数値計算法第五回授業レポート

04B21024 葛堀和也

1　問 1

　Δt の満たす必要のある条件として、以下がわかっている。

$$\Delta t < \frac{\pi - u_n}{\gamma(\sin(u_n))^{1.2}} \tag{1}$$

u_n は自然数であるので、全ての自然数に対してこの条件を満たすような Δt を選べば良い。したがって、次の関数の最小値を求める必要がある。

$$Up(u) = \frac{\pi - u}{\gamma(\sin(u))^{1.2}} \tag{2}$$

　この関数について考察する。まず、この関数は原点で正の無限大に発散することがわかる。というのも、$\sin(u)$ が $u \to 0$ で 0 になるからである。全く同様の理由で、そこから sin の半周期分だけずれた点 $u = \pi$ でもこの関数は正の無限大に発散するとわかる。

というのも、

$$Up(u) = \frac{\pi - u}{\gamma(\sin(u))^{1.2}} = \frac{\pi - u}{\gamma \sin(u)} \times \frac{1}{(\sin(u))^{0.2}} = \frac{}{\gamma \mathrm{si}} \tag{3}$$

これより、前半部分は $u \to \pi$ の極限をとると 1 になるが、一方で後半部分はそのまま正の無限大に発散する。

関数 2 には他に極地はなく、しかもこの範囲、すなわち $0 < u < \pi$ の範囲で連続かつ微分可能であるので、この範囲における極小値が、この範囲における最小値となる。

1.1　手計算

最初に手で計算してみる。

$$\frac{d}{du}Uq = \frac{-\sin(u) - (\pi - u)1.2\cos(u)(sin(u))^{0.2}}{\gamma(sin(u))^{2.2}} \tag{4}$$

探したいのはこの関数の極値なので、この式を変形して、

$$u - \pi - \frac{1}{1.2}\sin(u)^{0.8} = 0 \tag{5}$$

ここから先は手計算ではできないので、プログラムを組む必要がある。

1.2　数値計算