

Лабораторная работа 4 Линейные операторы

Линейное преобразование в пространстве \mathbf{R}^3
Матрица оператора в разных базисах
Собственные векторы и собственные значения
Характеристический многочлен
Приведение матрицы к диагональному виду

Задание. Линейное преобразование трехмерного пространства \mathbf{R}^3 переводит треугольник с вершинами в точках U_1, U_2, U_3 соответственно в треугольник с вершинами V_1, V_2, V_3 .

1. Найти матрицу этого преобразования A_{ijk} в ортонормированном базисе i, j, k .

2. Найти матрицу этого преобразования A_u в базисе u_1, u_2, u_3 (радиус-векторы точек U_1, U_2, U_3).

3. Найти характеристический многочлен матриц A_{ijk} и A_u . Сделать вывод.

4. Найти собственные значения и собственные векторы оператора.

5. Привести матрицу оператора A_{ijk} к диагональному виду, если это возможно.

6. Дать геометрическую иллюстрацию. Указать собственные векторы.

7. Сделать выводы.

| | | |
|-------------|---|---|
| Вариант 1. | $U_1 = (1, 1, -1), U_2 = (-1, 1, 0), U_3 = (0, -1, 1),$ | $V_1 = (-5, -9, 3), V_2 = (9, 15, -4), V_3 = (0, 1, -1).$ |
| Вариант 2. | $U_1 = (1, 1, 1), U_2 = (0, 1, 0), U_3 = (1, 0, 2),$ | $V_1 = (3, 7, -3), V_2 = (4, 7, -2), V_3 = (3, 8, -4).$ |
| Вариант 3. | $U_1 = (1, 0, 2), U_2 = (-1, -2, 2), U_3 = (1, 0, 0),$ | $V_1 = (3, 8, -4), V_2 = (5, 10, -4), V_3 = (-5, -8, 2).$ |
| Вариант 4. | $U_1 = (1, -1, 1), U_2 = (1, 2, 0), U_3 = (1, 1, 1),$ | $V_1 = (-5, -7, 1), V_2 = (3, 6, -2), V_3 = (3, 7, -3).$ |
| Вариант 5. | $U_1 = (1, 1, -1), U_2 = (0, -1, 0), U_3 = (1, 2, 0),$ | $V_1 = (-5, -9, 3), V_2 = (-4, -7, 2), V_3 = (3, 6, -2).$ |
| Вариант 6. | $U_1 = (2, 0, -1), U_2 = (1, 1, 1), U_3 = (1, 1, -1),$ | $V_1 = (-14, -24, 7), V_2 = (3, 7, -3), V_3 = (-5, -9, 3).$ |
| Вариант 7. | $U_1 = (1, 1, 1), U_2 = (-1, 1, 0), U_3 = (0, -1, 1),$ | $V_1 = (4, 2, 6), V_2 = (-4, 2, -4), V_3 = (-3, -2, -4).$ |
| Вариант 8. | $U_1 = (1, 1, 1), U_2 = (0, 1, 0), U_3 = (1, 0, 2),$ | $V_1 = (4, 2, 6), V_2 = (1, 2, 2), V_3 = (1, 0, 2).$ |
| Вариант 9. | $U_1 = (1, 0, 2), U_2 = (-1, -2, 2), U_3 = (1, 0, 0),$ | $V_1 = (1, 0, 2), V_2 = (-11, -4, -14), V_3 = (5, 0, 6).$ |
| Вариант 10. | $U_1 = (1, -1, 1), U_2 = (1, 2, 0), U_3 = (1, 1, 1),$ | $V_1 = (2, -2, 2), V_2 = (7, 4, 10), V_3 = (4, 2, 6).$ |
| Вариант 11. | $U_1 = (1, 1, -1), U_2 = (0, -1, 0), U_3 = (1, 2, 0),$ | $V_1 = (8, 2, 10), V_2 = (-1, -2, -2), V_3 = (7, 4, 10).$ |
| Вариант 12. | $U_1 = (2, 0, -1), U_2 = (1, 1, 1), U_3 = (1, 1, -1),$ | $V_1 = (12, 0, 14), V_2 = (4, 2, 6), V_3 = (8, 2, 10).$ |
| Вариант 13. | $U_1 = (1, 1, 1), U_2 = (-1, 1, 0), U_3 = (0, -1, 1),$ | $V_1 = (-5, 1, -5), V_2 = (2, 1, 3), V_3 = (6, -1, 7).$ |
| Вариант 14. | $U_1 = (1, 1, 1), U_2 = (0, 1, 0), U_3 = (1, 0, 2),$ | $V_1 = (-5, 1, -5), V_2 = (-3, 1, -3), V_3 = (1, 0, 2).$ |
| Вариант 15. | $U_1 = (1, 0, 2), U_2 = (-1, -2, 2), U_3 = (1, 0, 0),$ | $V_1 = (1, 0, 2), V_2 = (17, -2, 20), V_3 = (-5, 0, -6).$ |
| Вариант 16. | $U_1 = (1, -1, 1), U_2 = (1, 2, 0), U_3 = (1, 1, 1),$ | $V_1 = (1, -1, 1), V_2 = (-11, 2, -12), V_3 = (-5, 1, -5).$ |
| Вариант 17. | $U_1 = (1, 1, -1), U_2 = (0, -1, 0), U_3 = (1, 2, 0),$ | $V_1 = (-11, 1, -13), V_2 = (3, -1, 3), V_3 = (-11, 2, -12).$ |
| Вариант 18. | $U_1 = (1, 1, -1), U_2 = (-1, 1, 0), U_3 = (0, -1, 1),$ | $V_1 = (-11, 1, -13), V_2 = (2, 1, 3), V_3 = (6, -1, 7).$ |
| Вариант 19. | $U_1 = (1, 1, 1), U_2 = (-1, 1, 0), U_3 = (0, -1, 1),$ | $V_1 = (-10, 8, -10), V_2 = (1, -1, 0), V_3 = (9, -8, 8).$ |

