} \quad (1.12-1)$$

$$v_t = \rho C_\mu k^2 / \epsilon \rightarrow v_t = \rho C_\mu k^2 / \epsilon \cdot F_{DES2} \quad (1.12-2)$$

$$F_{DES1} = \text{MAX}\left(\frac{L_t}{C_{DES1}\Delta}, 1\right) \quad (1.12-3)$$

$$F_{DES2} = \text{MAX}\left(\frac{L_t}{C_{DES2}\Delta}, 1\right) \quad (1.12-4)$$

$$\Delta = \text{MAX}(\Delta x, \Delta y, \Delta z), \quad L_t = k^{3/2} / \epsilon \quad (1.12-5)$$

ここで、 ρ は密度、 k は乱流エネルギー、 ϵ は乱流消失率、 C_μ はモデル係数、 v_t は渦粘性係数、 C_{DES1} 、 C_{DES2} はDESのパラメータ、 Δx 、 Δy 、 Δz はそれぞれx、y、z方向のメッシュサイズを表します。

L_t は乱流スケール、つまり渦の大きさを表しますが、これがメッシュサイズにDESのパラメータ(C_{DES1} または C_{DES2})を掛けた長さよりも大きいとき、(1.12-3)式および(1.12-4)式によってRANS的解法からLES的解法へと移行します。壁の近くでは一般に乱流スケールが小さいので、RANS的解法となります。

DESの設定はベースモデルとなるRANSの設定に加えて、DES0コマンドで行います。上のDESパラメータ C_{DES1} 、 C_{DES2} はDES0コマンドの入力変数です。DES0コマンドにおいて、小さい C_{DES1} または C_{DES2} を入力すると、LES的解法で扱う領域がより壁面の近くまで広がります。また、FLDファイルに $1/F_{DES1}$ および $1/F_{DES2}$ が output されますので、RANS領域とLES領域を視覚的に確認することができます。つまり、それらが1である領域がRANS領域、1未満である領域がLES領域を示します。

2. SST k-ωモデルベースのDES化

SSTモデルでは、以下のようにk方程式の消滅項にのみRANS的解法からLES的解法への移行を判別する係数 F_{DES1} を掛けます。

$$-\rho C_\mu \cdot \omega \cdot k \rightarrow -\rho C_\mu \cdot \omega \cdot k \cdot F_{DES1} \quad (1.12-6)$$

$$F_{DES1} = \text{MAX}\left(\frac{L_t}{C_{DES1}\Delta}, 1\right) \quad (1.12-7)$$

$$\Delta = \text{MAX}(\Delta x, \Delta y, \Delta z), \quad L_t = k^{1/2} / (C_\mu \omega) \quad (1.12-8)$$

ここで、 C_μ はモデル係数、 ω はSSTモデルにおける乱流消失率 $C_u \epsilon / k$ を表します。SSTモデルの場合には、DES0コマンドの入力変数として、 C_{DES1} のみ意味を持ちます。また、FLDには $1/F_{DES1}$ のみが output されます。

(3) 乱流モデルのVLES化

SCRYU/Tetraで採用しているVLESは、

- Ruprechtらの方法
- Battenらの方法(LNS: Limited Numerical Scalesとも呼ばれます)

の2種類です。これらの方法について、次に示します。

1. Ruprechtらの方法

Ruprechtら([文献2] 参照)は、次式で定義する方法を使って、 $k-\varepsilon$ モデルで使われる乱流エネルギー k を、LESと同様なフィルタで解像できる部分(=エネルギーを最も多く含む渦、又はエネルギー保有渦)と解像できない部分(小さな渦の持つ乱流エネルギー)に分離しています。

$$\hat{k} = k \times \left[1 - f\left(\frac{\Delta}{L}\right) \right]$$

$$f\left(\frac{\Delta}{L}\right) = \begin{cases} 0 & \Delta \geq L \\ 1 - \left(\frac{\Delta}{L}\right)^{2/3} & \Delta < L \end{cases}$$

$$\Delta = \alpha \times \max(\sqrt[3]{\Delta V}, |\vec{u}| \times \Delta t)$$

$$L = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon}$$
(1.12-9)

ここで、 \hat{k} はフィルタ化された乱流エネルギー、 ΔV は要素体積、 $|\vec{u}|$ は流速の絶対値を表します。また、 L はエネルギー保有渦の代表長さを表し、メッシュによる幾何学的な代表長さ Δ との比で乱流エネルギーをフィルタ化しています。一方、 Δ を求める際に使われるパラメータ α は、 $1.0 \leq \alpha \leq 5.0$ の範囲を取りますが([文献3] 参照)、**SCRYU/Tetra**では前もって設定する仕様になっています。なお、フィルタ化された乱流エネルギーは、渦粘性係数中に表れる乱流エネルギーに対して適用されます。また、RuprechtらのVLESは、SSTモデル及び非線形乱流モデルを除く全ての乱流モデルで利用できます。

2. Battenらの方法

Battenら([文献4, 5] 参照)は、1.6 非線形低レイノルズ数型乱流モデルのところで紹介した非線形乱流モデルをベースに、LESとRANSを関係付ける方法を提案しています(著者らは、LNS: Limited Numerical Scalesと呼んでいます)。具体的には、次式で示すように、パラメータ α をLESのSGSモデル(ここでは、スマゴリンスキーモデル)とRANSの渦粘性係数の比^{*}で定義し、 α の大小でRANS領域とLES領域を分離します($\alpha=1$ のときRANSを意味します)。ただし、明確に分離されるのではなく、RANSとLESの共存領域が存在するのが特徴です。

$$\mu_t = \alpha C_\mu f_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}$$

$$\rho \overline{u'_i u'_j} = \alpha \rho \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \mu_t S_{ij} + \dots$$

$$\alpha = \min \left\{ \frac{C_s (L^\Delta)^2 \sqrt{S_{ij} S_{ij}/2}}{C_\mu k^2 / \varepsilon}, 1.0 \right\}$$

$$S_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$$

$$L^\Delta = \max(L^{\Delta_{\text{mesh}}}, |\vec{u}| \Delta t)$$

$$L^{\Delta_{\text{mesh}}} = 4 \times \max(|\vec{x}_c - \vec{x}_k|)$$

$$k = 0 \dots n$$
(1.12-10)

ここで、 $C_s=0.05$ はスマゴリンスキーモデルの定数、 \vec{x}_c は要素中心座標ベクトル、 \vec{x}_k は k 番目の要素界面の中心座標ベクトル、 n は要素面数をそれぞれ表します。

また、モデル定数 C_μ は、1.6 非線形低レイノルズ数型乱流モデルで説明した関数型を用います。なお、**SCRYU/Tetra**では、BattenらのLNSは、非線形乱流モデルに対してのみ有効です。

- *. 正確には、RANSとLESで定義される乱流の速度スケールと長さスケールの積の比で定義されますが、結果的にRANSとLESの渦粘性係数の比となります。

(4) DES及びVLESの使用方法

- 基本的な設定は、従来の非定常乱流モデル解析と同じです。従って、境界条件のデフォルト設定や制約事項については、選択した乱流モデルの設定・制約事項等に従います。
- VLESの時間項の精度については、自動的に二次精度陰解法(ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 TRANコマンド 参照)を設定します。
- 移流項については、UPWDコマンドの設定に従います。ただし、VLESの場合、LESで使用する二次精度中心差分法(ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 LESAコマンド参照)を選択することもできます(解析によっては、数値的不安定性を招くこともあるので、ご注意ください)。
- DES化する場合はDES0コマンドを、VLES化する場合はVLESコマンドを、それぞれ使用します。

(5) DES及びVLES使用時の注意事項

- **SCRYU/Tetra**では、DESとVLESを同時に扱うことはできません。つまり、DES0コマンドとVLESコマンドを同時に設定することはできません。
- DESとVLESで利用できる乱流モデルは、表1のようになります。なお、DESではSSTモデルの使用を推奨します。

表1 DES及びVLESで利用できる乱流モデルの対応表

乱流モデル (番号はユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 TBTYコマンド 参照)	DES	VLES
1. 標準k- ε	○	○(R)
2. RNG k- ε	○	○(R)
3. MP k- ε	○	○(R)
4. AKN線形低Re k- ε	○	○(R)
5. GPC線形低Re k- ε	○	○(R)
6. 非線形低Re k- ε	×	○(B)
7. Realizable k- ε	○	○(R)
8. SST k- ω	◎	×
9. MPAKN線形低Re k- ε	○	○(R)
10. Spalart-Allmaras	○	×
11. LKE k-k _L - ω モデル	○	○(R)

注. VLESのRはRuprechtらの方法、BはBattenらの方法を表す

参考文献

1. A. Travin, M Shur, and M. Strelets, "Physical and numerical upgrades in the Detached-Eddy Simulation of complex turbulent flows", In: Fluid Mechanics and its Applications. Advances in LES of Complex Flows, R. Friederich and W. Rodi (editor). 65, 239-254, 2002. Proc. of EUROMECH Colloquium 412, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London.
2. A. Ruprecht, et al., Very large eddy simulation for the prediction of unsteady vortex motion, Conference on Modelling Fluid Flow, (2003).
3. I. Buntic, et al., Very large eddy simulation for swirling flows with application in hydraulic machinery, Workshop on Vortex Dominated Flows, (2005)
4. P. Batten, et al., LNS-An approach towards embedded LES, AIAA-2002-0427, (2002).
5. C. Wagner, et al., Large-Eddy Simulation for Acoustics, Cambridge University Press, (2007), pp.133-138.

第2章 各種物理モデル

2.1 流体に外力を与える機能

2.1.1 圧力損失

電子機器では、放熱のための通風孔として、筐体に細かいスリットやパンチ穴が開けられたりしています。そのような部分を通過する流れを正確に解析するには、もちろん、1つ1つのスリットやパンチ穴を表現できるだけの細かい要素分割を行うのが理想的です。しかし、メモリーや計算時間の制約から、それができないこともあるでしょう。そんな場合には、通風孔のある部分は1つの大きな開口部でモデル化して、メッシュを節約します。このモデル化の様子を図1に示します。

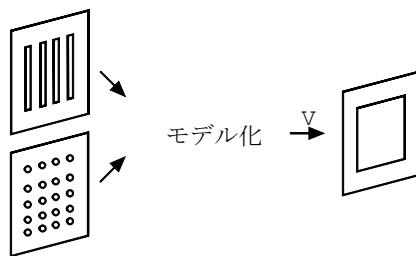
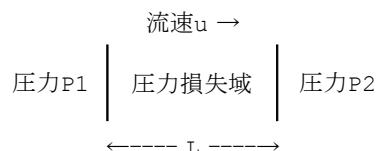


図1 通風孔のモデル化

実際の通風孔では、モデル化した開口部よりも空気が流れにくくなるはずですから、代わりに、それを数値的に表現して開口部に与えます。一般に、流路の中に障害物があると、その前後には圧力差が生じます。この圧力差 ΔP を圧力損失といいます。

SCRYU/Tetraでは、体積力を用いて定義されます。



圧力損失を以下の2つの式で表した場合を考えます。

$$P_1 - P_2 = \Delta P_{RES} = \zeta \cdot u^3 \quad (2.1-1)$$

$$P_1 - P_2 = \Delta P_{RES} = a u^2 + b |u| \quad (2.1-2)$$

体積力は、次の2式が用いられています。

$$F = -\text{sign}(\Phi - V) \cdot C \cdot |\Phi - V|^B \cdot SCL \quad (2.1-3)$$

$$F = -\text{sign}(\Phi - V) \cdot \{C(\Phi - V)^2 + B|\Phi - V|\} \cdot SCL \quad (2.1-4)$$

ここで、

sign ; ()内の符号

Φ ; 指定要素の流速成分

SCL ; 指定要素の体積または面積

C, V, B が入力になります。(2.1-1)式と(2.1-3)式、(2.1-2)式と(2.1-4)式を比較し、 C, V, B は次のようになります。

(2.1-1)式の場合

$$C = \frac{\zeta}{L}$$

$$V = 0.0$$

$$B = \beta$$

(2.1-2)式の場合

$$C = \frac{a}{L}$$

$$V = 0.0$$

$$B = \frac{b}{L}$$

注意事項

- **SCRYU/Tetra**では、流体域に圧力損失を設定します(圧力損失を設定するための体積領域が必要です)。
- 圧力損失(圧力の差)を計算しますので、境界条件で圧力の基準が設定されていないと計算が不安定になります。
すなわち、流入流出条件で表面圧力または全圧規定されているか、圧力固定されているのが望ましいといえます。

関連コマンド

FORC 面積力、体積力の設定

関連例題

機能13 圧力損失

2.1.2 ファンモデル

電子部品を囲う筐体内の温度分布の解析にはファンを扱う必要があります(図1)。電子部品、特にCPUは発熱量が増大して自然対流だけの冷却では限界温度を超えるため、ファンによる強制冷却は不可欠です。

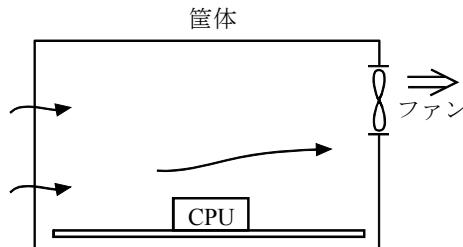


図1 筐体とファン

ファン自体の問題は、移動メッシュ機能を使えば羽根近傍の流れ、前後の圧力差などを計算で求めることができます。この計算はコンピュータの計算時間がかなりかかるため、筐体全体と一緒に解析するには無理があります。

ファンはその性能を示す数値として、P-Q特性がメーカーから提供されています。P-Q特性はファンの前後圧力差と流量とを図化した図2のような曲線です。この圧力差Pはファンの下流側の圧力から上流側の圧力を引いたものです。

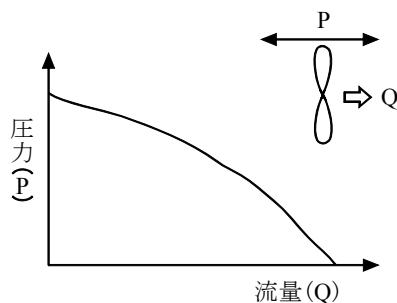


図2 P-Q特性

つまり、Pは一般に正で使用しますが、これは下流側が上流側より圧力が高いことを意味しています。ファンはこの圧力差Pに抗して流量Qを生み出している訳です。境界条件に、このP-Q特性を利用しますと、ファン自体の解析をしなくともファンの機能を取り込めます。これがファンモデルです。このとき必要とするものはP-Qのテーブルです。

注意事項

- SCRYU/Tetraでは、解析領域内部のみに設定できます。
- 圧力が計算されるのは、流体要素ですので、解析領域内部にファンモデルを設定する場合は、流体要素に挟まれる体積領域に設定します。
- 圧力の差から流速を計算しますので、境界条件で圧力の基準が設定されていないと計算が不安定になります。すなわち、流入流出条件で表面圧力または全圧規定されているか、圧力固定されているのが望ましいといえます。
- P-Qテーブルの値は、Pは単調減少、Qは単調増加の順で設定します。

関連コマンド

FANM ファン条件の設定

関連例題

機能15 ファンモデル

2.1.3 パネル

メッシュ作成の段階において、対象となるモデルに薄板形状の物体が存在すると、しばしばその取り扱いが問題となります。例として、図1のように $10[m] \times 10[m] \times 10[m]$ の大きな空間に厚み $2[mm]$ の板が置かれている場合を考えます。この $2[mm]$ の板の形状をそのまま認識した要素分割を行うと、図2のように細長い三角形が生じ、要素形状の歪みが大きくなります(これを質の悪いメッシュと呼びます)。メッシュの質が悪いと、解の収束性並びに精度に影響が出てきます。また、SCTpreがメッシュ生成に失敗することもあります。1つの解決策としては、薄板とその近傍を十分細かい要素で覆えば良いわけですが、結果として要素数は増大し、コンピュータの計算時間と使用メモリーの増加に直接繋がります。実際問題として不可能な場合もでてくるでしょう。

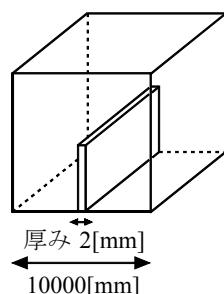


図1 大きな空間内の薄板

SCRYU/Tetraでは、このような薄板を、空間を仕切るだけの厚みのないパネルとしてモデル化する機能を用意しています。この機能を適用すれば、図2のかわりに図3のようなメッシュを使うことができ、大きく歪んだ要素もなくなります。パネルはSCTSsolverがパネル表面に隣接する要素間にギャップ要素を挿入することで生成されます(第1部 第3章 有限体積法による解法の3.8 SCTsolverでの変数配置を参照)。また、伝熱パネル機能を使えば、パネルを構成するギャップ要素に密度・比熱・熱伝導率等の物性と温度及び仮想厚みを持たせることができ、単に空間を仕切るだけではなく、パネルの厚み方向・広がり方向の熱伝導を考慮することができます。

パネル表面は壁面として扱われ、流体はパネルを通り抜けることはできません。応力条件・熱移動条件は通常の壁面の設定と同様に行うことができます。空間を仕切るだけのパネルであれば、壁面熱移動条件はパネルを挟んでの同一の物性間の熱移動を考慮し、伝熱パネルの場合は、物性を持つパネルとその隣接要素との熱伝達条件を与えます。

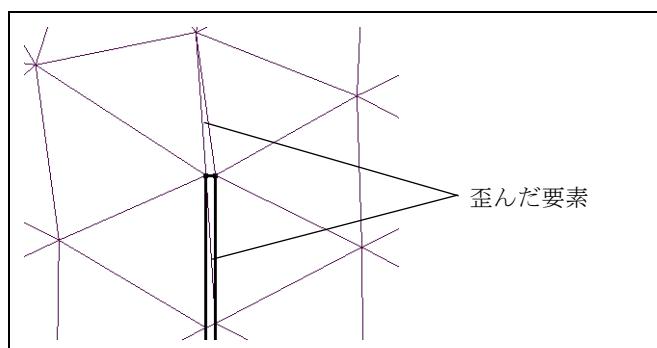


図2 薄板近傍のメッシュ

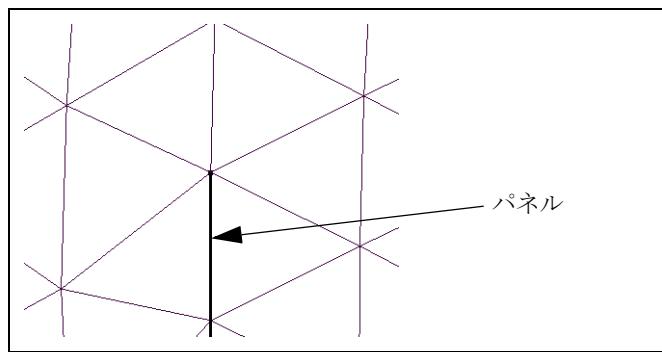


図3 パネルによるメッシュ

関連コマンド
PANL パネル指定

2.1.4 多孔質体

(1) 序文

一般には流体領域と固体領域は異なる領域に分けて計算します。しかし、無数の粒子が充填された場所を流体が通るような場合、非常に細かいメッシュ区分をすれば固体と流体とを異なる領域に分けることができますが、要素数や計算時間等の問題からほとんどの場合不可能です。そこで、1つの要素の中に流体と固体とが混在する状態を扱います。これを多孔質体と呼びます。

図1は多孔質体の模式図です。点線で囲まれた箇所が多孔質体です。多孔質体中では、流路が狭くなります。これは圧力損失として現れます。SCRYU/Tetraの多孔質体では、多孔質体内部の流路形状は考慮されません。ただ、圧力損失が生じるよう流れと逆向きの外力を与えます。一方、温度解析においては、多孔質体は空間的に一様に分布している固体としてモデル化されます。その固体温度は、熱伝導、流体との熱移動、及び壁との熱移動によって決定されます。

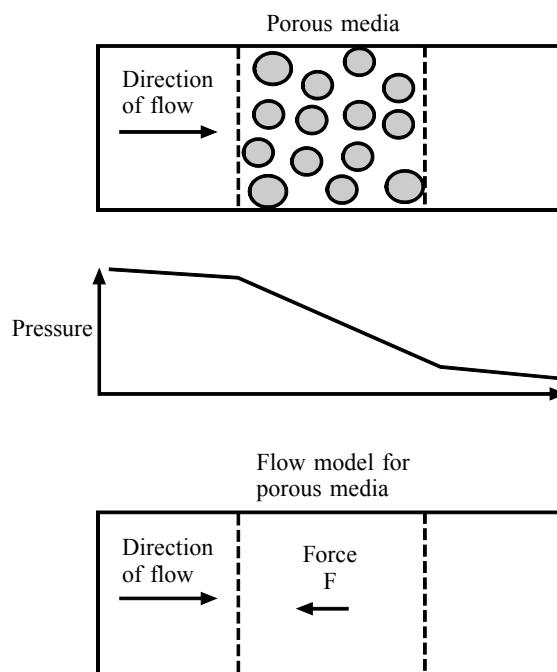


図1 多孔質体モデル

(2) 多孔質体を特徴づける量

1. 空隙率

多孔質体領域は、流体と固体で構成されます。この固体を多孔質体物質と呼びます。空隙率とは、多孔質体領域の全体積に対する流体が占める体積の割合です。多孔質体物質が占める体積割合は、必然的に(1-空隙率)になります。

2. 単位体積当たりの接触面積

流体と多孔質体物質間の熱伝達を考慮するために、流体と多孔質体物質間の単位体積当たりの接触面積が必要です。この情報と熱伝達係数が与えられれば、多孔質体物質から流体への単位時間当たりに移動する熱量は、次式で与えられます。

$$Q = h(T_F - T_p)\chi\Delta V \quad (2.1-5)$$

ここで、

h	； 热伝達係数[W/(m ² •K)]
T_F	； 流体の温度[K]
T_p	； 多孔質体物質の温度[K]
χ	； 単位体積当たりの接触面積[m ² /m ³]
ΔV	； 要素体積[m ³]

です。

3. 面積率

実際の多孔質体では断面の全てが多孔質体物質ではないので、多孔質体物質内部の熱移動にはそのことを評価する情報が必要になります。それが面積率です。これは断面積に占める多孔質体物質の面積の比を意味します。多孔質体が等方性の場合、どの方向にも面積率は同じで、(1-空隙率)に一致すると仮定します。異方性の場合には、直交する3方向の面積率を用います。

4. 平均流速

多孔質体がない場合と同じ流量を与える流速を平均流速と呼ぶことにします。平均流速は空隙率 ϵ と実際の流速 U_L を用いて次式で与えられます。

$$U = U_L\epsilon \quad (2.1-6)$$

(2.1-7)や(2.1-8)での流体の速度には平均速度を用いている点に注意が必要です。また、図化ファイルには平均流速が出力されます。SCTpostにて、多孔質体の前後で流速が変化しなくとも、それは流速が流量で見た平均流速であるためです。

(3) 多孔質体による圧力損失

多孔質体内では、流体の運動量保存式(4.1-2a)に多孔質体物質から受ける圧力損失の項が追加されます。なお、次式は流体が非圧縮性の場合ですが、圧縮性の場合も同様です。

$$\frac{\partial \epsilon \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho u_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \rho g_i \beta (T - T_0) + F_i \quad (2.1-7)$$

ここで、

ϵ	； 空隙率
F_i	； x_i 方向の単位長さ当たりの圧力損失

です。

注. 多孔質体温度が解かれない場合、時間項の空隙率 ϵ は無視されます。

圧力損失の算出方法は、各多孔質体モデルで異なります。(6) 多孔質体モデルを参照してください。多孔質体の流れ解析では、Lファイルに流体に働く外力の領域平均値が output されます。

(4) 多孔質体の温度解析

多孔質体の温度解析ではエネルギー式が2つ存在します。1つは流体についての式で、もう1つは多孔質体物質についての式です。流体のエネルギー式(4.1-3a)には、多孔質体物質との熱伝達の項が追加されます。なお、次式は流体が非圧縮性の場合ですが、圧縮性の場合も同様です。

流体のエネルギー式

$$\frac{\partial \varepsilon \rho_F C_{p_F} T_F}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho_F C_{p_F} T_F}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} K_F \frac{\partial T_F}{\partial x_j} + \chi h (T_F - T_p) + \dot{q}_F \quad (2.1-8)$$

多孔質体物質のエネルギー式

$$\frac{\partial (1-\varepsilon) \rho_p C_{p_p} T_p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} K_p \alpha_{ij} \frac{\partial T_p}{\partial x_j} + \chi h (T_F - T_p) + \dot{q}_p \quad (2.1-9)$$

ここで、

_F	； 流体についての値
_p	； 多孔質体物質についての値
ε	； 空隙率
χ	； 単位体積当たりの接触面積[m ² /m ³]
h	； 热伝達係数[W/(m ² •K)]
α_{ij}	； 面積率テンソル(等方性の場合、 $\alpha_{ij} = \delta_{ij}(1-\varepsilon)$)

です。流体の物性値は、PROPコマンドにより指定されます。一方、多孔質体物質の物性値はPORMコマンドにより指定されます。

注. 温度解析の場合でも、多孔質体の熱物性値が指定されない場合、多孔質体温度は解かれません。

多孔質体内での流体と多孔質体物質間の熱伝達係数は、直接指定されるか、または実験式により算出されます。実験式については、(6) 多孔質体モデルを参照してください。熱バランスの出力が指定された場合、多孔質体物質についての熱バランスもLファイルに出力されます。

(5) 多孔質体の壁面熱伝達条件

多孔質体領域が固体または解析領域外と接している場合、その境界面(壁面)にて、流体と多孔質体物質のそれぞれについて熱伝達条件を考える必要があります。

図2は、SCRYU/Tetraで設定可能な多孔質体の外表面の状態を表した模式図です。多孔質体の外表面の状態は、内部と変わらない状態(左図)か完全に多孔質体物質で覆われている状態(右図)のどちらかを選択できます。

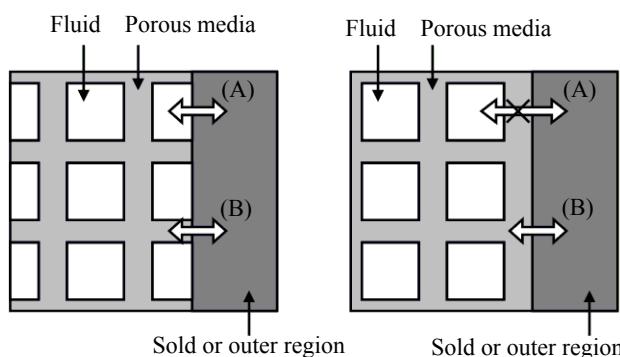


図2 多孔質体の外表面の状態

図2のそれぞれの状態で、流体と壁面間の熱伝達量(図中(A))及び多孔質体物質と壁面間の熱伝達量(図中(B))は、次の通りです。

外表面が内部と変わらない(左図)

$$\begin{array}{ll} \text{流体と壁面間} & ; \quad \varepsilon Q_F \\ \text{多孔質体物質と壁面間} & ; \quad (1-\varepsilon) Q_P \end{array} \quad (2.1-10)$$

外表面が完全に固体で覆われている(右図)

$$\begin{array}{ll} \text{流体と壁面間} & ; \quad 0(\text{断熱}) \\ \text{多孔質体物質と壁面間} & ; \quad Q_P \end{array}$$

ここで、流体のみが壁面と接する場合の流体と壁面間の熱伝達量を Q_F としています。これはWL00コマンドやWL04コマンドで指定されます。また、多孔質体物質のみが壁面と接する場合の多孔質体物質と壁面間の熱伝達量を Q_P としています。これはPOWTコマンドで指定されます。

(6) 多孔質体モデル

SCRYU/Tetraの多孔質体モデルでは、一般的な等方性多孔質体と異方性多孔質体に加えて、粒子、プレートフィン、及びハニカムの多孔質体モデルが用意されています。それぞれの多孔質体モデルについては次の通りです。

1. 一般的な等方性多孔質体

入力パラメータ

多孔質体を特徴づける量として、

抵抗係数、べき数、空隙率、接触面積

を入力します。

圧力損失

流れ方向に働く単位長さ当たりの圧力損失 $F[\text{Pa}/\text{m}]$ は、次式で与えられます。

$$F = \frac{1}{2} \rho C_f U^{C_n} \quad (2.1-11)$$

ここで、

U ; 流速の大きさ [m/s]

C_f ; 抵抗係数

C_n ; べき数

です。(2.1-7)式では、各軸方向に次式で与えられます。

$$F_i = -F \frac{U_i}{U} \quad (2.1-12)$$

ここで、 U_i は x_i 方向の流速です。

2. 一般的な異方性多孔質体

入力パラメータ

多孔質体を特徴づける量として、

異方性の特性方向, 抵抗係数, べき数, 空隙率, 接触面積, 面積率
を入力します。

圧力損失

異方性の場合、直交する3つの特性方向を指定します。第m番目の特性方向に働く単位長さ当りの圧力損失は、次式で与えられます。

$$F_m = -\frac{1}{2}\rho C_{fm} |u_m|^{C_{nm}-1} u_m \quad (2.1-13)$$

ここで、

u_m ; 第m番目の特性方向の流速[m/s]

C_{fm} ; 第m番目の特性方向の抵抗係数

C_{nm} ; 第m番目の特性方向のべき数

です。

面積率

各特性方向断面に占める多孔質体物質の面積率を指定します。多孔質体物質を伝わる熱伝導の断面積として利用されるため、熱移動を正しく表現するように指定する必要があります。

例えば、図3の左図の場合には、第1番目の特性方向には多孔質体物質が途切れているため、熱移動ができません。従って、第1番目の特性方向の面積率には、例え多孔質体物質の断面積が有っても0.0を入力する必要があります。もちろん、第2番目の特性方向については、熱移動できるため、 $(a_1+a_2+a_3+a_4+a_5)/A$ を指定します。

図3の右図の場合には、第1番目と第2番目の特性方向共に固体が途切れているため、熱移動できません。従って、どちらの面積率にも0.0を入力する必要があります。

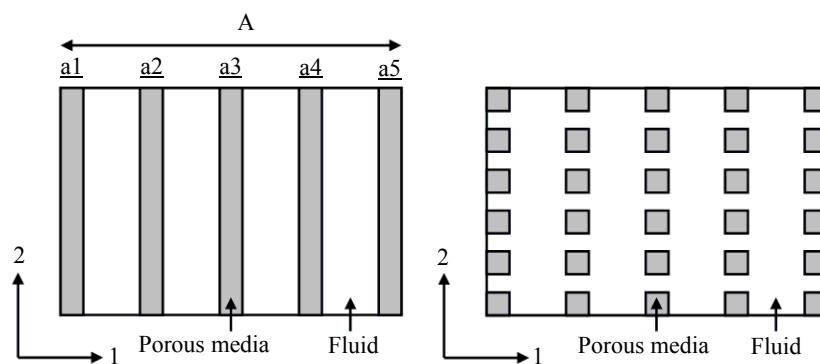


図3 各特性方向の面積率の指定

3. 粒子で構成された充填層を対象とする等方性の多孔質体

入力パラメータ

多孔質体を特徴づける量として、

空隙率, 粒子径, 形状係数
を入力します。

形状係数

球形状の粒子からなる多孔質体に対して、単位体積の多孔性固体当たりの接触面積 A_p/V_p は、次式で与えられます。

$$\frac{A_p}{V_p} = \frac{\pi D_p^2}{\pi D_p^3 / 6} = \frac{6}{D_p} \quad (2.1-14)$$

ここで、 D_p は粒子の直径です。球形以外の粒子に対しての補正係数を次式で定義します ([文献1]参照)。

$$\frac{A_p}{V_p} = \frac{6}{\phi_c D_p} \quad (2.1-15)$$

この ϕ_c を粒子の**形状係数**と呼びます。接触面積 χ は次式より算出されます。

$$\chi = \frac{6}{\phi_c D_p} (1 - \varepsilon) \quad (2.1-16)$$

圧力損失

流れ方向に働く単位長さ当たりの圧力損失は、次のCarman式で与えられます ([文献2]参照)。

$$F = \frac{6 f U^2 \rho_F (1 - \varepsilon)}{\phi_c D_p \varepsilon^3} \quad (2.1-17)$$

$$f = \begin{cases} \frac{5}{Re} & (Re < 2) \\ \frac{5}{Re} + \frac{0.4}{Re^{0.1}} & (2 \leq Re) \end{cases} \quad (2.1-18)$$

$$Re = \frac{\phi_c D_p U \rho_F}{6(1 - \varepsilon) \mu_F} \quad (2.1-19)$$

ここで、

- U ; 流速の大きさ[m/s]
- ρ_F ; 流体の密度[kg/m³]
- ε ; 空隙率
- D_p ; 粒子径[m]
- μ_F ; 流体の粘性係数[Pa•s]
- ϕ_c ; 形状係数

です。(2.1-7)式にて、各軸方向には(2.1-12)式で与えられます。

熱伝達係数

熱伝達係数が実験式より与えられる場合、次のThodos式で与えられます ([文献3]参照)。

$$h = \frac{0.725 C_{PF} \rho_F U}{P_r^{\frac{2}{3}} [(D_p \rho_F U / \mu_F)^{0.41} - 1.5]} \quad (2.1-20)$$

ここで、

- C_{PF} ; 流体の定圧比熱[J/kg•K]
- P_r ; 流体のプラントル数

です。

4. プレートフィンを対象とする異方性の多孔質体

入力パラメータ

多孔質体を特徴づける量として、

異方性の特性方向, フィン1枚の厚み(図中DFIN), フィンの枚数(NFIN),

各特性方向の長さ(FIN1, FIN2, FIN3)

を入力します。

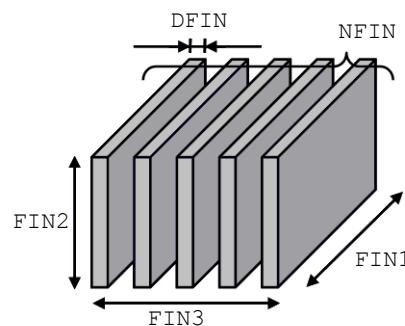


図4 プレートフィンの入力パラメータ

空隙率や圧力損失, 接触面積, 面積率, 及び熱伝達係数(実験式による指定)は、入力パラメータに応じて SCTsolver内で算出されます。

5. ハニカムで構成された異方性の多孔質体

入力パラメータ

多孔質体を特徴づける量として、

流路方向, ハニカムの流路幅(図中AA), ハニカムの厚さ(BB), 等価粗さ

を入力します。

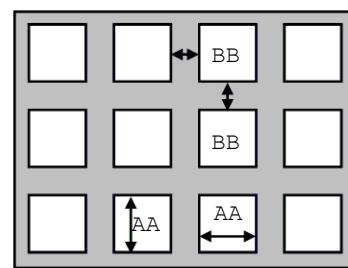


図5 ハニカムの入力パラメータ

空隙率

空隙率は次式で与えられます。

$$\varepsilon = \frac{a^2}{(a + b)^2} \quad (2.1-21)$$

ここで、

a ; ハニカムの流路幅[m]

b ; ハニカムの厚さ[m]

です。

圧力損失

流路方向に働く単位長さ当たりの圧力損失は、水力直径と管摩擦係数から次式で与えられます。

$$F = f \frac{\rho_F U^2}{2 D \epsilon^2} \quad (2.1-22)$$

また、レイノルズ数は次式で定義します。

$$Re = \frac{\rho_F U D}{\epsilon \mu_F} \quad (2.1-23)$$

ここで、

f	； 管摩擦係数
D	； 水力直径[m]($D=a$)
U	； 流路方向の流速の大きさ[m/s]
ϵ	； 空隙率
ρ_F	； 流体の密度[kg/m ³]
μ_F	； 流体の粘性係数[Pa·s]

です。管摩擦係数はレイノルズ数に応じて次のように算出されます。

まず、層流の摩擦係数は、滑らかな正方形断面を持つ直管のものを用います([文献4]参照)。

$$f_L = \frac{57}{Re} \quad (2.1-24)$$

次に、乱流摩擦係数は、円管に対する実験式(Colebrookの式)から算出されます([文献5]参照)。

$$\frac{1}{\sqrt{f_T}} = -2 \log \left[\frac{2e/a}{7.41} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f_T}} \right] \quad (2.1-25)$$

ここで、 e は等価粗さ[m]です。ここで、(2.1-24), (2.1-25)式は発達した流れに対する摩擦係数であることに注意してください。ハニカムの長さが短い場合、SCRYU/Tetraのハニカムモデルは適当ではありません。

さて、実現象では、あるレイノルズ数で層流から乱流に遷移します。これは、(2.1-24)式から(2.1-25)式に不連続に摩擦係数が変化することに対応します。この不連続な変化は数値計算上不安定をもたらします。そこで、SCRYU/Tetraでは、次式を用いています。

$$f = \begin{cases} \text{MAX}(f_L, f_B) & (Re < 3000) \\ f_T \left(e \frac{Re - 3000}{4000 - 3000} \right) & (3000 \leq Re < 4000) \\ f_T(e) & (4000 \leq Re) \end{cases} \quad (2.1-26)$$

$$f_B = \frac{0.316}{Re^{0.25}} \quad (2.1-27)$$

(2.1-26)式は、レイノルズ数が3,000以上では、Colebrookの式が用いられています。レイノルズ数が4,000未満から3,000に向かって等価粗さは強制的にゼロにされます。レイノルズ数が3,000未満で用いている f_B はBlasiusの式です。これは、滑らかな管の摩擦抵抗を表す式で、 $e=0$ でColebrookの式とほぼ同じ摩擦係数を算出します。ただし、この2つの式はまったく同じではないため、(2.1-26)式はレイノルズ数が3,000でわずかに不連続に変化します。Blasiusの式を用いた理由は、レイノルズ数が小さくなると(1,019未満)、 f_L より小さくなるからです。

さて、実現象のハニカム内では、流路方向に垂直な流速成分はほぼ0のはずです。このため、PORMコマンドでIO=1とすると、流路と垂直方向の流速を抑制する圧力損失が与えられます。

接触面積

接触面積は次式で与えられます。

$$\chi = \frac{4a}{(a+b)^2} \quad (2.1-28)$$

面積率

流路方向の断面積に占める多孔質体物質の面積率は、次式で与えられます。

$$a_1 = 1 - \varepsilon \quad (2.1-29)$$

次に、流路方向と垂直な方向の面積率は次の通りです。

$$a_2 = a_3 = \frac{b(a+b)}{a_2 + ab + b^2} \quad (2.1-30)$$

これは、垂直方向に面積率1と $b/(a+b)$ の部材が交互に並んでいる場合を想定しています。

熱伝達係数

熱伝達係数が実験式より与えられる場合、次の式で与えられます。

$$h = Nu \frac{K_f}{a} \quad (2.1-31)$$

$$Nu = \text{MAX}[Nu_L, Nu_s] \quad (2.1-32)$$

ここで、 Nu_L は層流の正方管の発達状態のヌセルト数で、等温壁に対する値($Nu_L=2.98$)を使用します([文献6]参照)。 Nu_s は乱流かつ発達した流れでの滑らかな円管のヌセルト数で、Gnielinskiの式より計算します([文献7]参照)。

$$Nu_s = \frac{(C_f/2)(Re - 1000)\Pr}{1 + 12.7\sqrt{C_f/2(\Pr^{2/3} - 1)}} \quad (2.1-33)$$

ここで、 $C_f = f/4$ です。(2.1-33)式の適用可能範囲は $3000 < Re < 10^6$ です。(2.1-33)式の使用にあたって、 \Pr が0.5未満では0.5を、 \Pr が2,000以上では2,000を用います。また、安全のため、分母は0.5より小さくならないようにしています。(2.1-33)式は、滑らかな壁面での乱流熱伝達を求める式です。

SCRYU/Tetraでは、粗い壁の乱流熱伝達にも(2.1-33)式を使用します。計算はできますが、粗い壁の乱流熱伝達は非常に精度が落ちると予測されます。

参考文献

1. 小林清志他, "新版移動論", 朝倉書店, 1989, p.55-56.
2. 化学工学便覧, 改訂3版, 化学工学会, 1968, p.134.
3. 化学工学便覧, 改訂3版, 化学工学会, 1968, p.229.
4. Schlichting, H. Boundary Layer Theory (7ed.), p.613, Fig 20.12.
5. 日本流体力学編, 流体力学ハンドブック, 丸善, 1987, p.203-205.
6. 西川, 藤田, 伝熱学, 理工学社, 1982, p.142.
7. 伝熱工学資料改訂 第4版, 日本機械学会, 1986, p.55.

関連コマンド

- PORM 多孔質体を設定する
 PORD 多孔質体の規定値を変更する
 POWT 多孔質体と壁との熱伝達を設定する

関連例題

- 機能14 多孔質体

2.2 热解析を補強する機能

2.2.1 伝熱パネル

伝熱パネルとは、解析空間の大きさと比べて厚みの特に小さい部品が存在するときでも、薄いメッシュを区分することなく、部品内部および周囲の流体や固体との間の熱移動解析を可能にする計算手法です。メッシュを区分しない代わりに、部品の仮想的な厚みを入力データとして別に与える必要があります。伝熱パネルが隣接する流体や固体を排除する体積は考慮されません。従って、伝熱パネル面に垂直な方向のメッシュ幅が、伝熱パネルの厚みと比べて十分大きいときに妥当なモデル化であると言えます。

伝熱パネルに関して注意すべき点を以下に挙げます。

- 線接触に関する注意

線状に接触する部品どうしの間に熱伝達条件を与えるには条件設定が必要です(PNLC, PNLMコマンド)。線上の接触部分はデフォルトでは断熱とみなされますのでご注意ください。また、線接触する伝熱パネルと通常の固体との間でも同様です(図1)。

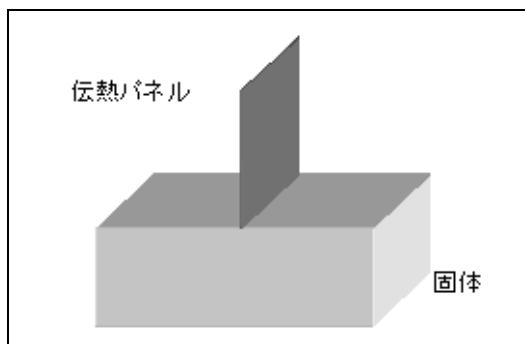


図1 線接触する伝熱パネルと固体

<制限事項>

- 伝熱パネルは重複定義はできません。
- Solverで解析する際に仮想厚みを持った伝熱パネルの要素が作成されます。この場合、ギャップ要素が挿入されていないPREファイルを用いる必要があります。

関連コマンド

PNLC	線接触熱伝達の境界条件を指定
PNLF	伝熱パネル表面を面領域として定義
PNLH	伝熱パネル解析においてパネル領域を設定する
PNLM	線接触熱伝達の規定値を物性番号に対して定義

関連例題

機能16 伝熱パネル

2.2.2 热輻射

今まで温度変化のある場合を考えました。そこでは流れによって温度が変わること(対流伝熱)と近傍での温度差により温度が変わる(熱伝導)という2つの場合について解析の手順を述べました。この2つはいずれもエネルギーの移動のことですが、エネルギーの移動には、もう1つ**热輻射**という現象が関与します。

热輻射は電磁波が空間を無数の方向に飛びかいエネルギーを運ぶ現象で、その電磁波が移動できる空間を**輻射場**と呼びます(図1)。輻射場内で電磁波と物質の間でエネルギーの授受がない場合、その空間は電磁波(輻射)に対して透明になります。たとえば、真空の空間は完全に透明ですし、空気や水、ガラスなどは(可視光の電磁波に対しては)ほとんど透明な媒体であるといえます。

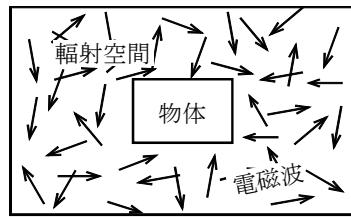


図1 輻射場

このような透明な媒体が輻射場になります。そして、エネルギーの移動は、物体表面から物体の表面もしくは外部境界へ、外部境界から物体表面へ、輻射によって直接行われます。ところが輻射場内に炭酸ガスや水蒸気が存在すると(燃焼のときは一般的に存在します)、この空間を移動するときに吸収されたり、散乱されたりして途中で輻射のエネルギーの移動が変化します。このような媒質を**(輻射性)ガス**と呼びます。

(1) フラックス法

ところで、何げなく輻射エネルギーの移動と言葉で説明してきましたが、後の説明に必要なため定量的に定義します。ここでは、輻射のエネルギーの移動を表現するものとして**輻射強度**を導入します。輻射強度はある指定方向への単位時間、単位面積、単位立体角当たりのエネルギーの次元をもつ量です。ある指定方向を**輻射線**と呼びます。

一般には熱などのエネルギーの移動は単位時間、単位面積当たりのエネルギー(熱流束)の次元を使いますが、電磁波は空間で拡がっていきますので、ある一定方向に見れば熱流束では途中さえぎるものがないでも変化してしまい不便なため、さらに単位立体角当たりにした輻射強度を使います。

これはサーチライトで照らすと遠くへいくほど拡がって、同じ面積当たりでは光の通過量が小さくなりますが、同じ立体角当たりでみれば同じになると対比されます(図2)。単位面積を通過する光の量は、光源からの距離の2乗に反比例して少なくなります。その一方で、光源から遠くなると、同じ単位面積を通過する光の向きは、1つの方向に収束していき、その立体角は距離の2乗に反比例します。その結果、単位面積で単位立体角の光の量を輻射強度として定義すると、光源から伸びた輻射線に沿って保存する量になります。

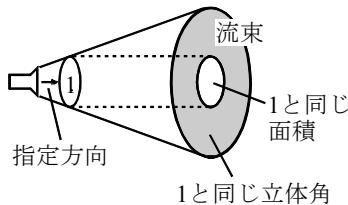


図2 サーチライトの例

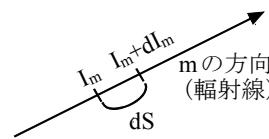


図3 輻射線上の変化

輻射強度を使うと透明体内での輻射による熱移動の式は簡単に表されます(図3)。

$$\frac{dl_m}{ds} = 0$$

ここで、

$$\begin{aligned} dl_m &; \quad m\text{方向の輻射線上の輻射強度の変化} \\ ds &; \quad m\text{方向の輻射線上の微小距離} \end{aligned}$$

(輻射性)ガス内での輻射による熱移動の式には、右辺に**吸収**, **散乱**, **放射**という原因で I_m を変化させる項が追加されます。

$$\frac{dI_m}{ds} = -\kappa I_m - \sigma I_m + \frac{\sigma}{4\pi} \int_0^{4\pi} I_{m'} d\omega' + \kappa \frac{1}{\pi} \sigma_{SB} T^4$$

ここで、

$$\begin{aligned} \kappa &; \quad \text{吸収係数} \\ \sigma &; \quad \text{散乱係数} \\ I_{m'} &; \quad m' \text{方向の輻射強度} \\ d\omega' &; \quad m' \text{方向の微小立体角} \\ \sigma_{SB} &; \quad \text{ステファン・ボルツマン定数} = 5.67 \times 10^{-8} [\text{J/m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K}^4] \end{aligned}$$

右辺第1項は輻射場内をm方向にdsだけ進むと、輻射強度 I_m は空間に κI_m 分エネルギーを吸収されて小さくなることを意味しています。

第2項も同形の式ですが、これは空間で散乱されて、つまり σI_m 分のエネルギーがm方向から他の方向へ向きを変えられて、m方向への輻射強度 I_m が小さくなることを意味しています。

普通変えられる向きはランダムですので σI_m 分のエネルギーは四方八方へ散っていきます。ということは別の向き、例えば、 m' の向きから来た輻射強度 $I_{m'}$ の一部は m 方向へ散乱されることを意味します。つまり $I_{m'}$ の一部が m 方向へ曲げられて I_m を増加させると考えられます。それが右辺第3項です。

m' は全方向からと考えられますので、それを全立体角として、立体角で 4π まで積分しています。なお、 4π で割られているのは、全方向から m 方向だけを取り出す意味をもっています。右辺第4項は放射の項で、輻射場自身が輻射を放出していることを表しています。これは絶対温度の4乗に比例しています。

なお、 $\sigma_{SB}T^4$ は黒体からの放射で理想的な物と考えていますが、実際には κ が掛けられて黒体の放射より小さくなります。ここで、輻射場自身が放射する点にイメージがわかなければ、正確には空間内の炭酸ガス、水蒸気がその温度にみあつたエネルギーを放出していると考えてください。 π で割り算がされている点は単位立体角あたりの輻射の強度にする変換のためです。

透明体は吸収係数、散乱係数がゼロの特別な場合にあたります。輻射場内の輻射のエネルギー移動の式はわかりましたが境界条件が必要です。これには2つの場合があります。その1つは鏡の面で光(電磁波)が反射されるように、輻射(電磁波)も同様に反射される場合で鏡面反射といいます(図4)。

これは対称面に適用されます。もう1つは境界からその温度の4乗に比例した放射のある面で熱放射面といいます(図5)。

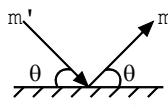


図4 鏡面反射

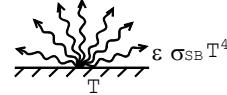


図5 热放射面

熱放射面は先に述べた黒体の放射に輻射率 ϵ を掛けたエネルギーを面から輻射場へ放出します。それは次式で表されます。

$$\epsilon \sigma_{SB} T^4$$

なお、熱放射面はエネルギーを放射するだけではなく、輻射場から来るエネルギーをも吸収します。そのときの吸収率 α は、輻射率 ϵ と次のような単純な関係を持っています。

$$\alpha = \epsilon$$

これをキルヒホッフの法則といいます。

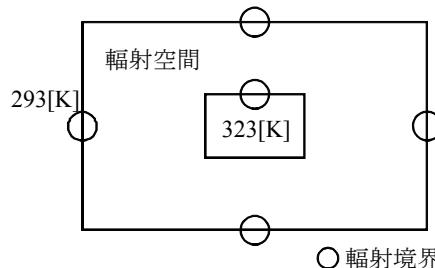


図6 輻射の例

以上から輻射を考えるときは、普通の温度を求めるときの条件の他に、図6のように輻射場には吸収係数、散乱係数が物性値として必要になります。輻射場が輻射場でない領域と接する境界は、鏡面反射か熱放射面かによって必要とするものが変わります。鏡面反射のときには輻射率を0とします。熱放射面のときには輻射率と物体の温度を与えます。

ところで輻射線の方向は本来は無数に考えられますが、SCTsolverは輻射線の方向の数を8, 24, 48方向に限定して計算するように設定していますので、この数を選択する必要があります。もちろん、方向の数が多いほど精度は上がりますが、計算時間もかかるようになります。普通は24を選びます。このように限定された方向の計算のみで、本来は無数の方向の輻射の伝播を代替して解く方法をフラックス法と呼びます。

以上の条件をSCTsolverに入力すれば計算が行われ、輻射を考慮した温度が求まります。図化用にはさらに**輻射の熱流束ベクトル**が出力されます。SCTpostで輻射の熱流束を図7のように描くと、輻射のエネルギーが流れている様子がよくわかります。

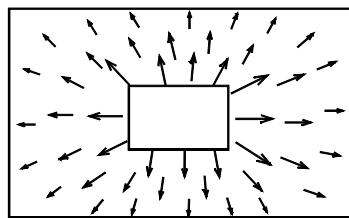


図7 輻射の熱流束

(2) VF法(形態係数法)

