

گزارش پایانی درس پردازش تصویر عددی

نام و نام خانوادگی : کوروش خاوری مقدم

شماره‌ی دانشجویی : ۴۰۱۱۳۱۰۲۳

عنوان مقاله‌ی مورد بررسی :

H. Talebi and P. Milanfar, "Global Image Denoising," IEEE Transactions on Image Processing, vol. 23, no. 2, pp. 755-768, Feb. 2014.

فهرست عناوین

۲	هدف از انجام پروژه:
۲	مفاهیم مهم:
۲	مدل آماری مورد استفاده:
۳	مسأله‌ی بهینه سازی:
۳	روش ارائه شده توسط مقاله:
۳	مراحل فریم‌ورک:
۴	استفاده از فریم‌ورک معرفی شده در مقاله در مسائل واقعی:
۴	نتایج بدست آمده و توجیه آن‌ها:
۵	نتایج معیار شباهت نرم اول نرمالایز شده :
۵	نتایج معیار شباهت گوسی:
۶	نتایج معیار شباهت دوطرفه:

هدف از انجام پروژه:

قصد داریم که با در نظر گیری یک "معیار شباهت"، پیکسل‌های "شبیه" در "سراسر" عکس را به هم "نزدیک" کنیم.

مفاهیم مهم:

معیار فاصله:

تابعی است که با دریافت دو پیکسل، میزان تفاوت آن‌ها را با عددی مثبت نمایش می‌دهد. (و ویژگی‌های تابع نرم را داراست)

معیار شباهت:

تابعی است که با دریافت دو پیکسل، میزان شبیه بودن آن‌ها را با عددی در بازه‌ی ۰ تا ۱ تخمین می‌زند. ۱ به معنی یکسان بودن و ۰ به معنی مخالف بودن پیکسل‌های ورودی طبق آن معیار خاص است. معیار شباهت با معیار فاصله تفاوت دارد، چرا که این معیار، مقدار مورد انتظار ما برای شبیه بودن دو پیکسل است، این در حالی است که معیار فاصله روی مقدار اصلی پیکسل‌ها تعریف می‌شود. برای مثال، اگر معیار فاصله وابسته به فاصله‌ی منتهی بین دو پیکسل باشد، دو پیکسل شبیه به هم محسوب می‌شوند اگر نزدیک هم باشند. حال اگر همین دو پیکسل دارای شدت نور متفاوت باشند، از هم دور هستند. هدف از حل مساله‌ی بهینه سازی مطرح شده در ادامه مقاله نیز همین است: می‌خواهیم فاصله‌ی پیکسل‌ها را با توجه به معیار شباهت انتخاب شده توسط خودمان تنظیم کنیم.

پیکسل‌های شبیه:

پیکسل‌هایی که معیار شباهت نزدیک به ۱ داشته باشند.

سراسری بودن در مقابل محلی بودن فیلتر:

فیلترهای محلی مانند فیلتر میانه، از داده‌های محلی جهت رفع نویز در تصویر استفاده می‌کنند، این در حالی است که فیلترهای سراسری، از کل اطلاعات تصویر جهت رفع کردن نویز تصویر استفاده می‌کنند.

نزدیک سازی پیکسل‌ها:

در مقاله‌ی مورد بررسی، منظور از نزدیک سازی پیکسل‌ها، ضرب آن‌ها در وزن متناسب است. اگر وزن درست تعیین شده باشد، پیکسل‌هایی که طبق معیار شباهت به هم نزدیک هستند ولی طبق معیار فاصله از هم دورند، به هم نزدیک خواهند شد.

ماتریس شباهت:

این ماتریس نشان دهنده‌ی شباهت یک پیکسل با تمامی پیکسل‌های دیگر در عکس است. بنابراین برای عکسی با n پیکسل، این ماتریس n^2 درایه خواهد داشت. (که اگر به درستی با آن برخورد نشود، می‌تواند چالش‌های جدی در مرتبه‌ی زمانی الگوریتم ایجاد کند.)

مدل آماری مورد استفاده:

همان مدل عمومی عکس با نویز سفید است: $Y = Z + E$ ، که در این معادله، متغیر Y بیانگر عکس نویزی و Z بیانگر حقیقت پایه است. همچنین E امید صفر دارد.