- Вариант 20.** $U_1 = (1, 1, 1), U_2 = (0, 1, 0), U_3 = (1, 0, 2), V_1 = (-10, 8, -10), V_2 = (-6, 5, -6), V_3 = (-1, 0, -2).$
- Вариант 21.** $U_1 = (1, 0, 2), U_2 = (-1, -2, 2), U_3 = (1, 0, 0), V_1 = (-1, 0, -2), V_2 = (25, -22, 22), V_3 = (-7, 6, -6).$
- Вариант 22.** $U_1 = (1, -1, 1), U_2 = (1, 2, 0), U_3 = (1, 1, 1), V_1 = (2, -2, 2), V_2 = (-19, 16, -18), V_3 = (-10, 8, -10).$
- Вариант 23.** $U_1 = (1, 1, -1), U_2 = (-1, 1, 0), U_3 = (0, -1, 1), V_1 = (-16, 14, -14), V_2 = (1, -1, 0), V_3 = (9, -8, 8).$
- Вариант 24.** $U_1 = (-1, 2, 1), U_2 = (0, -1, 1), U_3 = (1, -1, 1), V_1 = (-2, 1, -4), V_2 = (9, -8, 8), V_3 = (2, -2, 2).$
- Вариант 25.** $U_1 = (1, 1, -1), U_2 = (-1, 1, 0), U_3 = (0, -1, 1), V_1 = (-3, -7, 3), V_2 = (3, 9, -4), V_3 = (2, 3, -1).$
- Вариант 26.** $U_1 = (1, 1, 1), U_2 = (0, 1, 0), U_3 = (1, 0, 2), V_1 = (5, 9, -3), V_2 = (2, 5, -2), V_3 = (7, 12, -4).$
- Вариант 27.** $U_1 = (1, 0, 2), U_2 = (-1, -2, 2), U_3 = (1, 0, 0), V_1 = (7, 12, -4), V_2 = (5, 10, -4), V_3 = (-1, -4, 2).$
- Вариант 28.** $U_1 = (1, -1, 1), U_2 = (1, 2, 0), U_3 = (1, 1, 1), V_1 = (1, -1, 1), V_2 = (3, 6, -2), V_3 = (5, 9, -3).$
- Вариант 29.** $U_1 = (1, 1, -1), U_2 = (0, -1, 0), U_3 = (1, 2, 0), V_1 = (-3, -7, 3), V_2 = (-2, -5, 2), V_3 = (3, 6, -2).$
- Вариант 30.** $U_1 = (2, 0, -1), U_2 = (1, 1, 1), U_3 = (1, 1, -1), V_1 = (-6, -16, 7), V_2 = (5, 9, -3), V_3 = (-3, -7, 3).$