1. 形態係数F

輻射の伝熱計算にはフラックス法とは別に、形態係数による方法があります。形態係数は2つの面の間に定義され面の形状と相対位置で決まります。形態係数が決まれば2つの面の間のエネルギーのやりとりが計算できます。なお、エネルギーとは輻射エネルギーのことと、以降も単にエネルギーと記述します。

例えば、A, B2つの面を考え、A面から見たB面の形態係数を F_{AB} 、A面の放射するエネルギーを Q_A とすれば、 Q_A のうちB面に到達するエネルギー $Q_{A \rightarrow B}$ は、次式で求まります(図8)。

$$Q_{A \rightarrow B} = F_{AB} \cdot Q_A \quad (2.2-1)$$

さらに Q_A は次式で与えられます。

$$Q_A = E_b \cdot S_A$$

ここで、

S_A	;	A面の面積
E_b	;	黒体の射出能で、 $E_b = \sigma_{SB} \cdot T^4$
T	;	A面の温度

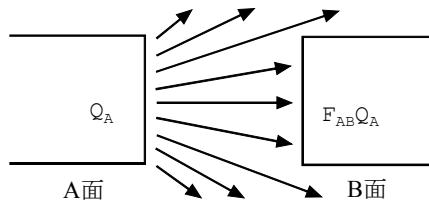


図8 形態係数 F_{AB}

あとは形態係数 F_{AB} を求めるべきですが、ここではモンテカルロ法(乱数によるシミュレーション)を用います。A面から多数の粒子を周囲に飛ばしてA面が Q_A を放出するさまを模擬し、B面に到達した粒子を数えて $Q_{A \rightarrow B}$ とします。つまり図8の状況を実際に再現するわけで、 F_{AB} は(2.2-1)式より次のような比の値として求まります。

$$\begin{aligned} F_{AB} &= Q_{A \rightarrow B} / Q_A \\ &= (\text{B面への到達粒子の合計}) / (\text{A面の発生粒子の合計}) \end{aligned}$$

この方法は F_{AB} を使う(2.2-1)式で F_{AB} を求めており、奇妙な印象を受けます。

$Q_{A \rightarrow B}$ が求まるならば F_{AB} など不要に思えますが、重要な点はいかなる手段であろうと、"一旦、 F_{AB} を求めてしまえば、時々刻々と変化する温度Tに対する $Q_{A \rightarrow B}$ が(2.2-1)式で簡単に求まる"ということです。 F_{AB} は比の値ですから実は Q_A は任意です。シミュレーションでは Q_A は発生粒子数です。しかし、説明上それではピンとこないのでA面の温度はTとしました。

2. ラジオシティ

ところで、閉空間での全ての形態係数Fが既知ならば(2.2-2)式で定義されるラジオシティ(図9)を利用して反射があるときの輻射解析も可能です。

$$B = \epsilon Q + \rho H \quad (2.2-2)$$

ここで、

- ϵ ; 面の輻射率
- ρ ; 面の反射率($=1-\epsilon$)
- Q ; 黒体面としての放射エネルギー
- H ; 周囲からその面への入射エネルギー

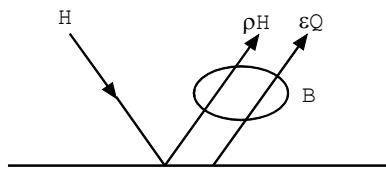


図9 ラジオシティB

B は放射と反射の合計ですから、結局その面が周囲に発散する全エネルギーになります。 B と H は各面ごとに定義されます。つまり(2.2-2)式は面の数だけありますが未知数は B と H がそれぞれ面数分でこのままでは未知数が多くなります。ところが H は周囲の面からの入射なので、形態係数Fを使えば周囲の面の B の和で表せます。そのため全ての B が求まり、更には H も決まります。結局、面の輻射率を ϵ とすれば、その面での放射エネルギーは ϵQ 、吸収エネルギーは ϵH なので、計算では $\epsilon(H-Q)$ の面発熱として処理されます。

形態係数(View Factor)を用いる輻射伝熱解法をVF法と呼びます。VF法では熱流体解析の実行前にあらかじめ形態係数の値を求めファイルに保存します。そして熱流体解析の実行時に必要に応じてファイルを参照するような手順になります。ブラックス法同様、温度は絶対温度を用います。必要な入力は輻射場の指定、面の輻射率、境界温度などですが、更に効率化のためにグルーピングを指定します。

形態係数は一対の面ごとに決まりますから全体では全面数の2乗になりメッシュ要素の各面に形態係数を定義すると膨大な数になります。そのような計算は事実上不可能です。そこで複数の要素面を1つにまとめて計算面数を減らします。これをグルーピングと呼び、計算には欠かせない作業です。

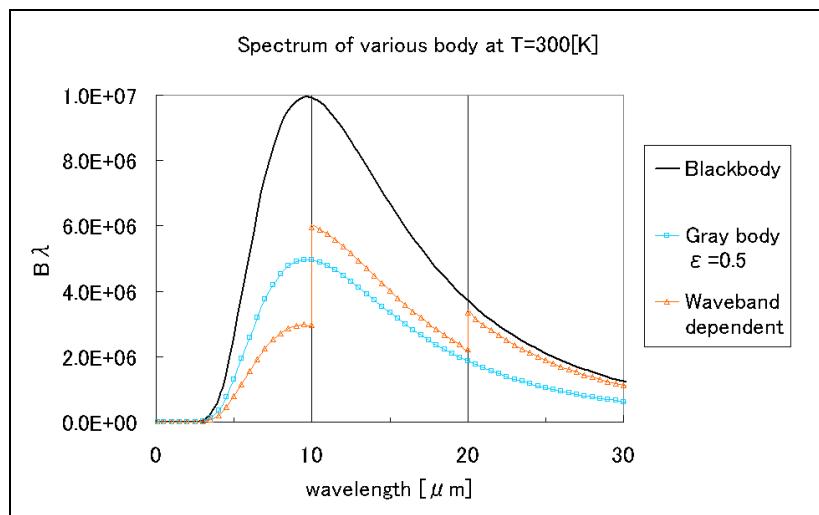
グルーピングの指針は"同じ温度とみなせるならば、1つにまとめる"です。図8のA面を多くの面に区分しても温度がどこもTで一定ならばこれまでの説明は変更を要しません。そのような区分は無視してかまわないわけです。最後に、VF法ではその性格上、熱流束ベクトルの出力はできません。しかし、透過媒体での屈折率や吸収係数が考慮できるようになり、輻射強度(スカラー)の出力ができるようになりました。

(3) 热輻射の補足

1. 輻射率の波長依存性

輻射率が1の理想的な物体からの輻射は**黒体輻射**と呼ばれ、そのスペクトル(波長分布)はプランク則に従います。また、輻射率を波長に依存しない一定値とみなした物体を**灰色体**と呼び、放射される輻射は黒体輻射のスペクトルに比例したスペクトルになります。それに対し、波長依存性のある輻射率を考えた場合には、物体から放射される輻射のスペクトルは黒体輻射のスペクトルに比例しません。

SCRYU/Tetraではバンド(波長帯)ごとに輻射率を設定する方法で、波長依存性を考慮することができます。たとえば、 $10[\mu\text{m}]$, $20[\mu\text{m}]$ を境にして、輻射の波長を3つのバンドに分割し、長波長帯、中間波長帯、短波長帯の輻射率をそれぞれ0.9, 0.6, 0.3とすると、放射される輻射のスペクトルは絶対温度300[K]のときには次のグラフのようになります。



このようにして**SCRYU/Tetra**では輻射率の波長依存性を考慮することが可能ですが(ただしVF法でのみ利用でき、フラックス法では利用できません)。

2. 各種材料の輻射率

等級	材料	輻射率
0	完全黒体	1.0
1	大きな空洞にあけられた小孔	0.97 - 0.99
2	黒色非金属面(アスファルト・スレート・ペイント・紙)	0.90 - 0.98
3	赤れんが・タイルコンクリート・石・さびた鉄板暗色ペイント(赤・褐・緑など)	0.85 - 0.95
4	黄および鈍黄色れんが・石・耐火れんが・耐火粘土	0.85 - 0.95
5	白または淡クリームれんが・タイル・ペイント・紙・プラスチック塗料	0.85 - 0.95
6	窓ガラス	0.90 - 0.95
7	光沢アルミニウムペイント・金色またはブロンズペイント	0.40 - 0.60
8	鈍色黄銅・鋼・アルミニウム・トタン板・磨き鉄板	0.20 - 0.30
9	磨き黄銅・鋼・モネルメタル	0.02 - 0.05
10	よく磨いたアルミニウム・ブリキ板・ニッケル・クローム	0.02 - 0.04

参考文献

- 井上書院 "最新建築環境工学" 改訂2版

3. フラックス法とVF法の選択指標

	フラックス法	VF法	備考
物体の移動	○	○	
ガス輻射	○	○	
輻射強度の出力	○	○	
多波長解析	×	○	
透過率, 屈折率, 反射率指定	×	○	
輻射平均温度の出力	×	○	
日射	×	○	
計算精度	△ ^注	○	放射方向の解像度はVF法が格段に高い 注. 高温の輻射解析の場合、熱解析が不安定になることがあるため、安定解法を用いる必要がある。
計算効率	×	○	<ul style="list-style-type: none"> VF法は本計算の前処理として形態係数を算出 フラックス法は各サイクルごとに輻射強度を算出

VF法の輻射解析を行う場合、従来までの輻射率を定数とした単波長帯の輻射解析に加えて、波長帯別に輻射率、反射率、透過率を設定できる多波長帯の輻射解析が行えます。

以下の2種類のコマンドのどちらかを選択して利用します。

シングルバンド : VFWL, VFMAコマンド

マルチバンド : VFBN, VFBW, VFMAコマンド

それぞれ、以下の通り機能に違いがあります。

対応機能

	シングルバンド (VFWL, VFMA)	マルチバンド (VFBN, VFBW, VFMB)
日射	○	×
伝熱パネル	○	○
単波長解析	○	○
多波長解析	×	○
透過率、反射率の指定	×	○
屈折率、吸収係数の指定	×	○

マルチバンドの指定では輻射率の波長依存性を考慮した解析がおこなえるだけでなく、透過率・拡散反射率・鏡面反射率も指定できます。ハーフミラー(半反射鏡)や半透明な材質の輻射解析も扱えます。それに対しシングルバンドの指定では、多波長解析は行えず、輻射率だけが指定できます。ただし、マルチバンドの指定では詳細な輻射特性を設定するために、入力するパラメータがシングルバンドの指定より多くなります。また、日射の解析に限っては、シングルバンドの指定でのみ設定可能で、日射と多波長解析の併用はできません。

マルチバンドの指定では非輻射場の物体の輻射特性(radiative property)を指定するパラメータは以下の6つあります。

輻射率(EPS), 透過率(TAU), 拡散反射率(DIF), 鏡面反射率(SPC), 屈折率(RFN), 吸収係数(KAP)

これらは、VFMB, VFBWコマンドで入力しますが、物理原則からEPS+TAU+DIF+SPC=1.0となっている必要があります。これらの合計が1.0になるようにSCTsolverは入力値を規格化します。また、マ

ルチバンドの指定では単波長帯でも利用可能で、その場合にも透過率・拡散反射率・鏡面反射率の指定ができます。

シングルバンドの指定では、輻射率(EPS)だけが設定可能です。透過率は扱えませんし、鏡面反射率や拡散反射率の指定はできません。また、1.0-EPSが拡散反射率として扱われます。ただし、EPS=0.0の場合に限り、完全な鏡面反射面として扱われます。

マルチバンド指定の注意点

VFBNコマンドを使用した場合は、VFMA, VFWLコマンドは使用できません。代わりにVFBM, VFBWコマンドを使用します。逆に、VFBNコマンドがなければ、VFBM, VFBWコマンドは使用できません。

透過率はVFBMコマンドで物質(MAT)の物性として指定します。VFBWコマンドで登録面を指定して透過率の変更はできません。

注. 透過率は変更せず、吸収率や反射率をVFBWコマンドで変更することは可能。

透過率は解析領域外との境界面には指定できません(代わりに仮想面の設定をします)。

ただし、形態係数はバンドごとに計算するため、形態係数の計算がバンド数だけ繰り返されます(形態係数の計算時間が(バンド数)倍になりVFファイルの容量も(バンド数)倍になりますが、消費されるメモリにほとんど違いはありません)。

関連コマンド

(フラックス法)

RADB	フラックス法による輻射計算での輻射率、温度
RADC	フラックス法による輻射計算での輻射率、吸収係数、散乱係数
RADD	フラックス法による輻射計算での様々な既定値を変更
(VF法)	
VFBM	グループ面数、輻射率等の定義(MATごと)(多波長解析専用)
VFBN	多波長解析の指定
VFBT	輻射帶別のエネルギー割合出力(多波長解析専用)
VFBW	グループ面数、輻射率等の定義(面領域ごと)(多波長解析専用)
VFDF	輻射関連パラメータの設定
VFED	形態係数の出力
VFHT	VF法による輻射の熱移動量の詳細出力
VFMA	グループ面数、輻射率等の定義(MATごと)
VFLP	輻射熱源(ランプ)の指定
VFWL	グループ面数、輻射率等の定義(面領域ごと)

関連例題

機能5	輻射(VF法)
機能7	輻射(フラックス法)

(4) 吸収係数の考慮

a. 透過媒体中の吸収と放射

空間中での放射・吸収エネルギーは、輻射を透過する媒体の吸収係数 κ で次のように定義されます。この吸収係数を媒体の物性値として指定することで、媒体中での放射・吸収を扱います。

$$Q_{abs_p} = \kappa \cdot E_{in_p} = \kappa \cdot \sigma T_{rad_p}^4 \quad (1)$$

$$Q_{em_p} = \kappa \cdot \sigma T_p^4 \quad (2)$$

T_{rad_p} : 輻射温度 T_p : 媒体の温度 σ : Stefan-Boltzmann定数

添字pは媒体中での点を表します。 Q_{abs_p} , Q_{em_p} は空間中の点pでの吸収熱と放射熱、 E_{in_p} は輻射熱流束、 T_{rad_p} , T_p は平均輻射温度と媒体の温度です。一般に媒体の温度は輻射の温度と異なるため、同じ位置の温度でもこのように区別します。ここでの温度は絶対温度です。 κ の単位は[1/m]、 E_{in_p} の単位は[W/m²]であるため、 Q_{abs_p} の単位は[W/m³]となり、式(1)で単位体積当たりの吸熱量が算出されます。一方、放射熱 Q_{em_p} の計算式は式(2)であらわされます。キルヒホフの法則から、放射係数と吸収係数は同じ κ の値でなければなりません。また熱平衡状態($T_{rad_p}=T_p$)では放射熱と吸収熱が相殺($Q_{abs_p}=Q_{em_p}$)するという熱力学第二法則から、式(2)が導かれます。式(1)の吸収熱と式(2)の放射熱を比較すると、温度が高いほうから低いほうへ媒体と輻射場の間で熱が移動することがわかります。

通常のVF法による輻射解析では物体表面だけで形態係数を算出しているため、そこだけで輻射熱流束が扱われ吸収や放射が考慮されます。そのため、空間中での輻射熱流束は算出されず、空間中での放射・吸収は扱えません。しかしながら、空間中に測定点pを配置し、そこでの形態係数を追加計算することで、測定点の輻射熱流束を算出できます。そして、空間中の輻射熱流束を扱うようにすれば、空間中での放射・吸収も扱うことが可能ですが、測定点pでの輻射熱流束の算出については、次項の(5)平均輻射温度を参照ください。

b. 透過媒体中の光線の減衰

吸収係数を考慮する場合、媒体中を透過する際に光の強度が減衰する効果を考慮に入れなければなりません。透過媒体に吸収される熱は前項の式(1)から算出できますが、それと同時に媒体中を透過している輻射からエネルギーを奪い光線の強度を減衰させます。VF法では、強度の減衰を形態係数の算出過程（光線追跡）で行っています。光の強度Iの減衰は次の式(3)であらわされます。

$$\frac{dI}{ds} = -\kappa I \quad (3)$$

これは輻射輸送方程式に含まれる吸収項です。 κ は式(1)と同じ吸収係数で、dsは光線の経路長さです。光線追跡を行う際には、式(3)による光の強度の減衰を考慮しています。これにより、形態係数には透過媒体による吸収の効果が反映されています。

(注意事項)

- VF法の輻射解析で吸収係数を考慮する場合、その媒体中で吸収係数が定数であることを前提としています。複数の媒体(MAT)でそれぞれの吸収係数を指定することは可能ですが、個々の媒体中で吸収係数を非一様に変化させることはできません。
- 吸収係数を扱う場合、形態係数の算出において光線の強度の減衰が扱われています。光線追跡において空間中の測定点から射出した光線の一部は媒体に吸収され受光面には到達しません。測定点pでの形態係数の総和は1未満($\sum_i F_{pi} < 1$)となり、これでは形態係数の規格化条件を満たしません。この場合、媒体に吸収された光の割合も含めることで形態係数の総和は1となります。媒体に吸収されるエネルギーも扱っているため全体のエネルギー収支は合いますが、空間中の測定点から放射された輻射が、物体表面に到達せずそのまま媒体中に吸収されてしまう場合、媒体中のどの位置で吸収されるかという問題を正確に扱っていません。正確に扱うには透過媒体中の測定点pと別の測定点qの間の形態係数 F_{pq} を扱う必要が出てきますが、光線追跡では扱いません。VF法で吸収係数を扱う場合、このような媒体中での自己吸収が強い(吸収係数が大きい)場合は扱いが不正確となるため、妥当な結果が得られなくなります。

(5) 平均輻射温度

VF法による輻射解析では平均輻射温度を出力することができます。それには物体表面で出力される表面データの" MRT"と、輻射場の空間中で出力される"SMRT"の2種類があります。変数名は異なりますが、どちらも輻射場の温度を表すもので、これらは輻射場からの入射熱流束 E_{in} から次の式で定義されます。

$$T_{rad} = \sqrt[4]{E_{in}/\sigma} \quad (1)$$

σ : Stefan-Boltzmann定数

a. 表面の平均輻射温度(MRT)

平均輻射温度を物体の表面上で定義する場合、式(1)において輻射熱流束 E_{in} に物体表面での熱流束 $E_{in,j}$ を当てはめます。 $E_{in,j}$ を算出するために、まず面jに入射する輻射のエネルギー $Q_{in,j}$ を求める上、周囲の放射面からの放射エネルギー $Q_{out,i}$ と形態係数を用いて次のように算出されます。

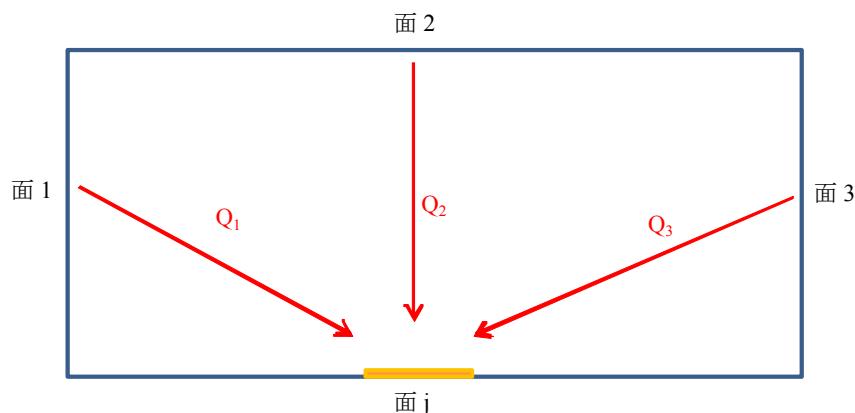
$$Q_{in,j} = \sum_i F_{ij} \cdot Q_{out,i} \quad (2)$$

$Q_{out,i}$: 面iの放射熱 F_{ij} : 面i→面jへの形態係数

式(2)にあるエネルギー Q_{in}, Q_{out} を単位面積当たりの熱流束 E_{in}, E_{out} に置き換えると、次の式(3)に変換されます。

$$E_{in,j} = \sum_i F_{ji} \cdot E_{out,i} \quad (3)$$

式(3)を用いれば、周囲の放射面iの放射熱流束から、受光面jの入射熱流束が求められます。



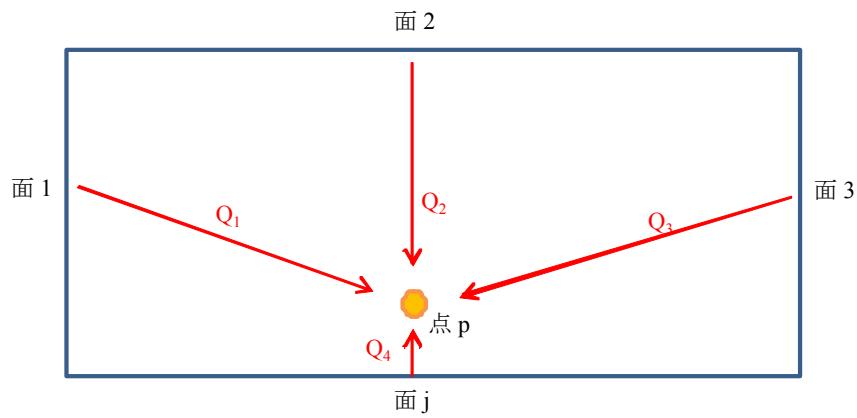
b. 空間中の平均輻射温度(SMRT)

通常のVF法の輻射解析では、熱の授受を行う固体表面に対して形態係数の算出を行います。しかし、空間中の平均輻射温度を算出する場合、固体表面ではなく空間中での熱流束を算出する必要があります。そのため、ソルバーでは測定点を空間中に配置し、そこから球対称に射出された光線を追跡し、測定点での形態係数 F_{pi} を算出します。平均輻射温度の正確な定義としては、空間中に微小な物体を配置し、そこに入射する輻射熱流束から算出することになりますが、式(3)のとおり、測定点での形態係数 F_{pi} から空間中の平均輻射温度を算出することも可能です。このとき、光線の追跡方向と入射する輻射の向きは逆方向となります。測定点から射出した光線の追跡経路から、測定点に入射する輻射の放射元が判明します。点pに入射する輻射の熱流束 $E_{in,p}$ は式(3)と同様に形態係数から算出されます。

$$E_{in,p} = \sum_i F_{pi} E_{out,i} \quad (4)$$

$E_{out,i}$: 面iの放射熱流束 F_{pi} : 点p→面iへの形態係数

空間中の平均輻射温度を算出する場合、この輻射熱流束 $E_{in,p}$ が式(1)に当てはめられます。



シミュレーションでは点pは大きさのない1点で扱うことができます。しかし現実では微小な球体があり、そこに入射する熱流束と同等になります。（測定点から射出する光線分布は球対称であるため、微小な立方体ではなく微小な球体と同等です。）

(補足)

- 平均輻射温度は、物体表面のもの(MRT)と空間中のもの(SMRT)を明確に区別して図化データに出力されています。どちらも輻射温度に違いはありませんが、MRTは物体表面の向きが定義されているため、入射する輻射の方向が面の片側に限定されます。それに対し、空間中のSMRTは全方位から入射する輻射が考慮されています。そのためたとえ同じ位置であったとしてもMRTとSMRTでは値が一致しません。

(6) 温熱環境評価指数

輻射解析を行って平均輻射温度を図化出力した場合、温熱環境評価指数（PMV, SET*）も図化表示することができます。これらは環境側の4つの熱要素(気温, 湿度, 風速, 放射)と人体側の2つの熱要素(着衣量, 代謝量)を総合的に取り扱った指標です。

- PMV : 予想平均温冷感申告 (Predicted Mean Vote)
 SET* : 標準新有効温度 (Standard New Effective Temperature)

注. PMV, SET*の変数データは図化ファイル(FLD)には出力されていません。平均輻射温度を元にpost内部で算出されて図化表示されます。

a. PMV 予想平均温冷感申告

PMV指標は、実際の代謝量・着衣条件下において、環境との間の熱の不平衡量を快適方程式を用いて人体に対する熱負荷として求め、これと人間の温冷感とを結びつけたものです。気温, 湿度, 風速, 輻射温度, 着衣量, 代謝量から算出される値で、人間がその時に寒いか暖かいを感じる指標として利用されます。次の表のような7段階評価尺度による数値としてあらわされますが、PMVは-2から+2の範囲内で温熱環境評価に用いるのがよいとされます。

PMV	評価尺度
+3	熱い(hot)
+2	暖かい(warm)
+1	やや暖かい(slightly warm)
0	どちらでもない(neutral)
-1	やや涼しい(slightly cool)
-2	涼しい(cool)
-3	寒い(cold)

参考文献

1. "空気調和衛生工学便覧 第11版", p I -68
2. ISO-7730(1994) Moderate thermal environments - Determination of the PMV and PPD indices and specification of the conditions for thermal comfort

b. SET*標準新有効温度

SET*は空間の快適性を評価するために検討された指標です。具体的には、気温, 相対湿度, 風速, 平均輻射温度(MRT), 人の着衣量, 代謝量から、人体温熱生理モデルによる熱収支計算1により算出されます。

参考文献

1. ANSI/ASHRAE Addendum b to ANSI/ASHRAE Standard 55-2013 "Thermal Environmental Conditions for Human Occupancy".

2.2.3 日射の考慮

日射は、熱輻射のVF法の一機能で扱われますが、日射の量を考慮する必要がありますので本書では機能として区別しました。

太陽光により地表面に到達する日射の量は、日中には温度分布に大きな影響を及ぼします。解析では、太陽位置と日射を受ける物体との相互関係から日射の影響を受ける部分を特定し、日射による影響をエネルギー方程式に対する発熱項として考慮します。

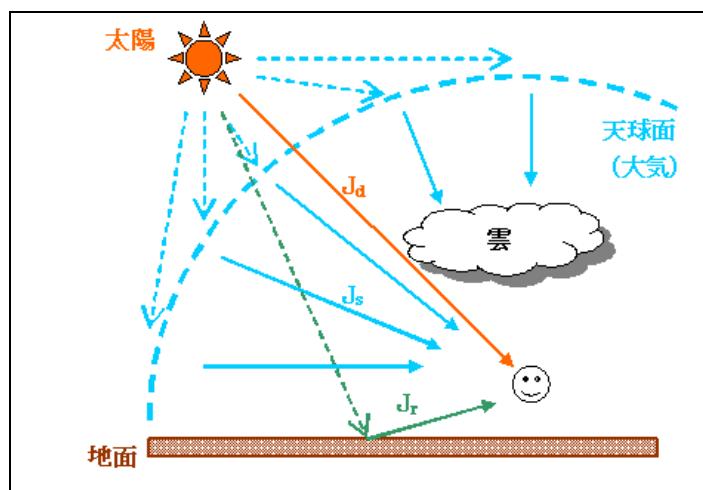
太陽から地球に届く太陽光のエネルギー量は、若干の太陽活動の変化、季節変化はあるもののほぼ一定であり、これを**太陽定数**と呼びます。

$$\text{太陽定数 } J_0 = 1330 \text{ [W/m}^2\text{]}^*$$

ただし、これは地球の大気圏外での法線面の受光エネルギーです。そして、太陽光が地表に届くまでには大気による吸収と散乱をうけるため、これよりエネルギー量は少くなります。大気中を直進し平行光線として地表まで到達する成分を**直達日射**(J_d)と呼び、大気中で散乱されて全天空から地表に到達する成分を**天空日射**(J_s)と呼びます。そのほか、太陽光が地表面や他の建物などで反射されて入射する反射日射(J_r)や、雲を通過したり、雲で散乱された成分の日射(J_c)も存在します。これらすべてを合わせて全日射量となります。

$$J = J_d + J_s + J_r + J_c$$

ソルバーでは直達日射(J_d)と天空日射(J_s)を扱うことが可能ですが、また、形態係数(VF法)を用いれば解析領域内の日射の拡散反射も扱われるため、反射日射(J_r)も実質的に考慮されています。雲を通過・散乱される成分の日射(J_c)は扱っていません。SOLAコマンドに雲天係数(SUNF)という設定値がありますが、これは直達日射と天空日射の雲による遮蔽率を設定するパラメータであり、 J_c を扱うためではありません。日射解析では、デフォルトで天空日射と直達日射の受光面での拡散反射(散乱)も扱っています。これらを扱うため、直射日光が直接当たらない面にも日射の影響は表れます。また、照射される日射熱も直達日射のみの場合より多くなります。



*1 「太陽熱冷暖房システム」田中俊六著 オーム社より。太陽定数のデフォルト値は "表2.2 太陽位置、日射量に関する諸常数の月別標準値"から、9月の値を用いています。

(1) 直達日射

直達日射量はブーガ(Bouguer)の式であらわされます。ここでは太陽高度 h と大気の透明度をあらわす大気透過率 P を用いています。

$$J_{dn} = J_0 P^{\frac{1}{\sinh}}$$

太陽高度 h は日付(太陽暦)と時刻(真太陽時)から判明します。大気透過率 P は直達日射の観測から割り出され、各地での月平均値が理科年表に掲載されています。また、これは地上における直達日射の法線面が受けるエネルギー量であるため実際の壁面が受けるエネルギー量は面法線と太陽光線のなす角を θ として、 $\cos\theta$ を乗じる必要があります。また、雲による遮蔽が起こることを考慮して、雲天係数 C による補正も加えているため、壁面が受ける直達日射は以下のようになります。

$$J_d = J_{dn}(1.0 - C)\cos\theta$$

雲天係数 C には0.0~1.0の値を設定し、快晴時は $C=0.0$ とします。本来、直達日射は雲と受光面の相対位置に大きく依存しますが、それは考慮せずに日射量を一律に減少させています。

(2) 天空日射

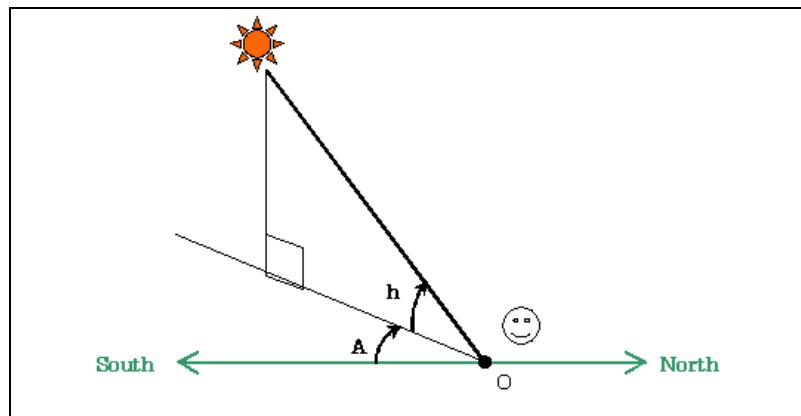
晴天時に天空の大気で散乱され地表に到達する成分を天空日射と呼びます。全天空から一様な輝度の成分として導かれたベルラーゲ(Berlarge)の式を用いています。

$$J_{sh} = \frac{1}{2} J_0 \sinh \frac{1 - P^{\frac{1}{\sinh}}}{1 - 1.4 \ln P}$$

天空日射量は直達日射量とは違い、大気透過率 P が大きくなると(大気の散乱が少なくなり)小さくなります。実際の壁面が受けるエネルギー量は壁面から天空を望む形態係数 F_{sky} を乗じる必要があります。ソルバーでは熱輻射の解析に形態係数(VF法)を用いていますが、日射に対する形態係数も算出することで天空日射を扱うことができます。壁面と天空面の間に障害物が一切ない場合には形態係数が簡単に導かれ、水平面では1.0、鉛直面では0.5になります。また直達日射と同様に雲により遮蔽されるため、雲天係数 C による補正も加えています。 C には全天球面を雲が覆っている割合を入力するのが妥当です。また、解析の便宜上のために天空日射にのみ乗じられる係数 R_{sky} も導入しています。天空日射を扱う場合、通常は $R_{sky}=1.0$ とします。

$$J_s = J_{sh}(1.0 - C)F_{sky} \times R_{sky}$$

(3) 太陽位置



天球上の太陽位置は太陽高度 h と太陽方位角 A で表されます。そして、この h と A は観測地点の緯度 ϕ と真太陽時 t 、太陽赤緯 δ で次のように与えられます(三角法の公式によります)。

$$\sin h = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos t$$

$$\sin A = \frac{\cos \delta \sin t}{\cosh}$$

$$\cos A = \frac{\sin h \sin \phi - \sin \delta}{\cosh \cos \phi}$$

ここで、太陽方位角 A は南方向を 0° の基準にして、 -180° から $+180^\circ$ の範囲をとるため、上式の $\sin A$, $\cos A$ の符号も含めて A を判断する必要があります。またこれらの式からは太陽高度 h は負の値もとることがあります。その場合には太陽は水平線の下に沈んでおり日射はない判断します。緯度 ϕ は観測地点の地理情報です。太陽赤緯 δ は太陽暦で決まり、春分・秋分では 0° 、夏至は $+23.45^\circ$ 、冬至は -23.45° です。 $t [^\circ]$ は時角ですが、これは一日の太陽の運行時刻を表した真太陽時を角度の単位で表したもので。真太陽時 T は[分]単位で表され、一日24時間が 365° に対応するため、 1° が4分に換算され、 $T = 4 \times t$ です。真太陽時 T [分]は実際の標準時(T_m [分])とはずれがあります。標準時設定地点と観測地点での経度差(南中時刻の差)がありますが、それだけではなく地球の公転軌道が円軌道からずれていて、公転速度が非一様であることに起因する均時差(e [分])も含まれます。

$$T - T_m = (L - L_0) \times 4 + e \quad [\text{分}]$$

$L [^\circ]$ が観測地点、 $L_0 [^\circ]$ が標準時設定地点の経度です。なお解析を行う場合には、Z軸正方向が必ず鉛直上方向になり、X, Y軸方向は水平方向になります(南北の方位はX-Y平面上で任意に指定できます)。

(4) 大気透過率の時間変化

大気透過率 P は直射日光の観測から測定されますが、大気の状態が同じであっても正午ころに最小となり、朝夕は大きくなる傾向があります。木村・滝沢により、この時刻変化を表す式が提案されています。

$$P = P_0 + a(\tau - 12)^2 \times 10^{-4}$$

τ [hour]は真太陽時です。 P_0 は基準の大気透過率で、正午の大気透過率でもあります。
 P_0, a は月別定数と呼ばれ、測定値は以下の表の通りです。^{*1}

表1 大気透過率の係数表(参考文献1より)

Month	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P_0	0.800	0.785	0.740	0.720	0.695	0.600	0.620	0.625	0.700	0.760	0.785	0.800
a	55	50	45	40	40	40	40	45	45	45	50	55

これは東京西郊の1年間の実測値をもとに求めたものです。他の地域での α の実測値はあまり知られていないため、実用上は時間変化を無視して $\alpha=0.0$ とみなしてもかまいません。理科年表には晴天時の正午の直射日光をもとに測定した大気透過率 P が掲載されており、こちらは日本各地のものがあります(以下に札幌、福岡のみを掲載)^{*2}

表2 大気透過率(12時)の月別平年値(参考文献2より)

Month	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
札幌	0.76	0.73	0.68	0.64	0.62	0.64	0.62	0.65	0.68	0.70	0.74	0.76
福岡	0.71	0.68	0.63	0.60	0.59	0.58	0.59	0.60	0.63	0.67	0.69	0.71

(1971年から2000年までの平均値)

^{*1} 空気調和衛生工学便覧 II 空調設備篇(改訂第11版)P II -70^{*2} 理科年表 2005

(5) 太陽光と熱輻射の相違

太陽表面はおよそ6000[K]であり、太陽光は可視光(波長0.4~0.8[μm])が大半を占めます。それに対し地表面の温度はおよそ300[K]であり、その熱輻射はすべて赤外線(4~60[μm])です。太陽光と地上の熱輻射では波長がまったく異なるため、同一物体であっても太陽光と地上の熱輻射の吸収率はまったく異なります。そのため、日射の解析と熱輻射の解析を両方行う場合には、日射の吸収率 α と熱輻射の吸収率(=輻射率) ϵ をそれぞれの固体(部品)に設定する必要があります。

SCRYU/Tetraでは熱輻射と太陽光(日射)で同じ形態係数を流用しています。熱輻射と日射で吸収率(輻射率)が異なりますが、日射吸収率と輻射率の影響をラジオシティ法で個別に解くことで使い分けています。この場合、両方の形態係数を計算する必要はなくなりますが、太陽光(日射)と熱輻射のいづれも透過率を扱うことができません。

注意事項

太陽定数を含め、天文情報や天候情報は普遍ではありません。最新情報は理科年表などをご参照ください。

参考文献

- 田中俊六 他「最新建築環境工学 改訂2版」井上書院 P69-103
- 田中俊六「太陽熱冷暖房システム」オーム社 P29-34
- 理科年表 2005年

関連コマンド

INSO 日射面の定義
SOLA 日射量の定義

関連例題

機能6 輻射(日射)

2.2.4 溫熱環境人体熱モデルJOS(Joint System Thermoregulation Model)

(1) 概要

本機能は、人体熱モデルと流体解析を組み合わせて、ある温熱環境下に置かれた人体の体温と周囲環境の温度変化・湿度変化を解析する機能です。人体熱モデルとは、人体を複数の部位に分割し、各部位の熱平衡式を用いて体温を計算する物理モデルです。人体熱モデルと流体解析は、人体の皮膚表面を介して、データの受け渡しを行いながら計算を進めます。つまり、流体解析の壁面熱伝達条件として、皮膚表面温度と着衣による熱抵抗値が人体表面に与えられます。さらに、発汗(人が感覚として感じることのない基礎発汗や呼気に含まれる水蒸気などの不感蒸泄も含む)による水蒸気を拡散物質として皮膚または着衣表面に発生させます。このことで流体解析結果に人体の熱の影響や発汗による湿度変化が考慮されます。一方、人体熱モデルにおいては、人体表面における空気温度、水蒸気分圧を境界条件として体温の計算を行います。ここで、注意いただきたいことは、人体の内部の熱や発汗量の計算はこの人体熱モデルでモデル計算されるため、人体内部には流体解析の計算メッシュを作成しない、つまり流体解析の解析領域外に設定するということです。

SCRYU/Tetraでは、体軀、年齢、性別を考慮できる、早稲田大学理工学術院の田辺新一教授らのグループによって開発された人体熱モデルJOS(Joint System Thermoregulation Model)[文献1-5]を採用しています。JOSでは、組織間の熱伝導、詳細な血管系による熱輸送に加えて、発汗、皮膚血管運動、ふるえによる産熱、AVA(arterio-venous anatomises : 動静脈吻合)血管反応といった体温調節機能を含む熱平衡式が用いられます。**SCRYU/Tetra**では、JOSの改良型であるJOS-2[文献6]も利用できます。

(2) モデルの詳細

1. 人体の生理量

人体の産熱・発汗は、人体内部の生理現象によるもので、計算には人体の組織間の熱コンダクタンス(熱の伝導する割合)、各組織の熱容量(蓄熱能力)、基礎代謝量、基礎血流量といった生理量が必要です。JOSでは、体軀、性別、年齢を考慮して生理量が与えられます。生理量の基準値として標準体型(体表面積1.87[m²]、体重74.43[kg])の値を用いますが、計算メッシュから人体の各部位の体表面積を取得して、標準体型からの体表面積の差に応じて生理量の補正を行います。熱コンダクタンスは、標準体型との体表面積比で補正しますが、次の節で述べるコア層と皮膚層間の熱コンダクタンスは体脂肪率によっても変化します。

すなわち、体脂肪率を大きくすると熱コンダクタンス値が小さくなります。熱容量は体表面積比の1.5乗で補正した値を用います。

基礎代謝量に対しては、表1の日本人の基礎代謝量の基準値および男女比を用いた年齢、性別による補正に加えて、体表面積の1.5乗による部位ごとの配分比の補正を行います。基礎血流量は、体表面積の1.5乗による補正と加齢による減少を考慮しています。

表1 日本人の基礎代謝量の基準値と男女比([文献7])

年齢	基礎代謝量の基準値[W/m ²]	基礎代謝量の男女比[%]
20~29	42.10	91
30~39	41.05	91
40~49	40.01	92
50~59	39.08	92
60~69	37.91	94
70~79	36.29	96
80~	34.77	99

2. 部位分割と部位のモデル

図1にJOSの部位分割と部位のモデルを示します。図のように17個の部位(Head, Neck, Chest, Back, Pelvis, L.Shoulder, L.Arm, L.Hand, R.Shoulder, R.Arm, R.Hand, L.Thigh, L.Leg, L.Foot, R.Thigh, R.Leg, R.Foot)に人体を分割します。各部位は皮膚層とコア層から構成され、血液循環系を再現するための動脈血液プール、静脈血液プールがコア層の中心に配置されています。また、四肢部位には皮膚層の中に表面静脈血液プールが配置されています。JOS-2では、頭部を4層(コア層、筋肉層、脂肪層、皮膚層)に分割し、頭部体温の予測精度を向上しています。

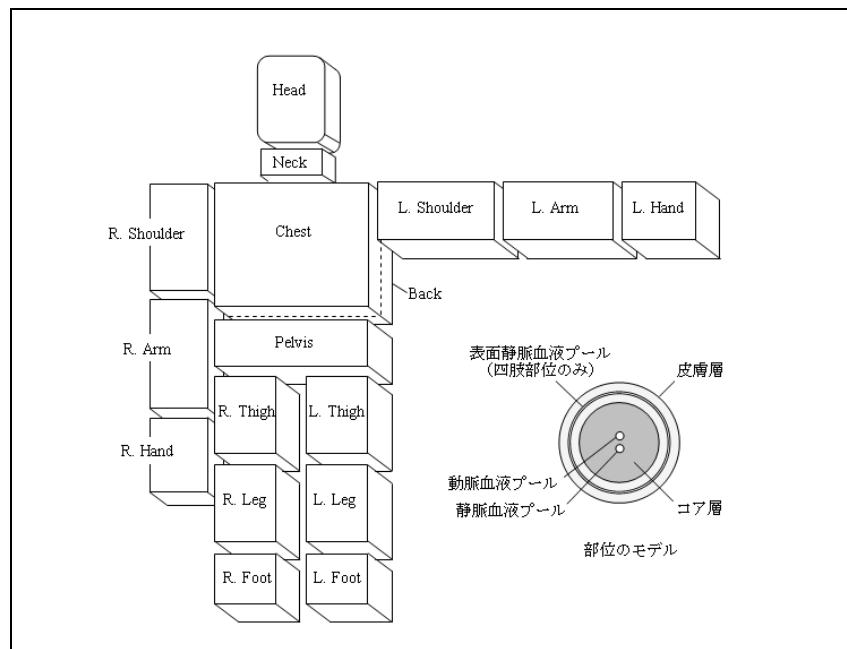


図1 部位分割と部位のモデル

3. 血管経路

図2に全身の血管経路を示します。各部位の血液プールは、心臓に相当する中央血液プールを中心とする血液循環系を構成します。中央血液溜まりを起点として、Head部位, Chest部位, Back部位, 左右Hand部位, 左右Foot部位までを往復する血流経路があります。さらに、左右Handおよび左右Foot部位にはAVA血管がモデル化され、左右Hand部位または左右Foot部位の動脈血液プールに到達した血液が、四肢部位の表面静脈に戻る経路が形成されています。左右Hand部位の動脈血液プールからAVA血管を通過し、表面静脈血液プールへと流入した血液は、Arm部位, Shoulder部位の表面静脈を通って中央血液溜まりへと戻ります。一方、左右Foot部位のAVA血管を通過した血液は、Leg部位, Thigh部位の表面静脈を通ってPelvis部位の静脈血液プールへと戻ります。AVA血管は暑熱環境下で開大して表面静脈に血液を流すことで、四肢部位の皮膚表面における放熱に大きな影響を与えます。

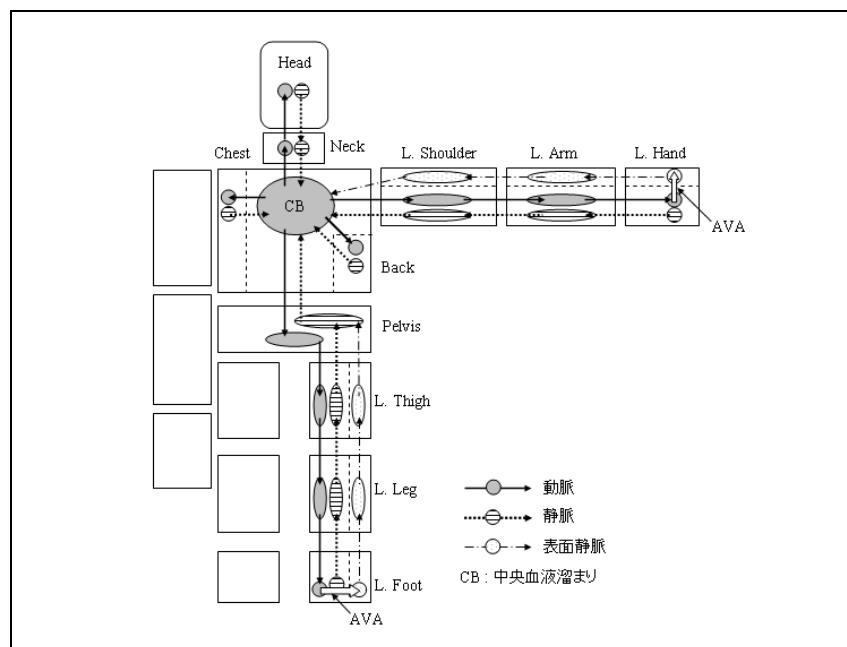


図2 血液循環経路

4. 部位における熱交換

図3aは四肢部位を除く部位における熱交換(産熱も含む)を示します。皮膚表面では、着衣を通して顎熱損失(対流と放射による熱損失)と、潜熱損失(蒸発熱損失)が起こり、部位内では、組織間の熱伝導(コア層と各血液プールの間、コア層と皮膚層の間)、と動脈血液プールと静脈血液プールの間の対向流熱交換が生じます。また、動静脈の血流により部位間の熱輸送が行われます。なお、部位間の熱伝導は血流による熱輸送量に比べて無視できると考えられるため考慮されていません。皮膚層とコア層では基礎代謝による発熱が生じ、コア層ではさらに外部仕事による代謝と、ふるえ等による産熱が生じます。また、Chest部位のコア層では、呼吸による顎熱、潜熱の損失が起こりますが、空気側への影響は考慮していません。図3bはJOS-2の頭部における熱交換を示します。

図4は四肢部位の熱交換を示します。図3aと異なるのは、表面静脈血液プールの存在で、表面静脈血液プールと皮膚層間の熱伝導、表面静脈の血流による熱輸送が生じます。さらに、左右Hand部位および左右Foot部位では、AVA血流による熱輸送が生じます。

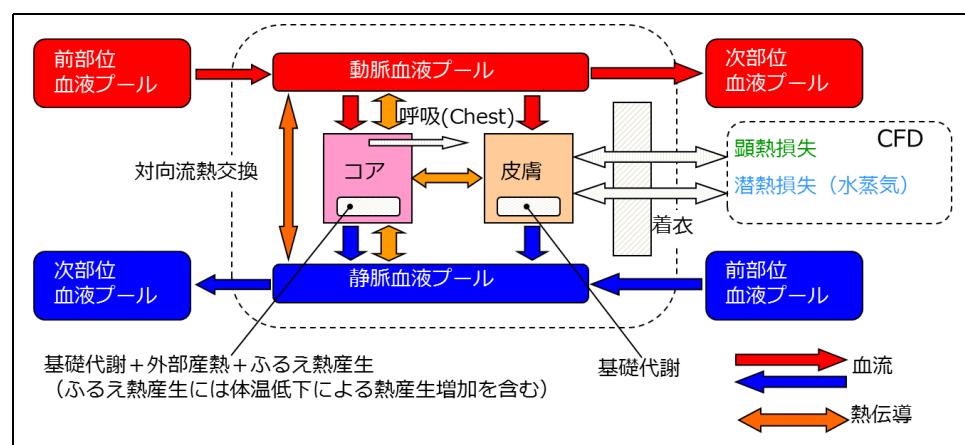


図3a 四肢を除く部位での熱交換

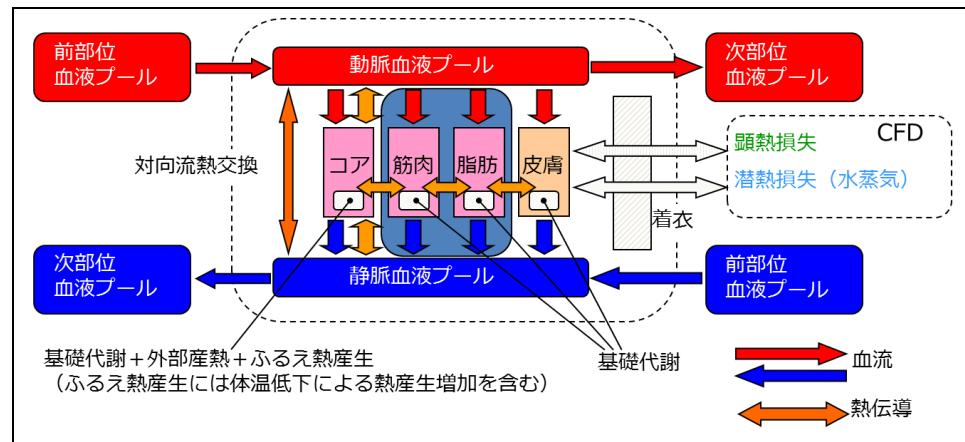


図3b JOS-2の頭部での熱交換

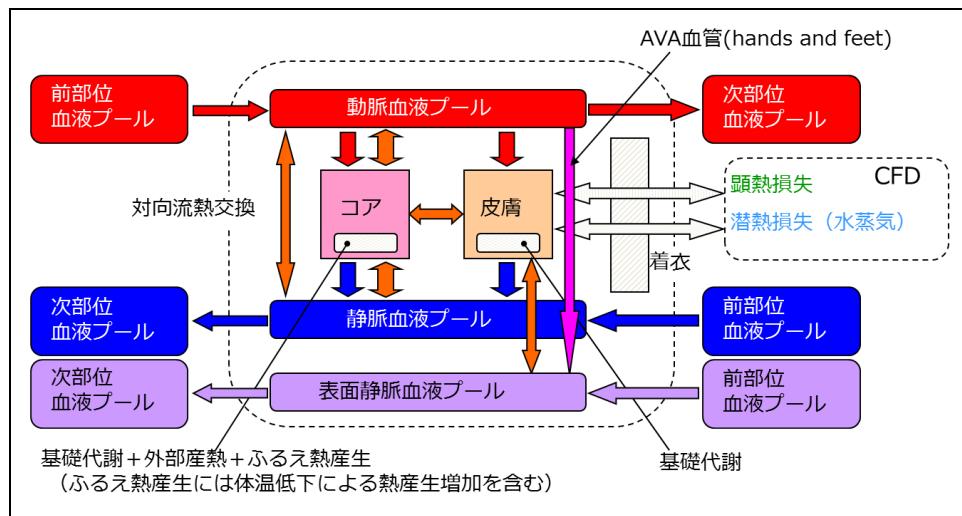


図4 四肢部位での熱交換

5. 皮膚表面における顯熱損失

皮膚表面と外部環境の間の顯熱流束 $D_{ry}(n)$ は下の式のように定義されます。

$$D_{ry}(n) = h_t(i)\{T_{sk}(n) - T_{clo}(n)\}A_{du}(n) \quad (2.2-3)$$

$$h_t(i) = 1/(0.155I_{cl}(i)) \quad (2.2-4)$$

ここで、 i は部位番号、 n は皮膚層を計算面素に分割した番号、 $T_{sk}(n)$ は計算面素の皮膚温度、 $T_{clo}(n)$ は同着衣表面の温度、 $A_{du}(n)$ は同面積、 $h_t(i)$ は着衣の顯熱伝達係数、 $I_{cl}(i)$ は着衣の熱抵抗であるクロ値[clo]を表します。表2のように4つの着衣条件を用意しています。設定は、JOSBコマンドのICLIで行います。