مساله‌ی بهینه سازی:

اگر برآوردگر عکس بدون نویز را با نماد \hat{Z} نمایش دهیم، آنگاه این متغیر بایستی شرایط زیر را ارضا کند :

$$\hat{z}_i = \underset{z_i}{\operatorname{argmin}} \sum_{j=1}^n [z_i - y_j] K_{ij}$$

که دقیقا همان گفته‌ی بیان شده در قسمت هدف از انجام پروژه است.

روش ارائه شده توسط مقاله:

حل مساله‌ی بهینه‌سازی گفته شده و ارائه‌ی ماتریس W که بتواند مقدار حقیقت پایه را تخمین بزند:

$$\hat{z} = Wy : w_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^n K_{ij}} [K_{i1}, K_{i2}, \dots, K_{in}]^T$$

چالش موجود :

تابع W خیلی بزرگ است! محاسبه کردن دقیق آن عملی نیست. بنابراین بایستی بتوانیم راه‌حلی پیدا کنیم که بتوان به کمک آن این ماتریس را تخمین زد. خواص این ماتریس در کارهای گذشته مورد بررسی قرار گرفته است. مقاله به کمک تخمین مهم ترین عناصر ویژه‌ی این ماتریس، آن را تخمین میزند.

مراحل کلی این عمل در شکل زیر خلاصه شده است:

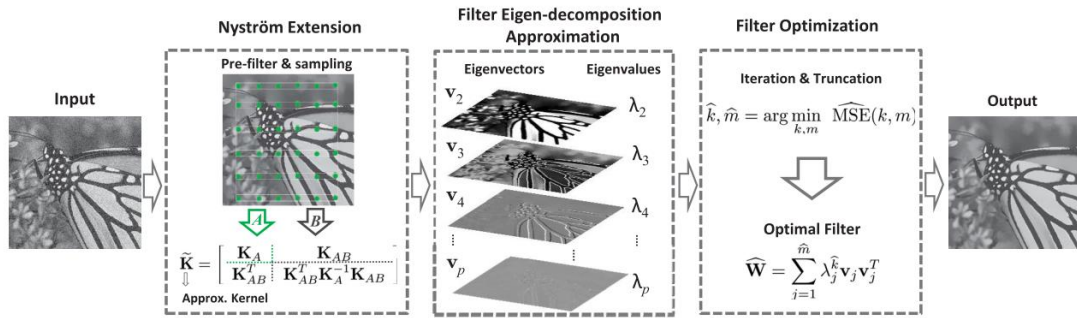


Fig. 2. GLIDE's pipeline. From left to right, for a noisy image we first apply a pre-filter to reduce the noise level. Then using a spatially uniform sampling, the global kernel is approximated by employing the Nyström extension (A and B represent the samples and the rest of the pixels in the image, respectively). As is discussed in Section III, using the obtained kernel, the leading eigenvalues and eigenvectors of the filter are approximated (The eigenvector v_1 is not shown because it is constant). Finally, the optimal filter is constructed by shrinking (iteration and truncation) the eigenvalues. The filter optimization step is detailed in Section II.

مراحل فریم‌ورک

همان گونه که در شکل نشان داده شده است، ابتدا با نمونه برداری همگن فضای، تعداد p نقطه از عکس نمونه برداری می‌شود. به کمک این p نقطه و $n-p$ نقطه‌ی باقی مانده، بایستی بتوانیم که مقدار کرنل K که بیانگر شباهت بین پیکسل‌ها با در نظر گیری criterion مورد نظر است، را تقریب بزنیم. روش تقریب عددی این کرنل در قسمت اول الگوریتم تحت عنوان روش نایستروم مورد بررسی قرار گرفته است. این روش بیان می‌کند که برای تقریب ماتریس بزرگ K ، به جای یافتن آن برای تمامی درایه‌ها که مرتبه‌ی زمانی $\mathcal{O}(\text{pixel}^4)$ دارد، فقط بلوک‌هایی از آن را محاسبه کنیم و با یافتن p بردار ویژه اصلی، مابقی $n-p$ بردار ویژه باقی مانده را تخمین بزنیم. بنابراین می‌توانیم مساله‌ی زمان‌بر اولیه را در زمانی معین با خطایی قابل چشم پوشی (نویسندگان به صورت مفصل این موضوع را بررسی کرده اند و اثبات‌ها و نمودارها در مقاله‌ی اصلی موجود است) را حل کنیم.

