

排列组合公式

注意，m 在上（要取得数），n 在下（总数）

$$P_{mn} = n! / (n-m)!$$

$$C_{mn} = P_{mn} / m!$$

性质：

$$C_{mn} = C_{n-m, n}$$

$$C_{m, n+1} = C_{m, n} + C_{m-1, n}$$

鄙人的一点解释：排列其实就是乘法原理，组合就是把排列的结果除以要拿的数量 n 的阶乘。

由3个 a，5个 b 和2个 c 构成的所有字符串中，包含子串“abc”的共有（D）个。

A. 40320 B. 39600 C. 840 D. 780 E. 60

原文答案： $8 \times 7! / 2! / 4! - 4 \times C(5, 2) - 4 \times 5 = 8 \times 3 \times 5 \times 7 - 40 - 20 = 840 - 60 = 780$

现： $8 \times 7! / (2! \times 4!) - 6! / (2! \times 3!) = 780$

当 abc 在第一位时，后面一共有105种排列

$$(7! / (2! \times 4!)) = 105$$

解释：

7! : 2个 a, 4个 b, 1个 c (共7个) 分别放在7个位置的什么地方

2! : 2个 a

4! : 4个 b

c (1个) 被省略了

当 abc 在第二位时，也是105种

...

当 abc 在第八位时，也是105.

$$105 \times 8 = 840 \text{ 种}$$

里面有重复的，要减去，就是减去有2个字符串 abc 的。

一共60种

$$(6! / (2! \times 3!)) = 60$$

解释：

6! : abc (算一个整体), abc, a, b, b, b (共六个) 分别放在哪里

2! : 2个 abc

3! : 3个 b

a, c (1个) 省略

所以 $840 - 60 = 780$ 种

由3个 a，1个 b 和2个 c 构成的所有字符串中，包含子串“abc”的共有（D）个。

A. 20 B. 8 C. 16 D. 12 E. 24

本题和上一题差不多

把 abc 看成整体，则有 2a, 1abc, 1c 共4个部分

$$\text{所以 } 12 = C_{2, 4} = 4 \times 3 \times 2 / 2!$$

解释：分子是乘法原理，分母是算2个 a 的重复的

平面上有三条平行直线，每条直线上分别有7，5，6个点，且不同直线上三个点都不在同一条直线上。问用这些点为顶点，能组成多少个不同三角形？

$$C(7,2) \cdot (5+6) + C(5,2) \cdot (7+6) + C(6,2) \cdot (7+5) + 7 \cdot 5 \cdot 6 \\ = 21 \cdot 11 + 10 \cdot 13 + 15 \cdot 12 + 210 = 231 + 130 + 180 + 210 = 751$$

解释

$C(7,2) \cdot (5+6)$ 就是在7个点上取2点有21种不同，然后另1点取在5个点和6个点的直线上共有11种乘起来

$C(5,2) \cdot (7+6)$ 就是在5个点上取2点有10种不同，然后另1点取在7个点和6个点的直线上共有13种乘起来

$C(6,2) \cdot (5+7)$ 就是在6个点上取2点有15种不同，然后另1点取在7个点和6个点的直线上共有12种乘起来

$7 \cdot 5 \cdot 6$ 就是在三条直线上都取1点一共有 $5 \cdot 6 \cdot 7 = 210$ 种

最后加起来

在书架上放有编号为1,2,...,n 的 n 本书。现将 n 本书全部取下然后再放回去,当放回去时要求每本书都不能放在原来的位置上。例如:n=3时:

原来位置为:123

放回去时只能为:312或231这两种

问题:求当 n=5时满足以上条件的放法共有多少种?(不用列出每种放法)

$$c(5,0) \cdot 5! - c(5,1) \cdot 4! + c(5,2) \cdot 3! - c(5,3) \cdot 2! + c(5,4) \cdot 1! - c(5,5) \cdot 0! \\ = 60 - 20 + 5 - 1 = 44$$

解释: 这个式子其实就是容斥原理(容斥原理就是加一个的,减2个的,加3个的,减4个的.....具体请自己搜索)