表2 着衣条件[clo]

NO.	部位名	スーツ (厚手)	スカート スーツ	スウェット 上下	厚手長袖 作業着
1	Head	0.00	0.00	0.00	0.00
2	Neck	0.20	0.00	0.00	0.00
3	Chest	1.83	1.82	1.04	2.33
4	Back	1.60	1.54	0.88	1.98
5	Pelvis	2.03	1.93	1.10	2.14
6	L.Shoulder	1.11	1.19	0.77	1.52
7	L.Arm	0.80	0.73	0.57	1.18
8	L.Hand	0.10	0.00	0.00	0.00
9	R.Shoulder	1.11	1.19	0.77	1.52
10	R.Arm	0.80	0.73	0.57	1.18
11	R.Hand	0.10	0.00	0.00	0.00
12	L.Thigh	0.90	0.96	0.48	1.04
13	L.Leg	0.60	0.00	0.54	0.58
14	L.Foot	0.25	0.21	0.22	0.73
15	R.Thigh	0.90	0.96	0.48	1.04
16	R.Leg	0.60	0.00	0.54	0.58
17	R.Foot	0.25	0.21	0.22	0.73

6. 体温調節機能

a. セットポイント温度

JOSでは、頭部コア温および全身各部位の皮膚温を温度信号として、各体温調節反応量が算出されます。JOSにおける体温調節機能は、発汗、皮膚血管運動、ふるえ産熱、AVA血管反応です。ここで、体温調節反応の制御目標温度を**セットポイント温度**と呼びます。以下では、皮膚層のセットポイント温度を $T_{skn}(i)$ 、コア層のセットポイント温度を $T_{crn}(i)$ と表記します。

b. 発汗

発汗による潜熱流束 $E_{sk}(n)$ は下の式のように定義されます。

$$E_{sk}(n) = E_b(n) + E_{sw}(n) \quad (2.2-5)$$

$$E_b(n) = 0.06(1 - E_{sw}(n)/E_{max}(n)) \cdot E_{max}(n) \quad (2.2-6)$$

$$E_{max}(n) = h_e(i)(P_{skin,s}(n) - P_{clo}(n))A_{du}(n) \quad (2.2-7)$$

$$h_e(i) = h_t(i) \cdot L_R \cdot i_{cl}(i) \quad (2.2-8)$$

ここで、 $E_b(n)$ は不感蒸泄、 $E_{sw}(n)$ は発汗による蒸発熱損失量、 $E_{max}(n)$ は皮膚表面からの最大蒸発熱損失量、 $h_e(i)$ は着衣の潜熱伝達係数、 $P_{skin,s}(n)$ は皮膚表面での飽和蒸気圧、 $P_{clo}(n)$ は着衣表面での水蒸気分圧、 L_R はルイス数($=16.5[^{\circ}C/kPa]$)を表します。 E_{max} に対する E_{sk} の比率 E_{sk}/E_{max} を**ぬれ率(wetness)**と呼びます。 $i_{cl}(i)$ は着衣の透湿係数[-]を表し、着衣がない部位に対して $i_{cl} = 1.0$ 、着衣がある部位に対して $i_{cl} = 0.45$ を用いています。 $E_{sw}(n)$ は下式で与えられます。

$$E_{sw}(n) = SWEAT \cdot SKINS(i) \cdot 2^{\frac{Err_{sk}(n)/10}{}} \quad (2.2-9)$$

ここで、SWEATは発汗シグナル、SKINS(i)はSWEATを各部位に配分する比率を表します。また、 $Err_{sk}(n)$ は皮膚表面の計算面素ごとに評価されたエラーシグナルを表し、

$$Err_{sk}(n) = T_{sk}(n) - T_{skn}(i) \quad (2.2-10)$$

と定義されます。これによって局所的な発汗作用を表現しています。SWEATは、頭部コア層のエラーシグナル、

$$Err_{cr}(1) = T_{cr}(1) - T_{crn}(1) \quad (2.2-11)$$

と、統合された皮膚層の温感シグナルWarmsと冷感シグナルColdsを用いて、下の式のように算出されます。

$$SWEAT = 371.2 \cdot Err_{cr}(1) + 33.64 \cdot (Warms - Colds) \quad (2.2-12)$$

なお、人体表面が固体と接する領域では発汗は生じないと仮定しています。また、上記のようにシグナルは温度の単位を持ちます。

c. 皮膚血管運動

皮膚層の血流量は下式で制御されます。

$$V_{sk} = \frac{Vb_{sk}(i) + SKINV(i) \cdot DILAT}{1 + SKINC(i) \cdot STRIC} \times 2^{\frac{Err_{sk}(n)/6}{}} \quad (2.2-13)$$

$$DILAT = 117.0 \cdot Err_{cr}(1) + 7.5 \cdot (Warms - Colds) \quad (2.2-14)$$

$$STRIC = -10.8 \cdot Err_{cr}(1) - 10.8 \cdot (Warms - Colds) \quad (2.2-15)$$

ここで、 $Vb_{sk}(i)$ は皮膚の基礎血流量、DILATは血管拡張シグナル、STRICは血管収縮シグナルを表し、SKINV(i)、SKINC(i)はそれぞれDILAT、STRICの各部位への配分比を表します。発汗熱損失量 E_{sw} と同様に皮膚の面素で評価された $Err_{sk}(n)$ を用いることにより、局所的な皮膚血流の増減を表現しています。

d. ふるえ産熱

コア層では寒冷環境下に置いて"ふるえ"による産熱が行われます。ふるえ産熱量 $M_{shiv}(i)$ は下式で表されます。本産熱モデルは、体温低下による産熱量の増加も含んだモデルとなっています。

$$M_{shiv}(i) = SHIV \cdot Shivf(i) \quad (2.2-16)$$

$$SHIV = 24.36 \cdot Err_{cr}(1) \cdot Colds \quad (2.2-17)$$

ここで、SHIVはふるえ産熱シグナル, Shivf(i)はSHIVの各部位への配分比を表します。

e. AVA血管反応

Hand, foot部位では曝露された温熱環境によって血流の経路が変化します。AVAはこの血流経路の変化を再現するためにモデル化された、動脈血液プールと表面静脈血液プールを結ぶ血管です。寒冷環境では、AVAは閉じられるために血液はコア内の静脈へと流れます。一方、暑熱環境では、AVAが開くことによって表面静脈の血流量が増加し、皮膚からの放熱が促されます。AVA血管の開大度 O_{AVA} は以下の式で表されます。

- Hand部位

$$O_{AVA} = 0.265(T_{sk} - (T_{set} - 0.43)) + 0.953(T_{bcr} - (T_{bcrn} - 0.1905)) + 0.9126 \quad (2.2-18)$$

- Foot部位

$$O_{AVA} = 0.265(T_{sk} - (T_{set} - 0.97)) + 0.953(T_{bcr} - (T_{bcrn} - 0.0095)) + 0.9126 \quad (2.2-19)$$

ここで、 T_{sk} は全身の平均皮膚温, T_{bcr} は体幹部(Chest, Back, Pelvis)の平均コア温を表し、 T_{set} および T_{bcrn} は、それぞれ全身の皮膚層、体幹部コア層の平均セットポイント温度を表します。開大度は0から1の範囲で変化します。 O_{AVA} を用いて、AVA血流量 BF_{AVA} を以下のように算出します。

- Hand部位

$$BF_{AVA} = 1.71 \cdot wtra \cdot BFBallra \cdot O_{AVA} \quad (2.2-20)$$

- Foot部位

$$BF_{AVA} = 2.16 \cdot wtra \cdot BFBallra \cdot O_{AVA} \quad (2.2-21)$$

ここで、 $wtra$, $BFBallra$ は、それぞれ標準体型に対する体重比および基礎血流量比を表しますが、計算では $wtra$ の代わりに体表面積比の1.5乗を用います。

(3) 人体熱モデルの使用方法

1. 体躯データの入力と人体表面領域の登録

JOSBコマンドで体躯データの入力と人体の表面領域の登録を行います。複数の人体を設定することができます。入力する体躯データは、性別、年齢(20歳以上に限ります), 体脂肪率[%], 代謝量[W/m²]です。

人体の表面領域は"空気に接触する領域"と、"固体に接触する領域"に分けて登録します。面領域の指定のない部位では、人体温度の計算が正しく行われませんので、どちらか一方を必ず登録します。また、体表面積の正しい取得のために、人体の周囲には必ずメッシュを配置し、人体表面に穴が明いた状態にならないよう注意してください。

2. オプションの設定

人体モデルのオプションはJOSDコマンドで設定します。JOSDコマンドでは、リストファイル(Lファイル)に出力する項目を選択できるほか、定常解析時の時間間隔、サイクル内のループ数、本モデルの計算の収束判定値を設定できます。

`ISVE=1`というオプションは、表面静脈を、固体と接触する部位において、接触面積比で分割して計算するものです。`IWL2`は、人体表面の壁面応力条件の設定スイッチです。デフォルトでは、人体表面には静止壁条件(`WL02`コマンド)が自動で適用されますが、`IWL2=0`として自動設定を解除することも出来ます。

`TINI`は、リスタート計算時に人体の温度をセットポイント温度に初期化するスイッチで、流れのみを解析した後、温度と拡散を解析する場面を想定しています。`LTHT`は、人体表面における乱流熱伝達のスイッチで、`WL04`コマンドの`LHTT`と同様の作用をします。

3. 図化ファイルに出力されるデータ

図化ファイル(FLDファイル)には、皮膚表面温度(`TSK`)、および、ぬれ率(`WET`)が出力されます。ただし、人体表面以外の節点では上記データの値はゼロとなりますので注意してください。

4. その他の必要な設定

人体熱モデルを使用する際には、温度と湿度(拡散物質)の方程式を解く必要があります。

参考文献

- 田辺新一, 中野淳太, 小林弘造、"温熱環境評価のための65分割体温調節モデルに関する研究", 日本建築学会計画系論文集, No.541, pp.9-16, 2001.
- 田辺新一, 小林弘造, 小川一晃、"温熱環境評価のための人体熱数値計算モデルCOMの開発", 日本建築学会環境系論文集, No.599, pp.31-38, 2006.
- Shin-ichi Tanabe, Kozo Kobayashi, Junta Nakano, Yoshiichi Ozeki, and Masaaki Konishi,"Evaluation of thermal comfort using combined multi-node thermoregulation (65MN) and radiation models and computational fluid dynamics (CFD)", Energy and buildings, No.34, pp.637-646, 2002.
- 徐莉, 佐藤孝広, 小川一晃, 田辺新一、"人間-熱環境系快適性数値シミュレータ(その22)体温調節モデルJOSの開発-AVAを含む血管系の考慮", 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.361-362, 2002.
- Keita Murakami, Shin-ichi Tanabe, and Masaoki Haneda,"Numerical Thermoregulation-Model JOS for Evaluation of Thermal Comfort", Roomvent, No.1241, 2007.
- Yutaka Kobayashi, and Shin-ichi Tanabe, "Development of JOS-2 human thermoregulation model with detailed vascular system", Building and Environment, Vol.66, pp.1-10, 2013.
- 中山, 入来、「新生理科学体系 (第22巻) エネルギー代謝・体温調節の生理学」, 医学書院, pp.61, 1987

関連コマンド

- `JOSB` 人体モデルの基本条件を設定する
`JOSD` 人体モデルの様々な規定値を変更

関連例題

- 機能32 温熱環境人体熱モデルJOS

2.2.5 電流解析

SCRYU/Tetraの電流解析機能は、ECURコマンドおよびECWLコマンドで指定した条件に従って電荷の保存式より電位及び電流分布を求め、電流分布より求まるジュール熱を温度解析の発熱条件として使用できる機能です。

電荷の保存式

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\sigma \left(-\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) \right) = 0$$

$$J_i = \sigma \left(-\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)$$

ここで、

- ϕ ; 電位[N・m/(A・s)≡V]
- σ ; 電気伝導度[A²・s/(N・m²)≡S/m≡A/(V・m)]
- J_i ; 電流密度[A/m²]

注.	N	;	Newton
	A	;	Ampere
	V	;	Volt≡N・m/(A・s)
	S	;	Siemens≡1/Ω≡A/V

ジュール熱の計算

$$Q = J^2 / \sigma \quad [J/(s・m^3)]$$

ECWLコマンドで設定できる境界条件は以下の3種が用意されています。

- 電位境界条件 ; 境界面の電位がわかっている場合
- 電流密度境界条件 ; 境界面の電流密度がわかっている場合
- 被膜境界条件 ; 厚みが薄くメッシュ区分ができない場合
(電気伝導度 σ と被膜厚さ δ を入力する。 $\delta=0$ のとき、電気抵抗なし。)

関連コマンド

ECUR 電流計算の基本条件を設定する
ECWL 電流計算の境界条件を設定する

関連例題

機能31 電流解析

2.3 拡散物質を扱う機能

2.3.1 拡散解析

(1) 拡散物質とは

今まででは、流体が同じ性質を示すと考えて話を進めてきました。例えば、流体が空気のとき、その空気は窒素 N_2 と酸素 O_2 の混合物ですが、移動するときは N_2 も O_2 も共に同じ割合を保ったまま移動し、 N_2 と O_2 の割合は変化しません。このような流体は單一種の流体とみなせます。

ところが、空気の中に二酸化炭素 CO_2 が混入してきた場合は、 CO_2 と空気との混合の割合が空間的、時間的に変化します。このように異なる種類の流体の分布を知ることが拡散のある流れ解析です。

今、図1のように空気の中に CO_2 が左端に混入した状態を考えます。そのときの CO_2 の分布は、図1(a)とします。ところが、時間が経つと CO_2 は空気の中でどんどん拡がっていき、図1(b)のようになります。長い時間の後では、図1(c)のように全域一様になります。

このような現象を拡散と呼びます。また、 CO_2 のように拡散するものを拡散物質と呼びます。

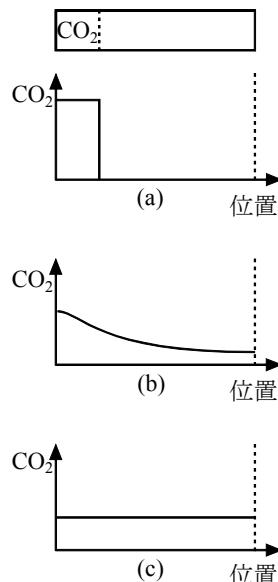


図1 CO_2 の変化

(2) 質量分率と拡散係数

拡散を定量的に扱うには、CO₂がどの程度存在するかを正確に表現する必要があります。その表現方法は色々ありますが、以下では、質量分率について説明します。

これは一定体積中に存在する全ての種類の物質の質量の和 M[kg]と、ある特定の物質 i の質量 m_i[kg]との比を意味します。

$$C_i = \frac{m_i}{M}$$

もちろん、L種の物質が存在するとすれば、Mは次式から求まります。

$$M = \sum_{i=1}^L m_i$$

明らかに、次の重要な式が成り立ちます。

$$\sum_{i=1}^L C_i = 1$$

拡散は図2のように質量分率に差があれば、差が縮まる方向に(質量分率の大きい側から小さい側へ)拡散物質が移動する現象です。この移動量(拡散フラックス)は、次式で表現されます。

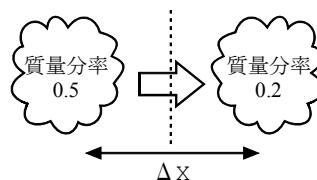


図2

$$F = -\rho \cdot D_m \cdot \frac{\Delta C}{\Delta X} \cdot A$$

ここで、

F	； 拡散フラックス	[kg/s]
ρ	； 密度	[kg/m ³]
ΔC	； 質量分率の差	[無次元]
ΔX	； 2つの質量分率間の距離	[m]
D_m	； 拡散係数	[m ² /s]
A	； 面積	[m ²]

図1のCO₂が一様分布になっていく理由がこの式にあります。そこで、拡散を考えるときはSCTsolverに用いる物性値として、拡散フラックスを求めるために拡散係数を追加する必要があります。

(3) 拡散解析の境界条件

例として、入口からはきれいな空気が入ってきて、物体からCO₂が発生してくる場合を考えます(図3)。これは例えば、物体がタバコで、そこから煙が発生して、その煙がどこに散っていくかを知る解析です。

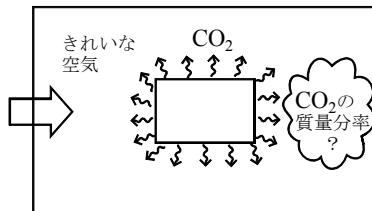


図3

ここでは煙の代表成分をCO₂としている訳です。物性値は拡散係数の追加が必要ですが、境界条件も、拡散に関して追加する必要があります。入口からは風が入って来ますが、拡散を考えるときは入って来る拡散物質の質量分率を与える必要があります。これは流入質量分率規定と呼ばれますが、この問題ではきれいな空気が流入してくることから空気の質量分率が1.0で、CO₂の質量分率が0.0と規定します。

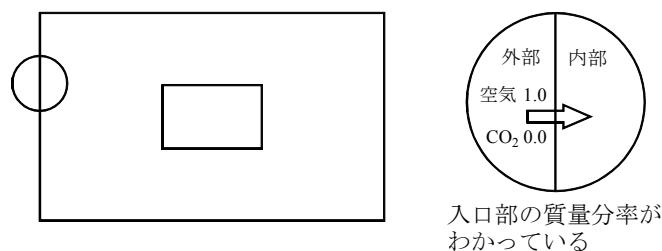


図4 入口(流入質量分率規定)

出口は内部の拡散物質が外部に向って出していくので、外部について知る必要がなく、質量分率について境界条件を与える必要はありません。

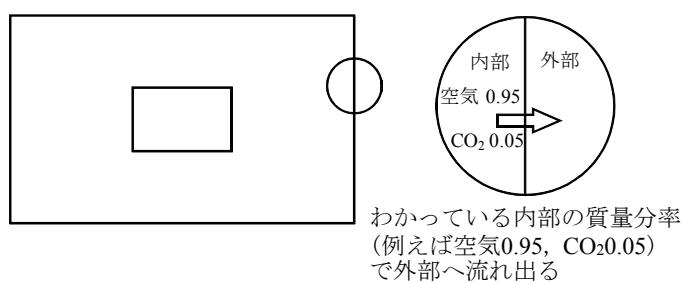


図5 出口

物体表面のCO₂の質量分率が、1.0と考えます。しかし、これだけでは空気側にどの程度CO₂が拡散していくかわかりません。ところが、物体表面と空気側とはCO₂の質量分率に差があるので、拡散が生じます。この拡散により物体壁から空気へのCO₂の移動を考えるときを拡散条件と呼び、物体表面から入ってくる物質の質量分率を与えます。拡散にも境界層があり、物体の近くで質量分率が図6のように大きく変化しています。この変化が表現できる程度に小さな要素で物体近傍が要素分割されていれば拡散条件が正しく働きます。

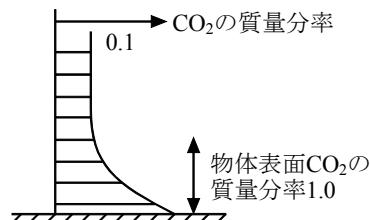


図6 濃度境界層

もし、変化を表現する程の要素分割ができないときは、経験から来る拡散伝達条件を与えます。これは、拡散伝達係数と物体表面から入ってくる物質の質量分率を必要とします。拡散伝達条件のときに、移動する拡散フラックスは、次式で求められます。

$$F = \rho \cdot h_D \cdot \Delta C \cdot A$$

ここで、

F	； 拡散フラックス	[kg/s]
ρ	； 密度	[kg/m ³]
ΔC	； 物体と流体の入ってくる物質の質量分率差	[無次元]
h_D	； 拡散伝達係数	[m/s]
A	； 面積	[m ²]

このときの拡散伝達係数 h_D が経験により与えられている必要があります。

初期条件は初めの質量分率が必要です。この例では、全域空気だけが存在すると考え、初期の質量分率を空気 ; 1.0, CO₂ ; 0.0 と与えます。

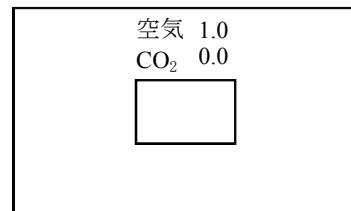
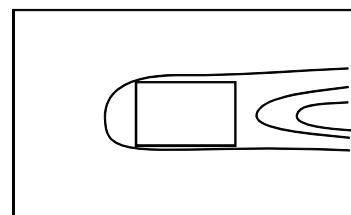


図7 初期質量分率

以上の条件をSCTsolverに入力すれば計算が行われ、流速と圧力以外に質量分率が求まります。

SCTpostで質量分率のコンター図(図8)、時系列図(図9)を描くと計算結果がわかりやすくなります。

図8 CO₂の質量分率コンター図

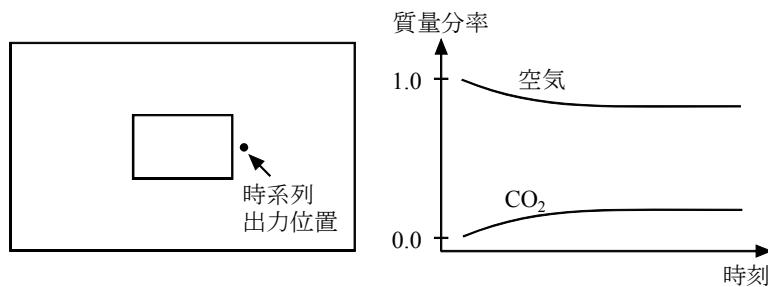


図9 質量分率の時系列図

(4) 拡散解析の補足

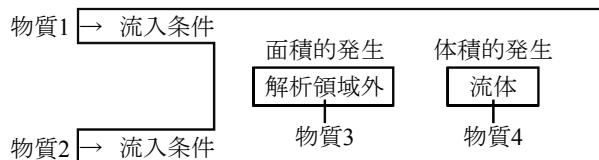
必要なデータ

- 拡散物質の個数
- 非圧縮性流体
 - 各拡散物質の拡散係数[m²/s]
 - 非圧縮性流体+化学反応
 - 標準生成熱[J/kg], モル質量[kg/mol]
 - 圧縮性流体(混合ガス)
 - モル質量[kg/mol], 粘性係数[Pa・s], 定圧比熱[J/(kg・K)], 熱伝導率[W/(m・K)]

拡散係数 = 0.0 とすると、流れに沿った分布のみになります。

必要な設定

- 流入部から拡散物質が流入する場合
 - 流入条件で流入質量分率を設定する必要があります。
- 解析領域内部で拡散物質が発生する場合
 - 面積または体積的な発生条件を設定する必要があります。
 - 面積的な発生は、流体と流体以外が接する面または流体間の面に設定します。
 - 体積的な発生は、流体域に設定します。
- 初期条件で、解析領域内の拡散物質の初期値を設定しておきます。
 - デフォルトは、各拡散物質は0.0です。



注意事項

- 拡散物質の個数だけ拡散物質保存式を解く必要があります。
- 非圧縮性解析の場合の拡散解析は、拡散物質の濃度変化のみで主流体の性質(物性)の変化はありませんが、圧縮性流体の場合は、化学変化や混合ガス解析のように密度変化などをともなう解析となります。
- 図化ファイルには、CN01, CN02, ...の変数名で出力されます。

(5) 空気に対する相互拡散係数

(1[atm](1[気圧])における微量の成分が空気中へ拡散する場合)

- He(ヘリウム)-Air(空気)

温度[K]	244	273	300	325	350	375	400
拡散係数 ($\times 10^{-4}[\text{m}^2/\text{s}]$)	0.507	0.616	0.725	0.833	0.947	1.067	1.192

- Ar(アルゴン)-Air(空気)

温度[K]	244	273	300	325	350	375	400
拡散係数 ($\times 10^{-4}[\text{m}^2/\text{s}]$)	0.1374	0.1672	0.1972	0.202	0.230	0.291	0.326

- H₂(水素)-Air(空気)

温度[K]	252	273	300	325	350	375	400
拡散係数 ($\times 10^{-4}[\text{m}^2/\text{s}]$)	0.580	0.667	0.787	0.906	1.031	1.163	1.302

- CH₄(メタン)-Air(空気)

温度[K]	298	325	350	375	400
拡散係数 ($\times 10^{-4}[\text{m}^2/\text{s}]$)	0.216	0.252	0.287	0.323	0.362

- CO(一酸化炭素)-Air(空気)

温度[K]	285	300	325	350	375	400
拡散係数 ($\times 10^{-4}[\text{m}^2/\text{s}]$)	0.198	0.216	0.248	0.282	0.318	0.355

- H₂O(水)-Air(空気)

温度[K]	282	300	325	350	375	400
拡散係数 ($\times 10^{-4}[\text{m}^2/\text{s}]$)	0.223	0.254	0.300	0.349	0.403	0.461

- CO₂(二酸化炭素)-Air(空気)

温度[K]	280	300	325	350	375	400
拡散係数 ($\times 10^{-4}[\text{m}^2/\text{s}]$)	0.146	0.167	0.194	0.224	0.255	0.287

- SF₆(六ふつ化硫黄)-Air(空気)

温度[K]	328	350	375	400
拡散係数 ($\times 10^{-4}[\text{m}^2/\text{s}]$)	0.1167	0.1323	0.151	0.171

参考文献

1. 日本機械学会 "技術資料 流体の熱物性値集"

関連コマンド

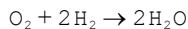
- PROP 密度, 粘性係数等の物性値の設定
SDIF 拡散係数の詳細設定
DFCR 各拡散物質の拡散速度に質量分率かけたものの総和をゼロにする。
SCAL 温度, 乱流エネルギー, 乱流消失率, 拡散物質等の発生条件の設定

関連例題

- 機能2 拡散(単純な拡散物質)
機能3 拡散(混合ガス)

2.3.2 化学反応

2.3.1 拡散解析で異なる種類の物質が混合してくる解析を扱いましたが、この場合でも混合してくる物質は外部から入ってくると考えていました。物質の混合比が変化する場合は、この場合だけでなく、化学反応による場合も考えられます。例えば、Aという物質とBという物質が反応してCという物質に変われば、A、Bの質量分率は小さくなり、Cの質量分率が増えます。化学反応はAを酸素O₂、Bを水素H₂、Cを水蒸気H₂Oとすると、次のように表現されます。



これを反応式といいます。この式は、1つのO₂分子と2つのH₂分子が反応して、2つのH₂O分子ができるこことを意味しています。反応式の左辺に現れる物質(この場合、O₂とH₂)を反応物質と呼び、右辺に現れる物質(この場合、H₂O)を生成物質と呼びます。また、反応式の中に現れる分子の個数を意味する数値を化学量論係数と呼びます。我々が分子の数を数えるとき、1つ1つではあまりにも小さな単位になり不便ですから、一定の数の集まりを新たにモル(mol)と名付けます。この一定の数N_Aは、アボガドロ数と呼ばれ次の値を持ちます。

$$N_A = 6.022 \times 10^{23} [\text{個}]$$

したがって、モルは分子の個数の単位で、鉛筆の数を12個をひとまとめにして、1ダースと呼ぶことと同じ内容です。

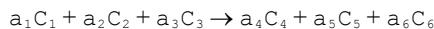
2.3.1 拡散解析で異なる物質の存在割合を質量分率で表現しました。そこで、化学反応が生じて物質の存在割合が変化する場合も質量分率で表現する必要があります。ところが、反応は分子の個数の変化を表現する式になっています。この分子の個数を質量に換算するものが、モル質量です。モル質量は、アボガドロ数 $6.022 \times 10^{23}[\text{個}]$ (1モル)の分子の質量です。1モルの原子の質量は、原子量にグラム[g]の単位をつければ求まります。

例えば、炭素原子Cの原子量は12.01、酸素原子の原子量は16.00です。したがって、炭素の1モルの質量は12.01[g]、酸素の1モルの質量は16.00[g]になります(SCTsolverでは一般にSI単位を使う場合が多いので、そのときは質量は[kg]を用いて、酸素は $16 \times 10^{-3}[\text{kg/mol}]$ のように扱います)。分子は原子が結合してできる別の物質ですが、この原子量を用いれば、分子のモル質量も簡単に求められます。二酸化炭素CO₂は、炭素原子Cが1つと、酸素原子Oが2つ結合した分子ですから、CO₂が1モル集まれば、その中にはCが1モル、Oが2モル存在しますので、

$$12.01[\text{g/mol}] + 16.00[\text{g/mol}] \times 2 = 44.01[\text{g/mol}]$$

のモル質量になります。このモル質量を用いれば、化学反応で変化した物質の個数(モル数)を質量に変換できます。

化学式は、反応する方向と反応物質と生成物質の個数の関係を示していますが、実際にどの程度反応するかはわかりません。この反応の進むスピードを表すものが反応速度です。反応式を次のように定義します。



ここで、

a_1, a_2, a_3 ; 化学量論係数

a_4, a_5, a_6

$\text{C}_1, \text{C}_2, \text{C}_3$; 反応物質

$\text{C}_4, \text{C}_5, \text{C}_6$; 生成物質

この反応式に対する反応速度は、一般的に次式で与えられます。

$$\dot{d}_m = AT^n \exp(-Ea/R \cdot T) [C_1]^{x_1} [C_2]^{x_2} [C_3]^{x_3}$$

ここで、

\dot{d}_m	；	m 番目の反応物質の反応速度	[mol/m ³ •s]
T	；	絶対温度	[K]
C_m	；	m 番目の反応物質の単位体積当たりのモル	[mol/m ³] モル濃度と呼ばれます。
A, n	；	反応速度の経験定数	
R	；	普遍ガス定数8.31451	[J/(mol•K)]
Ea	；	反応活性化エネルギー	[J/mol]
r_1, r_2, r_3	；	反応の次数	

これを修正アレニウス式と呼びます。化学反応は分子どうしが衝突して生じます。

$[C_1]^{r_1}[C_2]^{r_2}[C_3]^{r_3}$ の項は、その衝突の確率に関する項になっています。明らかに、反応物質が一定体積内に多ければ多いほど、衝突する確率は高くなるため、モル濃度 $[C_m]$ に比例する形が与えられています。また、ATⁿ 項も温度が高ければ分子の移動が活発になることから、衝突確率を上げると考えて追加された項です。 $\exp(-Ea/R \cdot T)$ の項は、衝突した分子が全て反応するとは限らないことを考慮しています。衝突には、速い衝突(エネルギーが大きい)と遅い衝突(エネルギーが小さい)があり、物質の変化(反応)を伴うのは速い衝突です。温度が高くなると平均的な分子の速度が速くなりますので、衝突のエネルギーも大きくなり、反応も起こりやすくなります。この衝突エネルギーを温度で表現したのが、 $\exp(-Ea/R \cdot T)$ です。

以上から化学反応を考える場合、反応物質、生成物質を拡散物質ととらえ、2.3.1 拡散解析に与えられた入力の他に、ここで出てきた反応式(反応物質、生成物質の番号と化学量論係数)とモル質量及び反応速度の経験定数を追加する必要があります。SCTSsolverでは、反応物質、生成物質を名前で区別せず、それぞれに1から始まる連続番号を与えて、その番号で物質を表します。

例えば、先に示した $O_2 + 2H_2 \rightarrow 2H_2O$ では、 O_2 を第1拡散物質、 H_2 を第2拡散物質、 H_2O を第3拡散物質として番号で表現します。

化学反応を扱うときの温度は、必ず絶対温度を用いる必要があります。

注意事項

- ・ 化学反応の場合、温度は絶対温度になるように設定します。

関連コマンド

REAC 化学反応条件の設定

関連例題

機能34 化学反応

2.3.3 燃焼解析

現バージョンでは、乱流燃焼時の化学反応速度のモデルとして、渦消散モデルが利用できます。渦消散モデルの利用はREACコマンドで設定します。

(1) 渦消散モデル

乱流強度が強くなると、反応速度は乱流混合に関連するパラメータで記述されると予測されます。渦消散モデルでは、1段の総括反応式で反応を記述し、その反応速度を時間スケール k/ε から見積もります。ここで k は、乱流エネルギーと ε は乱流消失率です。

渦消散モデルにおける反応速度 $d[\text{mol}/\text{m}^3\text{s}]$ は次式で与えられます。

- 拡散火炎の場合

$$d = \frac{\varepsilon}{k} \text{MIN}(4C_f, 4C_o/r) \frac{\rho n}{a_f M_f} \quad (2.3-1)$$

- 予混合火炎の場合

$$d = \frac{\varepsilon}{k} \text{MIN}(4C_f, 4C_o/r, 2C_p/(1+r)) \frac{\rho n}{a_f M_f} \quad (2.3-2)$$

$$r \equiv \frac{a_o M_o}{a_f M_f}$$

ここで、 C_f は燃料の質量分率、 C_o は酸化剤の質量分率、 C_p は生成物の質量分率の総和です。REACコマンドの入力変数 SI が 1 のとき燃料、2 のとき酸化剤になります。M は分子量を表します。ρ は密度です。a, n は REACコマンドの入力変数 AI, N です。N は通常 1 を指定します。REACコマンドの入力変数 A が -1 のとき、(2.3-1) 式が使用されます。A が -2 のとき (2.3-2) 式が使用されます。一方、A が正のときは、通常のアレニウス型の反応速度式が使用されます。

渦消散モデルは、詳細化学反応式とともに用いることはできません。このように渦消散モデルは複雑な燃焼過程を扱うには、大きく簡易化されたモデルです。しかし、逆を言えば、詳細化学反応式なしで手軽に使用できるという利点があります。

参考文献

- B. F. Masnussenn, and B. H., Hjertager, "Sixttenth Symposium (International) on Combustion", pp. 719-729, The Combustion institute.
- F.A. Williams, "Combustion Theory 2nd Edition", Benjamin-Cummings Publishing Co., 1985. (柘植修一監訳, 燃焼の理論, 日刊工業新聞社, 1987)
- N. Peters, "Turbulent Combustion", p.34-35, Cambridge university press, 2000.

関連コマンド

REAC 化学反応条件の設定

関連例題

機能34 化学反応

2.3.4 表面反応機能と熱CVD解析

本章では表面反応機能とCVD解析への適用について説明します。この機能は表面反応に限定したもので、熱CVDは扱えますが、プラズマCVDは扱えません。なお、熱CVDは、原料となるガスを混合して、加熱した基板上に反応により薄い膜状の結晶を析出させる方法の総称です。

(1) 表面化学種と吸着サイト

表面上の化学種を表面化学種と呼びます。表面上では、表面化学種が吸着可能な点が有限個存在します。これは吸着サイトと呼ばれています。吸着サイトとそれに所属する表面化学種はあらかじめCVPRコマンドで設定しておく必要があります。このコマンドでは吸着サイトの密度[mol/m³]が設定できます。通常は1を設定します。もし、吸着サイトの密度[mol/m³]を設定すれば、表面化学種濃度はモル濃度になります。

熱CVDの場合、表面反応の結果、析出物が生じます。化学反応式の設定の便宜上、析出物についてもCVPRコマンドで1つの表面化学種としての番号を与える必要があります。

(2) 表面反応過程

この節では[文献1]を参考に、表面反応の概略を説明します。

表面反応は、以下の順で進行します。

1. 気相の反応物質が表面に移動する。
2. 気相の反応物質が表面に吸着される。
3. 表面化学種間の化学反応が生じる。表面の生成物質が生じる。
4. 表面の生成物質が表面から離脱する。
5. 気相の生成物質が表面から移動する。

これらの過程は、CVRCコマンドで化学反応式の形で入力します。反応速度式はアレニウス型で入力するようになっています。このように、SCRYU/Tetraの表面反応機能を使用するには、ユーザーは、各過程の反応式を用意しなければなりません。

さて、2番目の吸着過程を反応速度ではなく、吸着係数 γ により記述する方法があります。

吸着係数は、吸着面に衝突した分子の内、吸着した分子の割合です。単位時間、単位面積あたり衝突するモル数 r_2 は、

$$r_2 = c \sqrt{\frac{RT}{2\pi M}} \quad (2.3-3)$$

で与えられます。ここで、cはモル濃度[mol/m³]、Rは普遍ガス定数8.31451[J/mol•K]、Tは絶対温度、Mは分子量[kg/mol]です。従って、吸着過程の速度定数 k_2 [mol/m²•s]は次式で与えられます。

$$k_2 = \gamma \sqrt{\frac{RT}{2\pi M}} \quad (2.3-4)$$

すなわち、CVRCコマンドで入力変数A = $\gamma \sqrt{R/(2\pi M)}$ 、入力変数n=0.5、入力変数EAPR=0に対応します。

(3) 境界条件

前節の過程1., 5.の主な駆動力は拡散です。すなわち、吸着される化学種は拡散によって運ばれます。離脱する化学種は拡散によって運ばれます。この釣り合いの式が拡散物質の境界条件になります。

$$Q_i = (J_i^D + J_i^T) \cdot n \quad (2.3-5)$$

ここで、 Q_i は表面化学反応による拡散物質 i の生成速度 [$\text{kg}/\text{m}^2\cdot\text{s}$] です。なお、生成速度の具体的な形については、ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 CVRCコマンドの反応度速度(=モル生成速度 [$\text{mol}/\text{m}^2\cdot\text{s}$])の説明を参照ください。 J_i^D は分子拡散に起因する質量流束です。 J_i^T の具体的な形はユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 DFCRコマンドに記述があります。分子拡散係数については、SDIFコマンドで指定してください。 J_i^T は熱拡散に起因する質量流束です。具体的な形はユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 SOREコマンドに記述があります。 n はCVRCコマンドで定義された反応面に垂直な単位ベクトルです。

熱拡散効果は、分子拡散より1オーダー小さい効果です。 $\sum J_i^T = 0$ と確実になるようにDFCRコマンドで補正を加えます。そうしないと、分子拡散の誤差が熱拡散の効果を打ち消してしまう危険が生じます。

さて、厳密にいうと、析出物に起因した質量目減り分は拡散で補うことができません。(2.3-5)式を全拡散物質で和をとります。析出する場合、 $\sum Q_i < 0$ です。しかし、質量の保存を考えれば、本来は、 $\sum (J_i^D + J_i^T) \cdot n = 0$ です。析出物に起因する質量の減少は、拡散そのものでは補えませんが、流れに乗って行き来する質量分、すなわち移流の質量流束が補います。この移流を考慮した釣り合いの式は次式になります。

$$Q_i = (J_i^D + J_i^T) \cdot n + \left(Y_i \sum_j Q_j \right) I_{cvop} \quad (2.3-6)$$

Y_i は質量分率、 I_{cvop} はCVOPコマンドの入力変数ICVOPです。デフォルトは1です。

(4) 図化ファイル

表面反応機能を使用した場合、拡散物質の表面濃度および表面化学種濃度が図化ファイルに出力されます。気相の拡散物質数が3、表面化学種が3(析出物に割り振られた番号を含む)の場合、SC01, SC02, SC03, SC04, SC05, SC06という名前で出力されます。SC01からSC03までが、気相拡散物質の表面での質量分率です。SC04からSC06が表面化学種濃度です。濃度はCVPRコマンドの設定により、モル分率あるいはモル濃度のいずれかとなります。ただし、表面化学種番号が析出物に対応する場合、表面濃度には0が出力されます。

表面反応機能を使用した場合、拡散物質および表面化学種の生成速度[mol/sm²]も図化ファイルに出力されます。先のケースに対しては、SR01～SR06という名前で出力されます。

成長速度は、析出物の生成速度[m/s]に変換したものです。CVGRコマンドで指定した表面化学種の生成速度が成長速度として図化ファイルに出力されます。図化ファイルではCVDDという変数名になっています。また非定常解析時には、成長速度の積算値[m]がCVDSの名前で図化ファイルに出力されます。

(5) 使用上の注意

- 反応式およびその速度定数はユーザーが指定する必要があります。
- 表面反応機能は圧縮性流体解析でのみ有効です。
- SOREコマンドは圧縮性流体解析でのみ有効です。
- 熱拡散効果(SOREコマンド)の設定ではISWSR=1かつISWLAT1=-2を推奨しています。
- 熱拡散効果(SOREコマンド)の設定ではISWSR=2かつISLDT=-2は計算負荷が非常に大きいので、使用はできるだけ避けてください。

参考文献

1. F.A. Williams, "Combustion Theory 2nd Edition", Appendix B.4, Benjamin-Cummings Publishing Co., 1985. (柘植 修一監訳, 燃焼の理論, 日刊工業新聞社, 1987)

関連コマンド

REAC	化学反応条件の設定
CVGR	成長速度を定義
CVOP	対流項の考慮等
CVPR	表面化学種の設定
CVRC	化学蒸着の起る範囲と反応式の指定
SORE	熱拡散係数を入力

関連例題

- 機能33 CVD解析

2.4 相変化を扱う機能

2.4.1 結露解析・霜取り解析

(1) 結露解析

湿った空気が冷たいガラスに触ると、結露がおこります。これは、空気中の水蒸気濃度には、上限値があるからです。温度が小さくなると、この上限値は小さくなります。すると、水蒸気の状態でいられなくなり、結露します。以下、湿った空気は、乾き空気と水蒸気の2成分から構成されると考えます。説明に都合が良いので、しばらく濃度として、水蒸気のモル分率を考えます。モル分率は{水蒸気の体積} / ({空気の体積} + {水蒸気の体積})で定義されます。すなわち、体積比で測った濃度です。

上限の水蒸気濃度は、飽和蒸気圧という水蒸気の物性から計算することができます。蒸気圧は、モル分率に圧力をかけた量と等しいです。蒸気圧が飽和蒸気圧より大きくなると、水蒸気の状態でいられなくなり(飽和)、水になります。そして、この飽和蒸気圧が温度に対して、すでに調べられています([文献1, 2] 参照)。

一般に、水蒸気濃度として用いられるのは、モル分率ではなく、相対湿度や絶対湿度です。相対湿度は、水蒸気が飽和したとき1、乾き空気のとき0となるよう定義された濃度です。相対湿度は%(0~100)で表すことも多いですが、SCRYU/Tetraでは0~1で定義されているので注意が必要です。絶対湿度は、{水蒸気の質量}/{乾き空気の質量}で定義されます。一方、SCRYU/Tetra内部では、水蒸気の質量分率(={水蒸気の質量}/({乾き空気の質量}+{水蒸気の質量}))を濃度として用いております。これらの水蒸気濃度は、互いに換算することができます。

これまで説明してきたように、湿った空気が冷たいガラスに触ると結露します。ガラス表面の湿り空気のみ考えると、結露したことによって、相対湿度が1にまで下がったはずです。これ以上は結露しないはずです。ところが、実際は、結露がすぐに終わってしまうことはありません。なぜなら、冷たいガラス面付近の水蒸気濃度は、結露が起こったことによって、周囲より下がります。すると、濃度を均一にしようと、周囲から水蒸気が拡散してきます。この周囲からの水蒸気の供給により、再び、結露が起こる状況が起こります。このように、結露量は、濃度差に起因する水蒸気の供給に依存します。

一般に、拡散物質の濃度差と拡散物質の移動量との関係は次式の形で表現できます。

$$\dot{m}_c = h_d(C_1 - C_w) \quad (2.4-1)$$

ここで、 \dot{m}_c は単位時間、単位面積当たり、水蒸気が壁に向かって行く質量(結露速度と呼ぶ)です。 C_1 は壁から1格子分流体側での水蒸気の質量分率です。 C_w は壁での水蒸気の質量分率です。 h_d は物質伝達係数です。(2.4-1)式は、壁付近の水蒸気濃度が、壁表面の水蒸気濃度より、濃いほど、あるいは物質伝達係数が大きいほど、結露速度が大きくなることを表しています。(2.4-1)式は一般の拡散物質の移動を表した式ですが、結露速度算出に使用するにあたっては、

$$\dot{m}_c = h_d(C_1 - C_s) \quad C_1 > C_s \quad (2.4-2a)$$

$$\dot{m}_c = 0 \quad C_1 \leq C_s \quad (2.4-2b)$$

としています。ここで、 C_s は飽和蒸気圧に対応する水蒸気の質量分率です。物質伝達係数について説明します。層流の場合、物質伝達係数は、Fickの法則から、

$$h_d = \rho D / \Delta y \quad (2.4-3)$$

で表されます(計算格子が十分に細かければ)。ここで、 ρ は密度です。 D は水蒸気-空気の拡散係数です。 Δy は格子の壁垂直方向の高さです。乱流の場合は、使用する乱流モデルによって扱いが変わります。低レイノルズ数型乱流モデル場合は、

$$h_d = (\rho D + \mu_t / S_{ct}) / \Delta y \quad (2.4-4)$$

で表されます。ここで、 μ_t は渦粘性係数、 S_{ct} は乱流シミュット数です。(2.4-4)式は、拡散が分子拡散と乱流拡散の和であることを表しています。高レイノルズ数型乱流モデル場合は、熱伝達と物質伝達

の相似則の1つであるコルバーンのアナロジー([文献3, 4]参照)を利用しています。このとき物質伝達係数 h_D は熱伝達係数を h として

$$h_D = \frac{h}{C_p} (Le)^{-\frac{2}{3}} \quad (2.4-5)$$

と表されます。ここで、 Le はルイス数です。(2.4-5)式は、熱伝達が大きくなるような箇所では物質伝達も大きくなることを表しています。ルイス数は、次式で与えられます。

$$Le = \frac{\lambda}{\rho C_p D} \quad (2.4-6)$$

ここで、 λ は熱伝導率、 D は拡散係数です。ルイス数は物性値から自動的に求まりますが、直接一定値を与えることもできます(ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HULEコマンド 参照)。例えば、拡散係数、熱伝導率が温度依存するにもかかわらず、拡散係数のみ温度依存で変化させるような場合、ルイス数の見積もりは不正確になってしまいます。このような場合、ルイス数を直接与えたほうが良い結果になります。

さて、冷たい空気中に煙突から蒸気が上っていく場合、凝縮して霧ができることがあります。これも、水蒸気が飽和したことにより生じます。SCRYU/Tetraにおいては、霧ができるような現象は考慮していません。空気中では相対湿度がいくら大きくなっても凝縮しません。

水蒸気が水あるいは氷になると、潜熱を放出します。潜熱は温度、圧力によって変化します。また、水蒸気が水になるか氷になるかでも潜熱の値は異なります。SCRYU/Tetraでは潜熱は常に一定とモデル化しています(ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HULHコマンド 参照)。

SCRYU/Tetraにおける結露解析の設定について説明します。厳密には、湿り空気は、空気と水蒸気から構成されます。従って、水蒸気濃度は、流れ場に影響を及ぼします。しかし、水蒸気濃度が流れ場に影響を与えないと考えると、解析は簡略化されます。通常、結露解析は以下のようない定を行います。

(物性)

1. 乾き空気の物性を指定する。
 2. 1番目の拡散物質に空気に対する水蒸気の拡散係数を指定する。
- 1気圧で、0[°C]のときは、 2.2×10^{-5} [m²/s]です。

(流入条件)

1. 相対湿度、絶対湿度、質量分率のいずれで入力するかを指定する(ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HUFXコマンド 参照)。
2. 1番目の拡散物質の流入濃度を1.で指定したものに合わせて入力する。

(初期条件) ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HUINコマンド 参照

1. 相対湿度、絶対湿度、質量分率のいずれで入力するかを指定する。
2. 初期湿度を1.で指定したものに合わせて入力する。

(温度の種別) ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HUMDコマンド 参照

解析で用いている温度と絶対温度の関係を明示する必要があります。

(基準圧力) ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HUMDコマンド 参照

大気圧を設定する必要があります。

(結露面の指定) ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HUWLコマンド 参照

(図化ファイルの出力)

1. 相対湿度か絶対湿度のいずれで出力するかを指定する(ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HUGPコマンド 参照)。

2. 出力したい表面データ(例えば、結露速度)を選択する(ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 FOUTコマンド 参照)。
結露速度は、図化ファイルにはHUMCと出力されます。

(方程式) ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 EQUAコマンド 参照

少なくとも運動量方程式、圧力方程式、エネルギー方程式、1番目の拡散方程式を解く必要があります。なお、流れ場が温度場にも影響を受けない場合は、最初に流れ場を求めておき、次に拡散物質と温度のみ解析するということも可能になります。すなわち、最初に運動量方程式、圧力方程式、必要ならばk-ε方程式(乱流の場合)を解きます。次のリスタート計算では、温度と拡散物質を解きます。このとき、温度を初期化したい場合があります。しかし、リスタート計算でINITコマンドによる初期化は無効になってしまいます。リスタート計算で初期化を有効するには、INIVコマンドを用います。

次に、湿り空気を乾き空気と水蒸気の混合ガスとして解析する場合の設定について説明します。

(物性)

圧縮性流体とする。拡散物質の総数を2に設定する。1番目の拡散物質を水蒸気、2番目を乾き空気に設定する。

(流入条件)

1. 相対湿度、絶対湿度、質量分率のいずれで入力するかを指定する(ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HUFXコマンド 参照)。
2. 1、2番目の拡散物質の流入濃度を1.で指定したものに合わせて入力する。

注. 相対湿度、絶対湿度で指定する場合は、1、2番目の拡散物質の流入濃度として同じ値を指定しなければならない。

(初期条件) ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HUINコマンド 参照

1. 相対湿度、絶対湿度、質量分率のいずれで入力するかを指定する
2. 初期湿度を1.で指定したものに合わせて入力する。

(温度の種別) ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HUMDコマンド 参照

解析で用いている温度と絶対温度の関係を明示する必要があります。

(結露面の指定) ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HUWLコマンド 参照(図化ファイルの出力) ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HUGPコマンド, FOUTコマンド 参照(方程式) ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 EQUAコマンド 参照

少なくとも運動量方程式、圧力方程式、エネルギー方程式、1番目の拡散方程式、2番目の拡散物質を解く必要があります。

(2) 霜取り解析

これまででは、結露を説明してきました。これは、湿り空気から壁への水蒸気の移動です。この逆も考えられます。例えば、冷凍庫の壁に霜が着いています。エバボレーターで冷された空気は乾いています。この空気をファンで送ると、霜は昇華し始めます。負の結露速度を昇華量として解釈すると、(2.4-1)式が成り立ちます。結露解析では、結露速度は常に正です。霜取り解析では、負の結露速度を許している点(蒸発の考慮)が結露解析とは異なります。

SCRYU/Tetraでは、霜がどれぐらい着いているかを判別する指標として、単位面積当たりの付いた霜の質量(結露量と呼ぶ)を用います。結露量は、初期の結露量に、結露速度の時間積分値を加えたものです。結露量は非定常解析でのみ意味があります。結露量がゼロになると、もはや昇華は起こりません。

SCRYU/Tetraにおける霜取り解析の設定について説明します。

基本的には結露解析と同じですので、相違点のみ説明します。

(蒸発の考慮) ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HUWLコマンド 参照
昇華を扱えるように設定します。

(初期結露量の設定) ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HUWLコマンド 参照
結露量の初期値を与えることができます。

(図化ファイルの出力) ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 FOUTコマンド 参照
結露量を出力します。図化ファイルには HUMAという変数名で出力されます。

(3) 累積結露量

結露解析で、結露速度を時間積分した量(累積結露量)を知りたいことがあります。

結露計算においては、初期結露量が0となります。従って、結露量が累積結露量に対応します。

参考文献

- 空気調和・衛生工学学会編, "空気調和衛生工学便覧 第11版I", pp.103, オーム社, 1987.
- 化学工学会編, "化学工学便覧改訂5版", pp.18, 丸善, 1988.
- 長島 昭, "移動速度論", pp. 103-104, コロナ社, 1978.
- J. R. ホールマン, 平田 賢訳, "伝熱工学", pp. 433-436, ブレイイン図書出版, 1982.