ممکن است که تصور کنید با یافتن ماتریس K ، می‌توانیم به سادگی از آن استفاده کرده و مقدار ماتریس تقریب‌گر W را حساب کنیم. این تصور نادرست است، چراکه محاسبه‌ی این ماتریس حداقل به اندازه‌ی محاسبه‌ی ماتریس K زمان‌بر است. با توجه به خواص ارائه شده در قسمت‌های قبلی، رابطه‌ی بین ماتریس یافته شده‌ی K و ماتریس مطلوب W را می‌دانیم :

$$w_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^n K_{ij}} [K_{i1}, K_{i2}, \dots, K_{in}]^T$$

که بدین معنی است که ماتریس W همان ماتریس K است که به صورت سطری نرمالایز شده است، بنابراین می‌توانیم رابطه‌ی زیر را بنویسیم :

$$W = D^{-1}K$$

که در آن ماتریس D به صورت زیر تعریف میشود :

$$D = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n K_{1j} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sum_{j=1}^n K_{nj} \end{bmatrix}$$

طبق فرض‌های صورت گرفته و روش تخمین مورد استفاده توسط ما، ماتریس تخمین زده شده‌ی K ، یک ماتریس مثبت معین است. (اگر نبود، تنها مقادیر حقیقی نگاه داشته شود، طبق خواصی که توسط نویسندگان در قسمت پیوست بررسی شده، قسمت حقیقی مقادیر ویژه مثبت خواهد بود). نویسندگان مقاله با توجه به این حقیقت از آمیخته‌ای از روش نایستروم و روش سینک‌هورن برای تقریب مقدار W با کمک ماتریس K استفاده کرده اند. این قسمت نیز همانند قسمت اول، با بلوک بندی کردن ماتریس W و تخمین مقادیر ویژه‌ی آن صورت می‌گیرد. جزئیات بیشتر مربوط به تمامی این روش‌ها در مقاله مرجع (و نه در مقاله‌ی اصلی) ذکر گردیده است.

بعد از تخمین ماتریس K و بلوک‌هایی از ماتریس W ، بالاخره می‌توانیم مقدار کلی ماتریس W را با افزودن و اعمال یک سری فرض محاسبه کنیم. این عمل در قسمت سوم الگوریتم که متعامدسازی نام‌گذاری شده بررسی شده است. در این مرحله‌ی نهایی، مقدار بردارهای ویژه‌ی متعامد برای ماتریس W به همراه تمامی مقدارهای ویژه (شامل p مقدار اصلی و $n-p$ مقدار تخمین زده‌شده) آن تخمین زده می‌شود و همان خروجی الگوریتم است.

$$W \sim \tilde{W} = \tilde{V} \tilde{S} \tilde{V}^T$$

استفاده از فریم‌ورک معرفی شده در مقاله در مسائل واقعی:

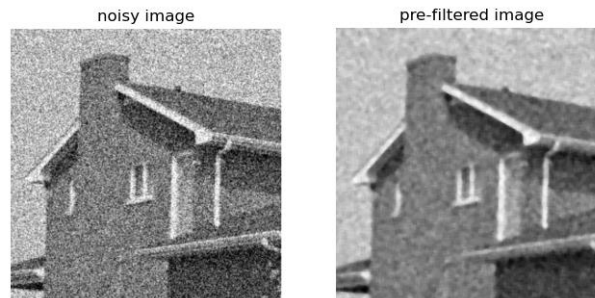
همان‌گونه که در ابتدای گزارش هم ذکر کردیم، روش معرفی شده در فیلتر سراسری می‌تواند جهت تخمین وزن‌های بهینه برای هر فیلتری مورد استفاده قرار بگیرد، و وزن‌های بدست آمده توسط الگوریتم، بهترین تخمین ممکن برای پیکسل‌ها را با در نظر گیری فیلتر خاص به ما می‌دهد. مقاله‌ی اصلی از فیلتر NLM (*Non Local Means*) جهت معرفی و تقریب ماتریس K استفاده کرده است. ما در این گزارش، از فیلترهای $Gaussian$ و $Bilateral$ جهت این تقریب استفاده خواهیم کرد تا علاوه بر تازگی، نتیجه‌ی گزارش در رابطه با سایر فیلترها نیز بررسی شود. همچنین یک معیار ساده‌ی شباهت سومی نیز جهت بررسی بیشتر فریم‌ورک معرفی شده بررسی شده است. نتایج حاصل از تخمین ماتریس وزن سراسری با تعیین پارامترهای مختلف (که عملاً پارامتر فیلتر و تعداد نقاط نمونه‌برداری در مرحله‌ی اول است) در قسمت زیر آورده شده است. علاوه بر شکل‌های تست شده در مقاله، از تعدادی از عکس‌های نویزدار موجود در تکالیف نیز استفاده شده.

