Л10

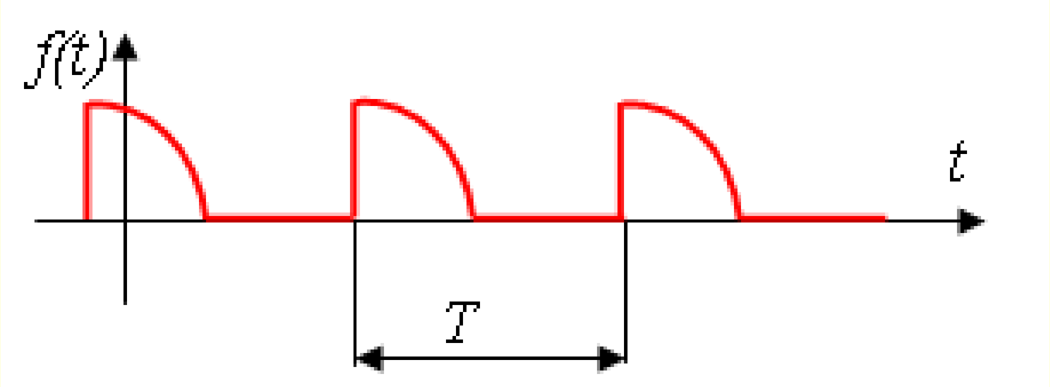
# <u>Периодични несинусоидални режими в линейни електрически вериги</u>

**(29.10.2022г.)**

**Лектор: <u>проф. д-р Илона Ячева</u>**

*кат. "Теоретична Електротехника",*
*Технически Университет-София*

# Периодични несинусоидални режими в линейни електрически вериги.




$$f(t) = f(t + kT)$$

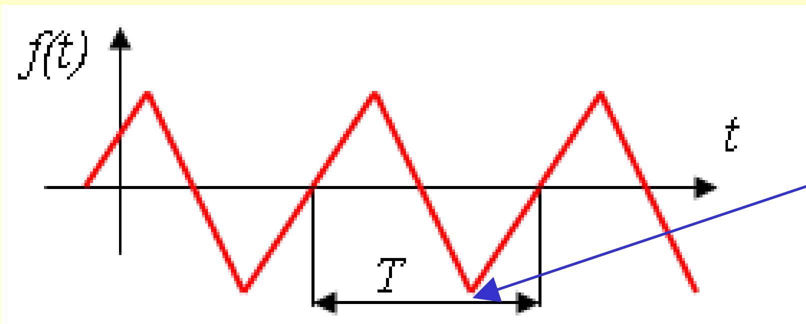
## 1. Причини за възникване

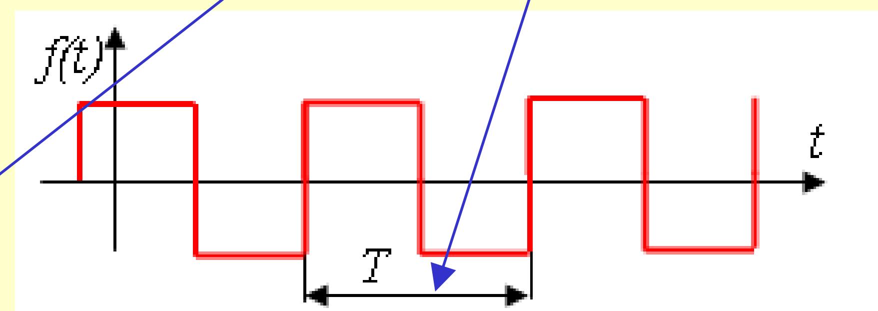
- Източниците на енергия осигуряват несинусоидални напрежения или токове поради несъвършенство в конструкцията или поради специално предназначение;

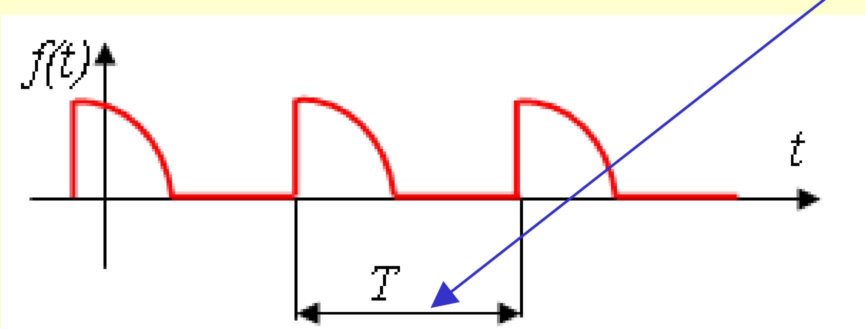
- Във веригата са включени нелинейни елементи (НЕ) с променливи във времето параметри, които деформират синусоидалните режими.