関連コマンド

HUFX	FLUX条件で指定する湿度の種類
HUGP	図化ファイルに出力する湿度の種類
HUIN	湿度の初期条件
HULE	湿度解析でルイス数を指定する
HULH	潜熱を考慮する
HULP	結露解析におけるイタレーション回数
HUMD	結露解析の一般設定
HURM	蒸気の分子量を設定する
HUST	結露解析を安定化させる
HUVF	結露解析で蒸気圧を設定する
HUWL	結露解析を行う面領域の指定および初期付着量

関連例題

機能4	拡散(結露)
-----	--------

2.4.2 凝固融解解析

SCRYU/Tetraは凝固融解解析を行うことができます。凝固融解とは液体から固体へ、固体から液体へ相の状態が変化する現象を指します。相変化の過程で体積自体も変化しますが、**SCRYU/Tetra**で扱う凝固融解解析では体積変化を無視します。

対象領域内の格子単位での固相の体積割合(=質量割合)は固相率 f_s という変数で表されます。固相率は、すべて固相のとき1, すべて液相のとき0をとります。

相変化にともなう潜熱はエネルギー方程式で発熱(吸熱)項として次のように考慮します。

$$\dot{q} = \rho L \frac{\partial f_s}{\partial t} \quad (2.4-7)$$

ここで L は潜熱を表しています。

SCRYU/Tetraでは相変化にともなう温度変化のみ考慮する方法と、流れも考慮する方法で解析できます。

(1) 流れなし凝固融解解析

この場合、液体の移動(流れ)と体積変化を無視します。したがって相変化潜熱を考慮した温度解析(熱伝導解析)に帰着されます。このことから、固体の物性が与えられた格子領域が凝固融解解析の対象領域になります。

(2) 液相の流れを考慮した凝固融解解析

SCRYU/Tetraでは固相率が $0 < f_s < 1$ の領域(Mushy領域)は多孔質体として扱われます。Mushy領域ではダルシーの法則を適用し、次の圧力損失を運動量保存式に考慮します。

$$\Delta p = \frac{\mu}{C_k} (U - U_g) \Delta x \quad (2.4-8)$$

ここで

μ	； 粘性係数
C_k	； 透過率
U	； 流速
U_g	； 固体粒子速度
Δx	； メッシュ幅

透過率 C_k は多孔質体の性質に固有のものです。固相率が流動限界固相率より大きくなると、その要素は完全な固体として扱います。透過率 C_k はSファイルからの入力値で一定として扱うこともできますが、次のKozeny-Carmanモデルを用いることもできます。

$$C_k = K_0 \frac{(1 - f_s)^3}{f_s^2} \quad (2.4-9)$$

ここで K_0 は固体粒子の大きさに依存するモデル定数で、Sファイルに入力値として与えます。また、ユーザー関数で与えることによって固相率に対する依存性を考慮することもできます。詳細はユーザーーズガイド リファレンス（ソルバー）編 第2章 ユーザー関数の2.3 設定関数の使用方法を参照してください。

凝固融解解析の対象領域は液体の物性が与えられる領域となり、固体物性は別に与える必要があります。また、固体(流動限界固相率以上)領域は移動速度を指定することができます。

(3) 必要な物性条件

凝固融解解析に必要な物性条件は、潜熱、固相線温度、液相線温度、固相での比熱、液相での比熱です。固相から液相へと状態が変化するときに熱が必要となります。これが潜熱です。例えば、氷を溶かすには熱を与えます。逆に水が氷になるときは潜熱が出てきます。融解の場合、固相線温度は相変化開始温度で、液相線温度は相変化終了温度です。凝固の場合、液相線温度は相変化開始温度で、固相線温度は相変化終了温度です。水の場合、固相線温度と液相線温度は同じです。しかし、いつもこの二つの温度が等しいとは限りません。例えば、金属合金材料などは多くの場合これら二つの温度は等しくなりません。これらの凝固融解解析に必要な物性の指定はPROPコマンドで行います。固体の物性として指定することに注意してください。

(4) 温度回復法

固相率は未知数です。これを求めるのに、温度回復法の考え方を利用しています。温度回復法とは相変化にともなう潜熱を考慮しない通常の温度解析の結果から潜熱を考慮した場合の温度に修正する(回復させる)方法です。その修正する温度分だけ固相率が増減すると考えています。このようにして、固相率を見積もるわけですが、あくまで見積もりです。しかし、繰り返し計算すると、正しい固相率へ収束します。詳細は[文献1]を参照してください。

(5) 反復計算

凝固融解解析時は温度計算(エネルギー式)の1サイクル内の反復計算を必要とします。この反復回数の最大値をLOPTコマンドで変更できます。なお、固相率が一定に落ち着くと反復計算は終了し、1サイクル内で収束したと見なします。収束の判定基準の定義やデフォルト値はLOPTコマンドの説明(ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 Solverの入力1.3 コマンドデータ)を参照してください。

(6) 結果の出力

図化ファイルには、固相率がVOSという変数名で出力されます。固相率を表示させることで凝固融解現象の進行度合いが確認できます。

参考文献

- 前田 武夫, 第1回数値流体力学シンポジウム, 1987, pp.323-326.

関連コマンド

PROP	密度、粘性係数等の物性値の設定
LOPT	温度のサイクル内ループ
ICEB	初期の固相領域(固相率)を定義する。
ICED	凝固融解解析の規定値を変更する。
ICEP	凝固融解解析でMushy領域(多孔質体)の透過率を設定する。

関連例題

- 機能29 凝固融解解析

2.4.3 キャビテーション

液体の蒸気圧(ここでは飽和蒸気圧を単に蒸気圧と記します)は温度で決まります。加熱により液体が沸騰するのは蒸気圧が上昇し大気圧を超えるからです。一方、常温でも蒸気圧以下に減圧すれば液体を沸騰させる事は可能です。

さて、プロペラなどで液体を高速に加速するとその場所の圧力が下がります。この時もし圧力が蒸気圧以下になれば、液体は蒸発し始め気泡が生ずる事になります。この現象をキャビテーションと呼びます。キャビテーションはポンプの性能低下など流体機器にさまざまな悪影響を及ぼします。

キャビテーションの起り難さの指標をキャビテーション数(Cavitation number)と言い、次式の σ で定義します。

$$\sigma = \frac{P_0 - P_v}{\frac{1}{2}\rho U_0^2} \quad (2.4-9)$$

ここで、 P_0 、 U_0 、 P_v と ρ はそれぞれ代表圧力、代表速度、蒸気圧と密度です。

σ が大きい場合は分母に比べ分子が大きい、つまり蒸気圧に対しまだ圧力に余裕がある訳で、キャビテーションは起き難いと言えます。

キャビテーション流れを数値解析するにはキャビテーションのモデル化が必要ですが、**SCRYU/Tetra**では二相一流体モデルを用います。二相一流体モデルは気相と液相が局的に均質とみなし、同一の動きをすると仮定します。

SCRYU/Tetraでは次の3つのキャビテーションモデルを使用することができます。

- バロトロピーモデル
- フルキャビテーションモデル
- Kunzモデル

(1) 解析手法

キャビテーション流れでは、流体中の音速はボイド率に依存するため圧縮性流体として解析する必要があります。しかし**SCRYU/Tetra**では、モデルによって液相と気相(蒸気)の密度を一定とした非圧縮性流体としての解析もできます。キャビテーション流れを非圧縮性流体として解く場合、次の質量保存式を用います。

$$\frac{1}{\rho \alpha^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.4-10)$$

ここで α は音速を表し、キャビテーション解析では液相中の音速の1/10程度の値を用います。式(2.4-10)中の流速の発散は次の式で与えられます。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \left(\frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_1} \right) \dot{m} \quad (2.4-11)$$

ρ_v と ρ_1 はそれぞれ蒸気と液相の密度を示します。 \dot{m} はキャビテーションの発生と消滅、すなわち蒸発と凝縮を表す生成項で、キャビテーションモデルによってモデル化されます。

(2) キャビテーションモデル

- バロトロピーモデル

バロトロピーモデルでは二相一流体の密度 ρ は、気体の状態方程式に相似な液体の状態方程式を仮定し、各式を各相の質量分率で合成すれば得られます。具体的には次式の様に圧力 P 、絶対温度 T と気相の質量分率 Y の関数になります。

$$\rho = \frac{P(P + P_c)}{K(1 - Y)P(T + T_0) + RY(P + P_c)T} \quad (2.4-12)$$

その他の定数の説明は割愛しますが、例えば R はいわゆるガス定数で、これに対し K は液体の状態方程式の液体定数で R の対応物です。また、 $(1 - Y)$ は液相の質量分率ですから、分母の第1項が液相、第2項が気相に対応している事が分かります。

結局、気体の状態方程式の代りにこの式を用いて圧縮性流体解析を行えばよいのですが、キャビテーションを起こすには、蒸気圧 P_v を指定して、求まった圧力 P を蒸気圧 P_v と比較する必要があります。もしある場所での圧力 P が蒸気圧以下ならばそこではキャビテーションが発生し圧力 P は P_v に回復する筈です。つまりその場所では $P = P_v$ に再設定します。そしてその時の蒸気量は状態方程式から求めます。即ち、(2.4-12)式から密度 ρ と圧力 P_v に対応する質量分率 Y を求め直します。

通常、全域 $Y = 0$ の単相液体から計算を始めますから、ここで初めて $Y > 0$ となりキャビテーションが発生する事になります。

以下、バロトロピーモデルを用いた解析での注意点を述べます。

- 圧縮性解析でのみ使用できます。
- 計算では代表温度 T を指定し等温変化を仮定します。つまりエネルギー式は解きません。
- 気相の質量分率 Y は第1拡散物質CN01として求めます。つまり拡散計算を指定します。
- 質量分率 $Y = 0$ の初期状態や流入条件は可能ですが計算の安定性からボイド率換算で $\alpha = 0.001$ 程度を設定する様にしてください。
- 気泡の消滅は考慮されません。
- 安定性の面から、定常問題でも非定常計算を推奨します。

- フルキャビテーションモデル

フルキャビテーションモデルでは不凝縮ガスを考慮します。

$$\rho = \frac{P(P + P_c)\rho_g}{K(1 - Y - Y_g)P(T + T_0)\rho_g + RY(P + P_c)T\rho_g + Y_gP(P + P_c)} \quad (2.4-13)$$

ここで ρ は均質媒体の密度、 P は圧力、 T は絶対温度、 Y は蒸気の質量分率を表しています。また下付添え字の g は不凝縮ガスを表します。

フルキャビテーションモデルでは次の質量分率の方程式を解き、気泡の発生(蒸発)に加えて消滅(凝縮)も考慮します。

$$\frac{\partial(\rho Y)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j Y)}{\partial x_j} = R_e - R_c \quad (2.4-14)$$

蒸発項と凝縮項はそれぞれ次式で表されます。

$$R_e = C_e \frac{\sqrt{k}}{\sigma_s} \rho_1 \rho_v \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P_v - P}{\rho_1}} (1 - Y - Y_g) \quad \text{if } P < P_v \quad (2.4-15)$$

$$R_c = C_c \frac{\sqrt{k}}{\sigma_s} \rho_1 \rho_1 \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P - P_v}{\rho_1}} Y \quad \text{if } P > P_v \quad (2.4-16)$$

ここで $C_e = 0.02$, $C_c = 0.01$ はモデル定数、 k は乱流エネルギーを表します。下付添え字の 1 は液相を表します。 σ_s は液体の表面張力係数です。蒸気圧には乱流の効果が考慮されます。

$$P_v = P_s + 0.39 \rho k / 2 \quad (2.4-17)$$

ここで P_s がPROPコマンドで与えられる飽和蒸気圧になります。

フルキャビテーションモデルは、解析手法として圧縮性解析と疑似圧縮性解析(非圧縮性解析)を選択することができます。以下、それぞれの解析手法で計算する場合の注意点を述べます。

圧縮性解析時

1. 計算では代表温度 T を指定し等温変化を仮定します。つまりエネルギー式は解きません。
2. 気相の質量分率 γ は第1拡散物質CN01として求めます。つまり拡散計算を指定します。
3. 計算の安定性から非圧縮計算で初期場を作成し、非定常解析でキャビテーション解析を行うことを推奨します。

疑似圧縮性解析時

1. 計算では等温変化を仮定し、代表温度における蒸気圧を指定します。つまりエネルギー式は解きません。
2. 疑似圧縮性解析では、蒸気の質量分率 γ の式(2.4-14)を蒸気の体積分率 α_v の式に変換したうえで解きます。したがって、第1拡散物質CN01は蒸気の体積分率を表します。
3. 疑似圧縮性解法上、非定常計算は適しません。

• Kunzモデル

Kunzモデルでは不凝縮ガスを考慮します。ただし、**SCRYU/Tetra**では不凝縮ガスの密度を蒸気の密度に等しいとし、不凝縮ガスの体積分率 α_g を用いて混合密度を次のように与えます。

$$\rho = \alpha_1 \rho_1 + (\alpha_v + \alpha_g) \rho_v \quad (2.4-18)$$

蒸発項、凝縮項は次のようにモデル化されます。

$$R_e = -\frac{C_e \rho_v \alpha_1 \min[0, P - P_v]}{\frac{1}{2} \rho_1 U_\infty^2 t_\infty} \quad (2.4-19)$$

$$R_c = \frac{C_c \rho_v (\alpha_1 - \alpha_g)^2 (1 - \alpha_1 - \alpha_g)}{t_\infty} \quad (2.4-20)$$

ここで U_∞, t_∞ はそれぞれ平均流れの代表速度、代表時間です。モデル定数は経験定数で $C_e = 100, C_c = 100$ と与えられます。

以下、Kunzモデルを用いた解析での注意点を述べます。

圧縮性解析時

1. 計算では代表温度 T を指定し等温変化を仮定します。つまりエネルギー式は解きません。
2. 気相の質量分率 γ は第1拡散物質CN01として求めます。つまり拡散計算を指定します。
3. 計算の安定性から非圧縮計算で初期場を作成し、非定常解析でキャビテーション解析を行うことを推奨します。

疑似圧縮性解析時

1. 計算では等温変化を仮定し、代表温度 T における蒸気圧 P_v を指定します。つまりエネルギー式は解きません。
2. 蒸気の体積分率 α_v の式を解きます。したがって、第1拡散物質CN01は蒸気の体積分率 α_v を表します。
3. 疑似圧縮性解法上、非定常計算は適しません。

(3) 計算手順

Sファイルの作成から始めましょう。無から始めるよりも"既存データの変更"という観点から説明した方が分り易いと思います。そこで、"水中のプロペラ解析のSファイル"が既にあると仮定しましょう。問題に拠っては、このデータを取敢えず実行して、キャビテーションの有無をチェックすることを勧めます。キャビテーションの有無は飽和水蒸気圧 P_v (以降、蒸気圧と呼びます)と解析結果の圧力 P を比較すれば分ります。なお、この時圧力 P を絶対圧にする必要があります。例えば、出口境界を $P=0$ に固定したけれど本当は1気圧ならば、圧力 P に101300[Pa]を足してから比較します。もし全域で圧力 P が蒸気圧 P_v を大きく上回っていれば多分キャビテーション解析は無用でしょう。プロペラの背面や先端などで蒸気圧 P_v 以下の場所があれば以下の作業に取り掛かります。

1. 拡散計算の指定

気相の質量分率 γ (あるいはボイド率 α)を第1拡散物質CN01で計算するための変更です。モデルではCN01が γ (あるいは α)に想定されます。

初期設定データICONOを1にします。

EQUAコマンドで1番目の拡散方程式を1にします。

2. PROPコマンドの変更

- 圧縮性解析の場合

水を気液二相媒体に変更します。例えば、以下のようにします。

PROP							
%	MP	MFS	RGAS	VISL	CP	KAP	GASC
1	3	462	8.45e-4		0	0	2
%	PC	KL	T0	TR	PV		
0	0	0	300	0			
/							
%	VIC						
0	0	0	1.2e-5	0	0		

MFSを3の圧縮性にします。

RGASには蒸気のガス定数を与えます。

VISLには液相の粘性係数を与えます。

GASCを2の気液二相媒体にします。そうすると不足のデータPCなどを要求しますが参照温度TR[K]のみ与え、残りは0にします。こうすれば水の値が勝手に設定されます。

VICには気相の粘性係数を与えます。

状態方程式の温度は参照温度TRに固定されます。圧縮性を指定していますが温度は解きません。

- 疑似圧縮性(非圧縮性)解析の場合

非圧縮性流体としてキャビテーション解析を行う場合には、液相の物性値の最後のLEXTを1にし、蒸気圧を与えます。

```

PROP
%LIQUID PHASE
%MP MFS      RHO        VISC      CP      KAP      LEXT
    1     1   996.66  8.544e-004      0       0       1
% PV
    3534.1
%GAS PHASE (VAPOR)
%MP MFS      RHO        VISC      CP      KAP      LEXT
    2     1     1.0     1.2e-005      0       0       0
/
% VIC
    0     0     0     0     0     0

```

疑似圧縮性(非圧縮性)解析の場合には、気相(蒸気)の物性も与える必要があります。液相と気相の密度比が大きくなると(1000を超えると)計算が不安定になりやすいので、ここでは蒸気の密度は密度比がほぼ1000になるように与えています。拡散物質に対するVICには0を与えます。

さらに、疑似圧縮性解析(非圧縮性)解析の場合、PROPコマンドで設定した液相と気相(蒸気)のMAT番号をCAVDコマンドで指定します。

```

CAVD
%MAT NUMBER OF LIQUID
MPLD    1
%MAT NUMBER OF VAPOR
MPVD    2
/

```

3. 絶対圧の使用

キャビテーション解析では、圧縮性解析や疑似圧縮性(非圧縮性)解析の選択にかかわらず、FLUXコマンドやINITコマンドの圧力値に対しBASIコマンドでゲージを指定します。BASIコマンドのデフォルトは101325(1気圧)です。

更に、静水圧を考慮するならGRAVコマンドも指定します。

4. 第1拡散物質の初期値と境界条件の追加

バロトロピーモデルの場合、初期値0からの計算は不安定になります。例えば、以下のようにボイド率0.001程度を与えます。

```

INIT
CN01
0.001 1
/

```

FLUX境界も同様に0.001程度します。フルキャビテーションモデルとKunzモデルを使用する場合には不凝縮ガスが考慮されるので蒸気のボイド率は0とします。

なお圧縮性解析の場合、これらの値は質量分率で与えるのが筋ですが、ボイド率の方が分り易いのでこうなっています。CAVDコマンドで質量分率に変更可能です。

5. WNSTコマンドの追加

圧縮性解析の場合、負圧を検出すると警告を出力しますが、その数が大量になる恐れがあります。WNSTコマンドで数を制限してください。

```
WNST
5 0
/
```

6. CYCLとCYCSの使用

圧縮性解析の場合、定常計算は可能ですが、安定な非定常計算(CYCLコマンド)を勧めます。疑似圧縮性(非圧縮性)解析の場合、解法上、非定常計算は適さないのでCYCSコマンドを用います。

7. 初期場の作成

キャビテーションの無い定常計算で初期場を求めてから、非定常キャビテーション計算に移ると時間の節約になります。例えば、最初に"キャビテーション無しの水中のプロペラ定常計算"を実行し、リスタートで"キャビテーション有りの水中のプロペラ非定常計算"を行います。この時、以下の点に留意します。

- **リスタートでは絶対圧**

リスタート(キャビテーション)では絶対圧を使用するのでリスタートファイルの圧力と矛盾せぬ様留意します。必要ならBASIコマンドで調節してください。

- **INIVコマンドの使用**

初期計算では拡散計算は不要ですが、リスタートでは必要になります。リスタート時の拡散物質CN01の初期値をINIVコマンドとINITコマンドで与えます。それ以外はリスタートファイルから引き継ぎます。

SCTpostでボイド率の等値面を表示するには[等値面]オブジェクトを作成し、[変数]で[Cavity void fraction(ALPH)]の欄を選択します。

参考文献

1. Singhal, A.K. et al., "Mathematical basis and validation of the full cavitation model", J. Fluid Eng., Vol. 124, 2002.
2. Kunz, R.F. et al., "A preconditioned Navier-Stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction", Comp. & Fluids, 29, 2000.

関連コマンド

CAVT	キャビテーションモデルを選択する
CAVD	キャビテーションでの様々な規定値を変更する
CAVR	キャビテーションでの指定圧での質量分率、ボイド率を出力
ACMP	疑似圧縮性解法を選択する
ACMD	疑似圧縮性解法の規定値を変更する

関連例題

機能30 キャビテーション

2.4.4 液滴蒸発モデル

SCRYU/Tetraの圧縮性流体解析では、液相を孤立した粒子、すなわち液滴として扱えるような分散型混相流れにおいて、その蒸発を計算することができます。気相中を運動する液滴の温度変化は、その形状を球体と見なせるとき、次の微分方程式を解いて求めることができます。[文献1]

$$\rho_a \frac{4}{3} \pi r^3 c_1 \frac{dT_d}{dt} - \rho_a 4 \pi r^2 \frac{dr}{dt} L = 4 \pi r^2 Q_d \quad (2.4-21)$$

ここで、

- t ; 時間 [s]
- r ; 液滴の半径 [m]
- c_1 ; 液相の比熱 [J/(kg•K)]
- ρ_a ; 液相の密度 [kg/m³]
- L ; 液滴の蒸発潜熱 [J/kg]
- Q_d ; 液滴表面の熱流束 [W/m²]

Q_d はヌセルト数Nuを用いて次式で与えられます。

$$Q_d = \frac{\kappa(T - T_d)}{2r} Nu \quad (2.4-22)$$

ここで、

- κ ; 気相の熱伝導率 [J/(m•s)]
- T ; 気相の温度 [K]
- T_d ; 液滴の温度 [K]

蒸発のない時のNuをレイノルズ数Re, プラントル数Prの関数として与えられる場合は次の式で与えられます。

$$Nu = (2 + 0.6 Re^{1/2} Pr^{1/3}) \quad (2.4-23)$$

蒸発があるときには、これに伝達数B_pの関数として、次のFrösslingの式により表されるものとします。

$$Nu = (2 + 0.6 Re^{1/2} Pr^{1/3}) \ln(1 + B_p) / B_p \quad (2.4-24)$$

ただし、ReおよびPrは次のように定義されます。

$$Re = \frac{2\rho_a |\underline{u} - \underline{v}| r}{\mu} \quad (2.4-25)$$

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\kappa} \quad (2.4-26)$$

ここで、

- \underline{u} ; 気相の流速 [m/s]
- \underline{v} ; 液滴の速度 [m/s]
- C_p ; 気相の定圧比熱 [J/(kg•K)]
- μ ; 気相の粘性係数 [Pa•s]

伝達数B_pは蒸気圧p_{vap}[Pa]と気相の圧力p[Pa]との大小関係により、次のように表されます。

$$B_p = \begin{cases} \frac{Y_1^* - Y_1}{1 - Y_1^*} & p_{vap} < p \\ \frac{C_p}{L} (T - T_d) & p_{vap} \geq p \end{cases} \quad (2.4-27)$$

ここで、

$$\begin{aligned} Y_1 &; \text{ 気相における蒸気の質量分率 [-]} \\ Y_1^* &; \text{ 液滴表面における蒸気の質量分率 [-]} \end{aligned} \quad (2.4-28)$$

液滴表面における蒸気のモル分率 X_1^* は、定義により次のように表されます。

$$X_1^* = \frac{Y_1^*/W_1}{Y_1^*/W_1 + (1 - Y_1^*)/W_0} \quad (2.4-29)$$

ここで、

$$\begin{aligned} W_1 &; \text{ 液滴のモル質量(=蒸気のモル質量) [kg/mol]} \\ W_0 &; \text{ 蒸気を除いた気相の平均モル質量 [kg/mol]} \end{aligned}$$

液滴表面において、蒸気圧 p_{vap} は蒸気の分圧 $X_1^* p$ と等しいことから、 Y_1^* は次のように与えられます。

$$Y_1^* = \frac{W_1}{W_1 + W_0 \left(\frac{p}{p_{\text{vap}}} - 1 \right)} \quad (2.4-30)$$

Nu をレイノルズ数 Re , プラントル数 Pr の関数として与えた場合、液滴半径 r の時間変化率は次の Ranz-Marshall の式で表されるものとします。

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{\mu}{2\rho_d r} \ln(1 + B_p)(2 + 0.6 Re^{1/2} Pr^{1/3}) \quad (2.4-31)$$

ここでは拡散場と温度場の相似性を仮定している点に注意してください。

以上が分散相すなわち液相側の基礎式です。分散相における物理量の減少は、連続相すなわち気相側における物理量の増加として扱わなければなりません。あるコントロール・ボリューム V 内に存在する粒子を添字 i で番号づけすると、気相の質量保存式は次のようにになります。

$$\int_V \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u}) \right] d^3x = - \sum_i \rho_i 4\pi r_i^2 \frac{dr_i}{dt} \quad (2.4-32)$$

液滴が蒸発して気相の α 成分拡散物質になるものとすれば、 α 成分の拡散物質保存式は次のようになります。

$$\int_V \left[\frac{\partial \rho Y_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u} Y_\alpha) \right] d^3x = \int_V \nabla \cdot (D_\alpha \nabla Y_\alpha) d^3x + \int_V \omega_\alpha d^3x - \sum_i \rho_i 4\pi r_i^2 \frac{dr_i}{dt} \quad (2.4-33)$$

ここで、

$$\begin{aligned} D_\alpha &; \text{ 成分の気相における有効拡散係数 [m}^2/\text{s}] \\ \omega_\alpha &; \text{ 成分の質量発生率 [kg/(m}^3 \cdot \text{s})] \end{aligned}$$

最後に、気相のエネルギー保存式は次のようになります。

$$\begin{aligned} \int_V \left[\frac{\partial \rho h}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u} h) \right] d^3x &= \int_V \nabla \cdot (\kappa \nabla T) d^3x + \int_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\underline{u} \cdot \nabla) \rho + \tau : \nabla \underline{u} \right) d^3x \\ &- \sum_i \left(\rho_i \frac{4}{3} \pi r_i^3 c_i \frac{dT_{d_i}}{dt} + \rho_i 4\pi r_i^2 \frac{dr_i}{dt} h_{d_i} \right) \end{aligned} \quad (2.4-34)$$

ここで、

$$\begin{aligned} h &; \text{ 気相の比エンタルピー [J/kg]} \\ h_d &; \text{ 液滴の比エンタルピー [J/kg]} \\ \tau &; \text{ 気相の粘性ストレステンソル [Pa]} \end{aligned}$$

h_d が気相の比エンタルピー h および蒸発潜熱より求められることにより蒸発潜熱が考慮されます。また液滴蒸発モデルを用いた解析を行うには、圧縮性混合ガス解析である必要があります。

参考文献

1. Amsden, A.A., Ramshaw, J.D., O'Rourke, P.J., and Dukowicz, J.K., "KIVA: A Computer Program for Two- and Three- Dimensional Fluid Flows with Chemical Reactions and Fuel Sprays", LA-10245-MS, 1985.

注意事項

- 定常解析は、使用できません。
- 改良MAC法(自由表面)との併用はできません。
- 粒子の存在する流体が圧縮性混合ガスである必要があります。
- 分裂モデルとの併用はできません。

関連コマンド

PCLB	粒子追跡で粒子の消滅境界を定義
PCLC	粒子追跡で通過粒子カウンターを設定
PCLD	粒子追跡での様々な既定値を変更
PCLE	粒子追跡で粒子を生成
PCLT	PCLCコマンドの面領域に対し分布表を出力する
PCLW	粒子の面領域での挙動を指定する
SPRY	噴霧モデルの粒子を生成

2.4.5 気液界面からの蒸発

SCRYU/Tetraの自由表面解析でVOF法(界面捕獲法)を選択したとき、気液界面からの蒸発を考慮することができます。

結露・霜取り解析と同様に、気液界面付近の物質移動はFickの法則に従うと考えます。加えて、蒸気は気液界面上で飽和状態にあると仮定します。気体の領域で蒸気が飽和していないとき、気液界面付近で蒸気の濃度勾配が生じます。このとき、分子拡散によって界面付近で蒸気の分子の移動が起こります。ここで、移動した分と同じ量の蒸気が気化され、界面上での飽和状態が維持されると考えます。すると、蒸発速度（単位時間当たりの蒸発質量）は以下の式で表現されます[文献1]。

$$\dot{m}_{\text{evap}} = \rho_{\text{gas}} D A \left(\frac{dC}{dn} \right)_{\text{surf}} \quad (2.4-35)$$

ここで、 \dot{m}_{evap} は蒸発速度、 ρ_{gas} は混合気体の密度、 D は空気に対する蒸気の拡散係数、 A は気液界面の面積、 $\left(\frac{dC}{dn} \right)_{\text{surf}}$ は気液界面での界面法線方向の蒸気濃度の勾配を表します。発生した蒸気は、拡散物質として考慮されます。**SCRYU/Tetra**内部では、蒸気の質量分率が拡散物質濃度として用いられます。加えて、質量の保存式、運動量の保存式、エネルギーの保存式における生成項が考慮されます。VOF法は非圧縮性解析にのみ対応しているため、蒸発機能使用時にも非圧縮性が仮定されます。流入出境界を持たない解析では、非圧縮性から体積は増加できないため、近似的な圧縮性を考慮して、蒸発での体積発生に応じた圧力上昇が起こると考えます。このとき、**SCRYU/Tetra**では圧力固定点での圧力が増加すると考えます。圧力変動値は、以下の状態方程式により計算されます。

$$\dot{P}_{\text{add}} = \frac{\dot{m}_{\text{evap}}}{M V} R T \quad (2.4-36)$$

ここで、 \dot{P}_{add} は圧力変動値、 M は蒸気の分子量、 V は気体の体積、 R は普遍ガス定数8.31451、 T は絶対温度を表します。

以下に、気液界面からの蒸発解析の設定手順について説明します。

(物性)

1. VOF法での気体の物性として、乾き空気の物性を指定します。
2. 1番目の拡散物質に、空気に対する蒸気の拡散係数を指定します。また、蒸気の粘性係数、定圧比熱、熱伝導率も指定します。
3. 蒸気の分子量、蒸気圧を設定します（デフォルトでは水蒸気を前提とした値が使用されます。）必要に応じて潜熱の値も指定します。

(流入条件) (ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HUFXコマンド 参照)

1. 相対湿度、絶対湿度、質量分率のいずれで入力するかを指定します。
2. 1番目の拡散物質の流入濃度を1.で指定したものに合わせて入力します。

(初期条件) (ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HUINコマンド 参照)

1. 相対湿度、絶対湿度、質量分率のいずれで入力するかを指定します。
2. 初期濃度を1.で指定したものに合わせて入力します。

(図化ファイルの出力) (ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 HUGPコマンド 参照)

相対湿度か絶対湿度のいずれで出力するかを指定します。

(方程式)

少なくとも質量の保存式、運動量の保存式、エネルギーの保存式、1番目の拡散物質の保存式、VOF値の移流方程式を解く必要があります。また、1番目の拡散物質に対して、気液界面での拡散物質の移流を制限する設定を行います。（ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 EQUA, VOFB, VOFDコマンド 参照）

(圧力固定)（ユーザーズガイド リファレンス(ソルバー)編 第1章 PFIXコマンド 参照）

流入出境界のない解析を行う場合、解析領域内的一点に対して圧力固定を行います。

参考文献

1. Strotos, G., Gavaises, M., Theodorakakos, A., Bergeles, G., “Numerical investigation of the cooling effectiveness of a droplet impinging on a heated surface”, Int. J. Heat.Mass.Transfer, 51, 4728-4742, (2008).

関連コマンド

HUFX	FLUX条件で指定する湿度の種類
HUGP	図化ファイルに出力する湿度の種類
HUIN	湿度の初期条件
HULH	潜熱を考慮する
HUMD	結露解析の一般設定
HURM	蒸気の分子量を設定する
HUVP	結露解析で蒸気圧を設定する
VOFB	初期の気液界面を定義する
VOFD	VOFの規定値を変更する

注意事項

- 蒸発量を精度よく計算するためには、気液界面付近に界面に沿うようなプリズム要素を挿入することをおすすめします。

2.4.6 液体中または気体中の相変化

前節では、自由表面解析での気液界面における相変化を扱いました。しかし、沸騰のような現象では、気液界面があらかじめ存在しない壁面付近のような領域において、核生成により初期の微小気泡が発生し、その気泡が成長するという過程で相変化が起こります。すでに存在する気液界面からの蒸発のみではこの現象を扱うことはできないため、沸騰現象のような相変化を扱うためには、異なるモデル化が必要となります。

そこで、**SCRYU/Tetra**のVOF法(界面捕獲法)の相変化機能では、Leeによるモデル[1]により液体中または気体中の相変化を考慮します。このモデルでは、(2.4-37)式により相変化量Sを定義します。

$$S = \begin{cases} \frac{r_L F \rho_L (T - T_{sat})}{T_{sat}} & T \geq T_{sat} \\ \frac{r_v (1 - F) \rho_v (T - T_{sat})}{T_{sat}} & T < T_{sat} \end{cases} \quad (2.4-37)$$

ここで、

T ; 流体の温度,

F ; 流体の体積率

ρ_L, ρ_v ; 液体ならびに気体の密度

T_{sat} ; 飽和温度

r_L, r_v ; 相変化量に乗じるスケール(蒸発時ならびに凝縮時)

この相変化量に対応して、たとえば非圧縮性流体の場合、連続の式、エネルギー式、VOF値の移流方程式の右辺に以下のような生成項が考慮されます。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = S \left(\frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_L} \right) \quad (2.4-38)$$

$$\frac{\partial \rho C_p T}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho C_p T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} K \frac{\partial T}{\partial x_j} - S L \quad (2.4-39)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial u_j F}{\partial x_j} = - \frac{S}{\rho_L} \quad (2.4-40)$$

ここで、 L は蒸発潜熱を表します。この式に従ってVOF値の増減を考慮することで、相変化による液体の体積割合の増減ならびに自由表面の生成・消滅をモデル化することができます。なお、**SCRYU/Tetra**では、(2.4-37)式における相変化量に乗じるスケール r_L, r_v について、デフォルト値として[文献2]で用いられている100が採用されています。

参考文献

1. W. H. Lee, "Pressure iteration scheme for two-phase flow modeling", IN "MULTIPHASE TRANSPORT: FUNDAMENTALS, REACTOR SAFETY, APPLICATIONS", 407-432, (1980).
2. Z. Yang, X.F. Peng and P. Ye, "Numerical and experimental investigation of two phase flow during boiling in a coiled tube", Int. J. Heat Mass Transfer, 51, 1003-1016, (2008).

関連コマンド

HULH 潜熱に関する設定を行う。

VOFD VOFの規定値を変更する

注意事項

- 温度解析を行う必要があります。
- 気体の物性として非圧縮性流体、圧縮性流体のいずれも設定することができます。
- 一成分系のみ考慮することができます。このため、気体の物性として圧縮性の混合ガスを指定することはできません。

- 相変化は圧力一定の熱平衡状態で起こると仮定します。このため、飽和温度には一定値を設定します。
- 気液界面からの蒸発機能と併用することはできません。
- 相変化機能を使用したとき、VOF法(界面捕獲法)の界面補正機能は無効となります。

2.5 多相流を扱う機能

2.5.1 粒子追跡

流体内に存在する粒子は、流体の動きに引きずられます。逆に粒子が移動するとその周りの流体も影響を受けます。SCTsolverはこのような粒子と流体との相互作用を解析する機能を持っています。
1つの粒子の動きはニュートンの運動の第2式から求まります。

粒子の運動量の時間変化 = 粒子に作用する全ての力

粒子に作用する力には、粒子に働く重力と流体から受ける抗力があります。これは粒子から見た式で、この反作用が流体には働きます。

SCTsolverでは粒子は流体の体積に影響を与えない程度に微小な球体と仮定しています。したがって、粒子の運動量の計算に必要な粒子の体積 V_p 、質量 M_p は粒子の直径 D_p と密度 ρ_p が与えられれば次式から定まります。

$$V_p = \frac{1}{6}\pi D_p^3$$

$$M_p = \rho_p V_p$$

流体の抗力 F_f は一般に次式で与えられます。

$$F_f = C_D \frac{1}{2} \rho V^2 A$$

ここで、

C_D ; 抵抗係数 [無次元]

ρ ; 流体の密度 [kg/m^3]

V ; 流体と粒子の相対速度 [m/s]

A ; 粒子の投影面積 [m^2]

C_D が与えられれば、粒子に働く流体からの抗力が求まりますが、 C_D を求める次のような経験式も存在します。

$$C_D = \frac{24}{Re} [1 + 0.1255(Re)^{0.72}] \quad Re \leq 1000$$

$$C_D = 0.44 \quad Re > 1000$$

ここで、

Re ; VD_p/v

v ; 流体の動粘性係数 [m^2/s]

粒子は解析領域内から出入口(流入流出境界条件を設定した面)を通って出て行くと、自動的に消滅します。それ以外の面は粒子にとっては壁と見なされますので、当たったとき一般に反射します。このときどれだけ反射するかを決める反発係数が必要です。本来反発係数は壁と粒子の両方の性質によりますが現バージョンのSCTsolverは反発係数を粒子側に与えます。反発係数は0から1までの数値で、0のときは粒子は壁に粘着して移動できなくなります。1のときは完全反射です。0と1との間の数値では値が小さくなればなるほど反射が弱くなります。粒子の式から粒子位置を日々刻々追跡するためには、粒子の初期位置と初速度が与えられている必要があります。

流体内に存在する粒子の数が少なければ、1つ1つの粒子を全て追跡すればよいと思われますが、無数の粒子が存在する場合には計算時間とメモリーの点から難しくなります。その場合、近くに存在する粒子の塊はほぼ同じ動きをすると考えて、近傍の粒子群を1つの粒子で代表します。この場合、粒子が代表した数(代表数)が必要になります。1つ1つの粒子を追跡する場合は代表数1と見なせますので、代

表数の特別な場合に分類されます。なお、代表数を0にしますと、粒子は流体から抗力を受けますが、流体は粒子から影響を受けないと解釈されます。

以上をまとめますと粒子追跡には次の情報が必要です。

- 粒子の初期位置 [m]
- 粒子の密度 [kg/m³]
- 粒子の直径 [m]
- 粒子の抵抗係数(直接数値を与えるか経験式を指定します) [無次元]
- 粒子の反発係数 [無次元]
- 粒子の代表数
- 粒子の初速度 [m/s]

今まで説明してきた粒子を、質量を持った粒子という意味で**質量粒子**と呼びます。もし粒子の密度が流体と同じで粒子の径が無限小なら、その粒子は流体と一緒に動きをします。この粒子は流体の動きを表現する点から**マーカー粒子**と呼ばれています。マーカー粒子の場合は必要な情報は初期位置だけです。

注意事項

- 定常解析は、使用できません。
- 改良MAC法(自由表面)との併用はできません。

関連コマンド

PCLB 粒子追跡で粒子の消滅境界を定義
 PCLC 粒子追跡で通過粒子カウンターを設定
 PCLD 粒子追跡での様々な既定値を変更

PCLE 粒子追跡で粒子を生成
 PCLT PCLCコマンドの面領域に対し分布表を出力する。
 PCLW 粒子の面領域での挙動を指定する。
 SPRY 噴霧モデルの粒子を生成

関連例題

機能22 粒子追跡

2.5.2 分散混相流解析

(1) 2流体モデル

1. 分散混相流

異なる2つ以上の相の流れを**混相流**といいます。混相流では、2つ以上の相があるので、相と相の境界が存在します。混相流解析の精度は、この境界面をいかに正確に捉えるかにかかっています。一般に、これを目的にした解析手法は正確ですが、界面をメッシュの大きさの範囲で捉える必要があることから、一般に計算負荷が大きくなるという短所があります。特に水中へのバブルジェットなど解析領域に対し界面の割合が多い場合、計算負荷が増大します。

他方、相間の境界を正確に捕らえることをあきらめ、代りに各相の平均の体積割合 ε をもって混相流を記述する方法があります。これを**2流体モデル**といいます。2流体モデルでは、同じ位置に、各相の体積率、速度などの物理量が存在します。圧力は各相共通の1つのみです。さきほどのバブルジェットのように、相が分散している流れには2流体モデルが適していると考えられています。以下、流れ場に分散して存在する相を**分散相**と呼びます。また、これに対し、他方の相を**連続相**と呼びます。

2. 基礎式

次に、**SCRYU/Tetra**で採用した基礎式について説明します。なお、本章では、体積率を ε と表記します。記号の混乱を避けるため、ここでは乱流消失率は E 、乱流エネルギーは K で表すことにします。なお、下記で用いている偏微分の簡易記号の定義は

$$\partial_0 \phi = \partial \phi / \partial t, \partial_i \phi = \partial \phi / \partial x_i, i = 1, 2 \text{ or } 3$$

です。 x_i は、直交座標です。

各相の質量保存式

$$\partial_0 \rho_\alpha \varepsilon_\alpha + \partial_i \rho_\alpha \varepsilon_\alpha u_\alpha^i = \sum_L \tilde{m}_\alpha^{c,L} \quad (2.5-1)$$

ここで、 ρ_α は相 α の密度、 u_α^i は相 α の速度の i 方向成分です。 $\tilde{m}_\alpha^{c,L}$ は拡散物質增加量です。これについては後で説明します。体積率の総和は次式を満たす必要があります。

$$\sum_\alpha \varepsilon_\alpha = 1 \quad (2.5-2)$$

各相の運動量保存式

$$\rho_\alpha \partial_0 u_\alpha^i + \rho_\alpha u_\alpha^j \partial_j u_\alpha^i = - \partial_i P + \partial_j \tau_\alpha^{i,j} + (\rho_\alpha - \rho_0) g^i + \frac{\beta_{\alpha,\beta} (u_\beta^i - u_\alpha^i)}{\varepsilon_\alpha} \quad (2.5-3)$$

ここで、 P は圧力です。 ρ_0 は基準密度で BASI コマンドで指定されます。

g^i は重力加速度の i 方向成分で、GRAV コマンドで指定されます。 $\beta_{\alpha,\beta}$ は相 α と β の抵抗係数で、これについては後ほど説明します。 $\tau_\alpha^{i,j}$ は粘性応力テンソルで、次式で与えられます。

$$\tau_\alpha^{i,j} = (\mu_\alpha + \mu_{t,\alpha}) (\partial_i u_\alpha^j + \partial_j u_\alpha^i) + \left(\lambda_\alpha - \frac{2}{3} \mu_\alpha \right) \partial_k u_\alpha^k \quad (2.5-4)$$

ここで、 μ_α は相 α の分子粘性係数、 $\mu_{t,\alpha}$ は相 α の渦粘性係数、 λ_α は体積粘性係数です。通常、 $\lambda_\alpha = 2\mu_\alpha/3$ としているため、(2.5-4)式の右辺第2項は消えてしまいます。

乱流エネルギー式

$$\rho_\alpha \partial_0 K_\alpha + \rho_\alpha u_\alpha^j \partial_j K_\alpha = \partial_j (\mu_\alpha + \mu_{t,\alpha}/\sigma_\alpha^K) \partial_j K_\alpha + S_\alpha^K + \frac{2\beta_{\alpha,\beta} (K_{\alpha\beta} - K_\alpha)}{\varepsilon_\alpha} \quad (2.5-5)$$

ここで、 σ_a^k は標準k-εモデルの場合0.9です。 S_a^k は乱流エネルギーの生成項です。 $K_{\alpha\beta}$ は次式で定義される相 α と β の変動速度の相関です。

$$K_{\alpha\beta} = \langle \vec{u}'_\alpha \cdot \vec{u}'_\beta \rangle / 2 \quad (2.5-6)$$

乱流消失率の式

$$\rho_a \partial_0 E_a + \rho_a v_a^j \partial_j E_a = \partial_j (\mu_a + \mu_{t,a}/\sigma_a^k) \partial_j E_a + C_a^1 \frac{E_a}{K_a} \left(S_a^k + \frac{2\beta_{a,\beta}(K_{\alpha\beta} - K_a)}{\varepsilon_a} \right) - \rho_a \frac{E_a^2}{K_a} \quad (2.5-7)$$

ここで、 C_a^1 は標準k-εモデルの場合1.44です。

エネルギー保存式

$$\rho_a \partial_0 C_{p,a} T_a + \rho_a v_a^j \partial_j C_{p,a} T_a = \partial_j (\lambda_a + \mu_{t,a}/Pr_t) \partial_j T_a + \frac{h_{a,\beta}(T_\beta - T_a)}{\varepsilon_a} \quad (2.5-8)$$

ここで、 $C_{p,a}$ は相 α の定圧比熱、 T_a は温度、 λ_a は熱伝導率、 Pr_t は乱流プラントル数です。 $h_{a,\beta}$ は相 α と β の熱伝達係数です。

拡散物質の保存式

$$\rho_a \partial_0 C_a^L + \rho_a v_a^j \partial_j C_a^L = \partial_j (\rho_a D_a^L + \mu_{t,a}/Sc_t) \partial_j C_a^L + \frac{m_a^{C,L} - C_a^L \sum_m \tilde{m}_a^{C,L}}{\varepsilon_a} \quad (2.5-9)$$

$$m_a^{C,L} \equiv k_{a,\beta} (\rho_\beta C_\beta^{L*} - \rho_a C_a^{L*}) \quad (2.5-9a)$$

$$\tilde{m}_a^{C,L} \equiv k_{a,\beta} (\rho_\beta C_\beta^{L*} - \rho_a C_a^{L*}) I_{mass} \quad (2.5-9b)$$

ここで、 C_a^L は相 α の第 L 番目の拡散物質の質量分率、 C_a^{L*} は C_a^L あるいは界面濃度のいずれかです。 D_a は物質拡散係数、 Sc_t は乱流シュミット数です。 $k_{a,\beta}$ は相 α と β の物質移動係数です。(2.5-9b)式の I_{mass} が1のとき、拡散物質の増減は質量保存式に影響します。 I_{mass} が0のときは影響しません。 I_{mass} は入力変数IMASSで指定します。ただし、混合ガス解析では、 I_{mass} に関係なく拡散物質の増減は質量保存式に影響します。

上記の2流体モデルの基礎式と単相流の場合の基礎式の違いを説明します。最初は質量保存式です。2流体モデルでは、相ごとに質量保存式があります。単相の場合、圧力は質量保存式を満たすように決定されました。2流体モデルでは、体積率の総和が1.0となるように決定されます。その他の基礎式については、相間の相互作用項(2.5-3)式、(2.5-5)式、(2.5-7)式、(2.5-8)式、(2.5-9)式下線部)が追加されたことがあります。これらの相互作用の $K_{\alpha\beta}$ 、 $h_{a,\beta}$ 、 $k_{a,\beta}$ 、 C_a^{L*} および C_β^{L*} は、実験値や理論的推測などから具体的な形を与える必要があります。これらについては次の(2)相互作用で説明します。

さて、(2.5-3)式で、相の体積率が0の場合を考えます。体積率が0であれば、速度は定義できません。従って、基礎式自体が存在しなくなるはずです。ところが、体積率0でも、(2.5-3)式の両辺は消えてなくなりません。この矛盾を解決するために、体積率が0の相の物理量(速度、温度……)は、他方の相の物理量と等しいという規則を導入します。相の体積率が0となるような箇所では、(2.5-3)式の相互作用項の分母が0になります。もし、(2.5-3)式の相互作用項の分子が有限かつ正であれば、この相互作用項は無限大になり、各相の速度は等しくなります。これは、さきほど導入した規則に則っています。従って、SCRYU/Tetraで採用した基礎式では、少なくとも相の体積率が0となるような箇所では、有限かつ正の相互作用を与える必要があります。このような特殊な事情から、SCRYU/Tetraでは、相互作用の最小値を設定する必要があります。

なお、体積率が0で他方の相の物理量になるという先ほどの規則は数値解法の都合で導入されました。図化ファイルではその規則は不自然に感じます。そこで、流体体積率がある指定値以下では、0.0の物理量が図化ファイルに出力されます。その指定値のデフォルトは0.0です。

3. 最小および最大相互作用

形式的に、抵抗係数は C_D 値を用いて、次式で与えられます。

$$\beta_{c,d} = \frac{3}{4d_p} C_D \epsilon_d \rho_c \Delta u_{c,d} \quad (2.5-10)$$

ここで、下付添え字 c は連続相、 d は分散相、 d_p は分散相の直径です。 $\Delta u_{c,d}$ は相間の速度差で、次式で定義されます。

$$\Delta u_{c,d} \equiv \sqrt{(u_c^i - u_d^i)(u_c^i - u_d^i)} \quad (2.5-11)$$

さて、**SCRYU/Tetra** では次式の最小抵抗係数を与えています。

$$\beta_{c,d}^{\text{MIN}} = C_{\text{stbl}} f_{c,d}^2 \frac{3}{4d_v} C_{D,\text{min}} \bar{\rho}_{c,d} \Delta u_{c,d} \quad (2.5-12)$$

$$C_{D,\text{min}} \equiv 0.44$$

ここで、 C_{stbl} は PHAD コマンドの項目 STBL で指定される値でデフォルトは 1.0 です。

$f_{c,d}$ は、 d あるいは c のいずれかの相の体積が 0 に近づいたとき、抵抗係数を増大させる指標です。

$$f_{c,d} = \text{MAX}\left[\frac{F_{\text{VAL}}}{\text{MIN}(\epsilon_c, \epsilon_d)}, 1\right] \quad (2.5-13)$$

F_{VAL} は PHAD コマンドの項目 FVAL で指定される値で、デフォルトは 10^{-5} です。

(2.5-12) 式の d_v は メッシュの節点まわりの検査体積 ΔV で定義された長さスケールです。

$$\frac{\pi}{6} d_v^3 \equiv \Delta V \quad (2.5-14)$$

(2.5-12) 式の $\bar{\rho}_{cd}$ は 密度の体積率平均です。体積率平均は次式で定義されます。

$$\bar{\phi}_{c,d} \equiv \phi_c \epsilon_c + \phi_d \epsilon_d \quad (2.5-15)$$

さて、(2.5-12) 式で与えられる最小抵抗の意味を考えるために、(2.5-10) 式と(2.5-12) 式を比較します。(2.5-12) 式では C_D は 実験値から想定される最小値である 0.44 になっています。連続相の密度 ρ_c は 体積平均密度 $\bar{\rho}_{cd}$ に置き換わっています。これは、(2.5-12) 式が連続相でも分散相でも使用可能とするためです。同じ理由で、 ϵ_d は $\epsilon_c \epsilon_d$ に置き換わっています。(2.5-10) 式の d_p は、(2.5-12) 式では d_v に置き換わっています。通常は、メッシュの大きさは分散相の直径よりも大きいですから、 d_v は想定される最大の直径と理解されます。

この最小抵抗値ですが、ユーザーが指定する抵抗係数よりも小さいときにのみ用いられます。従って、最小抵抗値はいずれかの相の体積率が 0 に近づかない限りは本来必要ありません。デフォルトでは 体積率の大きさに関わらずこの最小抵抗が負荷されます。最小抵抗を設定したくないときは、PHAD コマンドで項目 DRAG に 1 を指定します。この場合でも、体積率がよりも小さい場合には最小抵抗が負荷されます。