نتایج بدست آمده و توجیه آن‌ها:

قبل از مشاهده‌ی نتایج حدس اولیه درباره‌ی آن‌ها را بیان می‌کنیم. با توجه به اینکه "معیار فاصله" نرم دوم تفاوت شدت روشنایی پیکسل‌ها در نظر گرفته شده، معیار شباهت بایستی به تنهایی وابسته به تفاوت شدت روشنایی پیکسل‌ها نباشد چرا که در این صورت، عملاً فرآیند رفع نویز صورت نمی‌گیرد! (دو پیکسل شبیه، نزدیک به هم نیز می‌شوند) بنابراین انتظار داریم که معیار شباهت نرم اول نرمالایز شده عملاً تأثیری در عکس‌ها نداشته باشد! در رابطه با معیار گوسی، این معیار کاملاً وابسته به فاصله‌ی پیکسل‌های عکس است، بنابر این انتظار داریم عکس‌ها شطرنجی و یا مات شوند. این درحالی است که معیار دو طرفه با در نظر گیری شدت روشنایی و مکان پیکسل، بهترین معیار شباهت بین این سه معیار است، چرا که خوبی‌های هر دومعیار قبلی را یک جا دارد.

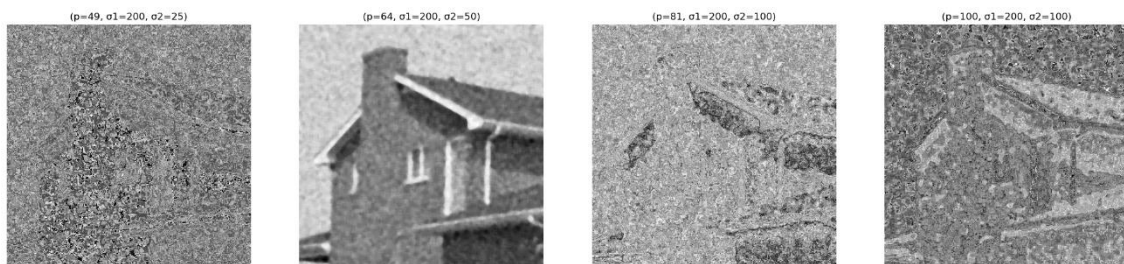
تصویر معیار و تصویر پیش فیلتر شده :

طبق پیشنهاد مقاله‌ی فعلی و مقاله‌ی مرجع جهت انتخاب فیلترها، پیش پردازش کردن تصویر سبب از بین رفتن کوریلیشن بین ماتریس W و عکس نويز دار Y خواهد شد و نتایج را بهبود خواهد داد. به همین جهت، ابتدا تصویر نویزی را با کرنل میانه پیش پردازش کرده ایم.