说一下 $c(5,y) \cdot z!$ 什么意思

其中 $y+z=5$

$c(5,y)$ 就是5个,这个是算重复的数

后面那个阶乘就是剩下的数的排列了

下面还有一解

新解: 错位排列

用 D_n 表示 n 个元素序列的错位排列的个数。

$$D_1=0, D_2=1, D_3=2, D_4=9,$$

第一位放 k 不等于1,共有 n-1种取法;

1) 第一位放 k, 第 k 位放1,其余 n-2位错位排列有 D_{n-2} 种取法;

2) 第一位放 k, 第 k 位不放1,除第一位外,其余 n-1位错位排列有 D_{n-1} 种取法;

所以 $D_n = (n-1)(D_{n-2} + D_{n-1})$ 下面的过程个人建议(我自己也没看)忽略掉吧

$$D_n - nD_{n-1}$$

$$= (n-1)D_{n-2} - D_{n-1}$$

$$= -(D_{n-1} - (n-1)D_{n-2})$$

$$= (-1)^2(D_{n-2} - (n-2)D_{n-3})$$

$$= \dots$$

$$= (-1)^{n-2}(D_2 - 2D_1)$$

$$= (-1)^{n-2}$$

$D_n = nD_{n-1} + (-1)^{n-2}$ 看这个结果便可,最后答案用两个公式都能得出解

$$D_4 = 4 \times 2 + 1 = 9$$

$$D_5 = 5 \times 9 - 1 = 44 \text{ (答案)}$$

有5本不同的数学书分给5个男同学，有4本不同的英语书分给4个女同学，将全部书收回来后再重新发给他们，与原方案都不相同的方案有___种。

<答案：1140480. >

本题也是错位排列，但难度增高

我们从上题已经知道4个数的错位排列有9个，5个数的错位排列有44个

因为我们的原序列不和上题一样是1, 2, 3,。。。。。。我们可以随意组合原序列，这个简单，直接乘法原理（排列）

男同学：1*2*3*4*5=120

女同学：1*2*3*4=44

根据题意，男同学的总方法数就是原序列的个数乘上每个原序列错位排列的个数，想一想便知道其实每个原序列的错位排列的个数是相同的，由于男女同学分开考虑，所以最后需要把各解相乘：

$$1 \ 1 \ 4 \ 0 \ 4 \ 8 \ 0 = (5! \times 4 \ 4) \times (4! \times 9)$$

75名儿童去游乐场玩。他们可以骑旋转木马，坐滑行道，乘宇宙飞船。已知其中**20**人这三种东西都玩过，**55**人至少玩过其中两种。若每玩一样的费用为**5**元，游乐场总共收入**700**，可知有_____名儿童没有玩过其中任何一种。

解:3种东西都玩过的共用去:3×5×20=300(元)

只玩过两种东西的共用去:2×5×(55-20)=350(元)

那么:

只玩过一种东西的人数为:(700-300-350)÷5=10(人)

所以:

什么也没有玩的人数为:75-55-10=10(人)

答:可知有10名儿童没有玩过其中任何一种.

圆周上有 **n** 个点，任意两点间连一条弦，而且没有**3**条弦交于一点的情况，问在圆内一共有多少三角形。

$$C(n,3)+4 \cdot C(n,4)+5 \cdot C(n,5)+C(n,6)$$

解释:

C(N,3)是三个顶点都在圆上的情况

4*C(N,4)是两个顶点在圆上的情况(一个四边形中有四个)，就是说还有一个点是由于线条交错形成的

5*C(N,5)是只有一个顶点在圆上(同理,一个五边形中有无个)

C(N,6)是顶点都不在圆上的(一个六边形中有1个)

设数组 **A[10..100,20..100]** 以行优先的方式顺序存储，每个元素占**4**个字节，且已知 **A[10, 20]**的地址为**1000**，则 **A[50, 90]**的地址是 **14240** 。

注意本题是以行优先，把所有的坐标反过来看就容易了

$$(81 \cdot 40 + 71 - 1) \cdot 4 + 1000 = 14240$$