一方、あまりにも大きな抵抗を指定した場合、数値解析ではけた落ちにより解析できなくなります。このため、**SCRYU/Tetra** では最大抵抗値を設定しています。最大抵抗係数を次式で与えます。

$$\beta_{c,d}^{\text{MAX}} = \frac{18 \bar{\mu}_{c,d}}{d_M^2} \epsilon_c \epsilon_d \quad (2.5-16)$$

ここで、 d_M は 次式で定義される長さスケールです。

$$\frac{\pi}{6} d_M^3 \equiv \text{MIN}(\epsilon_c, \epsilon_d) \Delta V \quad (2.5-17)$$

ここで、(2.5-16) 式は、 $C_D = 24 / Re$ 、 $Re = \rho_c \Delta v_{c,d} d_M / \bar{\mu}_{c,d}$ を(2.5-10) 式に代入したものに ϵ_c を乗じたものです。

次に最小熱伝達係数として次式を使用します。

$$h_{i,j}^{\text{MIN}} = \text{Nu}_{\text{MIN}} \frac{6\bar{\lambda}_{i,j}}{d_v^2} \epsilon_i \epsilon_j f^2 \quad (2.5-18)$$

ここで、 $\text{Nu}_{\text{MIN}} = 2.0$ です。

また、最大熱伝達係数は次式で使用します。

$$h_{i,j}^{\text{MAX}} = 10^{15} \epsilon_i \epsilon_j \quad (2.5-19)$$

拡散物質の最小物質移動係数として次式を使用します。

$$h_{M,i,j}^{\text{MIN}} = \text{Sh}_{\text{MIN}} \frac{6(\bar{D})_{i,j}}{d_v^2} \epsilon_i \epsilon_j f^2 \quad (2.5-20)$$

ここで、 $\text{Sh}_{\text{MIN}} = 2.0$ です。

拡散物質の最大物質移動係数として次式を使用します。

$$h_{M,i,j}^{\text{MAX}} = 10^{15} \epsilon_i \epsilon_j \quad (2.5-21)$$

4. 数値解析手法

SCRYU/Tetraで採用した手法は、IPSA法の1つです([文献1] 参照)。すなわち、単相の場合とまったく同じように、上記基礎式を離散化します。単相で用いているSIMPLE法での圧力補正式は、各相の圧力補正式の総和に置き換わります。その際、密度の逆数の重みをつけて和をとります。その他は SIMPLE法と同じです。

なお、単相流ではPCTYコマンドで圧力補正法を選択できますが、この分散混相流解析では、修正 SIMPLEC法(LPCTY=4)のみ選択可能となります。

SIMPLE系の解析手法は、陰解法です。これに関連して解析上の注意点を次項で説明します。

5. 非定常解析の注意点

分散混相流の非定常解析を行う場合、各サイクルで確実に解が収束する必要がある点に注意してください。単相での非定常解析では、各サイクルで各物理量の離散化式は1回のみ解かれます。これは LOOPコマンドのデフォルト値が1になっているからです。分散混相流解析では、サイクル毎に収束させる必要があります。各サイクルで収束させることを怠ると、計算が発散することがあります。発散しなくとも、計算領域全体での体積率が保存しないなど、計算結果の信憑性がなくなるので注意ください。このような理由で、分散混相流解析では、LOOPコマンドのデフォルト値は10に設定しています。UNDRコマンドのデフォルトは非定常計算でも1未満になっています。例えば、U, V, Wに対して0.7です。クーラン数は1を目安に設定します。ここで、クーラン数は、体積平均速度($v_a \epsilon_a$)から求めていきます。

LOOP, UNDRコマンドをデフォルトで、NEXTコマンドで指定された収束判定を満たさない場合は、クーラン数を小さくしていってください。

(2) 相互作用

相互作用はIFORコマンドで指定します。

1. 相互作用力

現バージョンでは、抗力のみ取り扱えます。気液2相流用に用いている抵抗係数は次式で与えられます([文献2] 参照)。

$$\beta_{i,j} = \beta_{i,j}^0 \epsilon_i \epsilon_j S \quad (2.5-22)$$

$$\beta_{c,d}^0 = \frac{3}{4} C_d \frac{\rho_c}{d_d} |\vec{u}_c - \vec{u}_d| \quad (2.5-23)$$

$$C_d = \frac{24}{\epsilon_c^2 Re} (1 + 0.15 Re^{0.687}) \quad (2.5-24)$$

ここで、下付添え字cは連続相を表します。dは分散相の粒子の直径です(例えば、気泡の直径)。抗力を設定するには、IFORコマンドでDRAGを選択します。TYPE=1を選択すると(2.5-22)式の抵抗式が選択されます。

実際には(2.5-22)式の抵抗式そのままでは十分ではありません。そのため、(2.5-22)式のSがあります。SはIFORコマンドの引数Sです。引数Sには通常は1.0を設定します。例えば、S=2.0と設定すると抵抗値が2倍になります。なお、抵抗係数が小さいことが原因で計算が不安定になることが多いです。このような場合にはSを大きくします。

他方、実験式による抵抗係数の補正も利用できます。S=-1.0を設定するとBrucatoの補正が行われます([文献4] 参照)。

2. 乱流エネルギー相互作用

(2.5-3)式、(2.5-7)式では、 $K_{\alpha\beta}$ を与える必要があります。IFORコマンドでDRGKを指定します。TYPE=2を選択すると、次式で $K_{\alpha\beta}$ は計算されます([文献5, 6] 参照)。

$$K_{cd} = K_c \frac{1}{1 + t_d/t_c} \quad (2.5-25)$$

$$t_d = \frac{(\rho_d + C_{VM}\rho_c)}{\beta_{c,d}^0} \quad (2.5-26)$$

$$t_c = C_\mu^{3/4} \frac{K_c}{E_c} \quad (2.5-27)$$

ここで、 t_d は分散相の緩和時間、 t_c は連続相の緩和時間です。 C_{VM} は1/2で仮想質量力に起因します。相互作用力としては、仮想質量力は考慮していないのですが、分散相の緩和時間の見積もりには使用しています。抗力が大きくなると t_d が小さくなり、 $K_{cd} \approx K_c$ となります。逆に、相互作用力が小さいときは、 $K_{cd} \approx 0$ となります。

3. 温度の相互作用

IFORコマンドでHTRCを選択し、ヌセルト数Nu_iを与えます。

$$h_{c,d} = \frac{1}{\frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_d}} \frac{6\varepsilon_d}{d_H} \quad (2.5-28)$$

$$h_c = Nu_c \frac{\lambda_c}{d_H} S_c^T$$

$$h_d = Nu_d \frac{\lambda_d}{d_H} S_d^T$$

ここで、d_Hは粒子の直径で、入力変数DHで指定されます。S_c^T, S_d^Tは各々入力変数STC, STDです。STC, STDは通常は1です。Nu_cは入力変数NUCで連続相のヌセルト数です。Nu_dは入力変数NUDで分散相のヌセルト数です。連続相の熱伝達係数h_cはヌセルト数あるいは実験式で指定できます。

気体中の剛体球や微小液滴には、Ranz-Marshall式が利用できます([文献5] 参照)。

$$Nu_D = 2 + 0.6 Pr^{1/3} Re^{0.5} \quad (2.5-29)$$

分散相の熱伝達係数h_dはヌセルト数を指定するか、実験式で設定できます。

乱流に対しては、次式が利用できます。

$$Nu_d = \frac{0.00375}{1 + \mu_d/\mu_c} Re Pr \quad (2.5-30)$$

式(2.5-30)は、後述のHandlos-Baronの物質移動係数からレイノルズのアナロジーを用いて算出したヌセルト数です。

h_dがh_{c,d}に影響しない場合は、入力変数TYPHDを0に設定します。このときh_{c,d}は次式で与えられます。

$$h_{c,d} = h_c \frac{6\varepsilon_d}{d_H}$$

逆にh_dがh_{c,d}に影響しない場合は、入力変数TYPHCを0に設定します。

なお、入力変数TYPH ≤ -100にすれば、ユーザー関数で相間熱伝達をh_{i,j}⁰ ≡ h_{i,j}/ε_iε_jとして直接与えることができます。

4. 拡散物質の相互作用([文献7,8] 参照)

IFORコマンドでMTRCを選択し、シャーウッド数Sh_iを与えます。

$$k_{c,d} = \frac{1}{\frac{A_c}{k_c} + \frac{A_d}{k_d}} \frac{6\varepsilon_d}{d_M} \quad (2.5-31)$$

$$k_c = Sh_c \frac{D_c}{d_M} S_c^M$$

$$k_d = Sh_d \frac{D_d}{d_M} S_d^M$$

ここで、d_Mは粒子の直径で、入力変数DMで指定されます。S_c^M, S_d^Mは入力変数SMC, SMDです。SMC, SMDは通常は1です。A_c, A_dは入力変数AI, AJで指定されます。物質移動では駆動力は濃度差Δ̃C [kg/m³]です(Cを質量分率として用いているので、～をつけて区別します)。拡散流束J_D [kg/sm²]とΔ̃Cにより、物質移動係数k[m/s]は定義されます。

$$J_D = k \Delta \tilde{C}$$

この濃度差Δ̃Cとしては、連続相基準Δ̃C_cと分散相基準Δ̃C_dの二通りの選び方があります。

まず、 $\Delta\tilde{C}_c$ は次式で与えられます。

$$\Delta\tilde{C}_c \equiv \rho_c C_c - \rho_d C_d^* = \rho_c C_c - \rho_d A_d C_d$$

これは、 $A_c=1$ の場合に相当します。 $A_d[-]$ は分散相の質量分率 C_d から界面濃度 C_d^* への変換係数です。 C_d^* については後で説明します。次に $\Delta\tilde{C}_d$ は次式で与えられます。

$$\Delta\tilde{C}_d \equiv \rho_d C_d - \rho_c C_c^* \equiv \rho_d C_d - \rho_c A_c C_c$$

これは、 $A_d=1$ の場合に相当します。 A_c は C_c から界面濃度 C_c^* への変換係数です。 C_c^* については後で説明します。

連続相の物質移動係数 k_c はシャーウッド数を直接指定するか、あるいは実験式が利用できます。

気体中の剛体球や微小液滴には、Ranz-Marshall式が利用できます([文献5] 参照)。

$$Sh_c = 2 + 0.6 Sc^{1/3} Re^{0.5} \quad (2.5-32)$$

$$Sc = \mu_c / (\rho_c D_c)$$

気泡に対しては次式の理論式が利用できます([文献10,11] 参照)。

$$Sh = \frac{2}{\sqrt{\pi}} Pe_c^{0.5} \left(\frac{\mu_L}{\mu_L + \mu_g} \right) \quad (2.5-33)$$

$$Pe_c = \frac{d_m |\vec{u}_d - \vec{u}_c|}{D_c}$$

分散相の物質移動係数 k_d はシャーウッド数あるいは実験式で指定できます。

剛体球に対しては、シャーウッド数は時間に依存します。十分に時間経過したときには

$$Sh_d \approx (2/3)\pi^2 \text{ となります} ([文献11] 参照)。$$

層流の液滴に対してシャーウッド数は時間に依存します。十分に時間経過したときには

$$Sh_d \approx 17.9 \text{ となります} ([文献11] 参照)。$$

乱流の影響を受けた液滴に対しては、Handlos-Baronの式([文献9] 参照)が利用できます。

$$Sh_d = \frac{0.00375}{1 + \mu_d/\mu_c} Pe_d \quad (2.5-34)$$

$$Pe_d = \frac{d_m |\vec{u}_d - \vec{u}_c|}{D_d} = Re Sc$$

k_d が相間物質移動係数 $k_{c,d}$ に影響しない場合は、入力変数TYPMDを0に設定します。このとき、 $k_{c,d}$ は次式で与えられます。

$$k_{c,d} = \frac{k_c \epsilon_d}{A_c d_m}$$

逆に k_d が $k_{c,d}$ に影響しない場合は、入力変数TYPMDを0に設定します。

なお、入力変数TYPD ≤ -100 にすれば、ユーザー関数で相間物質移動を $k_{c,d}^0 \equiv (k_{c,d}/\epsilon_i \epsilon_j)$ として直接与えることができます。

次に(2.5-9a)式の界面の質量分率 $C_a^{L^*}$ は次式で定義されます。

$$C_a^{Lco*} = A_I C_I^{Lco} \quad (2.5-35)$$

ここで、 A_I は入力変数AIです。

例えば、ヘンリーの法則が成り立つ場合の界面濃度を求めます。ヘンリーの法則は、気液界面でのあるガス成分の蒸気圧 P_{Gas}^{Lco} とそのガス成分の液体への溶解度の関係を表します。

$$P_{Gas}^{Lco} \equiv x_{Gas}^{Lco} P_{Gas} = H_E x_{Liquid}^{Lco} \quad (2.5-36a)$$

ここで、 $P_{Gas} \left(= \sum_{Lco} P_{Gas}^{Lco} \right)$ は、気体の絶対圧力[Pa]、 $x_{Gas}^{Lco} (= P_{Gas}^{Lco} / P_{Gas})$ は気相での第Lco番目の拡散物質

のモル分率[-]、 x_{Liquid}^{Lco} は液相での第Lco番目の拡散物質のモル分率[-]、 H_E はヘンリイ一定数[Pa/(mole

fraction)】です。気相では理想気体の状態方程式が成り立つとして、(2.5-36a)式のモル分率をモル濃度 $c[\text{mol}/\text{m}^3]$ に変換すると

$$C_{\text{Gas}}^{\text{Lco}} RT = H_E V_{\text{Liquid}}^{\text{mol}} C_{\text{Liquid}}^{\text{Lco}} \quad (2.5-36b)$$

となります。ここで、Rは理想気体のガス定数8.31451[J/mol•K]、Tは絶対温度[K]、 $V_{\text{Liquid}}^{\text{mol}}$ はの溶質のモル容積[m³/mol]です。さらにモル濃度cを質量分率Cに変換すると、

$$\frac{1}{\rho_{\text{Liquid}}} RTC_{\text{Gas}}^{\text{Lco}} = \frac{1}{\rho_{\text{Gas}}} H_E V_{\text{Liquid}}^{\text{mol}} C_{\text{Liquid}}^{\text{Lco}} \quad (2.5-36c)$$

となります。以上から、各相の界面での濃度は質量分率で表すと以下のようになります。

気相が分散相の場合、

$$(C_{\text{Gas}}^{\text{Lco}})^* \equiv \frac{\rho_{\text{Liquid}}}{\rho_{\text{Gas}}} (C_{\text{Liquid}}^{\text{Lco}})^* = \left(\frac{RT}{H_E V_{\text{Liquid}}^{\text{mol}}} \right) C_{\text{Gas}}^{\text{Lco}} \equiv A_{\text{Lco}} C_{\text{Gas}}^{\text{Lco}} \quad (2.5-36d)$$

となります。

液相が分散相の場合、

$$(C_{\text{Liquid}}^{\text{Lco}})^* \equiv \frac{\rho_{\text{Gas}}}{\rho_{\text{Liquid}}} (C_{\text{Gas}}^{\text{Lco}})^* = \left(\frac{H_E V_{\text{Gas}}^{\text{mol}}}{RT} \right) C_{\text{Liquid}}^{\text{Lco}} \equiv A_{\text{Lco}} C_{\text{Liquid}}^{\text{Lco}} \quad (2.5-36e)$$

となります。

5. 乱流拡散

2流体モデルの枠組みでは、本来、乱流拡散は、相互作用力として考慮されるべきものです。しかしSCRYU/Tetraでは安定性から相の質量保存式に拡散項を追加し、乱流拡散を模擬します。このとき、(2.5-1)式は次式のようになります。

$$\partial_0 \rho_d \varepsilon_d + \partial_i \rho_d \varepsilon_d u_d^i = \sum_L \tilde{m}_d^{c,L} + m_d^{TD} \quad (2.5-37)$$

$$\partial_0 \rho_c \varepsilon_c + \partial_i \rho_c \varepsilon_c u_d^i = \sum_L \tilde{m}_c^{c,L} + m_c^{TD} \quad (2.5-38)$$

$$m_d^{TD} / \rho_d \equiv \nabla v_{c,d}^D \nabla \varepsilon_d \quad (2.5-39)$$

$$m_c^{TD} / \rho_c \equiv \nabla v_{c,d}^D \nabla \varepsilon_c + \nabla v_{c,d}^D \nabla (1 - \varepsilon_c - \varepsilon_d) = -m_d^{TD} / \rho_d \quad (2.5-40)$$

ここで、 $v_{c,d}^D$ は乱流拡散係数を表します。乱流拡散を考慮するには、IFORコマンドでDIFUを設定します。TYPD=1の場合は次式で与えられます。

$$v_{c,d}^D = v_t \frac{1}{1 + t_d/t_c} S_d \quad (2.5-41)$$

ここで、 v_t は連続相の渦粘性係数[m²/s]です。乱流拡散係数は、[文献2, 3]を参考にし、乱流拡散の相互作用力から算出しています。 S_d はPHADコマンドの入力変数SDです。通常SD=1と設定します。

(3) その他の機能

1. 分離混相流解析

分散混相流解析機能は水中での気泡界面を追跡するような解析に適していません。界面のスケールによっては、計算誤差の影響ですぐに界面は広がり、散ってしまいます。今まで説明した2流体解析の機能では理屈上、分離混相流解析を行えますが、以上の理由から推奨はできません。以上を御理解頂いた上で解析する場合は下記を注意してください。

IFORのDRAGのTYPEを0に設定します。定常解析では計算が不安定になり、発散しやすいため、解析は非定常解析で行います。局所的に異常に大きい流速が出てしまう場合、PHADコマンドのSTBL値を大きくしてください。ただし、STBL値が大きくなるにつれ、界面はより広がりますので、STBL値の設定には試行が必要です。

なお、できるかぎり界面の拡散を抑えるために、UPWDコマンドで5がデフォルトになっています。

なお、どうしても界面厚さの増加を抑えたい場合のために、手段を1つ用意してあります。これは界面の勾配方向に界面厚さを薄くするように外力加える方法です。IFORコマンドのSURFで設定します。入力パラメータACCは加速度の次元を持ち、通常9.8[m²/s]を設定します。この機能はSCTpre未対応ですので、直接Sファイルにコマンドを追加する必要があります。

(4) 出力

1. 図化ファイル

単相流解析での変数名の先頭に相の番号が追加されます。

例えば、x方向速度VELXは、1_VELXのようになります。分散混相流解析のみで使用される変数は流体体積率です。FVFという変数名で出力されます。なお、圧力は相の数だけ出力されますが、これらはまったく同じものです。

IFORコマンドで乱流拡散を指定した場合、乱流拡散係数[m²/s]はDFで始まる変数として出力されます。例えば、相1と相2間の乱流拡散係数はDF12という変数名になります。

PHADコマンドの項目FLDCでFLDの出力範囲を調整できます。FVF以外の変数に対し、体積率が指定値未満でFLDには0が 出力されます。デフォルトの指定値は0.0です。

2. Lファイル

CHKL, HBAL, LOUT, MIMX, PFOC, PMOM, SFOC, SMONが利用できます。相の数だけ出力されます。CHKLではLファイルの領域面積は、単相流解析のときと同じです。それ以外では、領域面積、領域体積としては、相の体積率を乗じたものが出力されます。

(5) ユーザー関数

各相に対して設定するユーザー関数(タイプA)と、相間に対して設定するユーザー関数(タイプB)に分類できます。

タイプAではusf_phas_noで相の番号を取得します。通知関数、ユーティリティ関数により、この相の番号に対する情報が得られます。設定関数では、その相番号に対する条件を設定します。

タイプBは、use_ifor,usr_iforで始まるユーザー関数です。タイプBでは、通知関数、ユーティリティ関数は使用できません。

参考文献

1. Spalding, D. B., "Mathematical Methods in Nuclear Reactor Thermal Hydraulics", American Nuclear Society Meeting on Nuclear-Reactor Thermal Hydraulics, 1980.
2. Lopez de Bertodano, M., Moraga,F. J., Drew, D. A. , and Lahey, Jr.,R. T. , "The Modeling of Lift and Dispersion Forces in Two-Fluid Model Simulations of a Bubbly Jet", Journal of fluids engineering, Vol. 126, 2004, pp.573-577.
3. Lopez de Bertodano, M., Sun, X., Ishii, M., and Ulke, A., "Distribution in the Cap Bubble Regime in a Duct", Journal of fluids engineering, Vol. 128, 2006, pp.811-818..
4. Ranz, W. E. and W. R. Marshall, Chem. Eng. Progr., 48,1952, pp. 173. (化学工学便覧、改訂6版、pp.135)
5. Graham, D. I., "Turbulence Modulation in Eddy Interaction Models", ASME FEDSM97-3593, 1997.
6. Lopez de Bertodano, M. "Two fluid model for two-phase turbulent jets", Nuclear engineering and design, Vol. 179, 1998, pp. 65-74.
7. Talvy. S., Cockx. A., Line A., "Modeling of Oxygen Mass Transfer in a Gas-Liquid Airlift Reactor", AIChE J. Vol. 53., 2007, pp.316-326.
8. 浅野康一、"物質移動論", 1976, 共立出版.
9. Handlos, A. E., and Baron, T., AIChE J., No. 1, pp. 42, (1955) (化学工学便覧、改訂6版、pp.648)
10. 浅野康一、"物質移動論", 1976, 共立出版, pp.55.
11. 化学工学便覧、改訂6版、pp.648.

関連コマンド

- IFOR 相間の相互作用を指定する
 PHAS 分散混相流解析の設定開始を宣言する
 PHAD 分散混相流解析での様々な既定値を変更する

関連例題

- 機能35 分散混相流解析
 検証12 混相流モデルを用いたバブルジェットの解析
 検証13 混相流モデルを用いた曝気槽の解析

2.5.3 自由表面(改良MAC法)

図1に水の波が左から右に進む様子を示します。このような問題は水面が時々刻々と変形していくので、通常の方法では解けません。自由表面機能はこのような問題の解析を可能にします。自由表面とは図1の水面のような界面を指します。ここでは改良MAC法に関して説明します。

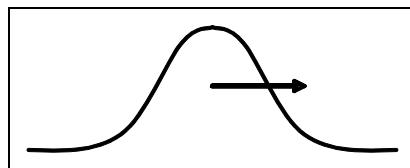


図1

自由表面の計算方法は次に二種に大別されます。

- 水面の変形に合わせて、要素も変形させる
- 要素は固定したままで、要素の物性を変えていく

SCRYU/Tetraの改良MAC法は、後者に分類されます。改良MAC法では水面に多数の粒子を配置して、水面での流速で移動させます。これらの粒子を追跡することで時々刻々と変化する自由表面をとらえます。

実際には自由表面をはさんで液相と気相が存在します。例えば、図1で水と空気の流れを考えるとします。**SCRYU/Tetra**の改良MAC法は水の領域だけを解いて、空気は解きません。その代わり、水面には圧力ゼロの境界条件が設定されます。これは空気が伸縮に全く抵抗しないことを意味します。したがって、気泡がつぶれて消滅してしまうことも起こります。

注意事項

- 乱流モデルは、標準k- ϵ モデルのみ使用可能
- 粒子追跡との併用は不可
- 熱(温度),拡散との併用は不可
- 自由表面の界面(初期界面も含めて)が解析領域内に存在すること
- 周期境界との併用は不可

関連コマンド

- | | |
|------|---------------|
| FSFB | 初期の気液界面を指定する |
| FSFD | 自由表面解析の規定値の設定 |
| FSFX | 水位を固定する |

関連例題

- | | |
|------|----------------|
| 機能23 | 自由表面解析(改良MAC法) |
|------|----------------|

2.5.4 自由表面(VOF法)

VOF(Volume of Fluid)法は自由表面流れの数値解析手法として、構造格子で広く用いられている手法です。ところが、構造格子上で開発されたVOF法の計算スキーム(離散化手法)は非構造格子上で用いることができません。そのため、非構造格子でも用いることのできる計算スキームが必要となります。本章ではSCRYU/Tetraで使用している計算スキームと、VOF法を用いる上での注意点を述べます。

(1) 体積率

VOF法では次のように定義される体積率 F を用いて流体を識別します。

$$F = \begin{cases} =1, & \text{Fluid 1} \\ =0, & \text{Fluid 2} \\ >0, <1 & \text{Interface} \end{cases} \quad (2.5-42)$$

ここで F はメッシュの要素(セル)内のセル体積に対する流体1の体積率を表しています。例えば、液相がある計算セル内に満たされているときには $F=1$ となり、逆に気相が計算セル内に満たされているときには $F=0$ となります。したがって、図1に示されるように界面は F が0より大きく、1より小さいセルに存在していることになります。またこのように定義された体積率 F を用いて流体の密度と粘性係数を次のように求めることができます。

$$\rho = \rho_1 F + (1 - F) \rho_2 \quad (2.5-43)$$

$$\mu = \frac{1}{\frac{F}{\mu_1} + \frac{1-F}{\mu_2}} \quad \text{or} \quad \mu = \mu_1 F + (1 - F) \mu_2 \quad (2.5-44)$$

(2) 移流方程式

VOF法では自由表面の時間発展は体積率 F の移流方程式によって次のように記述されます。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u_i \frac{\partial F}{\partial x_i} = 0 \quad (2.5-45)$$

上式(2.5-45)をコントロールボリューム(計算要素)内で積分すると次式を得ます。

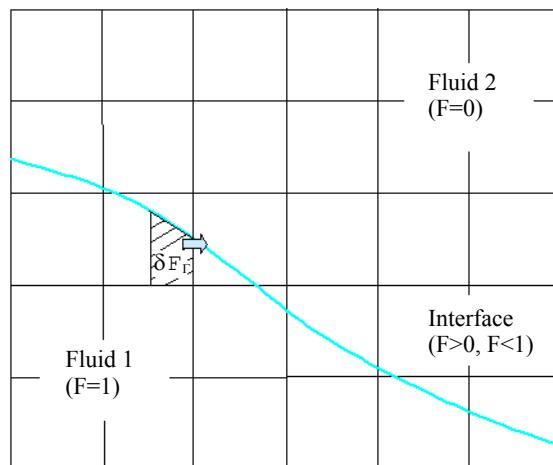


図1 体積率 F と輸送体積 δF_t

$$\int_{\Omega} (F^{n+1} - F^n) d\Omega + \int_{t_n}^{t_{n+1}} \int_{\Gamma} U F^n d\Gamma dt = 0 \quad (2.5-46)$$

ここで Ω は計算セルを、 Γ は計算セル境界面、 U はセル境界面に垂直な速度を意味します。また上付添え字の n は時刻 $t_n = n\Delta t$ を表しています。これを離散化すると次式を得ます。

$$F^{n+1} = F^n + \frac{\sum \delta F_{\Gamma}}{\delta V_{\Omega}} \quad (2.5-47)$$

ここで $\delta F_{\Gamma} = U \Delta \Gamma \Delta t$ はセル境界面 Γ を通って輸送される流体1の体積、 δV_{Ω} はセル Ω の体積を意味します。体積率 F は自由界面を横切って不連続に変化するため、一般的なスキームを式(2.5-46)に適用することができません。なぜなら、そのようなスキームを用いると自由表面が不鮮明になり、質量保存則を満たさなくなるためです。このことから、式(2.5-46)に対するさまざまなスキームが提案されています。

(3) 計算スキーム

1. 界面体積追跡法 : Lagrangian remapによる計算スキーム[文献1]

上記の問題を克服するために、一般にVOF法では移流方程式(2.5-46)は次のように計算されます。

1. セル内で界面を平面で近似する。
2. セル境界面 Γ を通る輸送体積 δF_{Γ} を評価する(図1)。
3. 式(2.5-47)により次の時刻の体積率 F^{n+1} を求める。

構造格子では上記のような手順を踏むことで界面を精度良く追跡することができます。ただし、自由界面が格子を斜めに横切るような場合でも精度を保つためには、式(2.5-47)を座標軸ごと(Operator Split法)に適用するか、斜めに横切る分の輸送体積も評価する(Unsplit法)必要があります。

しかしながら、構造格子で用いられるこのような離散化式(2.5-47)を非構造格子に用いることはできません。その理由は、非構造格子では各計算セルが必ずしも座標軸に沿っていないためOperator Split法が適用できないことと、セル境界面でのフラックスを評価する式(2.5-47)では精度を保つことが難しいからです。

そこでSCRYU/TetraのVOF法(界面体積追跡法)では全く異なる手法を用いて、輸送体積 δF を精度良く評価します。具体的には、 δF をLagrangian remap[文献2]を用いて評価します(図2)。

Lagrangian remapではまずセルを流線に沿って動かします。したがってセル Ω の頂点 x_i^k を次式で移動させることになります。

$$x_i^{k-1} = - \int_{k-1}^k u_i^k dt + x_i^k \quad (2.5-48)$$

ここで上付添え字 k は擬時刻、 u_i^k は流速を表しています。これよりセル Ω に流入する体積 δF は Lagrangianセル Ω^{k-1} と隣接したセルが重なる体積内にある流体1の体積であることがわかります(図2)。

Lagrangian remapによる離散化式は次のようになります。

$$F^{n+1} = F^n + \frac{\delta F^+ - \delta F^-}{\delta V_{\Omega}} + D^n \quad (2.5-49)$$

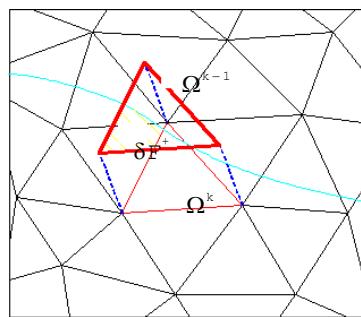


図2 Lagrangian remap

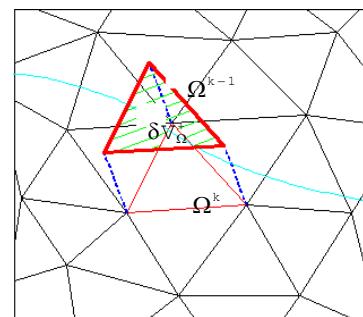


図3 発散項D

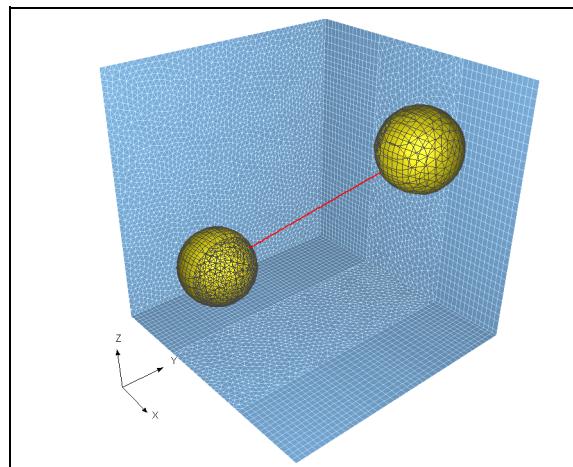


図4 球の並進(球は左奥から右手前に動く)

ここで δF^+ はセルに流入する流体1の体積、 δF^- はセルから流出する体積を示しています。また右辺最終項Dは次式で表されます。

$$D^n = F^n \frac{\delta V_\Omega - \delta V_\Omega^+}{\delta V_\Omega} \quad (2.5-50)$$

ここで δV_Ω^+ はLagrangianセル Ω^{k-1} が隣接セルに重なる体積、 δV_Ω は隣接セルのLagrangianセルがセル Ω に重なる体積を意味します(図3)。この項Dは流速の発散を幾何学的に評価したものと体積率Fの積を意味しています。この項の存在により自由表面を高精度に移流させることができます。

並進問題における検証結果を図4に示します。用いたメッシュはテトラからなる中央部を通常壁面境界層で用いるプリズム層ではさんだサンドイッチ構造になっています。

図4に示す通り、輸送後の界面も球のまま保たれていることがわかります。実際、界面が並進する場合、本スキーム(2.5-49)式は空間解像度にかかわらず誤差を発生させません。また本スキームは、不連続接合を用いたメッシュでさえ(不連続接合面間にすき間がなければ)、誤差を発生させることなく輸送体積 δF^\pm を評価することができます。

2. 界面捕獲法

上記のように、界面体積追跡法では、平面で近似された要素内の界面と、仮想的な要素の移動量から、要素間の移流量を精度良く計算することができます。しかし、幾何的な形状を考慮した処理を行う必要があることから、その分計算コストがかさみます。

そこで、界面捕獲法では、界面体積追跡法のような幾何的な処理は行わず、VOF値の移流方程式の積分形である式(2.5-46)に戻って、この式を代数的に解くことを考えます。

例えば、図5のように節点のVOF値が分布していると仮定します。このとき、各節点でのVOF値と、コントロールボリューム境界での流速から、コントロールボリューム間のVOF値の移流量を代数

的な移流スキームを用いて計算します。これにより、運動量保存式や拡散物質保存式などの他の基礎式と同様に、時間項と移流項のマトリックスを通常のマトリックス解法で解くことにより、次のサイクルでのVOF値の分布を求めることができます。この方法では、VOF値は節点での値としてのみ保持されており、界面位置は $F=0.5$ の等値面で表現されます。

界面捕獲法の移流スキームは1次風上、SMART法、混合スキームから選択することができます。混合スキームは、気液界面とコントロールボリューム界面の間の角度を用いて、界面をシャープにするスキームと、界面のシャープさには劣りますがより精度の高いスキームとを組み合わせて高精度な計算を行う手法です。界面捕獲法ではデフォルトで混合スキームが選択されています。

界面捕獲法では上記のようにVOF値の拡散を抑える移流スキームを採用していますが、解析内容によってはVOF値の拡散度合いが大きく界面の追跡が困難な場合があります。そこで、**SCRYU/Tetra**では付加的な界面補正処理を行い、界面のシャープさをより保つようにします。界面補正処理としては、移流方程式を解いたのち後処理としてVOF値を補正する方法、あるいは移流方程式に界面圧縮項を付加することにより界面の拡散を抑える方法[文献4]のいずれかが選択できます。デフォルトでは、後者の方法が採用されます。

界面捕獲法では、上記のように一般的なマトリックス計算により移流方程式を解くため、計算コストが界面体積追跡法に比べて小さいという特徴があります。一方、計算精度については界面体積追跡法に劣る場合があるため、解析内容に応じて計算スキームを使い分けることをおすすめいたします。たとえば、小さな水滴や気泡が発生するような解析では、界面体積追跡法を用いることでより精度良く解析を行うことができます。一方、界面形状の大きな変化を短時間の解析で求めたい場合には、界面捕獲法を用いた解析が推奨されます。

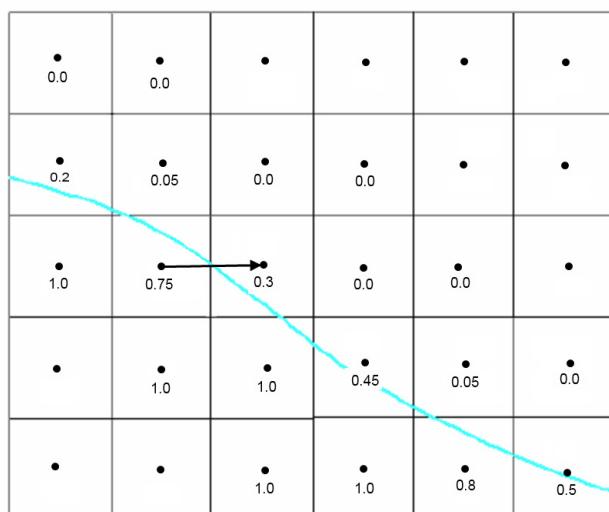


図5 節点でのVOF値とコントロールボリューム間の移流

(4) 表面張力

表面張力はCSF(Continuum Surface Tension)モデル[文献3]により体積力として運動量保存式に考慮されます。CSFモデルによって表される表面張力は次式で表されます。

$$F_{vi}(x) = \sigma \kappa(x) n_i(x) \frac{\rho(x)}{\bar{\rho}} \quad (2.5-51)$$

σ ; 表面張力係数

κ ; 界面の曲率

n_i ; 界面の法線ベクトル

$\bar{\rho}$; 平均密度($\rho_1 + \rho_2$)/2

接触角は壁面ごとに考慮することができます。

表面張力の計算に用いる曲率・法線ベクトルを求めるためには、VOF値の勾配のみを用いる方法とレベルセット関数を併用する方法があります。レベルセット関数を併用する手法として、**SCRYU/Tetra**ではS-CLSVOF法[文献4]を用います。この手法では、VOF値の勾配から計算したレベルセット関数を初期値として、毎サイクル反復計算を行うことで、界面でゼロ、界面から離れた場所では界面からの距離を表すようなレベルセット関数を求めます。このレベルセット関数を用いることで、VOF値の勾配のみを用いる手法に比べてより高精度な表面張力計算が可能となります。なお、S-CLSVOF法を用いた表面張力計算はVOF法(界面捕獲法)のみで使用可能です。

(5) VOF 使用時の注意事項

SCRYU/TetraのVOFでは非圧縮性、非混合流体の二相流を解析対象としています。ただし、VOF法(界面捕獲法)に限り、気体のみ圧縮性流体を設定することが可能です。また、現バージョンでは以下の機能との併用はできません。

- 輻射
- 混相流
- 化学反応、結露、湿度、キャビテーション、CVD

VOF法(界面体積追跡法)を用いた解析に際しては以下の点にご留意ください。

- クーラン数が1以下になるようにCYCLコマンドの時間間隔を設定してください。クーラン数が1より大きくなつたサイクルは分割されて計算されます。
- 頻繁にクーラン数が1を超える場合には精度が悪化し計算時間も増加するので、CYCLコマンドの時間間隔、あるいは指定クーラン数を小さくしてください。
- 空間解像度が十分ではないメッシュや不連続接合を用いる場合には、倍精度版の使用をおすすめします。

VOF法(界面捕獲法)を用いた解析に際しては、以下の点にご留意ください。

- クーラン数について上限はありませんが、クーラン数1以下の解析をおすすめします。
- メッシュサイズが界面精度に大きく影響しますので、界面を細かくとらえたい箇所に十分なメッシュを入れるようにしてください。
- 要素移動解析時には、クーラン数を0.5以下など小さく設定することをおすすめします。
- 要素移動と不連続接合を併用する場合は、静止側の領域を独立領域に設定してください。
- 流入流出を伴う解析で計算が不安定になる場合は、速度場とスカラーの両方について、流入流出境界条件のタイプを節点中心型に設定してください。
- 気体に圧縮性流体を指定した解析では、液相のMAT番号を持つ要素ではMAT番号はすべて気相のMAT番号に変更されます。

- 界面圧縮項による界面補正において、界面鋭敏化パラメータの値を大きくすることで、よりシャープに界面をとらえることができますが、界面の凸凹がより目立つ結果となります。
- 界面圧縮項による界面補正では、メッシュ品質（h-ratioまたはアスペクト比）に比例して補正度合が調整されます。メッシュ品質の良くない要素に対しては十分な補正が働きませんので、補正を行いたい空間のメッシュ品質には十分注意してください。
- 界面補正処理として界面圧縮項を選択した場合でも、境界層を除くプリズムまたはヘキサメッシュに対しては後処理による補正処理が適用されます。

参考文献

1. Hitomi D., Yoshida H., Nakanishi J., "An advection scheme for using the Lagrangian remap in volume tracking methods on arbitrary meshes," 13th European Conference on Mixing, London, 14-17 Apr. 2009.
2. Garrimella R.V., Dyadechko V., Swartz B.K., Shashkov M.J., "Interface reconstruction in multi-fluid, multi-phase flow simulations," 14th International meshing round table, San Diego, 11-14 Sep. 2005, California.
3. Brackbill J. U., Kothe D. B., Zemach C., "A continuum method for modeling surface tension," J. Comp. Phys., 100(2), 335-354, (1992).
4. Albadawi A., Donoghue D.B., Robinson A.J., Murray D.B., Delauré Y.M.C., "Influence of surface tension implementation in Volume of Fluid and coupled Volume of Fluid with Level Set methods for bubble growth and detachment," Int. J. Multiphase Flow, 53, 11-28, (2013).

関連コマンド

VOFB 初期の気液界面を指定する
VOFD VOF解析の既定値の設定
VOFF 流入相を指定する
VOFS 表面張力を指定する

関連例題

機能24 自由表面解析(VOF法)

2.5.5 造波・消波機能

(1) 造波機能

造波機能とは、文字通り波を造る機能のことです。造波を行う方法として流入条件を用いる方法があります。この方法は、目的とする波を生成し易い平面、流入に特化しているため、反射してきた波を通過させる、すなわち流出させることができません。その結果、長時間の造波には不向きです(長時間の造波を行う場合、流入面を遠方に設置する必要有り)。そこで、長時間の造波も安定して行える手法が必要となります。そのような方法の一つとして、造波ソースがあります[文献1、2]。造波ソースの考え方は、境界条件として波を流入させるのではなく、解析領域内で波を「生成する」点で、流入境界型の造波方法とは大きく異なります。具体的には、計算領域中の指定した範囲内で、人工的な湧出し・吸込みを行うことで波を作ります。更に、造波ソースは、波を生成する一方、護岸壁などで反射した波を通過させる作用もあります。その結果、長時間に亘って、安定した状態の波を造り続けることが可能となります。

では、造波ソースによる造波の具体的な方法について見てみましょう。造波ソースは、人工的な湧出し・吸込みを行うことで波を作り出します。このことは、言い換えると、人工的な質量の増減が生じるものと見なすことができます。そこで、この湧出し(吸込み)強さを q と定義し(ただし、 q は時間と空間に依存)、対象とする流体は液体であり(=非圧縮を仮定)、その密度の時間 α 空間的な変化は無いものとすると、次の連続の式が導かれます。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = q \quad (2.5-52)$$

もし湧出し強さ $q=0$ であれば、つまり湧出しの無い領域において、一般的な非圧縮性流体における連続の式に一致します。この q を用いるとVOF関数の移流方程式は次のようにになります。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u_i \frac{\partial F}{\partial x_i} = q F \quad (2.5-53)$$

次に、 q の具体的な形について示します。今、二次元($x-z$)を仮定し、 $x=x_s$ の座標に造波ソースを設置する場合、文献2と同じく、 q を次式で定義します。

$$q = \frac{2U\delta(x - x_s)}{\Delta x} \cdot f_{ini}(T_w) \cdot f_{adj}\left(\frac{\eta_e + h}{\eta_t + h}\right) \quad (2.5-54)$$

ここで、 U は波の水平方向速度、 δ はディラックのデルタ関数(つまり、湧出しありの位置 x_s 以外ではゼロとする)、 Δx は格子幅を表しています。 f_{ini} は造波開始時の不安定性を緩和するための指數関数[文献2]で表されます。

$$f_{ini}(T_w) = \begin{cases} 1 & -e^{-0.5t/T_w}, t/T_w \leq 3 \\ 1, & t/T_w > 3 \end{cases} \quad (2.5-55)$$

ここで T_w は波の周期を表します。 f_{adj} は水位変動に関する調整パラメータで表されます。

$$f_{adj}\left(\frac{\eta_e + h}{\eta_t + h}\right) = \left(\frac{\eta_e + h}{\eta_t + h}\right)^m \quad (2.5-56)$$

η_e は目的の波の水位、 η_t は現時刻の水位、 h は静水深をそれぞれ表します。

SCRYU/Tetraでは波の速度に対し、以下の関係式を利用することができます。

- 微小振幅波
- 5次ストークス波
- 5次クノイダル波
- 不規則波(Bretschneider-光易型スペクトル、またはユーザー指定スペクトル)
- ユーザー関数による任意波

微小振幅波に関しては[文献3]を、ストークス波とクノイダル波に関しては[文献4]を参照してください。

参考文献

1. M. Brorsen and J. Larsen, Source generation of nonlinear gravity waves with the boundary integral method, Coastal Eng., Vol. 11, (1987), pp.93-113.
2. 川崎、潜水構造物による破碎変形と再生過程に関する基礎的研究、名古屋大学博士論文、(1998)
3. 堀川清司、「新編 海岸工学」、東京大学出版会、(1998)
4. Fenton, J.D., Nonlinear wave theories, The Sea, Vol.9: Ocean Engineering Science, Eds. B. Le Méhauté and D.M. Hanes, Wiley, New York, 1990.

関連コマンド

WAVG	造波ソースを設定する
WAVD	造波ソースでの様々な規定値を変更する
WAVL	水位を出力する

(2) 消波機能

造波ソースで作られた波は、下流に障害物等が無ければそのまま進みます。しかし、波が流出境界に到達した時、そのまま波が完全に流出することはなく、一部は流出するものの一部は反射して逆方向に進行する場合があります。加えて、流出境界からの流入が無い流出境界条件を設定した場合、水位が低下し続けることもあります。このように、反射波の影響により本来無いはずの波が解析領域に現れたり、水位が低下し続けたりなどの弊害により、越波の影響や耐波特性などの解析精度が低下する恐れがあります。そこで、このような問題を解決する方法が必要となります。**SCRYU/Tetra**では、エネルギー吸収帯[文献1]を導入することで、上記の問題を回避しています。エネルギー吸収帯は、文字通り、波の持つエネルギーを吸収する機能を意味します。**SCRYU/Tetra**におけるエネルギー吸収帯は、文献1と同様、次式で与えています。

$$D_i = S_i \sqrt{\frac{g}{h}} (n+1) \left(\frac{x_i - x_{0i}}{L_i} \right)^n \quad (2.5-57)$$

ここで S_i は x_i 方向の吸収係数、 g は重力加速度 [m/s^2]、 h は静水深、 n は指数、 L_i はエネルギー吸収帯の x_i 方向長さ、 x_{0i} はエネルギー吸収帯の開始座標です。エネルギー吸収帯のイメージ図を図1に示します。

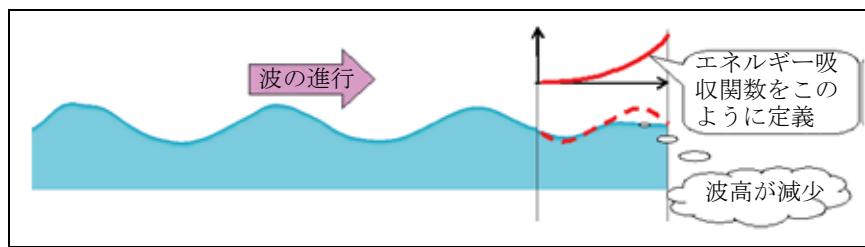


図1 エネルギー吸収帯

使用方法

1. 自由表面解析でVOF法を選択します(改良MAC法は使用できません)。
2. エネルギー吸収帯の設定は、WAVPコマンドで行います。

注意事項

- 熱解析との併用はできません。

参考文献

1. Cruzら、非線形波動方程式に対する無反射境界条件について、海岸工学論文集、40巻、(1993)、pp.46-50.

関連コマンド

WAVP 透過性物体の領域またはエネルギー吸収帯を設定する

2.5.6 透過性物体機能

透過性物体とは、要するに、多孔質体と同じです。**SCRYU/Tetra**では、多孔質体を扱う機能が既に用意されています。しかし、ここで扱う透過性物体は、自由表面解析(VOF法のみ)に特化してモデル化したものであり、多孔質体内部の流動のみを扱う機能となっています。従って、透過性物体機能は、基本的には、捨石堰や潜堤などのような海岸構造物、あるいは浸透膜(ただし有限厚さを持つ)による浸透現象のような解析に適しています。

透過性物体を表すモデル(抵抗則)として、次の3種類を用意しています。

1. ダルシー則で表現するモデル
2. Ergunの式で表現するモデル
3. Forchheimerの式で表現するモデル

ダルシー則で表現する透過性物体は、次式で定義されるダルシー則を通じて、物体内部の抵抗を表現します。

$$\mathbf{F} = -\frac{\langle \mu \rangle \mathbf{u}_s}{\kappa}, \mathbf{u}_s = \varepsilon \dot{\mathbf{u}} \quad (2.5-58)$$

ここで $\langle \mu \rangle$ は体積率平均した粘性係数、 κ はダルシー係数(浸透率)、 (\mathbf{u}_s) は空塔速度ベクトル、 ε は空隙率です。

一方、Ergunの式で表現する透過性物体は次式で表されます。

$$\mathbf{F} = -\langle \rho \rangle \left[\frac{150 \langle v \rangle (1-\varepsilon)^2}{d_p^2} \mathbf{u}_s + \frac{1.75 (1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \left| \mathbf{u}_s \right| \mathbf{u}_s \right] \quad (2.5-59)$$

ここで $\langle \rho \rangle$ は体積率平均した密度、 $\langle v \rangle$ は体積率平均した動粘性係数、 d_p は充填粒子の直径を表します。

さて、Forchheimerの式で表現する透過性物体ですが、次のような簡単な式で表現されます。

$$\mathbf{F} = -\langle \rho \rangle (\alpha + \beta \left| \mathbf{u}_s \right|) \mathbf{u}_s \quad (2.5-60)$$

ここで α と β は定数です。Forchheimerの式は、おもに海岸工学の分野で幅広く使われています。たとえば、前野ら[文献1]は、次式を用いて捨石堰を表現しています。

$$\alpha = \frac{\langle v \rangle \varepsilon}{K}, \beta = \frac{C \varepsilon^2}{\sqrt{K}} = e d_p, C = f \left(\frac{d_p}{\sqrt{K/\varepsilon}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (2.5-61)$$

ここで K は固有透水係数、 C は乱れによる抵抗係数、 d_p は捨石堰を構成する粒子の粒径、 $e (=0.0196)$ と $f (=41.0)$ は実験的に与えられるパラメータを表します。一方、琴浦ら[文献2]は、次式を用いて解析を行っています。

$$\alpha = \alpha_0 \frac{(1-\varepsilon)^3 \langle v \rangle}{\varepsilon^2 d_p}, \beta = \beta_0 \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \frac{1}{d_p} \quad (2.5-62)$$

ここで α_0 と β_0 は材料による係数(捨石の場合、それぞれ1500と3.6を使用)を表します。いずれの式においても、係数 α と β は空隙率や粒子径の関数で表される点に注意してください。

また、Ergunの式(2.5-59)もForchheimerの式で表すと α と β は次のようになります。

$$\alpha = \frac{150 \langle v \rangle (1-\varepsilon)^2}{d_p^2 \varepsilon^3}, \beta = \frac{1.75 (1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \quad (2.5-63)$$

使用方法

1. 自由表面解析でVOF法を選択します(改良MAC法は使用できません)。
2. 透過性物体の設定はWAVPコマンドで行います。

注意事項

- 熱解析との併用はできません(透過性物体を構成する物質との熱伝達を無視しているため)
- 一つの透過性物体に対し、複数の抵抗則を適用することはできません。また、エネルギー吸収帯に対し、透過性物体を重複して設定することもできません。
- Forchheimerの式で使用される定数 α と β は一定値のみ扱うことができます(関数機能による表現はできません)。

参考文献

- 前野ら、捨石堰周辺の流況解析、水工学論文集、第48巻、(2004)、pp.829-834.
- 琴浦ら、数値波動水槽における抵抗力算定手法の波力への影響、土木工学論文集B2、第66巻、(2010)、pp.776-780.