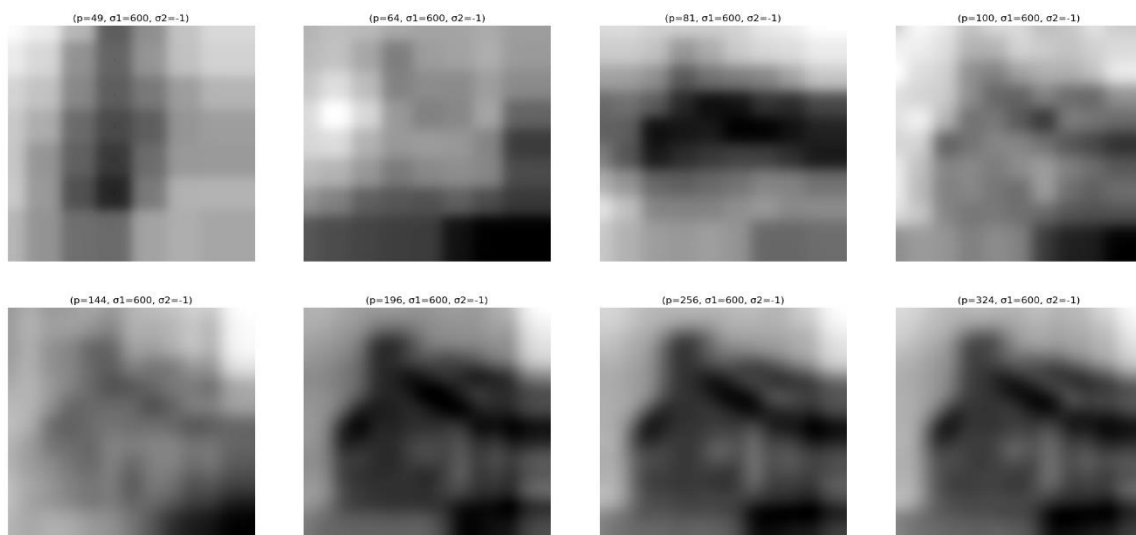
نتایج معیار شباهت نرم اول نرمالایز شده :

برخلاف انتظار ما، در بهترین حالت تصویر بدون تغییر باقی خواهد ماند! البته همان گونه که حدس هم زده بودیم، این معیار شبیه سازی با معیار فاصله تداخل پیدا کرده و تاثیر خود را از دست داده است.



نتایج معیار شباهت گوسی:

مطابق با حدسمان، در صورتی که تعداد بردارهای ویژه‌ی اصلی کم باشد، نتیجه شطرنجی خواهد شد، دلیل هم آن است که الگوریتم به درستی وزن هایی را پیدا می‌کند که پیکسل های مجاور را به هم نزدیک کند، ولی این وزن ها تقریب خوبی نیستند



(چون تعداد بردار ویژه‌ی اصلی کم است) و بنابراین پیکسل‌ها به صورت شطرنجی منظم خواهند شد! (البته این دلیل نمی‌تواند چرایی شطرنجی شدن را توجیه کند، برای مثال اینکه چرا تصویر دایره ای نشد و پیکسل های مجاور شطرنجی شدند؟) با افزایش تعداد بردار ویژه‌های اصلی، تقریب دقیق تر می‌شود و مات‌تر.



نتایج معیار شباهت دوطرفه:

همان‌گونه که انتظار داشتیم، این معیار نسبت به دو معیار قبلی گویاتر و کامل‌تر است، نتایج حاصل از این معیار با اینکه خیلی نزدیک به نتایج گرفته شده توسط مقاله نیستند، ولی به وضوح بهتر از تصویر تمام نویزی اند. مورد دیگری که باید مد نظر داشته باشیم این است که نتایج گرفته شده توسط ما با نرخ نمونه برداری کمتر از ۰.۴ درصد هست! این درحالی است که مقاله از نرخ بالا تر (تا ۲۰ درصد!) برای رفع نویز استفاده کرده. البته طبق نمودار موجود در مقاله، بعد از نرخ نمونه برداری حدودا ۱۰ درصد، میزان بهبود الگوریتم به حد اشباع می‌رسد و دیگر افزایش چشم گیری نخواهد داشت.

(p=64, σ1=625, σ2=255) (p=64, σ1=625, σ2=300) (p=64, σ1=625, σ2=355) (p=64, σ1=600, σ2=300)



noisy image

pre-filtered image

نتایج معیار شباهت دوطرفه برای عکسی دیگر:



(p=64, σ1=650, σ2=255) (p=64, σ1=650, σ2=300) (p=64, σ1=650, σ2=355) (p=64, σ1=650, σ2=300)

