Matematyka dla ISSP 2

Kolokwium 2 - Grupa B

Czas: 90 minut (Zadania 1-4 za 1 pkt każde, Zadanie 5 za dwa punkty)

1. Niech λ będzie wartością własną macierzy A. Wyznacz wartość własną macierzy:

$$B = (A^3 + A^{-1})$$

2. Wykonaj "tabliczkę mnożenia" dla grupy Z_4 (tzw. grupa cykliczna rzędu 4), w której zbiorem elementów jest $\{0, 1, 2, 3\}$ a działaniem dodawanie modulo 4 . Udowodnij, że rzeczywiście mamy do czynienia z grupą przemienną znajdując element neutralny wraz z elementami odwrotnymi do każdego z elementów, a także wykonując sprawdzenie łączności dla przynajmniej 4 różnych kombinacji elementów nie używając elementu neutralnego.

3. Jak będzie wyglądał rząd macierzy A w zależności od parametru p:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 1 & 1 \\ 4 & -p & -1 & 0 \\ 2 & 5 & p & -1 \end{pmatrix}$$

4. Rozwiąż układ równań metodą eliminacji Gaussa:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y + z = 4 \\ y - z + u = -3 \\ z - u + w = 2 \\ u - 2w = -1 \end{cases}$$

5. Znajdź symetryczną macierz A (o której wiadomo też, że ma jedynki na diagonali) przekształcającą wektor $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ w $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Policz dla macierzy A wartości własne i odpowiadające im wektory własne. Policz explicite A^n wymnażając odpowiednie macierze (a nie tylko podając ogólną formułę!) ale trzymaj nieruszone potęgi 3^n lub $(-1)^n$. Możesz sprawdzić swój wynik: w końcowym wzorze po wstawieniu $n = 1$ powinna wyjść startowa macierz.