関連コマンド

WAVP 透過性物体の領域またはエネルギー吸収帯を設定する

2.5.7 液膜

多相流においては、液滴が飛んできて壁面に付着するなどして、壁面近傍のみ非常に薄い液相が存在し液膜を形成することができます。2.5.3や2.5.4のような自由表面解析においてはメッシュで解像しなければならないため、このような薄い液膜を解析することは困難になります。そこでそのような薄い液相を液膜モデルとしてモデル化して解析を行います。

液膜の計算方法は次に二種に大別されます。

- ・ 液膜を離散量的に粒子の延長として解く方法
- ・ 液膜を場の物理量として格子上で解く方法

SCRYU/Tetraの液膜モデルは後者に分類されます。壁面上での2次元流を仮定して、その発展方程式を解くことで液膜の時々刻々の変化をとらえます。

(1) 基礎方程式

液膜モデルの運動方程式は次のようになります。

$$\begin{aligned} \frac{\partial uh}{\partial t} + \frac{\partial u^2 h}{\partial x} + \frac{\partial uvh}{\partial y} + \frac{\partial uw h}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial x} &= F_x + P_x + S_x \\ \frac{\partial vh}{\partial t} + \frac{\partial uvh}{\partial x} + \frac{\partial v^2 h}{\partial y} + \frac{\partial vwh}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial y} &= F_y + P_y + S_y \\ \frac{\partial wh}{\partial t} + \frac{\partial uw h}{\partial x} + \frac{\partial vwh}{\partial y} + \frac{\partial w^2 h}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} &= F_z + P_z + S_z \end{aligned} \quad (2-5-64)$$

ここで u, v, w は液膜の速度、 h は液膜高さ、 p は液膜の圧力、 F_i は外力、 P_i は粒子から受け取る運動量、 S_i は壁面及び流体が液膜に及ぼす粘性摩擦力です。

圧力は2次元流を仮定して、次のように液膜高さの関数として扱います。

$$P = \frac{1}{2} g h_g^2 \quad (2-5-65)$$

ここで h_g は重力方向に対する液膜の厚さであり、重力方向の単位ベクトルを \vec{g} 、表面の法線の単位ベクトルを \vec{n} とすると、

$$h_g = \max(0, -(\vec{g} \cdot \vec{n})h) \quad (2-5-66)$$

と表されます。

次に液膜の連続式は次のようになります。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial uh}{\partial x} + \frac{\partial vh}{\partial y} + \frac{\partial wh}{\partial z} = P \quad (2-5-67)$$

ここで P は壁面衝突した粒子が液膜に変換された付着量になります。

実際の解析において式(2-5-67)は次のように2段階に分離されます。

$$\frac{\partial h'}{\partial t} = P \quad (2-5-68)$$

$$\frac{\partial h''}{\partial t} + \frac{\partial uh''}{\partial x} + \frac{\partial vh''}{\partial y} + \frac{\partial wh''}{\partial z} = 0$$

まず粒子の生成による液膜高さの更新を行います。この高さを h' とします。次に、この h' を用いて運動量が解かれます。最後に移流により最終的な液膜高さ h'' を求め液膜高さが更新されます。

(2) 外力項

F_i の外力は重力を扱います。重力項のうち壁面に垂直なものは壁からの反力とつり合いますので、水平成分のみを考慮して次のようになります。

$$\vec{F} = (\vec{g} - (\vec{g} \cdot \vec{n})\vec{n})h \quad (2-5-69)$$

(3) 粒子による生成

粒子が壁面に衝突し液膜へ変換される影響は生成項 P として考慮します。運動量への生成量は、粒子の持っていた運動量を壁面に垂直方向・水平方向に分解して、水平方向のみ考慮します。これは壁面衝突の影響で垂直方向の運動量が失われたことを仮定しています。このため壁面に垂直に衝突した粒子が衝突の影響で周囲に等速度で広がるというような現象は考慮できません。質量についてはすべて液膜に変換されます。

実際の現象では、液滴の一部のみが付着したり、すべて反発したりする場合がありますが現状の SCRYU/Tetra の機能においては付着するとした壁上ではすべて付着する設定のみしか行えません。

(4) 摩擦の効果

摩擦力 S は

$$\vec{S} = \vec{S}_{\text{wall}} + \vec{S}_{\text{gas}} \quad (2-5-70)$$

というように、壁面との摩擦力と流体との摩擦力に分類されます。

\vec{S}_{gas} は流体と液膜の速度差により算出されます。

一方 \vec{S}_{wall} は壁面と液膜の速度差より算出されます。

$$\vec{S}_{\text{wall}} = -v \frac{\partial u}{\partial h} \Big|_{\text{wall}} = -v \frac{h(u - u_{\text{wall}})}{2}$$

このとき液膜内速度は線形分布を仮定して求めています。

(5) 壁面形状の効果

液膜モデルは壁面上で解かれます。このとき壁面が平面でない場合は壁面形状の影響により流れが壁面に沿って曲げられるものと仮定します。要素面の法線と節点の法線の違いを利用して、節点速度を要素面速度に座標変換し運動方程式を立て、再度節点速度に座標変換して壁面形状の影響を考慮しています。

注意事項

- 粒子追跡と併用します。
- WL02条件で壁面条件を与えた面が液膜の解析領域となります。
- 表面張力は考慮されません。
- 液膜から流体への影響は考慮されません。
- 液膜の飛散は考慮されません。
- 温度は考慮されません。
- 混相流解析・自由表面解析・要素移動・不連続接合・周期境界・重合格子との併用はできません。

関連コマンド

LQFM 基本条件を設定する。

LQFI 初期値を設定する。

LQFD 解析のデフォルトを設定する。

関連例題

機能22 粒子追跡

2.6 物体移動を扱う機能

移動する物体周りの流れを計算する方法として、**SCRYU/Tetra**では物体と共に移動する座標系と静止座標系を同時に取り扱う**ALE(Arbitrary Lagrangian Eulerian)**と呼ばれる手法を採用しています。移動する領域ではメッシュの移動による影響を静止座標系の式に追加することにより、静止座標系と移動座標系を同時に計算することができます(基礎式については第1部 4.6 ALEをご参照ください)。

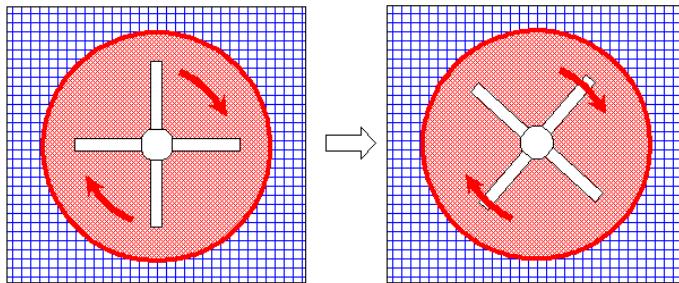


図1 静止座標系(青)と移動座標系(赤)

ALEを用いて静止領域と移動領域を同時に計算する場合、移動領域に対する移動条件の設定と、静止領域と移動領域を接続する手法の選択と設定が必要になります。

移動する物体は、物体を含む体積領域に対して移動条件を設定することにより表現します。設定できる移動方法としては、平行移動や回転移動などの移動速度を指定する方法の他、複数の移動方法を組み合わせて用いる**コンビネーションALE**や、物体の運動方程式に基づいて移動速度を算出する**ダイナミカル機能**があります。また、軸対称な流れ場に限って、実際には要素を移動させずに定常計算で要素移動条件を用いた計算を行うことができます(**定常ALE**)。

静止領域と移動領域を接続する手法としては、要素を一方向に伸び縮みさせる**伸縮メッシュ**、節点を共有しない隣接要素同士を接合する**不連続接合**、複数のメッシュを重ね合わせて解析を行う**重合格子**があります。

例えば、比較的広い空間を物体が直線的に運動する場合、移動する物体とその周りの空間に対して平行移動を指定し、その前後の空間に伸縮移動を指定することにより、静止領域と移動領域を接続する事ができます。また、図1のように物体が回転運動を行う場合や、平行移動する複数の物体がすれ違う様子を計算する場合には、不連続接合によって異なる運動をする領域同士を接続します。ところが、伸縮移動では要素の体積がゼロになるまで縮めることはできません。そのため、移動する物体同士が干渉する場合や、複数の移動領域を分割できない場合には重合格子を選択します。

2.6.1 要素移動条件

要素の移動条件は移動物体を含む領域の移動条件を設定する場合や、移動領域と静止領域を接続する伸縮メッシュの設定に利用できます。設定可能な移動方法は以下の通りです。

(1) 平行移動

移動速度のX, Y, Z成分を指定します。移動方向と移動速度または移動量による指定も可能です。

(2) 回転移動

回転移動の角速度と回転軸を指定します。

回転座標系での定常解析については、[2.6.7 回転座標系](#)をご参照ください。

(3) 伸縮移動

基準点1, 2 ($i=1, 2$) に対し、時刻tでの座標 $\vec{x}_{i,t}$ を以下の式で与えます。

$$\vec{x}_{i,t} = \vec{x}_{i,0} + \{v_i t + A_i \sin(W_i t + P_i)\} \vec{n}$$

$\vec{x}_{i,0}$; 基準点*i*の初期位置
 \vec{n} ; 伸縮方向の単位ベクトル
 v_i, A_i, W_i, P_i ; 定数

伸縮移動を設定した体積領域に含まれる各節点の位置は、基準点1, 2の座標変化と線形に対応するようになります。例えば、静止領域と平行移動を設定した領域の間を接続する伸縮メッシュに利用することができます。

(4) 平行振動

振動の角周波数Wと振動方向 \vec{n} を指定します。時刻tでの各節点の位置 \vec{x}_t は、以下の式で表されます。

$$\vec{x}_t = \vec{x}_0 + A \sin(Wt) \vec{n}$$

\vec{x}_0 ; 移動する節点の初期位置
 A ; ALEAコマンドで与える振幅(未入力時のデフォルトはA=1)

振幅AはALEAコマンドで設定した境界値の下にポアソン方程式を解いて決定します。このため、異なる振幅で移動する領域間の節点を連続的に分布する振幅で移動させることができます。詳しくは[ユーザーズガイド\(ソルバー\)編ALEAコマンド](#)の項に記載されている技術メモをご参照ください。

(5) 回転振動

振動の角周波数Wと回転軸を指定します。時刻tでの各節点の回転角度 θ_t は、以下の式で表されます。

$$\theta_t = \theta_0 + A \sin(Wt)$$

θ_0 ; 移動する節点の初期角度
 A ; ALEAコマンドで与える振幅(未入力時のデフォルトはA=1)

(6) フェザリング

フェザリング運動は例えばヘリコプターのローター・ブレードのように、ローターの位相によってピッチ角が変化する場合などに利用されます。時刻tでの領域の回転角 θ_t は以下の式で表されます。

$$\theta_t = A_0 + A_1 \cos(Wt + P) + B_1 \sin(Wt + P)$$

A₀, A₁, B₁ ; 振幅
W ; 振動の各周波数
P ; 振動の初期位相

(7) 移動速度の自動計算

DYNAコマンドとの併用により、1方向の直線移動、固定軸周りの回転移動、平面上の並進、任意方向の並進・回転移動などを自動計算する事ができます。詳しくは、2.6.3 ダイナミカル機能(物体の運動の自動計算)をご参照ください。

関連コマンド

ALE0 要素移動速度の定義
ALEA ALE0コマンドでの振幅を設定
ALEB 境界での節点移動の影響を排除
ALED ALEでの様々な既定値を変更
ALEE ALEAコマンド計算する要素の弾性を変更

関連例題

機能18 定常ALE
機能19 不連続接合を用いた要素移動解析
機能20 重合格子を用いた要素移動解析
機能21 要素移動自動計算(ダイナミカル機能)

2.6.2 コンビネーションALE(複合要素移動)

SCRYU/Tetraの標準入力により設定可能な要素移動の条件は並進移動や回転移動、伸縮の単純な動きに限られていますが、これらを複合することにより、より複雑な動きも設定することができます。複合に利用できるのは並進移動と回転移動です。

- 並進移動(IALE=1, 7, 8, 11, 13, 14)
- 回転移動(IALE=2, 6, 12, 15, 22)

また、複合できる組み合わせは以下の通りです。

		移動条件1							
		IALE=1, 7, 8	IALE=11	IALE=13	IALE=14	IALE=2, 22	IALE=6	IALE=12	IALE=15
移動条件2	IALE=1, 7, 8	○	○ ^{*1}	×	×	○	○	○	○
	IALE=11	○	○ ^{*1}	×	×	○	○	○	○
	IALE=13	○	○ ^{*1}	×	×	○	○	○	○
	IALE=14	○	×	×	×	○	○	○	○
	IALE=2, 22	○	×	×	×	○	○	○	×
	IALE=6	○	×	×	×	○	○	○	×
	IALE=12	×	×	×	×	○	○	○	×
	IALE=15	×	×	×	×	○	○	○	×

ここで、移動条件1が先に入力したもの、移動条件2が後に入力したものを意味します。また要素が移動される順序もSファイルの入力順になります。そして、先に入力した移動条件の移動方向や回転軸などは、後に入力された移動の影響を受けて自動修正されます。移動方向や回転軸が動く場合には、その移動条件を先に入力します。

*1. 移動条件1と移動条件2の方向が直交する場合に限り、計算が可能です。

<利用例>

- 首振り扇風機
回転運動(IALE=2)ともう一つの回転運動(IALE=2)を複合します。その際、回転軸は直交させます。
- 天体の自転と公転
自転(IALE=2)ともう一つの公転(IALE=2)を複合します。その際、回転軸は平行ですが、回転中心は異なります。
- 竹とんぼ
回転運動(IALE=2)と平行移動(IALE=1 or 11)を複合します。その際、IALE=2の回転軸が平行移動の進行方向になります。
- 自由落下
3次元回転運動(IALE=15)と3次元平行運動(IALE=14)を複合します。その際、IALE=15の回転の中心は、物体の重心に設定します。

関連コマンド

ALE0 要素移動速度の定義

関連例題

機能21 要素移動自動計算(ダイナミカル機能)

2.6.3 ダイナミカル機能(物体の運動の自動計算)

力学(dynamics)の運動方程式に基づいて物体の運動を算出し、それに従って要素移動の移動速度を自動設定します。物体は剛体であるとみなし、6自由度までの運動を解くことができます(物体の弾性は取り扱いません)。ALEによる要素移動を使用する際には移動速度を指定する必要がありますが、これをユーザーが指定する代わりにダイナミカル機能を用いることができます。剛体の運動は並進と回転を独立に取り扱うことが可能で、それぞれ独立の運動方程式系で記述されます。

(1) 並進の運動方程式

$$M \frac{dV_i}{dt} = F_i$$

F は力、 M は質量、 V は速度、 t は時間をあらわします。添字 "i" は直交座標基底におけるベクトル成分をあらわします。ニュートン力学の基礎方程式としてよく知られています。直交座標系では各成分が独立した方程式ですが、取り扱いは非常に単純です。 M は物体の質量で、直接数値で与えることができますが、物体に固体物性の密度が与えられている場合には物体の体積から自動計算させることもできます。 F は物体にはたらく力(ベクトル)で、以下のものを用意しています。

- 物体表面にはたらく流体の圧力・粘性応力 F_{fl} (fluid force)
- 摩擦力 F_{fr} (friction force)
- 推進力 F_{dr} (drive force)
- 重力 F_g (gravity force)
- ばねの弾性力(IDYN=11のみ) F_{sp} (spring force)

F_{fl} は周囲を取り巻く流体が物体に対して及ぼす力で、SCTsolverがこの値を算出します。また、 F_g は重力加速度が入力されている場合に自動的に物体にはたらきます。そのほか、 F_{fr} , F_{dr} , F_{sp} はユーザーが任意に入力して物体の運動をコントロールできます。上記の運動方程式には、これらの力を合算したものが代入され、時々刻々の速度変化(加速度)を算出します。並進移動させる自由度に応じて以下の3種類のタイプの入力方法を用意しています。

1. IDYN=11 1次元ストローク運動(1自由度)

方向を指定しその直線上で移動させます。指定方向で射影した单一の運動方程式を解きます。指定方向の力の成分のみ入力するだけになります。

$$F = F_{fl} + F_{fr} + F_{dr} + F_g + F_{sp}$$

2. IDYN=13 2次元平面運動(2自由度)

移動平面を指定しその平面上で運動させます。力は3次元のベクトルで入力しますが、平面に垂直な力や速度の成分は相殺されます。

$$F = F_{fl} + F_{fr} + F_{dr} + F_g$$

3. IDYN=14 3次元運動(3自由度)

移動方向は指定されず、3次元で任意の方向に移動します。下記の力も3次元の任意方向で与えられます。

$$F = F_{fl} + F_{fr} + F_{dr} + F_g$$

さらにこれらの並進運動の設定では、物体の移動距離の上限と下限を追加入力して、移動幅を制限することができます。

(2) 回転の運動方程式

回転運動は回転軸を固定した場合には、単一の運動方程式が与えられるのに対し、3次元の任意方向に回転させる場合には運動方程式系が各成分で独立していないため3つの連立方程式になります。実際に解く方程式が異なるため、以下で分けて説明します。

1. 固定軸周りの回転(1自由度)

この場合にはあらかじめ固定された回転軸が定義されており、その固定軸に対する回転速度 ω_i 、慣性モーメント I_i 、そして力のモーメント(トルク) T_i を用いて以下のように運動方程式が表現できます。

$$I_i \frac{d\omega_i}{dt} = T_i$$

固定軸周りの慣性モーメント I_i は以下で定義されています。

$$I_i = \iiint_V \rho (|r|^2 - r_i^2) dV$$

ρ は密度、 dV は体積要素をあらわし、体積積分によって I_i は求められます。 $|r|$ は中心点からの距離をあらわし、 r_i は中心点からの変位の回転軸方向の成分です。

力のモーメント(トルク) T には以下のものを用意しています。

- 物体表面にはたらく流体の圧力・粘性トルク T_{f1} (fluid torque)
- 摩擦トルク T_{fr} (friction torque)
- 推進トルク T_{dr} (drive torque)
- 重力トルク T_g (gravity torque)
- ばねの弾性力トルク(IDYN=12のみ) T_{sp} (spring torque)

T_{f1} は周囲を取り巻く流体が物体に対して及ぼすトルクで、SCTsolverがこの値を算出します。また、 T_g は重力加速度が入力されているときに自動的に物体にはたらきます。

そのほか、 T_{fr} , T_{dr} , T_{sp} はユーザーが任意に入力して物体の運動をコントロールできます。上記の運動方程式には、これらのトルクを合算したものが代入され、時々刻々の角速度変化を算出します。

$$T = T_{f1} + T_{fr} + T_{dr} + T_g + T_{sp}$$

DYNAコマンドの入力ではIDYN=12を使用し、指定された固定軸まわりの慣性モーメントとトルクのみを入力するだけです。また、物体に固体密度が与えられていれば、慣性モーメントの値も自動計算させることができます。この設定方法では回転角が一意的に定義できるため、その値はLファイルに出力されます。また回転角の上限と下限を追加入力して、回転幅を制限することも可能です。

2. 3次元自由回転(3自由度)

任意方向の回転ですが、回転の中心点は存在します(中心点はユーザーによる指定も可能)。そして、その中心点に対する慣性モーメント I 、トルク T 、各速度 ω を用いて、以下のように3成分の運動方程式が表現できます。

$$I_1 \frac{d\omega_1}{dt} = T_1 + (I_2 - I_3)\omega_2\omega_3 \quad (\text{第一主軸成分})$$

$$I_2 \frac{d\omega_2}{dt} = T_2 + (I_3 - I_1)\omega_3\omega_1 \quad (\text{第二主軸成分})$$

$$I_3 \frac{d\omega_3}{dt} = T_3 + (I_1 - I_2)\omega_1\omega_2 \quad (\text{第三主軸成分})$$

添字 "1", "2", "3" は物体の慣性主軸を基底としたベクトル成分をあらわします。これらは固定点周りの回転運動を記述する運動方程式で、オイラーの式として知られています。ただし、これらの運動方程

式は物体の慣性主軸を基底とした直交座標での表式であるため、あらかじめ慣性主軸の座標系に座標変換したうえで適用する必要があります。慣性主軸は慣性テンソルの固有ベクトルとして求められます。慣性テンソルは9成分存在しますが、対称テンソルであるため独立なのは6成分です。そして対称テンソルは対角化可能で固有値と固有ベクトルが存在するため、どんな形状の物体でも慣性主軸の基底が必ず求められます。ダイナミカル機能では自動的に慣性主軸を求めて座標変換を行うため、任意の直交座標系"x", "y", "z"での慣性テンソル成分の値を入力します。また、物体に固体密度が与えられていれば慣性テンソル成分の値も自動計算させることができますので、慣性テンソル成分の値をユーザーが入力する必要はありません。

$$\text{慣性テンソル} \quad I = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

$$I_{xx} = \iiint_V \rho (y^2 + z^2) dV$$

$$I_{yy} = \iiint_V \rho (z^2 + x^2) dV$$

$$I_{zz} = \iiint_V \rho (x^2 + y^2) dV$$

$$I_{xy} = I_{yx} = -\iiint_V \rho \cdot xy \cdot dV$$

$$I_{yz} = I_{zy} = -\iiint_V \rho \cdot yz \cdot dV$$

$$I_{zx} = I_{xz} = -\iiint_V \rho \cdot zx \cdot dV$$

ρ は物体の密度を表し、添字 "x", "y", "z" は任意の直交座標系での成分をあらわします。Tは物体にはたらく力のモーメント(トルク)で、以下のものを用意しています。

- 物体表面にはたらく流体の圧力・粘性トルク T_{f1} (fluid torque)
- 摩擦トルク T_{fr} (friction torque)
- 推進トルク T_{dr} (drive torque)
- 重力トルク T_g (gravity torque)

T_{f1} は周囲を取り巻く流体が物体に対して及ぼすトルクで、SCTsolverがこの値を算出します。また、 T_g は重力加速度が入力されているときに自動的に物体にはたらきます。そのほか、 T_{fr} , T_{dr} はユーザーが任意に入力して物体の運動をコントロールできます。上記の運動方程式には、これらのトルクを合算したものが代入され、時々刻々の角速度変化を算出します。

$$T = T_{f1} + T_{fr} + T_{dr} + T_g$$

DYNAコマンドの入力ではIDYN=15を使用します。回転の中心点を指定し、そこを起点とする力や慣性のモーメントを入力します。物体に固体物性が与えられていれば、その物体の重心を自動的に回転の中心に指定することも可能です。回転中心が固定されているなどの拘束条件がある場合にはユーザー入力で回転中心を指定するべきですが、逆にとくに拘束条件のない回転運動であれば必ず重心が回転の中心になるため、回転軸が固定されていなければ重心を回転の中心に設定すべきです。

(3) 具体的な設定値について

1. IDYN=11を使用する場合

初速V0を設定し、摩擦力、推進力、バネの弾性力を以下のように設定できます。

$$F_{fr} = -C1 - C2 \times V$$

$$F_{dr} = C3 + C4/V$$

$$F_{sp} = -K(L - L0)$$

ここで、速度Vや変位Lは設定するパラメータではありません。C1, C2, C3, C4, K, L0が設定パラメータです。C1[N]は一定の摩擦力を与えるパラメータで、C2[N•s/m]は物体の速度Vに比例する摩擦力を与えるパラメータです。C1, C2には機械損失などではたらく摩擦力を入力します。流体からの抵抗はSCTsolverが F_{fr} を計算して自動的にはたらかせているためユーザーは入力してはいけません。C3[N]は一定の推進力を与えるパラメータです。C4[N•m/s]は物体の速度Vに反比例する力をはたらかせるパラメータで、仕事率[w]に相当します。K[N/m]はバネ定数でL[m]は物体の変位、L0[m]はバネのつりあいの位置をあらわします。L, L0の変位は計算開始時の物体の位置をL=0として基準にしています。さらに変位の最小値DLMT0[m]、最大値DLMT1[m]や反発係数RECOを追加で入力することも可能です。

2. IDYN=13を使用する場合

あらかじめ、ALE0コマンドで移動平面の法線ベクトル(N_x, N_y, N_z)を入力します。

初速($V0_x, V0_y, V0_z$)を設定し、摩擦係数C1と外力(F_x, F_y, F_z)が設定できます。

$$F_{fr} = (-C1 \times V_x, -C1 \times V_y, -C1 \times V_z) / |V|$$

$$F_{dr} = (F_x, F_y, F_z)$$

摩擦力は速度ベクトルとは必ず逆向きにはたらきます。 $|V|$ は速度の大きさで、

$|V| = (V_x^2 + V_y^2 + V_z^2)^{\frac{1}{2}}$ です。C1, F_x , F_y , F_z はユーザー入力するパラメータで、これらは時系列テーブルなども利用可能で、外力や摩擦力を任意にはたらかせることができます。移動平面が指定されているため、仮に入力されていたとしても、平面に垂直な速度や力の成分は相殺されます。さらに各軸方向の変位の上限・下限DLMT0～DLMT5や反発係数RECOを追加で入力することも可能です。

3. IDYN=14を使用する場合

ALE0コマンドにおいて平面の法線ベクトル(N_x, N_y, N_z)を入力しないだけでIDYN=13と設定方法はまったく同じです。

4. IDYN=12を使用する場合

初期角速度 ω_0 を設定し、摩擦トルク、推進トルク、バネの弾性トルクを次のように設定できます。

$$T_{fr} = -C1 - C2 \times V\omega$$

$$T_{dr} = C3 + C4 / \omega$$

$$T_{sp} = -K(\theta - \theta_0)$$

C1[N•m]は一定の摩擦トルクを与えるパラメータ、C2[N•m•s/rad]は物体の角速度 ω に比例する摩擦トルクを与えるパラメータです。C1, C2には機械損失などではたらかせているため入力しません。C3[N•m]は一定の推進トルクを与えるパラメータです。C4[N•m/s]は物体の角速度 ω に反比例するトルクをはたらかせるパラメータで、仕事率[w]に相当します。K[N•m/rad]はバネ定数で θ [rad]は物体の変位角、 θ_0 [rad]はバネのつりあいの位置をあらわします。 θ , θ_0 の変位角は計算開始時の物体の位置を $\theta=0$ として基準にしています。さらに変位角の最小値DLMT0[rad], 最大値DLMT1[rad]や反発係数RECOを追加で入力することも可能です。

5. IDYN=15を使用する場合

初期角速度(ω_{0x} , ω_{0y} , ω_{0z})を設定し、摩擦係数C1と外部からのトルク(T_x , T_y , T_z)が設定できます。

$$T_{fr} = (-C1 \times \omega_x, -C1 \times \omega_y, -C1 \times \omega_z) / |\omega|$$

$$T_{dr} = T_x, T_y, T_z$$

摩擦トルクは角速度ベクトルとは必ず逆向きにはたらきます。 $|\omega|$ は角速度の大きさで、

$|\omega| = (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2)^{\frac{1}{2}}$ です。これらの摩擦係数や外部からのトルクは時系列テーブルなどを用いて任意にはたらかせることも可能です。

注意事項

- **SCRYU/Tetra V7**では流体からの圧力や粘性応力をはたらかせるために、PFOC, SFOC, PMOM, SMOMコマンドの入力が別途必要でしたが、**SCRYU/Tetra V8**以降からは必要なくなりました。
- 振り子の運動に見られるように、回転する物体では重力によるトルクもはたらいており、これを考慮する必要があります。ところが、**SCRYU/Tetra V7**では回転の自動計算を使用した(IDYN=12の)場合には、重力の設定の有無にかかわらず重力によるトルクがはたらかない仕様になっていました。しかし、**SCRYU/Tetra V8**より重力によるトルクがはたらく仕様に変更されました。ただし、振り子のように回転中心が固定されていなければ(重心が回転中心と一致してしまうため)、重力によるトルクは消滅します。そのため、物体の回転中心が指定されており、さらに慣性モーメントを自動計算している場合に限り(重心の位置が特定できるため)重力によるトルクが考慮されます。

関連コマンド

ALE0 要素移動速度の定義

DYNA 要素の移動速度の自動算出(ダイナミカル機能)

関連例題

機能21 要素移動自動計算(ダイナミカル機能)

2.6.4 伸縮メッシュ

移動する物体を含む移動領域と静止領域をつなぐ方法に伸縮メッシュがあります。この方法は、物体と同じ速度で移動する移動領域と静止領域の間に要素サイズが連続的に変化(伸び縮み)する領域を設けて、解析領域を構成します。



図1 オリジナルの領域

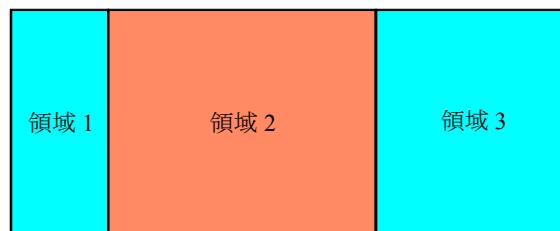


図2 移動後の領域

図1は直線運動する領域2の両側に伸縮する領域1と領域3を設け、固定境界との間を伸縮メッシュでつないでいる例です。領域2が紙面左へ移動したときに領域1が移動方向に縮み、領域3が伸びています(図2)。このような手法を使うことにより物体の移動、境界形状の変化のある流れ場の解析を行うことができます。例えば、図3のようなピストンが往復運動する問題も、伸縮メッシュにより解析することができます。

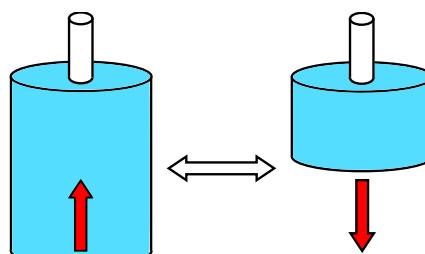


図3 往復運動するピストン

伸縮する領域の節点移動を指定する方法としては、基準点2箇所に対して移動速度を指定することにより直線的に伸縮させる方法(図4)と、ALEAコマンドを利用して振幅(移動量の増幅率)を指定した移動領域と固定境界との間の節点移動量を自動的に求める方法(図5)があります。前者は基準点の移動速度が既知である必要がありますが、後者は移動領域の移動速度が未知の場合でも利用できるため、ダイナミカル機能との併用が可能です。

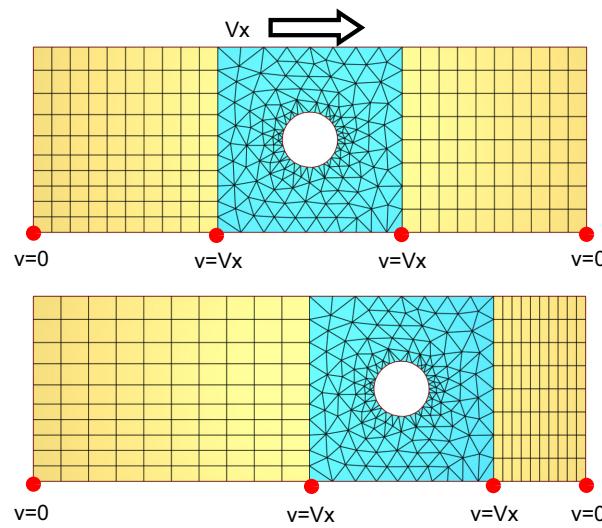


図4 伸縮移動

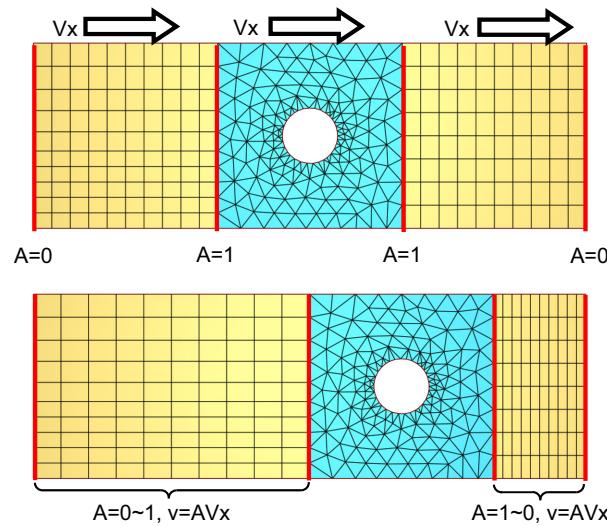


図5 振幅自動計算による節点移動

注意事項

- メッシュが大きく変形するとメッシュの形状が悪化して計算が発散する場合があります。
- 要素の体積がゼロになる解析は行えません。
- 六面体要素とプリズム要素の厚み方向への伸縮が推奨されます。

関連コマンド

ALE0 要素移動速度の定義
 ALEA ALE0コマンドでの振幅を設定
 ALEE ALEAコマンドで計算する要素の弾性を変更

関連例題

機能21 要素移動自動計算(ダイナミカル機能)

2.6.5 不連続接合

一般的な要素分割では、隣り合う要素の稜線と面とが一致する必要があります。しかし、この制約を取り除くと大変便利な場合があります。

例えば、図1に示すように流れの変化が激しい物体近傍だけを細かく区分し、あまり注意を払う必要のない遠方は粗く区分するというように要素分割を自在に行えるようになります。

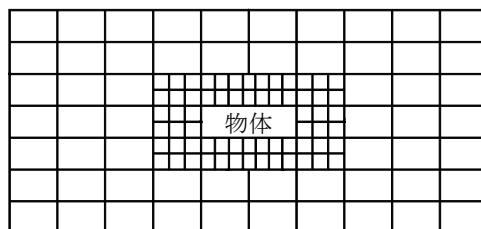


図1 不連続接合例

このように、面や稜線を共有しない要素が結合している様子を**不連続接合**と呼びます。

非定常解析において、これらの要素が不連続面で接したまま移動することを許せば、図2に示すように回転領域と非回転領域とを同時に取り扱うことも可能になります。ただし、要素の形の変形は考えていません。この不連続接合と移動メッシュを使用すれば、回転ファンや攪拌槽等の問題を取り扱うことができます。

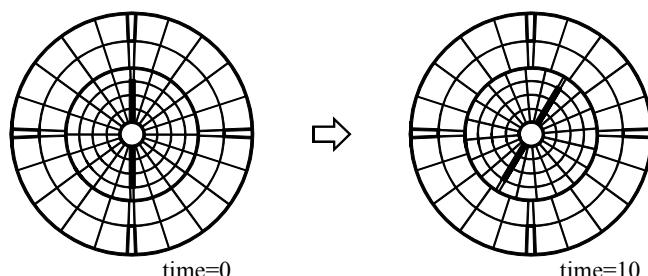


図2 移動メッシュ

また、不連続接合は伸縮メッシュとの併用が可能です。たとえば、図3のように車や列車の追越し問題等が解析できます。静止領域の領域1に車1を配置し、平行移動する領域3の前後に伸縮メッシュの領域2, 4を設けます。静止領域(領域1)と移動領域(領域2, 3, 4)を不連続接合面で接合します。

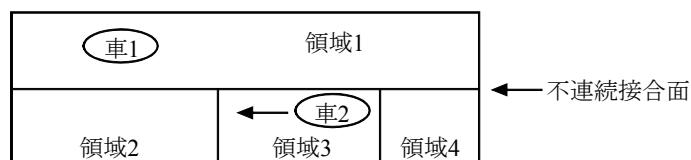
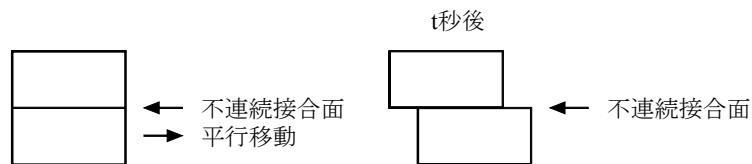


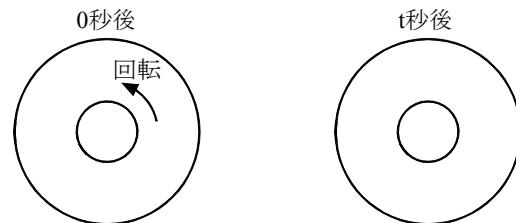
図3 車の追越し

注意事項

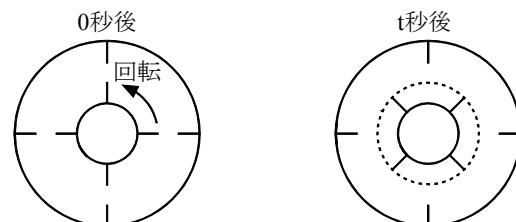
- ギャップ要素を含む(固体表面やパネル面)での不連続接合は不可です。
- 移動メッシュによって不連続接合面で相手要素がない場合も解析することができます。相手要素のない面は、自動的に壁となりますので、壁面抵抗が必要な場合は設定しておく必要があります。



- 下図のように回転しても相対位置が変わらない場合は、回転移動壁だけを設定します。



- 回転して相対位置が変わる場合には、不連続接合面と移動メッシュ(回転)と壁面応力条件の移動メッシュに従う設定をします。



関連コマンド

TECO 不連続接合の定義

関連例題

機能19 不連続接合を用いた要素移動解析
機能21 要素移動自動計算(ダイナミカル機能)

2.6.6 重合格子

複数のメッシュを重ね合わせて解析を行う重合格子機能を用いると、不連続接合では扱うことができない複雑な物体移動や、物体同士の衝突を伴う解析を行うことができます。

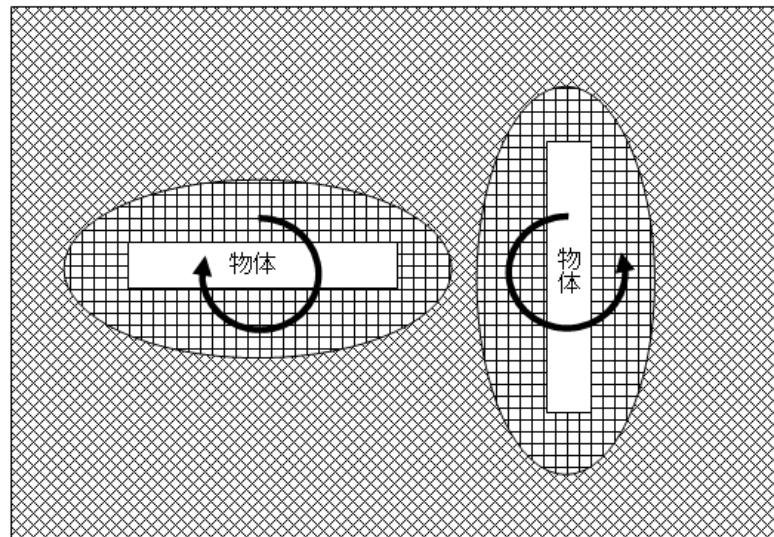


図1 重合格子の例(独立領域中で回転する2つの従属領域)

重合格子では、独立領域と従属領域のメッシュを重ねて計算を行います。独立領域、従属領域にはそれぞれ移動メッシュの条件を設定することができます。また、計算が行われるのは独立領域に含まれる範囲です。

以下の部分は一時的に要素の物性番号MATをゼロにして、解析領域外として扱います。

- 独立領域のうち、従属領域と重なる部分
- 従属領域のうち、独立領域と重ならない部分
- 従属領域のうち、独立領域の固体要素と重なる部分

図2に正方形の固体物体を含む独立領域に、それぞれ円形と三角形の固体物体を含む二つの従属領域が重なっている状態の計算メッシュを示します。独立領域のメッシュは、従属領域に含まれる要素が計算領域外となります。

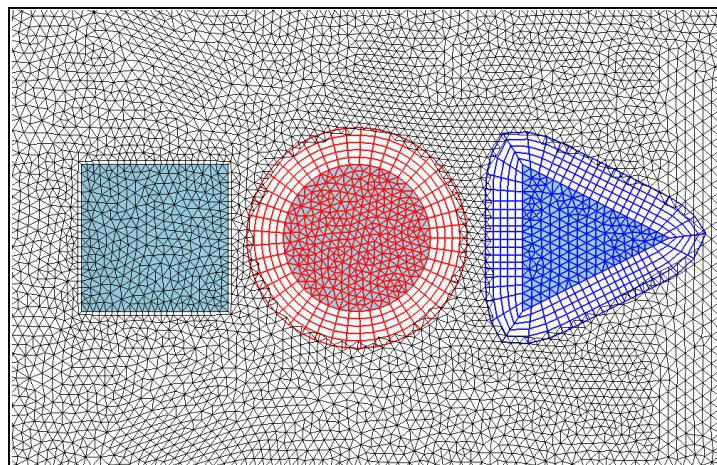


図2 重合格子の計算メッシュ

従属領域の外側境界と周囲の独立領域の要素は、補間ににより情報の受け渡しを行います。このため、従属領域の外側境界と周囲の独立領域のメッシュサイズは同等か、もしくは独立領域側をより密とすることをお勧めします。

固体物体の衝突について

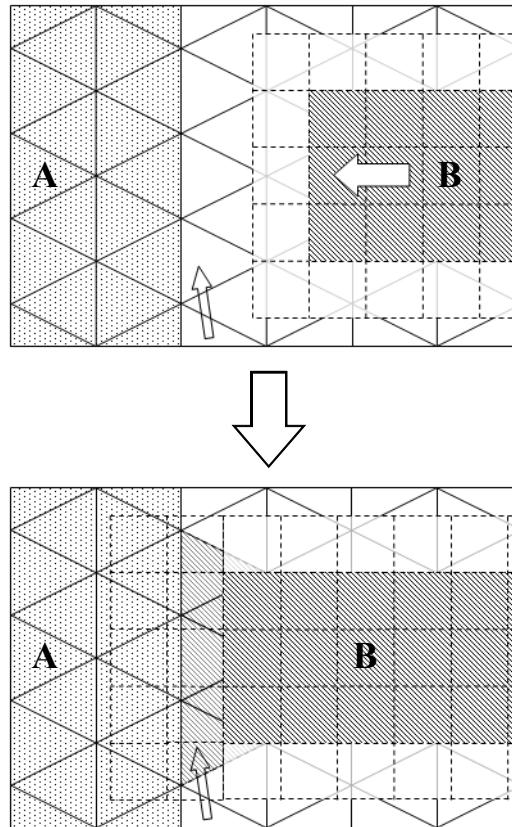


図3 固体物体の衝突

図3のように独立領域に含まれる固体Aと従属領域に含まれる固体Bが衝突する場合、固体Aと重なった従属領域の要素は、一時的に物性番号MATをゼロにして解析領域外として扱います。このとき、固体Aと固体Bの間に隙間が生じることを防ぐため、解析領域外とした固体Bの要素と重なる独立領域の流体要素は、固体Bの物性番号とします。これらのなかで流体要素と接する要素(例えば図3中の矢印)はギャップ要素に相当するものとしてMATをゼロとし、その表面では流速をゼロとします。従って、固体の衝突部では流体や固体Bの体積が変化するため厳密な計算はできませんので、このような要素が無視できる程度に衝突面近傍は十分細かいメッシュを作成することをお勧めします。

図4に独立領域上の物体(正方形)と従属領域上の物体(円形)が接触し、さらに従属領域上の物体同士(円形と三角形)が接触している状態の計算メッシュを示します。従属領域同士が重なっている場合、各従属領域の重なり合っている部分を全て計算領域外とし、独立領域のメッシュを計算に使用します。ただし、固体表面の流体要素については壁面の境界条件を反映させるために他の固体物体と干渉しない限り計算領域として残します。

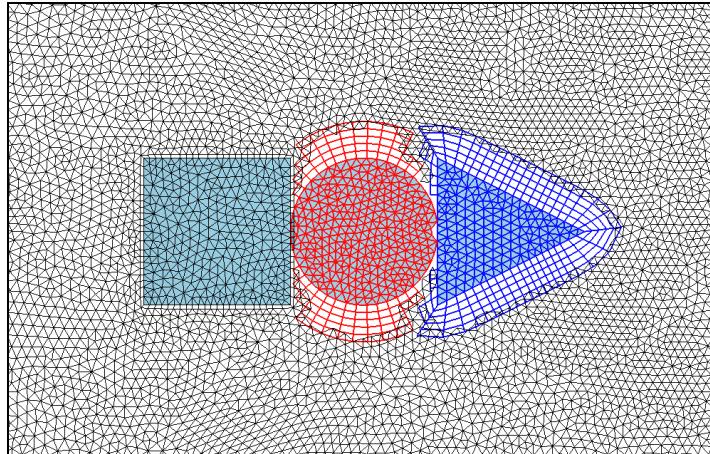


図4 従属領域同士の重なり

メッシュ作成上の注意点

重合格子機能で使用するメッシュを作成する際には、以下の点にご注意ください。

- ・ 従属領域の外側境界に固体が存在することはできません。固体物体が流体領域で包含された状態のメッシュを作成してください。
- ・ 従属領域の外側境界付近や、従属領域に含まれる固体が独立領域の固体表面や外側境界と接触する部分では、従属領域と独立領域のメッシュサイズは同等か、もしくは独立領域側をより密とします。また、従属領域の流体部分の幅は、独立領域の要素サイズよりも大きくしてください(図5)。

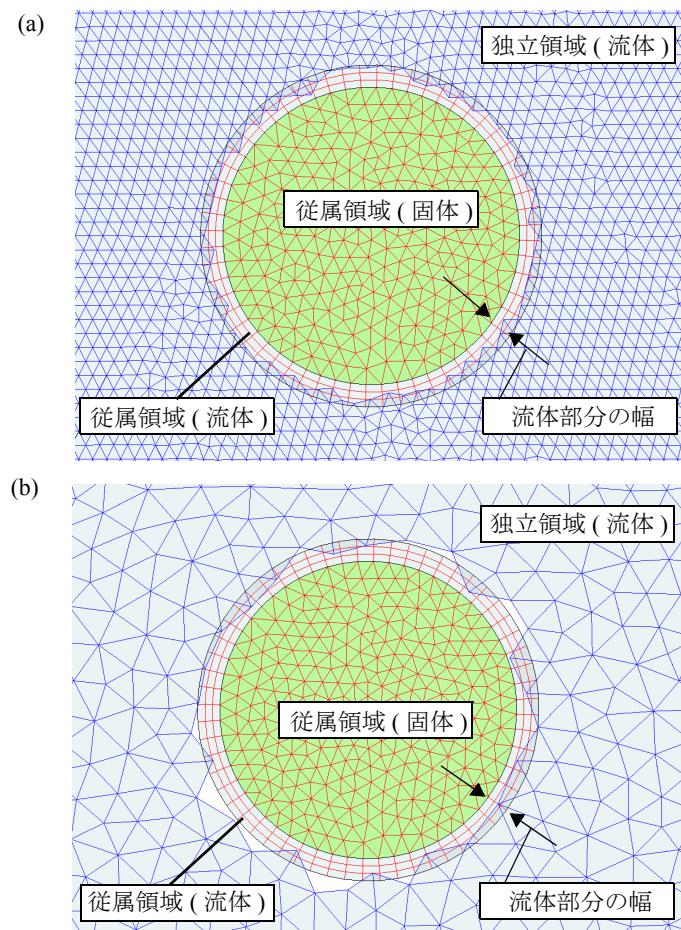


図5 独立領域と従属領域のメッシュサイズ (a)良い例 (b)良くない例
(独立領域の要素サイズが従属領域の流体部分の幅よりも大きい)

- 従属領域に含まれる固体物体は、熱解析を行わない場合にも適当な固体物性を与えてメッシュを作成してください。解析領域外(MAT=0)とするとメッシュが作成されないため、従属領域に含まれる固体物体が独立領域に重なっていることが判別できません。また、固体部分も含めて従属領域として体積領域の登録をしてください。
- 物体の接触が生じる場合には、接触面はプリズム要素を複数層作成してください(掃引メッシュなどが望ましい)。物体間の距離が物体表面の要素サイズを下回ると、接触した状態と見なした計算が行われます。
- 周期境界面や不連続境界面を従属領域が横切ることはできません。

重合格子で扱えない解析

- 自由表面(VOF法は可能)
- 混相流

関連コマンド

- OSET 重合領域の対を定義
 OSTD 重合格子での様々な規定値を変更
 OSTF 独立領域の外部境界面と接触している従属領域の外部境界面に設定された境界条件を有効にする

関連例題

機能20 重合格子を用いた要素移動解析

機能21 要素移動自動計算(ダイナミカル機能)

2.6.7 回転座標系

無限に続く道路上を車が右から左へ100[km/h]で移動している問題を扱う場合、車を止めて100[km/h]の風が左から右へ逆に流れるとして(実際の問題を風洞実験のように)、解析を行うことが一般的です(図1)。これは道路から見た流れを車と共に移動しながら眺めた流れとの違いで、座標系を変えただけで物理現象の本質は変わっていません。

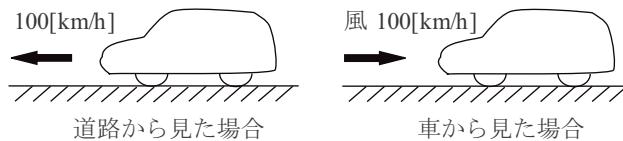


図1 座標系の違い

これと同じように一定の角速度で回転する状況も、同じ角速度で回転する側から評価することができます。これを回転座標系と呼びます。このとき元の座標系を静止座標系と呼びます(図2)。この回転座標系もSCTsolverが取り扱える機能の1つです。回転座標系では、静止しているものは逆回転し、回転していたものは静止します。回転座標系で扱えるものは、回転座標系で見て逆回転するものが回転対称でなければなりません。

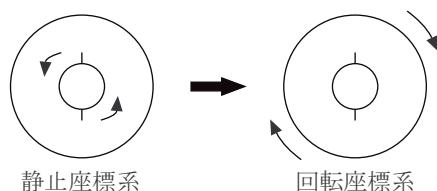


図2 回転座標系

図3 回転対称でない例

したがって、図3のように円筒に突起が追加されただけで、回転座標系は使用できなくなります。

注意事項

- SCRYU/Tetraでは、ALEを使用します。
- 解析条件が回転対称ではない場合には適用できません。

関連コマンド

ALE0 要素移動速度の定義

関連例題

機能18 定常ALE

2.6.8 Mixing Plane

Mixing Planeは、タービンなどのターボ機械の性能予測を定常解析でも行えるよう Denton と Singh[1]によって提案された計算手法です。この手法は、2つの領域(ローターのある回転領域とステーターおよびケーシングのある静止領域)が接する境界面で、片側の領域の境界面の物理量を周方向に平均し、その値を反対側の領域の境界面に境界条件として与えることで実現されます。Mixing Planeを使用する利点は、主に以下の2つです。

1. SCRYU/Tetraにはターボ機械の定常解析方法として定常ALE解析が用意されています。ただし、定常ALE解析は、静止領域が軸対称であることを前提とした機能のため、非軸対称のステーターやケーシングが静止領域にあると、回転領域の置き方で結果が大きく変わることがあります。Mixing Planeでは、回転領域と静止領域の間を周方向に平均した値でやり取りするため、回転領域の置き方によって結果が変わることはなくなり、回転機械の性能予測精度を向上させることができます。
2. 前述のとおり Mixing Planeを使うと回転領域は静止領域の形状に直接依存しなくなるため、回転領域全体を解析する必要がなくなります。例えばローターを1ピッチだけ切り出したモデルを作り、周期境界条件と併用して解析することも可能となるため、計算格子数(時間)の削減につなげることができます。

Mixing Planeは最初に述べたように、回転領域と静止領域が接する境界面で境界条件を相互に更新しあうことで実現されます。そのため、例えば非圧縮性流体解析で、流入境界と流出境界の両方に流速条件を設定すると計算条件が成立しないのと同様、Mixing Planeを行う境界面で設定される境界条件と解析領域の境界条件とを整合させる必要があります。すなわち、上流側流出口に静圧条件を、下流側流入口に流速条件を設定するMixing Planeでは、図1に示すように、ターボ機械の流入境界には流速条件(もしくは全圧条件)を、流出境界には圧力条件を設定しなければいけません。さらに、Mixing Planeの境界面には境界条件が設定されることになるため、明確に上流と下流が区別できる箇所をMixing Planeの境界面にしなければいけません。

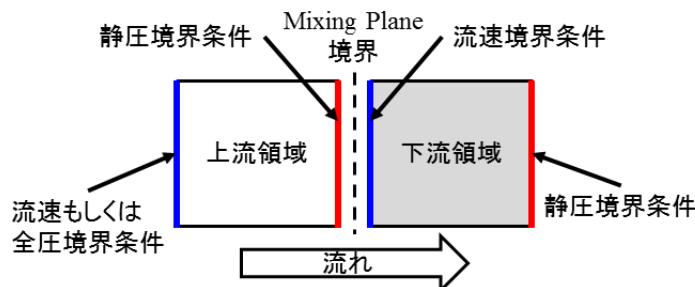


図1 Mixing Planeを使用する際の境界条件

注意事項

- 圧縮性解析には対応していません。
- 拡散物質を扱う解析、粒子追跡機能には対応していません。
- 渦(逆流)が発生し局所的に上流と下流が明確にはならない場所は、Mixing Planeの境界面に適しません。
- 回転領域と静止領域の間の流量が保存されるよう境界面で流速補正が行われるため、全圧は保存されません。

関連コマンド

- MXPD Mixing Planeのデフォルトを設定する。
MXPL Mixing Planeを設定する。

関連例題

機能37 Mixing Plane

参考文献

1. Denton, J.D. and Singh, U.K., Time marching method for turbomachinery flow calculation, von Karman institute for fluid dynamics lecture series 1979-7, 1979

2.7 圧縮性流体

(1) 圧縮性流体とは

密度が圧力、温度により変化する流体を**圧縮性流体**と呼びます。液体でも気体でも圧力をかけると密度は変化します。液体の場合はその変化はあまりにも小さいため無視できますが、気体の密度は圧力変化に対して割合大きく変化します。気体でも速度が小さい場合は圧力変化も小さく密度変化も無視でき、そのときは**非圧縮性流体**、つまり密度一定を仮定して解析ができます。気体の場合、一般にマッハ数(=速度/音速)が0.3以下のときは密度変化を無視して**非圧縮性流体**として扱っています。空気の場合、音速は340

[m/s]程度ですので100[m/s]以下だと普通は**非圧縮**と仮定します。

ただし、この場合でも温度変化が大きいと気体の密度変化は無視できなくなり、**圧縮性流体**と考える必要があります。実は気体の密度と圧力、温度には簡単な関係があります。

$$p = \rho RT$$

ここで、

p	； 気体の静圧の絶対圧力	[Pa]
ρ	； 気体の密度	[kg/m ³]
R	； ガス定数	[J/(kg·K)](空気の場合287.06)
T	； 絶対温度	[K]

これが**理想気体の状態方程式**です。物性値として密度の代わりに、ガス定数が必要になります。また、状態方程式からわかる通り、**圧縮性流体**は温度分布が必要ですから、エネルギー保存式を必ず解きます。当然流れを扱いますから、運動量保存式、質量保存式も必要です。

(2) 圧縮性流体解析の流入流出境界条件

非圧縮性流体の場合、3次元的な流れを決める基本的な変数は、層流解析の場合には速度の3成分 U, V, W と圧力 p です。圧縮性流体の場合、温度と圧力が密度の変化に関わるため、非圧縮性流体の解析に必要な基本的な変数に、さらに温度 T 、密度 ρ が加わります。このため、**圧縮性流体**では非圧縮性流体に比べて境界条件で設定できる条件の数が多くなり、境界にどの変数を与えてやるかということが、効率よく解析を進める上で重要になります。

上述のように圧縮性流体解析の基本的な変数は U, V, W, p, T, ρ ですが、密度を状態式 $\rho = \phi(p, T)$ を用いて圧力、温度から求めることができる(もしくは、密度を消去できる)ので、変数の数は U, V, W, p, T の5個と考えることができます。**SCRYU/Tetra**でも境界条件で指定できる変数はこの5種類です。圧縮性流体の場合、流入口、出口で与えるべき条件の数は、基本的に条件を与える場所での流れが超音速流れか、そうでないかで異なります。結果のみ述べますが、超音速で流体が流入する場合、上の5つの変数全てを指定しなければならず、超音速で流出する場合は変数は1つも指定する必要はありません。一方、亜音速(流速が音速未満の場合)で流入する場合は、上の5つの変数のうち、4つの変数を指定する必要があり、亜音速で流出する場合は、最低限1つの変数を指定する必要があります(K.Thompson, J.Comput.Phys.89, p439, 1990)。

SCRYU/Tetraでは、以下のように条件設定を行うのが基本となります。設定条件数が上の原則と合わない場合もありますが、**SCRYU/Tetra**で用いている解法上の特性、もしくは補足的な物理的意味があつて上の原則と異なっているものと考えてください。

まず、超音速で流入するときは U, V, W, p, T 全てを指定します。 U, V, W の代わりに質量流量を指定しても結構です。

超音速で流出する場合、流出条件は何も与えなくても構いませんが、**SCRYU/Tetra**では流入流出境界条件が設定されていない面領域はフリースリップ面として扱われるため、いずれかの条件を1つ与

えないと、流出口を指定することができません。上の5つの変数のうち、流入流出境界条件として与えられる条件は全て設定可能ですが、解析の安定性上、最も好ましいのは圧力規定を用いる方法です。

亜音速で流入する場合、3つの条件設定方法が考えられます。1つめは質量流量とTを与える方法です(質量流量の変わりにU,V,Wを規定することも可能ですが、質量流量の方が収束性等の点で好ましい結果が得られることが多いようです)。2つめは全温度、全圧を指定する方法です。この方法は、境界でのpや流量が未知である場合、例えば、流入口が大気開放である場合などによく用いられます。また流入口の上流側遠方の状態が定まっている場合、例えば、上流にタンク等のリザーバーがある場合にも有効です。3つめはp,Tを規定する方法です。流入してくる流体のp,Tが既知で流速が未知、という場合に適しています。

亜音速で流出する場合、基本的に質量流量規定、圧力規定の2つが考えられます。流出口で逆流する可能性がある場合、流入温度を指定しておいたり、圧力規定の代わりに全温全圧規定にしたりするバリエーションが考えられます。

乱流解析の場合は、さらに変数として乱流エネルギーk、乱流消失率εを考慮しなければなりませんが、これらの変数は、原則として流入口でその値を与えなければならず、圧縮性、非圧縮性で扱いの違いはありません。

(3) 混合ガス

今まででは単一の気体、または均質に混合した気体について説明してきました。これから不均一な混合ガスの場合について説明します。この場合混合ガスを構成する各成分を拡散物質と見なします。したがって、拡散物質の数だけ拡散物質方程式を解く必要があります。各拡散物質の量は拡散解析の節で述べた通り質量分率を使用します。

混合ガスの場合状態方程式は次式のようになります。

$$p = \sum p_i = \sum \rho \left(\frac{C_i}{GM_i} \right) \bar{R} T = \rho \left(\sum \left(\frac{C_i}{GM_i} \right) \bar{R} \right) T = \rho RT$$

ここで、

p	； 混合気体の圧力	[Pa]
p_i	； 拡散物質iの分圧	[Pa]
C_i	； 拡散物質iの質量分率	[無次元]
GM_i	； 拡散物質iのモル質量	[kg/mol]
ρ	； 混合気体の密度	[kg/m ³]
\bar{R}	； 普遍ガス定数8.31451	[J/(mol•K)]
R	； ガス定数= $\sum \left(\frac{C_i}{GM_i} \right) \bar{R}$	[J/(kg•K)]
T	； 絶対温度	[K]

物性値として密度の代わりに、普遍ガス定数が必要になります。また各拡散物質のモル質量が必要です。普遍ガス定数は8.31451[J/(mol•K)]の一定値をとります。

拡散物質の境界条件、初期条件は2.3.1 拡散解析を参照ください。

注意点として境界条件でも初期条件でも常に次式を満足するように設定する必要があります。

$$\sum C_i = 1$$

関連コマンド

PROP	密度、粘性係数等の物性値の設定
FLUX	流入流出境界条件の設定
BASI	基準温度(圧力)の設定
STBT	圧縮解析時に温度を安定化させる

関連例題

機能3	拡散(混合ガス)
機能8	圧縮性解析

(4) 密度ベースソルバー

SCRYU/Tetraでは圧力ベースソルバーと、圧縮性流れにより適した密度ベースソルバーが利用できます。以下、密度ベースソルバーの概略を述べます。なるべく数式を排して関連手法の特徴に焦点を当て述べたいと思います。数理上の仕組みに御興味のある方は是非章末の参考文献も御参照ください。

圧力ベース・密度ベースとは

熱流体解析ソルバーの内部では、第1部 第4章で示される基礎方程式を所定の計算法(アルゴリズム)で解いていますが、計算法には様々な方法があります。例えば第1部 第3章で述べた有限体積法とは解析領域をメッシュに分割して計算を行う方法(離散化法)の一つです。その他、計算法は離散化精度を決める方法、全ての要素で成り立つ基礎方程式を行列にまとめ、それを効率よく解くための方法など、多くの方法があります。つまり、同じ方程式を同じ境界条件で、そして同じメッシュで計算するにしても、その方法は多種多様です。

圧力ベースと密度ベースという名前も計算法の名前の一つです。かつてある市販熱流体解析ソフトウェアで慣例的に呼ばれていた名前ですが、その後広く使われる呼び方となっており、**SCRYU/Tetra**でも同じ名前を用いることにします。これらの方法は、基礎方程式を解くにあたって、質量保存をどのように満たしていくかという解き方の手順に違いがあります。それぞれの手法を用いるソルバーを圧力ベースソルバー、密度ベースソルバーと呼びます。

圧力ベースソルバー

圧力ベースソルバーは通常**SCRYU/Tetra**で用いている圧力補正法を用いる方法です。この方法では、本来連立方程式として扱われる質量保存式と運動量保存式とエネルギー保存式を分離して解きます。運動量保存式に含まれる圧力差を調節しながら、運動量保存式を解いて求められた流速が質量保存式を満たすように流速と圧力が決められます。質量保存を満たすために圧力が支配的に変化することから圧力ベースソルバーと呼ばれます。

この圧力ベースソルバーの特徴は質量保存式の形に縛られないことです。非圧縮性流体の解析では質量保存式には密度が現れなくなり、方程式そのものが時間に沿って解くことができなくなりますが、運動量保存式さえ時間に沿って解けば、その解を非圧縮性解析の質量保存式に照らして圧力を補正しながら質量保存を満たすことができます。このことは今掲げた非圧縮性流体の解析、つまり密度の変化が非常に早くまた小さい流れを解く際の利点となります。密度の変化が小さい流れでは、質量保存式をそのまま解こうとすると密度変化を表現できるメッシュの大きさ、また時間刻み幅が必要になります。このとき、流れの変化に対して非常に早く、また小さい密度変化を解こうとすると、流れの解が求まるまで、多くの計算時間を要する可能性があります。圧力ベースソルバーは密度の変化に縛られないことで、解き進める早さを流れの変化に合わせて解析できるため、このような非圧縮性流体の解析では効率的な解析ができます。また、各保存式が分離されて解かれるため、自然対流を考慮しない非圧縮性流体の解析のように、エネルギーの変化の影響が無視できる場合はエネルギー保存式を解かなくても流れの解(流速と圧力)を求めるすることができます。

密度ベースソルバー

一方の密度ベースソルバーでは、各保存式を分離せず、全て連立させて解きます。質量保存は質量保存式を解き、厳密に密度変化を追うことで満たします。各保存式にある密度、圧力、温度、速度は相互に変化するため、通常は各保存式に状態方程式を加えて方程式系が閉じられます。質量保存は密度変化そのものが支配するため、このような解き方をするソルバーは密度ベースソルバーと呼ばれます。なお、エネルギーの影響が小さい流れではエネルギー式のみを分離して解くことも可能ですが、通常は質量・運動量・エネルギーの3つの保存式が同時に解かれます。

この密度ベースソルバーの考え方では、圧力ベースソルバーの利点であった、遅いあるいは流れに比べて密度変化が非常に早いような流れの解析には効率上あまり向きません。むしろその特徴から、高速で、かつエネルギー変化の影響も重要な、いわゆる圧縮性流れの解析に向いています。また、密度ベースソルバーは、圧力ベースソルバーと比較して質量保存の精度が高い傾向があり、後述するリーマン解法の援用もあって、特に高速な気流で見られる衝撃波などの非線形波動を非常に精度良く、また安定的に計算することができます。

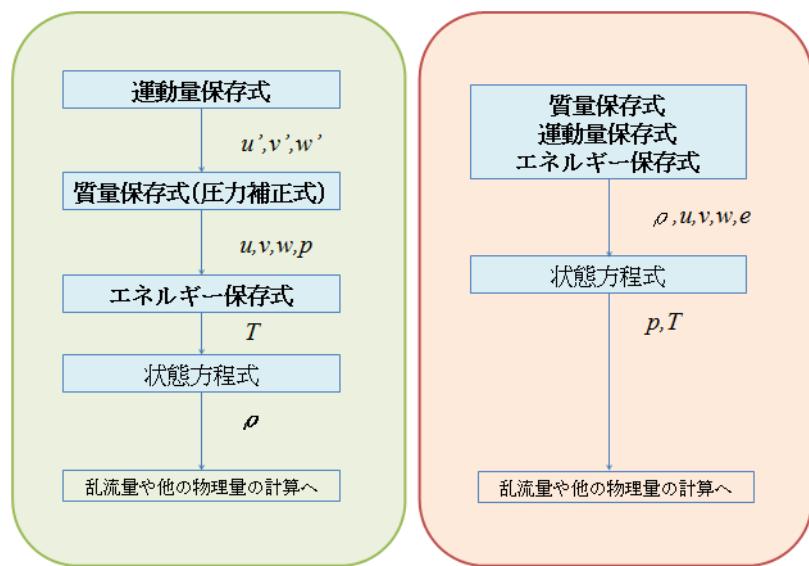


図1 計算サイクルでの解の求め方(左:圧力ベースソルバー、右:密度ベースソルバー)

以上、2つのタイプのソルバーがありますが、使い分けの指針として、非圧縮性解析は圧力ベースソルバーが適しており、また遷音速(マッハ数が1前後)の流れは両方のソルバーが使えます。また流れが超音速の場合は密度ベースソルバーが非常に適していると言えます。デフォルトでは圧力ベースソルバーですが、DSOLコマンドの記述により密度ベースソルバーを起動します。

密度ベースソルバーの基礎方程式(保存式)

密度ベースソルバーでは以下の質量・運動量・エネルギーの保存式ならびに理想気体の状態式を解きます(デカルト座標系で表記します)。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{\partial E_d}{\partial x} + \frac{\partial F_d}{\partial y} + \frac{\partial G_d}{\partial z}$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (\rho E + p)u \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (\rho E + p)v \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (\rho E + p)w \end{bmatrix}$$

$$E_d = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \tau_{xz}w + \kappa T_x \end{bmatrix}, F_d = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{yx}u + \tau_{yy}v + \tau_{yz}w + \kappa T_y \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ \tau_{zx}u + \tau_{zy}v + \tau_{zz}w + \kappa T_z \end{bmatrix}, p = \rho RT$$

ここで、 ρ は密度、 u, v, w はデカルト座標系の各方向の速度、 p は圧力、 T は温度、 ρE は全エネルギー、 τ_{ij} は応力成分、 κ は熱伝導率、 R は気体定数を示します。第1部で示された形と少々異なる形ですが、圧縮性流体の場合の式とほとんど意味は同じです。エネルギー式は比エンタルピ H ではなく全エネルギー ρE が保存する形に記述されます。全エネルギーは、理想気体の場合、以下のように示されます。

$$\rho E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2 + w^2)$$

ここで、 γ は比熱比です。この基礎式から理解できるとおり、密度ベースソルバーで扱うことができる流体は原則、理想気体(に準じたモデル化が可能な流体)に限られます。

また、密度ベースソルバーでは、DSODコマンドのVFLXオプションにて、オイラー方程式での解析を指定することができます。オイラー方程式は、上記の基礎方程式から拡散項 E_d, F_d, G_d を無視した方程式です。マッハ数が大きな非常に高速な流れ場の場合、移流項の影響が支配的で拡散項を無視することができます。例えば、例題集で解かれている衝撃波の回折の問題は、オイラー方程式で解かれています。この場合、壁面はフリースリップ条件として扱い、壁面近傍の粘性の効果(境界層)を無視することもあります。

なお、乱流はRANSに基づく乱流モデルを用いており、乱流モデルの計算は圧力ベースソルバーと同一です。乱流モデルを解いて得られる渦粘性係数を拡散項 E_d, F_d, G_d の τ_{ij} に加えることで乱流を考慮しています。密度ベースソルバーで推奨、または使用できる乱流モデルについては後述します。

近似リーマン解法

密度ベースソルバーを用いる解析では比較的高速の流れを解く場面が増えます。これは前項に記述したソルバーの特徴によるものですが、高速な流れでは、密度や圧力が変化する時間(圧力変動が媒質の流体を伝わる時間)と流れが変化する時間のオーダーが近くなり、いわゆる圧縮性の効果が現れます。これら圧縮性の効果としてよく知られる現象の一つが衝撃波や膨張波といった波動が現れることです。

圧力や密度が局所で変化すると、その変化は流体の音速で周囲に波として伝わります。例えば、音速に比較して遅い流れの現象に視点を合わせて注目しているとこの波は瞬間に周囲に伝わるよう見え、その波動そのものに興味がなければ流れの現象と分離して考えても差し支えないことがあります。これが非圧縮性の仮定の根拠の一つになります。一方、既述のように流体の運動が音速に近い、またはそれを超えるような高速なものになると、流れの現象に対する波動の影響が強くなり無視できなくなります。この変化を伝える波は3つあります。一つは衝撃波です。変化を伝える波の速度より流れの速度が勝ると、その波が流れに押されて切り立ち(波の速度はあくまで音速を超えない)、急激な密度や圧力の変化を起こす強い波になります。これが衝撃波です。二つ目は膨張波と呼ばれ、ちょうど衝撃波とは逆に、切り立つのではなく拡がっていく波です。さらに三つ目の波である接触面(滑り面、せん断面などとも呼ばれます)が生じことがあります。この接触面前後では圧力と速度は変化しませんが、密度が変化します。

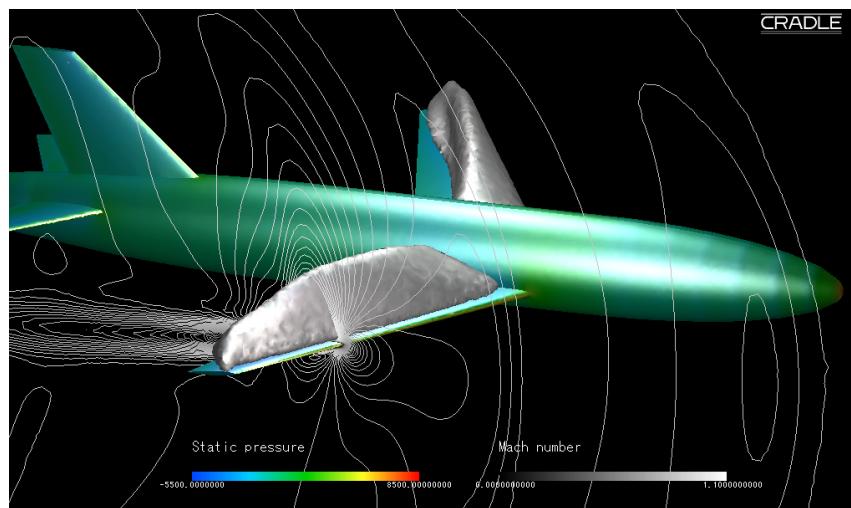


図2 遷音速翼に現れた衝撃波(等值面はマッハ数1の面を示す)

変化を伝える波としてこれら3つの波が発生する可能性があるのですが、このうちどの波がどういう強さで発生するかはもちろん時刻や場所で変化します。計算時はこれらの波の力学もできるだけ正確に追跡することが重要です。しかしながら、衝撃波や接触面は通常非常に薄く、それらを分解できる微細なメッシュを生成することは非現実的です。そこで、離散点(メッシュ生成を行った際に決まるデータを持つ点)間でこれらの波動の力学を満たす数値流束を与える数理モデルが用いられます。ところで、ある場所で圧力・密度や温度といった量の差があるときにどのような波が生じ、運動するのかという問題をリーマン問題と呼びます(例題集で解かれている衝撃波管問題は最も典型的なリーマン問題です)。つまり、解析では離散点間でリーマン問題を解くことが望ましくなります。またこの問題の解法をリーマン解法と呼びます。

波動を考えるときにもう一つ問題になるのは波の非線形性です。衝撃波と膨張波は非線形的な波で、リーマン問題をできるだけ厳密に数値的に解くには波の前後の状態(波を挟む2つの離散点での量)から繰り返し計算のアルゴリズムを用いなければならず、計算時間がかかります。リーマン解法は多種ありますが、たいていのリーマン解法は、繰り返し計算を避けるために、非線形の波を線形の波として捉えるなど、何らかの近似をほどこしてリーマン問題を解きます。これを近似リーマン解法と呼んでいます。有限体積法を用いた密度ベースソルバーでは、この近似リーマン解法によって、隣り合う離散点間の流束を計算することになります。

本密度ベースソルバーでは近似リーマン解法としてRoeの近似リーマン解法(Roe法)[文献1]という方法とHLL(Harten-Lax-van Leer)法[文献2,3]、また両者を組み合わせたRotated-RHLL(Roe-Harten-Lax-van Leer)法[文献4]という方法、さらにRusanov法[文献4]を採用しています。なお、ここで採用しているHLL法はHLLE法と呼ばれることもあります。

Roe法は密度ベースソルバーでよく用いられる極めて著名な方法で、3つの波をそれぞれ1本の線形波で近似し、計算量を低減させると共に、波の速度(保存式の固有値に相当します)と波の前後の保存則を厳密に扱うような工夫が施されています。高い解像度で波を捉えられる方法ですが、一方でこの解法は本来波をなだらかに変化させようとする散逸の効果が小さく、衝撃波面が安定しにくいカーバンクル現象という数値誤差を生むことがあります。HLL法では生じる波のうち最も強い波と弱い波の2つの線形波のみを考慮したモデルです。Roe法と比較して散逸の効果が大きく、波の安定性が良いためカーバンクル現象は生じない一方、得られる波の解像度が低下します。Runosav法はHLL法よりもさらに散逸の効果が大きい手法です。

Rotated-RHLL法は近年西川・北村[文献4]により提案された方法で、前述のRoe法とHLL法というリーマン解法を組み合わせた方法です。これら2つのリーマン解法の利点を組み合わせ、互いの欠点を相補し

た解法がこのRotated-RHLL法です。Rotated-RHLL法では計算の際に、各離散点間毎に、波の進行する方向を考え、衝撃波が進む方向とそれ以外の波の進む方向を分け、衝撃波の方向の計算にはHLL法を用いてカーバンクル現象を避け、それ以外はRoe法を用いて波の解像度の低下を防ぎます。このリーマン解法は本密度ベースソルバーのデフォルトの近似リーマン解法となっており、本密度ベースソルバーは波の解像度が高く、複雑な波動を伴う流れでもあまりメッシュ数を増やさずに解析することができます。

以上の4つの近似リーマン解法はDSODコマンドのIFLXオプションで選択することができます。前述の通り、デフォルトはRotated-RHLL法です。Roe法は最も解像度の良い方法ですが、解く流れによっては安定性に欠けます。同時に、高マッハ数流れにおいては、非現実的な解を計算してしまう危険性があることも知られています(前述のカーバンクル現象)。HLL法は最も安定的ですが解像度が比較的低くなります。例えば温度や密度の変化が大きくなる壁付近の解が振動したり、安定しにくい場合はHLL法やさらにはRusanov法に切り替えてみると解析が安定することがあります。また、マッハ数5以下程度の流れであればRoe法を使用しても差し支えない場合が多いです。

TVD条件と制限関数

前小節にて、圧縮性解析では波を伴う流れが生じることがあり、その波を捉えるのに近似リーマン解法の利用という計算の工夫が行われていることを述べました。波はその前後の状態からその強さや速度が決まります。波の前後ではやはり質量・運動量・エネルギーが保存され、言い換えればそれら諸量が保存するという前提の下でとられるバランスで波の状態が決まります。ところで、SCRYU/Tetraで用いられているような差分近似に基づく計算法ではその近似精度(空間の解の解像度)を高くすると、短い距離で量(解)が比較的大きく変化する場所ではその変化を過大評価あるいは過小評価し、量の振動が起こる性質があります。もちろん衝撃波のような薄い波は解像度の点からは差分近似精度を高くして計算することが望ましくもありますが、もしも波が振動すると、波の性質が変化することはもちろん、波の前後の諸量の保存性にも問題が生じます。

そこで、通常は制限関数という解が振動しないように各節点での解の勾配を調整、あるいは差分近似で用いる数値流束を調整する機構が用いられます。本密度ベースソルバーでは、勾配を調整する手法を採用しています。差分近似法では1次精度の風上差分近似では解は振動しません。各節点で解の勾配等を評価して精度を上げますが、その勾配の過大評価等によって解の振動が生じます。この影響を評価する条件としてTVD(Total Variation Diminishing)条件があります。TVD条件は、波を解き進めていくときに少なくとも波の振幅が大きくならないように必要な条件です。基本的には波が形を変えずに入流する条件を示し、単調性(monotonicity)条件とも呼ばれます。この条件を満たせば、解の振動は起これません。この条件を満たす数値流束を与えるように勾配を調整する機構が制限関数です。簡単に言えば、衝撃波付近など振動が起りそうな場所で精度を局的に1次精度に近づけて振動を回避しようとするものです。制限関数はさまざまな関数を作ることができます。圧力ベースソルバーでも制限関数が導入されており、デフォルトではvan-Leerの制限関数が用いられています。本密度ベースソルバーでは、収束性もよく非構造格子に適したVenkatakrishnanの制限関数[文献 5]を用いています。

制限関数はDSLMコマンドにより適用を外すことができますが、制限関数を外すことは推奨できません。また制限関数を用いても問題によっては波に微小な振動を伴うことがあります。このとき、その振動の影響が無視できない場合は1次風上法を用います。1次風上法では空間解像度が低下するので、精度維持のためメッシュ数を増やすなどの工夫を要する場合があります。また、制限関数を用いる場合の計算にて、DSODコマンドのLMALオプションを用いてより安定な計算を行うことができます。通常、制限関数 ϕ は各変数 ρ, u, v, w, p についてそれぞれ算出された値が各変数に適用されます。しかしながら、LMALオプションで安定化が指定された場合、全変数の ϕ の中での最小値(最も安定な制限関数)が各変数に共通で適用されます。安定化のオプションにより僅かながら精度の低下が考えられますが、強い衝撃波が生じて計算が発散する問題等で安定化による発散回避が期待できます。

粘性フラックス

粘性項は基本的に解を滑らかにする性質を持っているので、衝撃波等を発生させる非粘性項と比較して、その離散化は比較的容易だと思われますが、非構造格子を用いる場合はメッシュの質によって解に振動を起こすこともあります。また、その離散化の手法によって、物体にかかる摩擦力や熱流束などに違いを生じることもあります。本密度ベースソルバーでは、西川によって提案されたアルファダンピングスキームと呼ばれる手法[文献6,7,8]を採用しています。粘性項は、非粘性項と同様、隣り合う離散点間の流束(粘性フラックス)として与えます。粘性フラックスは解の勾配を含んでおり、この勾配を離散点間において評価する必要があります。西川によって提案されたアルファダンピングスキームは、2つの離散点で評価された勾配の算術平均と、各離散点から離散点間の中点へ線形補間される左右の解の差に比例するダンピング項の2つによって構成されています。勾配の算術平均はそれだけでは高周波のエラーが残りやすく、精度も悪くかつ計算が発散してしまうこともあります。一方、ダンピング項は高周波のエラーを効率よく消す効果を持っており、その効果はメッシュの質が悪くなる(例えば非常に歪んだ四面体)ほど大きくなるように定義されているので、特に非構造格子系において、安定で高精度な計算を可能にします。なお、算術平均の項を無視してダンピング項のみで粘性フラックスを評価することで安定化することが知られています。初期場から安定に場を発達させるための機能にて、DSIDコマンドのVFLXオプションでそのような方法を用いることができます。

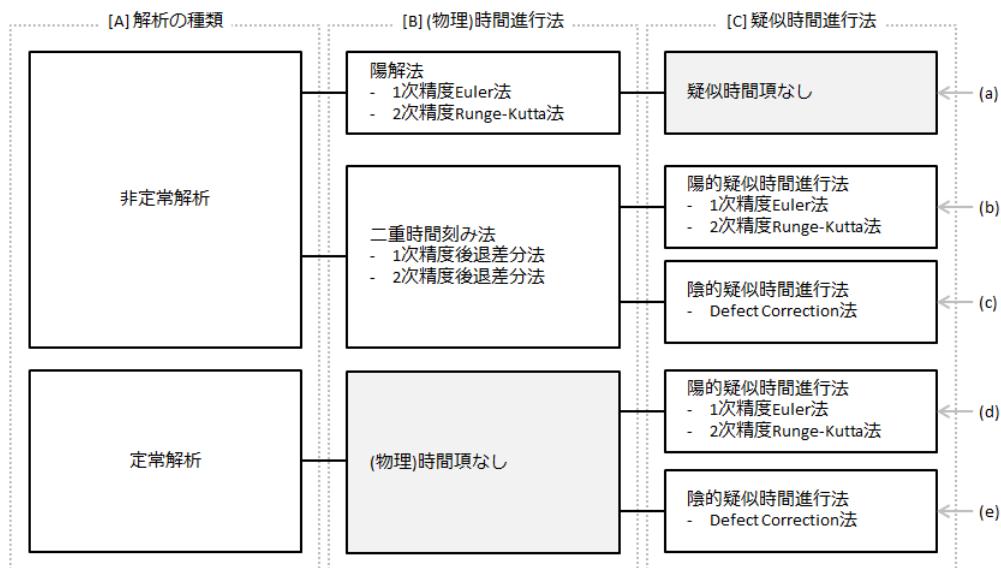


図3 時間進行法の種類

時間進行法

密度ベースソルバーで使用可能な時間進行法を図3に示します。密度ベースソルバーは、非定常解析と定常解析の両者に対応しており、非定常解析については(a),(b),(c)の3種類、定常解析については(d),(e)の2種類の手法から選択することができます。(a)から(e)の各手法について、以下で説明します。

まず、非定常解析の(a)陽解法についてです。陽解法としては、1次精度Euler法と2次精度Runge-Kutta法(例えば、[文献9])を選択できます。陽解法では解析の安定性が時間間隔の大きさに強く依存しますが、非定常現象を精緻に解析するのには推奨できる方法です。陽解法で許容される最大時間間隔はCFL条件によって厳しく制限されます。CFL条件とは、非定常解析で設定することがあるクーラン数(LファイルではCFL numberと記述)と密接に関係します。ここで、密度ベースソルバーのクーラン数は、圧力ベースソルバーの場合と異なり、流速だけでなく音速や拡散数の影響も加味されます。陽解法では、クーラン数が1を大きく上回る時間間隔で計算すると、解析の発散を招きます。そのため、微細な要素がある場合や流速が極端に早い場合などに大きな時間間隔が取れず、指定時間を計算するために膨大なサイクル数が必要となることがあります。

そこで、密度ベースソルバーの非定常解析では、陽解法の他に図中(b),(c)で示される二重時間刻み法(Dual-time stepping method, 例えは[文献10,11])という手法を取り入れています。二重時間刻み法では、通常の時間間隔(物理時間間隔とも呼びます)に加えて、疑似時間間隔を考えます。各サイクルにおいて、まず物理時間間隔分計算を進めます。その後、解が1次精度または2次精度後退差分を満足するように繰り返し法による補正計算を行います。この繰り返し計算では、物理時間間隔とは全く独立した疑似時間間隔を用いて計算します。この疑似時間間隔を用いた時間進行(疑似時間進行)には、(b)陽的な手法と(c)陰的な手法の2種類から選択できます(これらの詳細は後述します)。疑似時間進行による繰り返し計算が終了すると、結果は1次精度または2次精度の後退差分を満たす解に十分近似します。二重時間刻み法の特徴として、物理時間間隔そのものはクーラン数に制限されません。そのため、(a)陽解法に比べると、より大きな物理時間間隔で計算できる利点があります。1物理時間間隔を計算するための時間は増えますが、大きい物理時間間隔を使うことで結果的に指定時間を計算するのにより少ない時間で済むことが期待されます。しかしながら、二重時間刻み法を用いる場合でも極端に大きな物理時間間隔で計算した場合は、解析が不安定になるので注意が必要です。また、当然、対象とする非定常現象を解像できる程度には小さい時間間隔である必要もあります。

次に、二重時間刻み法における疑似時間進行について、まずは(b)陽的な手法から示します。この陽的疑似時間陽解法でも、やはり疑似時間間隔はクーラン数により制限されます。疑似時間間隔のクーラン数が1を大きく上回る場合は解析の発散を招きます。ここで、クーラン数は流速やメッシュの大きさによって局所で定義されますが、(a)陽解法の場合は、許容される物理時間間隔は解析領域全体の最大クーラン数で制限されます。そのため、解析領域のどこかに極端に小さい要素が配されていたり流速が極端に早い節点があると、許容される時間間隔はより小さくなります。この解析領域全体の状態から決まる物理時間間隔で計算を進めなければならないところが(a)陽解法の効率が大きく制限される理由の一つでもあります。一方で、(b)の二重時間刻み法にて陽的疑似時間進行を用いる場合は、疑似時間間隔は解析領域全域の状態には縛られず、各計算点の状態だけで決めることが可能です。これはローカルタイムステップと呼ばれ、効率的に解を発達させることができる手法です。

二重時間刻み法の疑似時間進行における(c)陰的な手法としては、Defect Correction法を採用します[文献12]。この手法では、移流フラックスや粘性フラックスのヤコビアンによりマトリックスを構築して、そのマトリックスを解くことで解を発達させます。圧力ベースソルバーのマトリックス計算では、流速成分U,V,W,圧力P,温度Tなどが1変数ずつ計算されますが、密度ベースソルバーのマトリックス計算では、解くべき5変数(RHO,RHOU,RHOV,RHOW,RHOE)すべてについての1つの大きなマトリックスを一度に計算します。陰的な手法であるDefect Correction法では、疑似時間間隔がクーラン数に制限されません。大きな疑似時間間隔を与えることで、繰り返し計算の急速な収束が期待されます。しかしながら、やはり極端に大きな疑似時間間隔はマトリックスを解きづらくなってしまうため注意が必要です。

密度ベースソルバーの定常解析は、非定常解析の二重時間刻み法で物理時間項を無視して疑似時間進行のみを考慮することで計算されます。疑似時間進行で用いられる手法は二重時間刻み法の場合と同じで、(d)陽的疑似時間進行と(e)陰的疑似時間進行があります。(e)の陰的な方法では大きな疑似時間間隔を用いることができて、定常解へのより早い収束が期待できます。

以上が、図3で示した密度ベースソルバーで使用できる時間進行法についての説明です。図中[A]解析の種類の非定常解析と定常解析は、それぞれCYCSとCYCLの各コマンドで指定されます。非定常解析のデフォルトは(c)で示される陰的疑似時間進行法を用いた二重時間刻み法で、定常解析のデフォルトは(e)で示される陰的疑似時間進行法です。

図中[B](物理)時間進行法は、DSDLコマンドで選択されます。二重時間刻み法では疑似時間進行による繰り返し計算に関するオプションが設定できるようになっていますが、これらはDSDT,DSLP,DSNX,及びDSRVの各コマンドで行います。繰り返し計算の収束状況が十分でないままサイクルを進めると精度低下の原因になります。二重時間刻み法を用いた際にはLファイルに収束状況が書き出されるので、それに留意頂くことをお奨めします。万一二重時間刻み法を使用していて計算が安定しにくい場合は疑

似時間間隔を小さくしたり、ループの上限を増やして繰り返し計算の打ち切り判定条件をデフォルトより厳しく(数値としてはより小さく)設定してみるとよいでしょう。一方で、計算時間の節約には、解析の不安定化の恐れがありますが、ループの上限を減らして収束判定条件を緩くすることが有効です。もし対象とする非定常現象を解像するのにクーラン数が1程度の小さい時間間隔で計算する必要がある場合は、繰り返し計算が不要な(a)陽解法が推奨されます。陽解法の1次精度Euler法と2次精度Runge-Kutta法は、DSODコマンドのTRANオプションで選択されます。

次に、図中[C]疑似時間進行法での陽的な手法と陰的な手法は、DSODコマンドのIMPLオプションで選択されます。非定常解析と定常解析のどちらでも(c),(e)の陰的疑似時間進行法がデフォルトですが、マトリックス計算の収束性が悪く後述の対策でも解決されない場合は、クーラン数が1程度の小さい疑似時間間隔で(b),(d)の陽的手法をお使いください。疑似時間間隔が小さいため、収束に反復回数が多く掛かる恐れがありますが、より安定に計算が行えます。なお、ここでの収束の反復回数とは、非定常解析の二重時間刻み法の場合は1物理時間間隔における繰り返し計算が収束するまでの反復回数、定常解析の場合は定常収束に至るまでのサイクル数を指します。(b),(d)陽的疑似時間進行法における陽解法の手法は、DSODコマンドのTRANオプションで選択されます。また、疑似時間進行では、DSUDコマンドにより緩和係数が考慮されます。解の急激な変化を抑制する目的で、デフォルトでは密度RHOや全エネルギーRHOEの値が1疑似時間間隔で0.2倍以上変化しないように制限されています。

(c),(e)の陰的疑似時間進行法でのDefect Correction法で用いるマトリックスの構築では、実際に使用する移流フラックスや粘性フラックスそのもののヤコビアンを用いることで早い収束が期待されます[文献12]。そのため、デフォルトではそのような設定になっていますが、もしマトリックスが安定に解けない場合は、DSODコマンドのIJACオプションで移流フラックスについて安定な(散逸的な)HLLフラックスやRusanovフラックスのヤコビアンを用いることで、安定化が望めます。密度ベースソルバーでのマトリックス解法はDSLVコマンドで指定されます。マトリックス計算では、毎疑似時間間隔(非定常解析の二重時間刻み法の場合は1サイクル内)の繰り返し計算での毎ループ、定常解析の場合は毎サイクル)で、必ずしも厳しく(小さい残差となるように)マトリックスを解く必要はありません。密度ベースソルバーでは、マトリックスを厳しく解くことは、収束を早める効果は期待できても、必ずしも精度には影響しません。

密度ベースソルバー使用上の注意点

- 扱うことのできる物性は圧縮性流体に限られます。非圧縮性流体や固体を同時に解くことはできません。
- 圧縮性流体の状態方程式は、ガス定数を指定するタイプに限られます。また、定圧比熱の温度依存を考慮できません。
- LOOPコマンドで指定されるサイクル内ループは対応していません。
- 以下の機能との併用はできません。

LES, 拡散, 混相流, 伝熱パネル, 輻射, ダイナミカル要素移動, 重合格子, 不連続接合(安定性重視), 粒子追跡, 自由表面, 多孔質体, 電流, 人体モデル, 凝固融解, 空力音, 発生条件, 擬要素中心境界条件

- 二重時間刻み法を用いない場合で時間間隔がクーラン数で指定されている場合、初期時間間隔の設定は無視されます。
- 極超音速流の解析においてIPRSコマンドによる調和関数による初期化を行った場合、衝撃波などの波の解が収束しにくいことがあります。この場合は調和関数による初期化は外してみてください。
- 疑似2次元解析にて、2次元面の要素サイズに比べて奥行長さが短い場合、奥行長さがクーラン数の制限が効いてしまう可能性があります。特に陽解法を用いる場合は、奥行長さは2次元面の要素サイズに比べて数倍程度に大きく取られることをお勧めします。

- 圧力ベースソルバーの場合、SHEQコマンドにてせん断発熱の有無を選択できますが、密度ベースソルバーでは常にせん断発熱が考慮され、せん断発熱を無視することはできません。
- 乱流モデルはLESを除く既存の乱流モデルが全て利用可能ですが、圧縮性流れで多くの実績があるSAモデル、SSTモデルの使用を推奨します。
- 乱流計算は、圧力ベースソルバーの場合と同じ扱いになります。乱流方程式に対しては、SOLV, UPVS, UPWDコマンドによる設定が可能です。

参考文献

- P. L. Roe. Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes. *Journal of Computational Physics* 43. 1981, p.357-372.
- A. Harten; P. D. Lax; B. van-Leer. On Upstream Differencing and Godunov-type Schemes for Hyperbolic Conservation Laws. *SIAM Reviews* 25 (1). 1983, p.35-61.
- B. Einfeldt. On Godunov-Type Methods for Gas Dynamics. *SIAM Journal on Numerical Analysis*. 25(2). 1988, p.294-318.
- H. Nishikawa; K. Kitamura. Very Simple, Carbuncle-free, Boundary-Layer-Resolving, Rotated-Hybrid Riemann Solvers. *Journal of Computational Physics* 227 (4). 2008, p.2560-2581.
- V. Venkatakrishnan. Convergence to Steady State Solutions of the Euler Equations on Unstructured Grids with Limiters. *Journal of Computational Physics* 118. 1995, p.120-130.
- H. Nishikawa. Beyond Interface Gradient: A General Principle for Constructing Diffusion Schemes. *AIAA Paper 2010-5093*, 40th AIAA Fluid Dynamics Conference, and Exhibit Chicago. 2010.
- H. Nishikawa. Robust and Accurate Viscous Discretization via Upwind Scheme-I: Basic Principle. *Computers and Fluids* 49. 2011, p.62-86.
- A. Jalali; M. Sharbatdar; C. Ollivier-Gooch. Accuracy Analysis of Unstructured Finite Volume Discretization Schemes for Diffusive Fluxes. *Computers and Fluids* 101. 2014, p.220-232.
- J. C. Butcher. Numerical Methods for Ordinary Differential Equations. New York: John Wiley & Sons, 2003.
- A. Jameson. Time Dependent Calculations Using Multigrid, with Applications to Unsteady Flows Past Airfoils and Wings. *AIAA Paper 91-1596*. 1991.
- H. Nishikawa. Private Notes, 2010.
- Y. Nakashima; N. Watanabe; H. Nishikawa. Development of an Effective Implicit Solver for General-Purpose Unstructured CFD Software. The 28th Computational Fluid Dynamics Symposium, Tokyo, Japan (2014).

関連コマンド

DSOL	密度ベースソルバーの指定
DSOD	密度ベースソルバーでの規定値の変更
DSLW	移流項精度と制限関数の設定
DSIN	初期場から指定サイクル(または時間)までの安定な計算の設定
DSID	初期場からの安定な計算で用いる手法の設定
DSDL	二重時間刻み法の設定
DSLP	二重時間刻み法の内部ループにおける最大繰り返し回数の設定
DSNX	二重時間刻み法の内部ループにおける打ち切り判定の設定
DSRV	二重時間刻み法の内部ループにおける打ち切り判定で用いられる代表値の設定
DSDT	非定常解析での二重時間刻み法または定常解析における疑似時間進行での疑似時間間隔の設定
DSUD	疑似時間進行における緩和係数の設定
DSLW	疑似時間進行での陰解法におけるマトリックス解法の設定

関連例題

機能8	圧縮性解析
検証15	衝撃波の回折
検証16	2次元翼周りの衝撃波を伴う流れ解析

2.8 空力騒音解析

(1) 序文

流れの予測に対する数値流体力学(CFD)の寄与は、非常に目覚しいものがあります。

一方、最近では、単なる流れの予測だけでは満足できない状況も生じています。その代表例が騒音問題です。流れと騒音に関しては、例えば、自動車ではドアミラーやAピラーと呼ばれる車室を支える支柱の一部で発生する音が室内の静寂性に影響を及ぼすことが知られています。そのため、如何にしてその騒音のレベルを下げるかは、デザイン性と空力特性とを絡めて常に議論されています。また、高速で走る鉄道では、車室内での静寂性も重要ですが、沿線住民に対する騒音公害と言う環境対策への配慮も必要です。そのため、空力の観点から騒音源を特定しつつ改善を図らなくてはなりません。一方、我々の身近なところでは、例えば、夜間のエアコンや冷蔵庫の静かさは、睡眠環境の上で重要な問題の一つです。エアコンや冷蔵庫の騒音源に共通するのは、一般にコンプレッサを動かすためのモーターの発する振動もありますが、コンプレッサに含まれるファンの回転運動により生じる流動が影響することも指摘されています。あるいは、エアコンの場合、吹出し口の形状や整流用のルーバーが、空気の流れと干渉して、不快な音を発生することもあります。また、カーエアコンでも同様の騒音問題が発生することは、車に乗られたときに感じることでしょう。そして、これらは、流れと音が密接に関係する"空力騒音(または空力音)"問題の一例に過ぎません。

さて、上記で紹介した空力騒音の事例は、流れと音が密接に関係しているとは言え、どのような流れの時に引起されるのか、あるいは不快を感じるのでしょうか。例えば、自動車の場合、アイドリング時や街中を低速で走行するケースでは、エンジンの振動やロードノイズと呼ばれるタイヤを介して車室内に伝わる振動の影響を強く感じます(車室内で反響すれば一種の騒音となります)。一方、高速道路では、窓を閉め切っていても外から"ザワザワ"とか"バサバサ"した比較的大きく、かつ耳障りな音を感じます。俗に言う"風切音"と呼ばれるものです。高速鉄道では、スピードが増せば増すほど、車両から発生する騒音レベルが上昇します。また、エアコンの場合、吹出し風速が低速の時と高速の時で発生する騒音の違いを聞き分けることは容易です(勿論、高速に吹出す方がうるさいです)。これらに共通することは、騒音は流れが低速よりも高速でより強く感じる、と言うことです。つまり、騒音の発生に対しては、乱流場からの影響が非常に大きい、とも言えるでしょう¹。

そこで、乱流現象と空力騒音問題を連成して扱う必要性が生じます。乱流現象の扱いに関しては、先に1.11節で説明したラージエディシミュレーション(LES)が最適です。理由は、広帯域音²の持つ特徴が乱流の持つ様々な大きさの渦運動と密接に関係しているためです。そして、乱流の持つ様々な大きさの渦運動を扱う方法として、LESは有効かつ実用的です。

一方、SCRYU/Tetraに標準で装備されているk-εモデルを用いて、空力騒音を扱うこともできます。ただし、扱える種類が限定されます。k-εモデルで扱える空力騒音について、k-εモデルがエネルギーを最も多く含む渦(エネルギー保有渦)のみを考慮していることから、様々なスケールの渦運動を含む広帯域音を直接扱うことはできません³。基本的には、エオルス音や後述の共鳴現象のようないわゆる狭帯域音⁴と呼ばれる音の予測に限定されます。または、ターボ機械を解析対象とした場合、音圧のスペクトルには翼の枚数と回転数のみで決まる周期的なピークが常に現れます。このような乱流現象とは直接関係の無いケースに対しても、k-εモデルを適用することは可能です。ただし、ターボ機械の場合、各周波数における音圧レベル(SPL)の絶対量やオーバーオール値に対しては、動翼と静翼表面上の乱流境界層の干渉、翼面上での乱流の渦運動に起因する散乱効果⁵などの影響が含まれるため、k-εモデルを用いた場合の予測結果の評価には、十分な注意が必要です。

さて、ここでは乱流現象の解析にLESを用いるものとしますが、では音そのものはどのように扱うのか、と言う問題が生じます。

*1. ある特定周波数で鋭いピークを持つ共鳴現象においては、層流でも音が発生します。

- *2. 音圧スペクトルが、低周波数から高周波数の広い範囲に亘って分布し、かつ高周波数へ移るにつれて次第にエネルギーが減衰していくタイプの騒音です。ブロードバンドノイズとも呼ばれます。あるいは、乱流のあらゆる大きさの渦が関わることから、乱流騒音とも呼ばれます。
- *3. $k-\epsilon$ モデルによる計算から音圧レベルは求まりますが、得られた値については残念ながら明確な意味を与えることができません。
- *4. ある特定の周波数においてスペクトルの鋭いピークを持つ音。ナローバンドノイズとも呼ばれます。
- *5. 散乱効果は、密度の非一様性でも生じるため、このような場合は圧縮性解析が必要となります。

(2) 分離解法

1. 音響アナロジーと分離解法

"音"の定義は、広辞苑によると"物体の振動が空気の振動(音波)として伝わって起す聴覚の内容。または、音波そのものを指す"とあります。更に、音波は、"気体・液体・固体などの音の媒質が、発音体の振動を受けて生ずる弾性波動(縦波)"とあります。要するに、音波(音)は、空気中の分子を前後に揺する(縦波を起す)事で分子の粗密状態(=密度変化)を作り、それがバネのように振動して空気中を伝わっていく現象、と言えます。または、等エントロピーを仮定して密度変化を圧力変化に置き換えることで、音は圧力の変化と見なすこともできます^{*1}。

一方、流体の運動によっても圧力の変化は生じます。従って、当然ですが、同じ圧力を扱う以上、分けて考える必要はありません。ところが、実際問題として、これらの圧力はその大きさが全く異なります。例えば、人の歩く速さ程度(時速約4[km]程度≈1.1[m/s])で流れる空気の持つ圧力(=動圧)は密度×(流速)²/2≈0.7[Pa]、高速道路を走行する自動車(時速100[km]=27.8[m/s])で約470[Pa]、F1マシンの最速値付近(=360[km/h]=100[m/s])に至っては約6000[Pa]となります。

一方、音の持つ圧力(音圧^{*2})は、最小可聴音圧^{*3}と呼ばれる圧力で 2×10^{-5} [Pa]、普通の会話程度で0.01[Pa]のオーダー、交通量の多い交差点で0.1[Pa]のオーダー、地下鉄車内で約1[Pa]程度となります^{*4}。従って、ほとんどのケースで、

[流体の運動により生じる圧力]>>[音圧]

の関係が成立つため、これらを同時に扱うには細心の注意が必要です^{*5}。SCRYU/Tetraでこのようなケースを扱う場合、残念ながら同時に扱うことは諦めます。その代わり、流体場の圧力と音圧を分離して、別々に扱うこととします^{*6}。これが、"分離解法"と呼ばれる方法です。一般に、分離解法では、流体は非圧縮性流体として扱われます。当然、非圧縮性流体では、流体密度が一定かつ音速=∞が暗黙のうちに仮定されます。そのため、このような条件下で空力騒音を正しく評価できるのか、との疑問が生じます。幸い、このような分離解法と非圧縮性流体の使用に関する疑問への回答は、[文献1]に詳しく述べられているので、そちらをご覧ください。要するに、分離解法は、後述する音源のコンパクト性を満たせば問題はなく、また非圧縮性流体における密度変化の扱いは、速度場の非線形効果(NS式の移流項に起因)によって表される、と言うことをご理解ください。

さて、SCRYU/Tetraでは、分離解法を用いて空力騒音の解析を行いますが、音圧の計算に対しては次に示すFfowcs Williams & Hawking(FW-Hの式([文献2]参照))を採用します^{*7}。

FW-Hの式

$$\begin{aligned} p_a &= \frac{1}{4\pi a} \int_s \frac{x_i - y_i}{r^2 (1 - M_r)^2} \left\{ \frac{\partial n_i p(y, t - r/a)}{\partial t} + \frac{n_i p(y, t - r/a) \partial M_r}{1 - M_r} \right\} ds \\ M_r &= \frac{(x_i - y_i) M_i}{r} \\ M_i &= \frac{V_i}{a} \end{aligned} \quad (2.8-1)$$

ここで、 a は音速(室温の空気で約340[m/s]), x_i は観測点位置, r は物体(=音源)の中心と観測点との間の距離, n_i は物体表面の外向き法線ベクトルをそれぞれ表します。また、 M_r は移動物体のマッハ数であり、 V_i は移動物体の移動速度を表します。更に、被積分圧力 p の括弧内にある $t - r/a$ は、遅延時間と呼ばれています。

さて、(2.8-1)式において、 $M_r = 0$ のとき、つまり音源が静止している場合、次式で示すCurleの式([文献3]参照)と一致します。

Curleの式

$$p_a = \frac{1}{4\pi a} \frac{x_i - y_i}{r^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_s n_i p(y, t - r/a) ds \quad (2.8-2)$$

さて、FW-Hの式を用いて空力騒音解析を行う場合、次の条件を満足しなくてはなりません。

- 音源は、コンパクト性を満たさなくてはならない。

- ・ 観測点は、遠方場に置かれなくてはならない^{*8}($r \gg \lambda / [2\pi]$)。

コンパクト性とは、音の波長に比べて音源のサイズが十分に小さいことを指します。例えば、室温(音速=340[m/s])における1[kHz]の音の波長は34[cm]となります。この1[kHz]の音に対しコンパクト性を満たす音源サイズは、数センチ以下となります^{*9}。もしこれよりも高周波数の音を求める場合、コンパクト性を満たす音源はより小さなサイズを要求します。逆に、低周波数の音を解析するのであれば、音源は比較的大きなサイズでもコンパクト性を満たします^{*10}。

遠方場の目安は、上で少し触れましたが、音源からの距離を r とすれば $r > \lambda / (2\pi)$ を満たせば問題ありません。ちなみに、観測点が音源から1.0[m]離れている場合、周波数50[Hz]以上であればこの条件を満たします(ただし、厳密に評価する必要はなく、あくまでも目安です)。

- *1. 密度変化自体は微小な変化と見なせる場合、この微小変化は断熱的に起きるものと見なせます。
- *2. 音圧の定義は、時間的な圧力変動の実効値を指します。
- *3. 人間の耳で聞き取れる最小音圧。
- *4. 会話程度の音圧レベルは60[dB](デシベル)程度、交差点で80[dB]のオーダー、地下鉄車内では90～100[dB]程度となります。
- *5. 同時に扱うには、圧縮性解析法が必要です。ところが、一般には、圧縮性解法を低マッハ数問題に適用すると、計算が不安定となります。
- *6. 具体的には、流体の計算と音圧の計算を別々に行うことを意味します。
- *7. **SCRYU/Tetra**で利用できるFW-Hの式は、主にファンの解析を目的に、簡略化した形を採用しています。
- *8. FW-Hの式を導く際に、Lighthill方程式で $r \gg \lambda \gg \text{音源サイズ}$ を仮定しているため、これらの条件は必須となります。
- *9. コンパクト性の目安としては、目的としている音の波長の1/10以下が理想です。
- *10. ただし、最小可聴周波数が20[Hz]であることから、20[m]を越える音源は必然的にコンパクト性を満たさなくなる。

2. 分離解法の設定

- ・ 音源の設定は、CURLコマンドで行います。音源の設定で必要な情報は、音速、音源となる物体の表面領域名及びその物体の重心座標です。
- ・ 観測点の設定は、CUROコマンドで行います。観測点の設定で必要な情報は、観測点位置及び観測点の名前(任意)です。
- ・ 分離解法では、SCTsolver上で音圧を直接求めますが、求められた音圧は、時系列データとして出力されます。そのときのファイル名(CUR)は、ファイル指定データで行います。なお、ファイルフォーマットは、時系列データ(TMファイル)と同じです(ただし、出力される変数名は、CUROコマンドで設定する観測点の名前です)。

3. 分離解法における注意事項

- ・ 分離解法は、あくまでも音圧を予測するためのモデルです。
- ・ 観測点における音圧は、音源で発生した圧力変動の影響が直接到達したものと見なされます。従って、音源から観測点に至る音響的な影響(回折、反射、散乱など)は、予測された音圧に一切反映されません。
- ・ 観測点は、流体解析領域の外側に設定してください。流体解析領域内に設定した場合、音圧の計算そのものは実行されますが、結果の妥当性については保障できません^{*}。
- ・ 観測点が流体解析領域外にあっても、音源サイズが非常に大きいと、コンパクト性のみならず、前頁の*9で示した遠方場の条件も満たされなくなる場合があります。そのため、このようなケースにおいても、結果の妥当性は保証できません。

- 音源として、例えば、凹面鏡のような形状、あるいは床面のような平面的な形狀を指定した場合、音圧の計算は実行されます。ただし、凹面鏡のケースでは、その面での反射の影響が重要となります。分離解法ではこのような音の反射を扱わないので、音圧は正しく予測されません。同様に、床面のケースでも、コンパクト性が満たされなくなる可能性が高いため、正しく音圧を求めるることはできませんので、ご注意ください。
 - 移動物体から発する音の解析では、音源全体が移動するケースは扱えません。例えば、ファンの解析の場合、ファンそのものは静止し、翼のみが回転するケースは扱えますが、ファンそのものも移動するケースは扱えません。
 - 回転体の騒音問題を扱う場合、遅延時間の影響は考慮されます。なお、**SCRYU/Tetra**から出力されるCURファイルに含まれる時間情報は、計算時の時間に換算して出力されています。
 - 複数音源が存在し、かつ観測点と各音源の距離が異なる場合、観測点から遠く離れた音源に対し、正しく音圧を評価できないケースがあります。例えば、観測点と音源間距離が5[m]のとき、観測点に到達する音圧は、約0.015[秒]遅れて到達します。もしそのときの流れ場の計算が実時間で0.01[秒]であれば、当然、計算時間内にその音源からの音は到達できません。その結果、計算される音圧は、その遠方音源の影響を含まないものとなります。
 - **SCRYU/Tetra**の単精度版と倍精度版では、得られる瞬時音圧が異なります。特に、音圧は、動圧と比べて数オーダー小さいため、精度の影響を強く受けます。
 - 円柱や角柱に発生するエオルス音の解析では、対称性を考慮して、軸方向を短くし、更に周期境界条件を設定して計算することができます。このようなケースでは、加藤ら([文献4]参照)の報告にもあるように、軸方向の相関を考慮する必要があります。**SCRYU/Tetra**では、このような影響を自動的に考慮する機能はありませんので、ご注意ください。
 - 圧縮性解析機能や後述の弱圧縮性解析機能との併用はできません。
 - 熱及び輻射解析機能との併用はできません(音速は常に一定で扱われるため)。
 - 自由表面解析やキャビテーション機能との併用はできません。
- *. 当然、流体解析領域内であれば、流動に伴う圧力変動が生じるため、この影響も観測点での圧力に加わるはずです。しかし、解析では、このような圧力の影響は一切ないものと見なします。

(3) 弱圧縮性解析法

1. 弱圧縮性解析法とは

前項の分離解法で扱える音は、流体の運動が物体と干渉して発生するものです。また、発生した音は、流体の運動に対して全く影響を及ぼさないことを前提とします。丁度、強制対流問題で扱うスカラ量としての温度と同じです。しかし、自然対流のような温度差(=密度差)が直接流体の運動に影響を与える場合と同じように、空力騒音問題の中には、流体運動により発生した音が流体運動そのものにも影響を及ぼすケースがあります。このような流体運動と音の発生の双方に影響を及ぼすケースとして、**共鳴現象**があります^{*1}。残念ながら、この共鳴現象の解析では、前出の分離解法を用いることはできません。なぜなら、共鳴現象の解析では、空気の圧縮性としての性質が重要な鍵を握るためです^{*2}。この点で、直接解法としての圧縮性流体解析は、共鳴現象の解析に最も適した理想的な解析法です。しかし、圧縮性解析法は、マッハ数が0.1以下の低マッハ数流体の解析では、計算そのものの安定性が損なわれることが指摘されています。

そこで、**SCRYU/Tetra**では、このような共鳴現象を扱うための専用の解析法を用意しています。**SCRYU/Tetra**で採用している方法は、稻垣ら([文献5]参照)が提案した弱圧縮性解析法です。この方法では、圧縮性の質量保存式(第1部 4.1-1b)式に対し、密度変化に関する等エントロピー変化を仮定することで次式で示す圧力(ここでは、絶対圧力と基準圧力の差)の時間微分項及び移流項を含む質量保存式が導かれます。

$$\frac{1}{\rho a^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0 \quad (2.8-3)$$

運動方程式に関しては、LESを併用する場合は、**第1章 乱流の1.11 ラージエディシミュレーション(LES)**で示したフィルタ化した非圧縮性NS方程式(1.11-11)式がそのまま利用できます。そのため、解析も、計算上の安定性を一切損なうことなく、非圧縮性流体と同じ条件で扱えるのが、この方法の大きな特徴です。

*1. 笛やリコーダー楽器に見られるエッジトーン現象やビール瓶の口に沿って息を吹きかけると音が発生するキャビティトーン現象も共鳴現象です。

*2. 分離解法では、流体は非圧縮として扱われるため、原理的に不可能です。

2. 弱圧縮性解析法の設定

- 弱圧縮性解析の設定は、ACMPコマンドで行います。なお、解析で必要な音速値(単位は、対象としている流れ場のスケールに依存します)は、ACMDコマンド内で設定します。

3. 弱圧縮性解析法における注意事項

- 弱圧縮性解析では、音の反射や散乱などの音響効果を扱うことはできません。
- 弱圧縮性解析法は、予め非圧縮性流体の計算を実行しておき、その結果を初期値として計算を始めるようにしてください。
なお、弱圧縮性解析法を初期計算(CYCLコマンドのNCYC1=1のとき)から使用することはできません。
- 現バージョンでは、FW-Hの式による分離解法との併用はできません。従って、弱圧縮性解析法における遠方場での音圧の計算は、音圧測定点が計算領域内部に存在するように設定(または計算領域を拡張)してください。
- 現バージョンでは、k- ϵ モデルとの併用はできません。
- 熱及び輻射解析機能との併用はできません(音速一定として扱うため)。
- 通常の圧縮性流体解析の代用とすることはできません。また、圧縮性解析機能と併用することもできません。
- 本機能を共鳴現象以外の問題へ適用した場合、そこで生じる計算上のトラブルに対し十分な対応はできませんので、ご注意ください。

(4) 音源探索

1. 音源項の種類

先に示した様々な空力騒音解析法を実際の製品開発や設計に利用する場合、どの周波数帯で音の強さ(音圧レベル、デシベル値)がどれくらいあるのかなどの周波数特性を得ることは重要ですが、やはり第一に知りたいことは、騒音の発生源はどこか、と言う情報です。さて、実験で騒音源を特定する場合、多数のマイクロフォンや圧力センサーを配置して特定周波数の音圧レベル分布を求めることで、騒音源を特定します。同様に、数値計算においても、特定面上の圧力の時系列データを使って周波数分析し、その結果を基に音源を特定することが可能です。しかし、もし具体的な周波数値や騒音のデシベル値などの数値情報を諦めて、騒音源となる位置情報のみを必要とするのであれば、わざわざ長時間に亘って非定常計算を行う必要は無いはずです。ただし、当然ですが、求めたい音源位置情報は、周波数特性との強い相関を持たなければ意味がありません。

幸い、空力騒音問題の基礎式であるLighthill方程式(2.8-10)式において、右辺に現れる音源で発生した音波が左辺によって伝播することは、よく知られています。従って、音源位置を探索する場合、Lighthill方程式の右辺に現れる項を用いるのは1つの方法です。ただし、Lighthill方程式(2.8-10)式は、音速一定かつ静止媒質中で成立ちます。また、右辺の項が純粋に音源のみを表すわけではありません。つまり、より一般的な音源の評価において、Lighthill方程式の音源項では不十分であるとも言えます。そこで、より一般性のある基礎式を用い、そこに現れる音源項を評価することが必要となります。ただし、一般性と言っても、元のLighthill方程式がNS方程式と同程度の厳密さを持っているためこれを逸脱することは許されません。一般性を導くにしても、扱う変数(密度や圧力)を別の変数に置き換える(例えば、 $B = v^2/2 + h$ [エンタルピー])、Lighthill方程式を変形し直す、などにより対応します(例えば、[文献6]参照)。このようにして得られた方程式としては、Powellの式、Howeの式、Phillipsの式、Lilleyの式、Proudmanの式などがあります。ここでは、細かな導出は省略しますが、大雑把に言うと、Howeの式はPowellの式をより一般化したケース、Lilleyの式はPhillipsの式をより一般化したケース、と見なすこともできます。SCRYU/Tetraにおいては、以下の音源項を用いて音源探索を行います。

Powell-Howeの音源項

$$\begin{aligned} & \rho \operatorname{div}(w \times u) \\ & w = \operatorname{rot}(u) \\ & u = (u_1, u_2, u_3) \end{aligned} \tag{2.8-4}$$

Lilleyの音源項^{*1}

$$-2 \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \tag{2.8-5}$$

Proudman の音源項[文献7,8]

$$\begin{aligned} & 10 \log \left(\frac{P_a}{P_{ref}} \right) \\ & P_{ref} = 10^{-12} \\ & P_a = \alpha_e \rho \varepsilon M_t^5 \\ & M_t = \frac{\sqrt{2k}}{a_0} \end{aligned} \tag{2.8-6}$$

ここで、(2.8-4)式と(2.8-5)式に現れる u_i は瞬時の速度を表し、(2.8-6)式に現れる k と ε はそれぞれ乱流エネルギーと乱流消失率を表します。また、(2.8-6)式でモデル定数 α_e と音速 a_0 は入力変数です。これらの音源項は、各方程式において、断熱条件(等エントロピー)や低マッハ数条件を課して簡略化しています。なお、一般的にPowell-Howeの音源項は、物体から剥離した渦が持つ渦音の音源を評価することに用いられます^{*2}。これに対し、Lilleyの音源項は、元のLilleyの式が噴流騒音のような乱流せん断層に起因する音響問題を考慮するために提案されているため、噴流騒音の主要音源である四重極音源を評価するために用いられます。ただし、これらは、あくまでも一般論であり、流れ場によっては、例え

ば、Lilleyの音源項でも正しく評価できる場合があります。Proudmanの音源項は、主に広帯域な周波数特性を持つ乱流騒音源を評価することに用いられます。

さて、音源探索を実行するにあたり、最も重要な点は、非定常計算の結果を必ずしも必要としない、と言うことです。ここで、上述の通り、Powell-HoweまたはLilleyの音源項を用いる場合、瞬時の速度が用いられます。勿論、LESのような非定常な乱流計算での瞬時の速度を用いて音源項を評価することは、最も理に適っています^{*3}。しかし、定常解析から得られた計算結果を用いても、上式で音源を評価することは可能です。**SCRYU/Tetra**では、定常解析の結果を利用して、Powell-Howe及びLilleyの音源項から音源を特定する機能を有しています。ただし、元々これらの音源項は全て瞬時速度場の情報で構成されているため、k-εモデルから得られた計算結果(=平均速度場)をそのまま用いることはできません。そのため、以下に示す擬似乱れを計算結果に付加することで瞬時速度を人工的に作り出し、音源を評価するようにしています^{*4}。

*1. Phillipsの音源項は、速度勾配の二重積で表現され、Lilleyの音源とは異なります。そのため、

SCRYU/TetraではPhillips-Lilleyの音源項という表現はしません。

*2. 一般に渦音は、それ自体四重極音源としての性質を持ちますが、渦が物体近傍に存在する場合、固体面での放射効果の影響で、二重極音源としての性質も持ります。

*3. LESの計算結果からPowell-HoweまたはLilleyの音源項を評価する場合、(2.8-4)式と(2.8-5)式を直接計算することで評価します。または、SCTpostの変数登録機能を用いて評価することも可能です。なお、LESの計算結果に対し、本節で説明する擬似乱れは付加されません。Proudmanの音源項は、LESでは使用できません。

*4. k-εモデルから得られる速度は、平均速度そのものです。従って、瞬時速度を得るには、レイノルズ分解の定義(1.1-1)式から、乱れ成分を付加する必要があります。

2. 擬似乱れの生成について

擬似乱れとは、乱流の統計理論に基づいて擬似的に生成された乱れのことです。乱流とは、文字通り解釈すると、(ランダムに)乱れた流れと解釈されそうですが、実はかなり組織的な乱れとなっています。詳細な説明は[文献6]にも記載されていますのでここでは省略しますが、組織的な乱れ故にある程度統計的な手法で扱うことも可能です。ただし、残念ながら、全ての乱流場にはあてはまらず、等方性乱流などの極限られた単純な乱流場でのみ適用できます。

さて、このような単純な流れ場において、乱れ成分は、次式で示す統計的に独立な有限個(N個)のフーリエモード^{*}によって表現できます(例えば、[文献9]参照。なお[文献10]ではSNGR法とも呼ばれます)。

$$\vec{u}'(\vec{x}, t) = 2 \sum_{n=1}^N \tilde{u}_n \cos[\vec{k}_n \cdot \vec{x} + \psi_n + \omega_n t] \vec{\sigma}_n \quad (2.8-7)$$

ここで、 \tilde{u}_n はモードnにおける振幅、 \vec{k}_n は波数ベクトル、 \vec{x} は位置ベクトル、 ψ_n は位相変化、 ω_n は角周波数、 $\vec{\sigma}_n$ は方位ベクトルをそれぞれ表します。更に、 \tilde{u}_n は、次式で示すように、Karmanのスペクトル分布を用いて表現します。

$$\tilde{u}_n = \sqrt{E(k_n) \Delta k_n} \quad (2.8-8)$$

$$E(k) = \alpha \frac{u'^2}{k_e} \frac{(k/k_e)^4}{[1 + (k/k_e)^2]^{17/6}} \exp\left[-2\left(\frac{k}{k_n}\right)^2\right]$$

ここで、 α は定数、 k_e は $E(k)$ が最大となる時の波数、 $k_n = \varepsilon^{1/4}/v^{3/4}$ はコルモゴロフ渦(最小渦)の波数をそれぞれ表します。また、乱流エネルギーKの等方性の仮定より、 $u'^2 = 2K/3$ で与えられます。なお、詳細な説明については、[文献9]または[文献10]をご覧ください。ここで注意すべきことは、非圧縮性流体の連続の式を満足するためには、 $\vec{k} \cdot \vec{\sigma} = 0$ を満足しなくてはならない、と言うことです。

以上の条件を課すことで、連続の式を満たす速度変動 u' を人工的に作り出すことができます。なお、(2.8-4)式と(2.8-5)式の音源項の評価で必要となる速度勾配は、(2.8-7)式を \vec{x} について偏微分することで簡単に得られます。

$$\frac{\partial \vec{u}(\vec{x}, t)}{\partial \vec{x}} = -2 \sum_{n=1}^N \tilde{u}_n \vec{k}_n \sin[\vec{k}_n \cdot \vec{x} + \psi_n + \omega_n t] \vec{\sigma}_n \quad (2.8-9)$$

(2.8-7)式で作られた擬似乱れを音源探索法に適用する場合、(2.8-7)式は等方性乱流場で得られた理論に基づいているため、固体壁近傍の音源の同定において、十分な注意が必要です。壁近傍では、固体壁の影響のため、乱れは強い非等方性を有します。そのため、(2.8-7)式をそのまま壁乱流へ適用しても、壁近傍での乱れ強さを正しく評価できません。つまり、固体面上または固体面に極近い領域における音源を正しく同定できないケースがあり得ると言うことです。一般に、擬似乱れを用いて Powell-Howe又はLilleyの音源を評価する場合、固体壁から十分に離れた領域(例えば、物体後方に生じるはく離領域など)における音源の同定にのみご利用ください。

- *. ランダムフーリエモード法とも呼ばれ、LESで用いる初期値や流入条件に対し利用することもできます。SCRYU/Tetraでは、k-εモデルのリスタートデータを使ってLESの計算を行う時、LESの初期値の作成で、この方法を採用しています。

3. 閾値について

- 閾値は、Powell-Howe またはLilley の音源項の場合に、その場所での乱流エネルギーの大きさによって音源項の出力を意図的にカットするために用いられます。
- Powell-Howe またはLilley の音源項は速度勾配を用いるため、閾値を設けない場合に、壁面近傍で速度勾配のみの大小関係が強調され、本来の音源の強弱という観点からは正しく評価できないことがあります。そこで、速度勾配が大きな場所でも乱流エネルギーが小さい場所は音源になりにくいという判断から、乱流エネルギーが小さい場所の音源項の出力をカットすることで、場全体の音源の様子がより掴みやすくなります。
- 閾値は0 から1 の間で指定します。大きく設定するほどより大きな乱流エネルギーまでの出力をカットします。どの程度の閾値が最適かは解析モデルによりますが、比較的低速な流れでは0.5 程度に設定しておくと良い場合があります。

4. 音源探索の設定

- 音源探索法の設定は、SNGRコマンドで行います。Powell-Howe またはLilley の音源項を用いた場合、前項の通り乱流エネルギーに基づく閾値を設定します。Proudman の音源項を用いた場合、(2.8-6)式でのモデル定数 α_e と音速 a_0 を入力します。

5. 音源探索における注意事項

- 本機能は、あくまでもポスト処理の補助機能です。従って、Powell-Howe またはLilley の音源項を用いた場合の擬似乱れの影響は、図化ファイルのみに反映され、リスタートデータには一切付加されません。
- 本機能をk-εモデルによる定常計算に適用する場合、計算収束後または終了後にリスタートで1サイクルだけ計算することで、音源を求めるすることができます。
- Powell-Howe またはLilley の音源項を求めるとき、そのオーダーは、流れ場のスケールにも依存しますが、大体 $\pm 10^5$ から $\pm 10^{10}$ 前後(場合によってはそれ以上)の大きな値となります。従って、SCTpost上で表示する場合は、適宜カラーバーの表示範囲を変更しながら表示する必要があります。
- SCTpostにおいて、音源探索結果に関する情報は""音源項(NOIS)""にあります。
- Powell-Howe またはLilley の音源項は、速度勾配を用いる関係で、固体面近傍(または固体面上)で最大値をとる場合があります。特に、Powell-Howe の音源項は、渦音をターゲットとするため、場合によっては正しく表示されないケースがあります。このような時は、固体面近傍の表示をカットするなどで対応する必要があります。

6. 付録 Lighthill方程式について

Lighthill方程式の出発点は、圧縮性流体の質量保存式(第1部 4.1-1b)式及び運動量保存式(第1部 4.1-2b)式です。(第1部 4.1-1b)式及び(第1部 4.1-2b)式に対し

$$\frac{\partial}{\partial t} [\text{式}(1\text{部 } 4.1\text{-}1\text{b})] - \frac{\partial}{\partial x_i} [\text{式}(1\text{部 } 4.1\text{-}2\text{b})]$$

を実行し整理すると、次式が得られます。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} \right) \rho = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \{ \rho u_i u_j + (p - a^2 \rho) \delta_{ij} - \tau_{ij} \} \quad (2.8-10)$$

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k}$$

あるいは

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} \right) \rho = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}$$

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + (p - a^2 \rho) \delta_{ij} - \tau_{ij}$$

と表します。

ここで、 T_{ij} はLighthillテンソルと呼ばれます。もし質量保存式(第1部 4.1-1b)式において湧き出し q があり、更にNS式(第1部 4.1-2b)式において外力 $+f_i$ が加わる場合、

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} \right) \rho = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial f_i}{\partial x_i} + \frac{\partial q}{\partial t} \quad (2.8-11)$$

となります。上記の導出過程からも分かるように、Lighthill方程式の最大の特徴は、元のNS方程式と同じ厳密さを有している点です。更に、音の伝播、反射、屈折、回折、吸収などの音響効果を全て有しています。

なお、非粘性流れ*($\mu = 0$)では運動は等エントロピー的($a^2 = [\partial p / \partial \rho]_s$)となるため、Lighthillテンソル T_{ij} は $T_{ij} = \rho u_i u_j$ のみとなります。

*. 高レイノルズ数流れのとき、粘性の影響を受ける領域は固体壁近傍に限られます。そのため、流れ場の大部分は、粘性の影響を受けない非粘性流れの領域となります。

参考文献

1. 神部, "流れと音の物理", ながれ20巻第3号, (2001), pp.174-186.
2. J. E. Ffowcs Williams and D. L. Hawkings, "Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion", Phil. Trans. A, Vol. 264, (1969), pp.321-342.
3. N. Curle, "The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound", Proc. Roy. Soc. A, Vol.231, pp.505-514.
4. 加藤ら, "LESによる流体音の予測(第1報, 二次元円柱からの放射音)", 日本機械学会論文集(B編), 60巻569号, (1994), pp.126-132.
5. 稲垣ら, "低マッハ数流れにおける流体共鳴音の数値解析法", 日本機械学会論文集(B編), 66巻649号, (2000), pp.2274-2281.
6. 例えは, 日本流体力学会編, "流体力学ハンドブック", 丸善, (1987), 第12章.
7. I. Proudman, "The Generation of Noise by Isotropic Turbulence", Proc. Roy. Soc. A, Vol.214, pp.119-132, 1952.
8. S. Sarkar and M. Y. Hussaini, "Computation of the sound generated by isotropic turbulence", ICASE Rep. 93-74, 1993.
9. 酒井ら, "ランダムフリエモード法によるブルーム変動スカラー場の数値シミュレーション", 日本機械学会論文集B編, 64巻628号, (1998), pp.3970-3977.

-
10. C. Bailly and D. Juve, "A stochastic approach to compute subsonic noise using linearized Euler's equations", AIAA 99-1872, (1999), pp.496-506.

関連コマンド

CURL 分離解法で使用する音源の設定
CURO 分離解法で使用する測定点の設定
SNGR 音源探索法の設定
ACMP 弱圧縮性解析法の設定

関連例題

機能27 空力騒音解析(分離解法)
機能28 空力騒音解析(弱圧縮解法)

第3章 便利な機能

3.1 解適合格子

解適合格子生成は、解析終了後に解析結果に基づいて八分木を再構築し、オリジナルのモデルからメッシュを再作成するという手法を採用しています。

この手法には、オリジナルのモデル形状に基づいてメッシュを再構築するため、形状再現性に優れているという特長があります。

また、**SCRYU/Tetra**の解適合では、解析メッシュをモデル形状に基づいて自動的に作成する機能、および、目標とする無次元距離 y^+ から壁面の境界層要素の適切な厚さを算出する機能があり、これらと合わせて、メッシュ生成の完全自動化を実現しています。

解適合解析を行うために必要なデータは、以下のようになります。

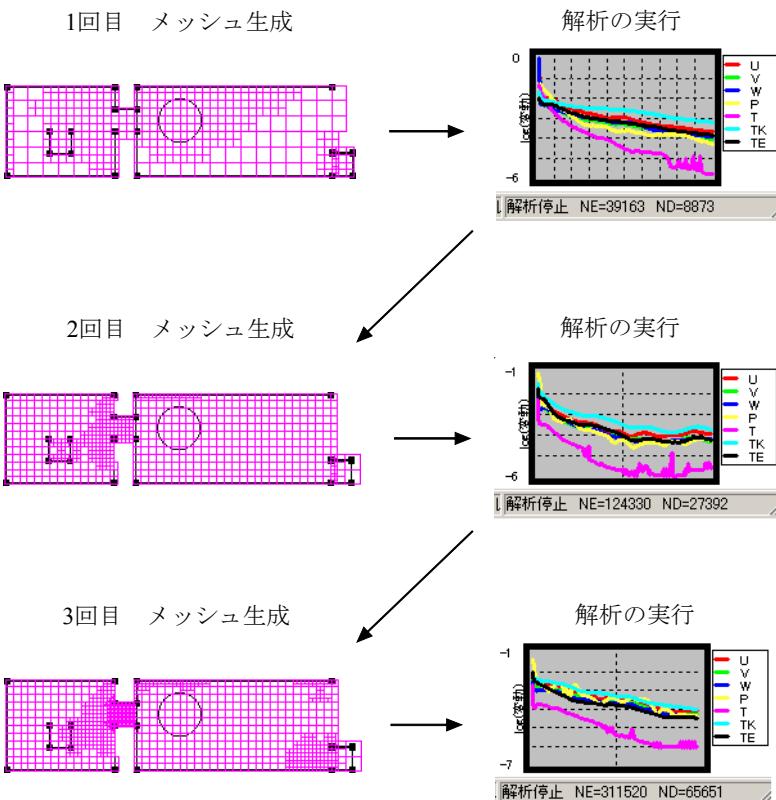
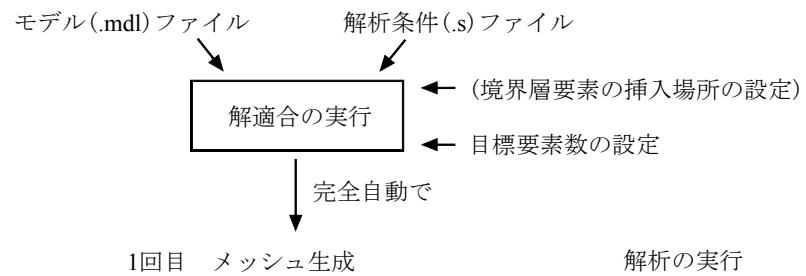
- モデル
- 解析条件
- 目標要素数

必要な場合は、境界層要素の挿入場所や再分割を行う基準や再分割を行う領域などのパラメータを設定することも出来ます。

解適合で扱えない解析

- 非定常解析
- 不連続接合を含む解析
- 混合ガス解析
- ALE解析
- 輻射解析
- 粘性係数が一定でない解析(ユーザー関数や変数テーブルで変化させる解析)
- 自由表面解析
- 結露解析
- 混相流
- 伝熱パネル
- 重合格子

解適合格子のイメージ



3.2 未定義面領域

未定義面領域とはメッシュデータにはあらかじめ登録されていなくても、SCTsolverで計算するときに自動で作成され、条件設定に利用できる面領域です(SCRYU/Tetra V7 から、利用できるようになりました)。

@UNDEFINEDMOM	未定義(壁)
@UNDEFINEDENTB	未定義(熱: 解析領域外との境界)
@UNDEFINEDENTF	未定義(熱: 流体との境界)
@UNDEFINEDENTS	未定義(熱: 固体間)

@UNDEFINEDMOMは、解析モデルの面の中で、流体の応力条件が未設定の面が登録されます(流体側の面のみ)。@UNDEFINEDENTB, @UNDEFINEDENTF, @UNDEFINEDENTS は熱伝達条件が未設定の面で(流体側・固体側いずれも)、それぞれ 解析領域外との境界、流体との境界、固体間の面が登録されます。また、これらの未定義面領域はSCTsolver出力した図化ファイル(FLD)をSCTpostで読み込んで表示させることで通常の登録面領域と同様に確認できます。

注. @UNDEFINEDMOM, @UNDEFINEDENTB, @UNDEFINEDENTF, @UNDEFINEDENTS という名称は未定義領域の専用名となりますのでメッシュデータ(.pre)の登録名には利用できません。また、未定義領域はメッシュデータには登録されていないためSCTpreでは確認できません(ただし、Sファイルに記入して条件設定に利用できます)。
これらの未定義面領域は、PANL, PNLH, PNLFコマンドでは利用不可です(/FE016/のエラーで停止します)。

補足 : 境界条件について

面領域には境界条件の設定が必要ですが、それらをここで壁条件とそれ以外に分けます。そして、壁条件は応力条件と熱伝達条件に区別できます。

<壁条件>

- 応力条件 (静止壁/フリースリップ壁/移動壁など)
- 熱伝達条件 (熱伝達/断熱など)

<その他条件>

流入条件・周期境界条件・不連続接合条件

解析モデル(メッシュデータ)にある面は上記のいずれかの条件が必ず該当します(ただし、同一のMAT番号間の境界面は除く)。

その他の条件が設定されていれば、その面の壁条件は不要になりますが、その他の条件がない場合には、"応力条件と熱伝達条件の両方"が計算を実行するために必須です。しかし、SCRYU/Tetraではフリースリップで断熱という壁条件をデフォルトとしているため、モデルにあるすべての面に上記の条件を設定する必要はなくしています。また、先述の未定義面領域を用いることにより、まだ条件が設定されていない"残りの面"を一括して条件設定することもできます。

未定義面領域は通常は壁条件(WL02, WL04, WL00)に利用することを想定していますが、そのほかの流入条件(FLUX)や発生条件(SCAL), 出力条件(LOUT, MIMX)などでも利用できます。

<未定義面領域で指定される場所>

@UNDEFINEDMOM :

FLUX, WL02, WL00, TECO, PBFX, PERBコマンドが設定されてない面
(流体側のみ)

@UNDEFINEDENTB, @UNDEFINEDENTF, @UNDEFINEDENTS :

FLUX, WL04, WL00, TECO, PBFX, PERBが設定されてない面

- *. 混相流モデルを用いた場合は、未定義面領域のは各々の流体成分に対して作成され、名称はそれぞれ、@UNDEFINEDMOM_*, @UNDEFINEDENTB_*, @UNDEFINEDENTF_*, @UNDEFINEDENTS_* に変更されます(*は流体のID番号)。

3.3 ズーミング機能

(1) 目的

ある計算の結果を別の計算の初期条件や境界条件として利用する機能が、ズーミング機能です。例えば、大きな空間を粗いメッシュで解析しておき、その結果を、着目している領域だけを抜き出した密なメッシュによる解析の初期条件や境界条件に利用することができます。また詳細なモデルで計算した結果を、大きな空間の計算で利用することも可能です。

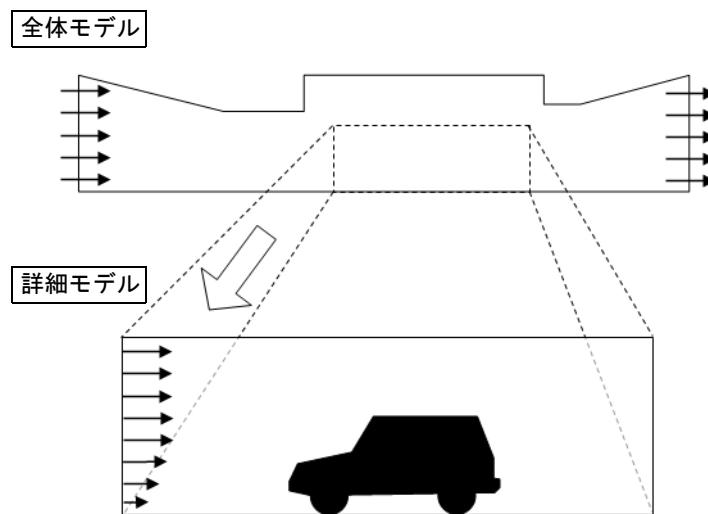


図1 ズーミングの例

(2) 使用方法

ズーミング機能の利用には、ファイル指定データのFLDIコマンドでマッピング元FLDファイルを指定する必要があります。ファイル指定データの書式については、[ユーザーズガイドリファレンス\(ソルバー\)編 1.1 ファイル指定データ](#)の項を参照してください。

ズーミング機能が利用できる変数は以下の通りです。

- 境界条件
 - 流入/流出面 ; 流速, 圧力, 温度, 流入乱流量, 拡散物質濃度
 - 壁面 ; 熱伝達係数, 外部温度
- 初期条件
 - 流速, 圧力, 温度, 亂流量, 拡散物質濃度, 固相率, 多孔質体温度, 湿度, 結露量

各変数において、数値またはテーブルファイル名を指定する代わりに、"@M(:LRGN)" を指定することにより、FLDIコマンドで指定したFLDファイルからマッピングした値を使用します。LRGNはマッピング元領域名(面領域でも体積領域でも可)を意味し、マッピング元FLDファイル中の領域名を指定することにより、マッピングに使用する要素をサーチする領域を限定することができます。(:LRGN)は省略可であり、省略した場合は全領域からマッピング元要素をサーチします(壁面境界条件の熱伝達係数を除く)。FLDIコマンドで指定したFLDファイルにマッピングを指定した変数や領域が含まれていない場合はエラーになります。また、マッピング元FLDファイルとPREファイル間のMAT番号の不一致や、座標のずれを補正するオプション機能が用意されています。詳しくは、[ユーザーズガイドリファレンス\(ソルバー\)編 1.5 ズーミング機能](#)をご参照ください。

(3) 注意事項

- マッピング元FLDファイルとマッピング先PREファイルでは、MAT番号が対応している必要があります。対応していない場合は、MAPMコマンドでMAT番号の変換を設定してください。
- 単相流解析から混相流解析へのズーミングは可能ですが、混相流解析からのズーミングは不可です。
- WL00, WL04コマンドのHTCOにズーミングを適用する場合には、マッピング元FLDファイルに乱流熱伝達係数(FOUTコマンドにてHTRCを指定)が出力されている面領域が存在し、その面領域名をLRGNにマッピング元領域名として指定する必要があります。
- WL04コマンドのHTCOとTWALの両方にズーミングを指定した場合、デフォルト設定ではFOUTコマンドにより出力されるATMSの値(1要素分内側の温度)がTWALにマッピングされます。FLDIファイルにATMSが含まれていない場合は、LファイルにWN183の警告メッセージが出力され、通常の温度(VOUTコマンドのTEMP)がマッピングされます。
- WL04コマンドのHTCOに-2を指定し、TWALにズーミングを適用する場合、FOUTコマンドにより出力されるHTFXの値(熱流束)がマッピングされます。熱流束の方向を一致させるため、WL04を与える面と同じ向きの面をLRGNにマッピング元領域名として指定します。あるいは、面の向きが異なる場合はMAPDコマンドのW04Hに1を指定します。
- ズーミングを適用した領域が要素移動の対象に含まれる場合、初期位置でマッピングされた値が移動後も引き継がれます。
- FLDIコマンドで指定したマッピング元FLDファイルに座標の情報が含まれない場合には、総称名が同じでサイクル数が指定したFLDファイルのサイクル数よりも小さいファイルの中から座標データを含むFLDファイルを探し、最もサイクル数が近いFLDファイルから座標データのみを読み込みます。
- マッピング元領域を指定しない場合は、マッピング先領域のMAT番号と一致する要素からマッピングを行います。一方、"@M:LRGN"のようにマッピング元領域(LRGN)を指定した場合は、MAT番号に関わらずマッピング元領域中の要素でマッピング先節点に最も近いものからマッピングを行います。
- マッピング先節点を包含する要素がマッピング元FLDファイルに存在する事が望ましいですが、存在しない場合はマッピング先節点を投影可能な要素面からのマッピングを行います。マッピング可能な要素が存在しない場合はエラー(FE294またはFE295)で終了しますので、そのような場合はMAPOコマンドかMAPFコマンドにより座標値補正を指定してください。
- 伝熱パネル機能(PNLHコマンド)でパネル領域に指定した領域名をマッピング元領域に指定することはできません。マッピング元FLDファイルに含まれる伝熱パネルをマッピング元領域に指定する場合は、PNLFコマンドでパネル表面を面領域として登録した領域名を指定してください。

関連コマンド

FLDI	ズーミング機能用入力FLDファイル(ファイル指定データ)
MAPF	個別のズーミング条件ごとに、FLDIファイルの座標値の移動や値の演算を指定する
MAPO	FLDIファイルとPREIファイルの座標原点のずれを補正する
MAPM	FLDIファイルとPREIファイルのMAT番号を一致させる
MAPD	ズーミング機能での様々な規定値を変更する

関連例題

機能25 ズーミング

3.4 形状最適化

最適化とは、ある制約条件下で、目的関数（たとえば抗力、揚力、圧損など）を最大化あるいは最小化する手法を指します。このような目的関数の最適化を実現するために変更可能なパラメータは設計変数と呼ばれます。形状最適化における設計変数は物体形状そのものです。形状最適化を行うことで、たとえば抗力を最小化するような物体形状を求めるすることができます。このように、最適な目的関数を達成するための設計変数を計算により求める手法は逆解析と呼ばれます。対して、まず設計変数を与えてその設計変数に対する目的関数の値を求める手法は正解析と呼ばれます。

SCRYU/Tetraの形状最適化では、最適化手法としてAdjoint法を用います。Adjoint法は、支配方程式と一対一に対応する随伴方程式を解くことで、設計変数の変化に対して目的関数がどのように変化するかを求める手法です。この設計変数に対する目的関数の変化率は感度分布と呼ばれます。Adjoint法による最適化の利点は、流れ計算と同程度の負荷の計算を一度行うだけで、感度分布を求めることができる点です。

SCRYU/Tetraの形状最適化では、Adjoint法の手法としてcontinuous methodが採用されています[文献1]。この手法では最初に、拘束条件である連続の式、Navier-Stokes方程式、ならびに目的関数を用いてLagrange関数を構成し、そのLagrange関数に対してLagrangeの未定乗数法を適用することによって、微分方程式としての随伴方程式を求めます。**SCRYU/Tetra**で使用する随伴方程式は(3.4-1), (3.4-2)の形で表されます。ここで、 u_i, p は流速、圧力を表し、 v_i, q は随伴流速、随伴圧力を表します。

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.4-1)$$

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} - u_j \frac{\partial \rho v_i}{\partial x_j} + v_j \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_i} = \frac{\partial q}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.4-2)$$

次に、これらの随伴方程式を離散化して得られた式を解くことで、随伴流速、随伴圧力を求めます。それらを用いて、最終的に感度分布を計算します。

以下、**SCRYU/Tetra**における形状最適化の計算手順について説明します。

(正解析)

1. 通常の解析と同様に初期条件や物性値、境界条件等の流れ条件を設定します。
2. 形状最適化の設定において最適化を行いたい境界面を選択します。
3. 最適化のタイプとして正解析を選択し、最適化したい目的関数を指定します。
4. 流れ計算を行うと、リスタートファイルに目的関数の値が output されます。

(逆解析)

1. 物性値や境界条件等の流れ条件を設定します。
2. 最適化を行いたい境界面を正解析と同様に選択します。
3. 形状最適化のタイプとして逆解析を選択し、正解析と同様の目的関数を選択します。
4. 最適化によって変形したメッシュを出力したい場合は、最適化の向きとメッシュの最大変形量を合わせて指定します。
5. 固定領域として、形状最適化時に動かさない境界面を指定します。
6. リスタートファイルの入力として、正解析で出力されたリスタートファイル名を指定します。
7. 逆解析を行うと、FLDファイルに感度分布が output されます。また、最適化による変形後のメッシュを出力する設定を行った場合、PRE(出力)のファイルには最適化による変形後のメッシュが output されます。

なお、逆解析を行うと、リスタートファイルにも感度分布の情報が output されます。形状最適化のタイプとしてメッシュ変形のみを選択し、リスタートファイルの入力として逆解析で出力されたリスタートファイルを指定して解析を行うと、リスタートファイルから読み込んだ感度分布の情報を用いて、あらためて逆解析を行うことなく、最大変形量に応じて変形されたメッシュを出力することが可能です。

参考文献

1. D. Thévenin and G. Janiga eds., "Optimization and Computational Fluid Dynamics", Springer, (2008).

関連コマンド

- | | |
|------|--------------------------------|
| ADJD | Adjoint法による形状最適化解析の規定値を変更する |
| ADJF | Adjoint法による形状最適化で動かさない境界面を指定する |
| ADJT | Adjoint法による形状最適化解析を行う |

注意事項

- **SCRYU/Tetra**の形状最適化では目的関数として物体に働く力のみを考慮することができます。また、物体に働く力としては圧力のみが考慮されており、粘性力は考慮されていません。
- 最適化の向きの設定に関わらず、出力される感度ベクトルの方向は、目的関数の絶対値を小さくする方向になります。

第4章 制限事項など

4.1 物性値と物性番号について

流体解析では、メッシュ作成によって分割される個々の要素に物性(MAT)番号を付けることによって流体要素や固体要素等を区別し、物性(MAT)番号に物性値を割り当てる方法を用いています。

一般に、以下のように物性(MAT)番号を設定します。

物性(MAT)番号	要素の種類	解析内容
1	流体	流れ, 壓力, 温度等が解析される
2以上	固体	温度のみが解析される

各ソフトでユーザーが設定できる物性(MAT)番号や拡散物質の個数は以下です。

物性(MAT)番号 ; 無制限
拡散物質の個数 ; 20個まで

注意事項

- 物性(MAT)番号は、.pre(形状)ファイルに記述されます。
- 多種流体使用時、各番号ごとに流体、固体を区別します。

4.2 いろいろな解析機能

	非圧縮性 流体	圧縮性流体		非定常 解析	定常解析
		圧力ベース	密度ベース		
拡散	○	○	-	○	○
圧力損失	○	○	-	○	○
ファンモデル	○	○	-	○	○
パネル・伝熱パネル	○	○	-	○	○
圧縮性流体	-	○	○	○	○
化学反応	○	○	-	○	○
粒子追跡	○	○	-	○	-
輻射					
ブラックス法	○	○	-	○	○
VF法(形態係数法)	○	○	-	○	○
日射	○	○	-	○	-
移動メッシュ	○	○	○	○	○
不連続接合	○	○	○	○	○
メッシュの伸縮(ALE)	○	○	○	○	-
解適合格子	○	○	-	-	○
重合格子	○	○	-	○	○
流れなし凝固・融解	-	-	-	○	-
流れを考慮した凝固・融解	○	-	-	○	○
自由表面					
改良MAC法	○	-	-	○	-
界面体積追跡法	○	-	-	○	-
界面捕獲法	○	-	-	○	-
結露解析・霜取り解析	○	○	-	○	○
多種流体(混相流を除く)	○	○	-	○	○
分散混相流	○	○	-	○	○
周期境界	○	○	○	○	○
多孔質体	○	○	-	○	○
キャビテーション	○	○	-	○	○
温熱環境人体熱モデル	○	○	-	○	○
ズーミング機能	○	○	○	○	○
ジュール熱機能	○	○	-	○	○
乱流モデル					
標準 k-ε	○	○	○	○	○
RNG k-ε	○	○	○	○	○
MP k-ε	○	○	○	○	○
線形低レイノルズ(AKN)	○	○	○	○	○
線形低レイノルズ(GPC)	○	○	○	○	○
非線形低レイノルズ(BGC)	○	-	-	○	○
Realizable k-ε	○	○	○	○	○
SST	○	○	○	○	○
LES	○	-	-	○	-
DES	○	○	○	○	-
VLES	○	○	○	○	-
SA	○	○	○	○	○
LKE	○	○	○	○	○

- AKN ; 安部・長野・近藤モデル
- GPC ; Goldbergらのモデル
- BGC ; P.Batten, U.Goldberg and S.Chakravarthyのモデル
- SST ; Shear-Stress Transportモデル
- LKE ; Laminar Kinetic Energyモデル

第5章 付録

5.1 流体解析でよく使用する用語と単位[SI単位]

用語	単位	よく使用される記号等
密度	[kg/m ³]	ρ
粘性係数	[Pa・s] =[kg/(m・s)]	μ
(定圧)比熱	[J/(kg・K)]	C_p
熱流束	[W/m ²] =[J/(m ² ・s)]	Q (発熱量や熱エネルギーとしても使用)
熱伝導率	[W/(m・K)] =[J/(m・s・K)]	K
熱伝達係数	[W/(m ² ・K)] =[J/(m ² ・s・K)]	h
体膨張係数	[1/K]	β
表面張力係数	[N/m] [N=kg・m/s ²]	C_t
動粘性係数	[m ² /s]	$\nu = \mu / \rho$
温度伝導率	[m ² /s]	$a = K / (C_p \cdot \rho)$
流速成分	[m/s]	X, Y, Z成分をu, v, w
流速	[m/s]	
(体積)流量	[m ³ /s]	=流速[m/s]×断面積[m ²]
質量流量	[kg/s]	=密度[kg/m ³]×流速[m/s]×断面積[m ²]
圧力	[Pa]=[N/m ²]	P
温度	[K]	T
乱流エネルギー	[m ² /s ²]	k
乱流消失率	[m ² /s ³]	ϵ
乱流粘性係数	[m ² /s]	$v_t = C_k \cdot k^2 / \epsilon$ ($C_k = 0.09$)
渦粘性係数	[kg/(m・s)]	$\mu_t = \rho \cdot v_t = \rho \cdot C_k \cdot k^2 / \epsilon$ ($C_k=0.09$)
エンタルピー	[J]	H
比エンタルピー	[J/kg]	
角速度	[rad(ラジアン)/s]	ω
モル濃度	[mol/m ³]	
質量分率	[無次元]	
マッハ数	[無次元]	M_C
代表流速	[m/s]	U
代表長さ	[m]	L
時間間隔	[s]	Δt
壁からの距離	[m]	y
摩擦速度	[m/s]	u^*
分子の平均自由行程	[m]	λ
重力加速度	[m/s ²]	g
温度差	[K]	ΔT
拡散係数	[m ² /s]	D _m

- 無次元数

用語	記号等
レイノルズ数	$Re = U \cdot L / v = U \cdot L \cdot \rho / \mu$
クーラン数	$C = \Delta t \cdot U / L$
ワイプラス	$y^+ = u^* \cdot y / v$
プラントル数	$Pr = v / a = \mu / (\rho \cdot a) = \mu \cdot Cp / K$
ヌセルト数	$Nu = h \cdot L / K$
クヌーセン数	$Kn = \lambda / L$
グラスホフ数	$Gr = g \cdot \beta \cdot L^3 \cdot \Delta T / v^2$
シュミット数	$Sc = v / Dm$
スタントン数	$St = h / (\rho \cdot Cp \cdot U) = Nu / Pe$
ペクレ数	$Pe = U \cdot L / a = Re \cdot Pr$

5.2 単位換算

長さ	[m]
1km	1000
1cm	0.01
1mm	0.001
1μ	10^{-6}
1inch(インチ)	0.0254
面積	[m ²]
1cm ²	10^{-4}
1mm ²	10^{-6}
体積	[m ³]
1cm ³	10^{-6}
1mm ³	10^{-9}
1l(リットル)	0.001
1cc	10^{-6}
重さ	[kg]
1t	1000
1g	0.001
速度	[m/s]
1km/h	0.2778
加速度	[m/s ²]
1Gal(ガル)	0.01
角度	[rad(ラジアン)]
1deg	0.017453
角速度	[rad/s]
1rpm	0.10472
力	[N(ニュートン)]
1Pa(パスカル)•m ²	1
1kg•m/s ²	1
圧力	[Pa(パスカル)]
1N(ニュートン)/m ²	1
1mmH ₂ O=1mmAq	9.80665
1mmHg=1Torr(トル)	133.322
1bar(バール)	100000
1atm(アトム)	101325
1kgf/m ²	9.80665
1kgf/cm ²	98066.5
温度	[K]
0°C	273.15

仕事率、発熱量	[W(ワット)]
1J(ジュール)/s	1
1PS(馬力)	735.5
1kgf•m/s	9.80665
仕事、エネルギー	[J(ジュール)]
1W•s	1
1N•m	1
1cal(カロリー)	4.18605
1Wh(ワット時)	3600
粘度	[Pa(パスカル)•s]=kg/(m•s)
1Poise(ポアズ)	0.1
1kgf•s/m ²	9.807
熱伝導率	[W/(m•K)]=J/(m•s•K)
1kcal/(m•h•°C)	1.163
1cal/(cm•s•°C)	418.7
表面張力	[N/m]
1kgf/m	9.80665
磁束密度	[T(テスラ)]
1Gs(ガウス)	10 ⁻⁴
1Wb(ウェーバー)/m ²	1