## 2. Видове несинусоидални сигнали

а) несинусоидални, но **периодични** $\boxed{f(t) = f(t + kT)}$

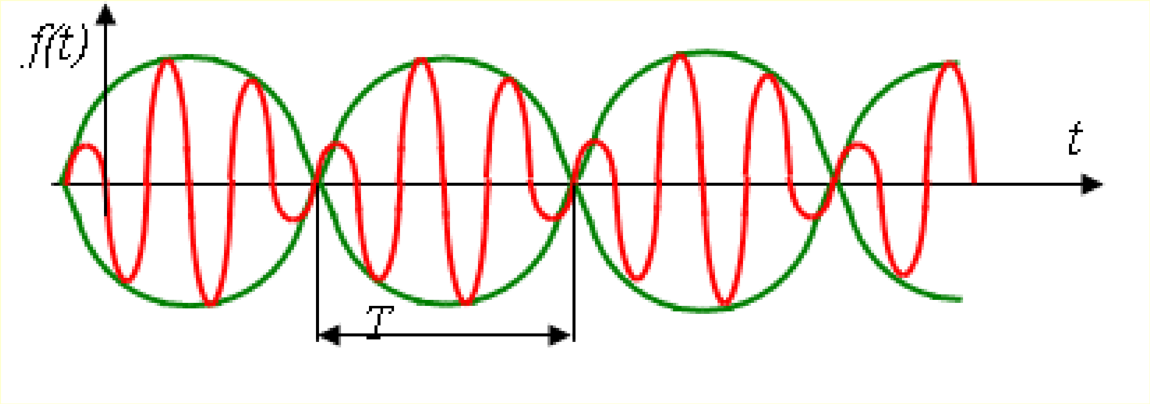


# 2. Видове несинусоидални сигнали

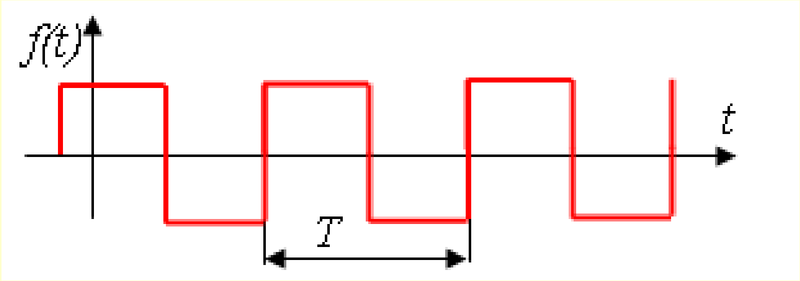
б) псевдопериодични (периодични по отношение на обвивката )




в) без период на повтаряемост.

# Анализ на несинусоидални периодични режими

1. Периодичният несинусоидален сигнал се разлага във ред на Фурие:




$$f(t) = f(t + kT)$$

$$f(t) = \sum_{k=0}^{n} A_{mk} \sin(k\omega t + \psi_k)$$

$$f(t) = A_0 + A_{m1}\sin(1\omega t + \psi_1) + A_{m2}\sin(2\omega t + \psi_2) + \ldots + A_{mk}\sin(k\omega t + \psi_k) + \ldots + A_{mn}\sin(n\omega t + \psi_n)$$

2. Използва се принципът с наслагването, като се анализира въздействието на всеки хармоник поотделно;

3. Резултантният ефект се определя от наслагването на реакциите на всички хармоници.

# <u>**Представяне на периодични, несинусоидални функции в ред на Фурие**</u>

Всяка периодична функция с период ***T*** (***к*** е цяло положително число), може да бъде разложена в ред на Фурие, <u>**ако удовлетворява условията на Дирихле:**</u>

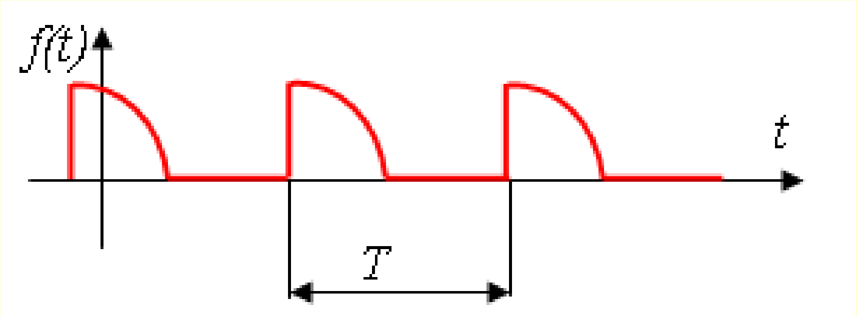
1. Функцията е непрекъсната или има краен брой точки на прекъсване

2. Функцията има краен брой екстремуми в интервала $0 \le t \le T$

<u>Токовете и напреженията в реалните физически вериги **винаги удовлетворяват** тези условия</u>

## Представяне на периодични, несинусоидални функции в ред на Фурие

Периодичният несинусоидален сигнал се разлага във ред на Фурие:




$$f(t) = f(t + kT)$$

$$f(t) = \sum_{k=0}^{n} A_{mk} \sin(k\omega t + \psi_k)$$

$$f(t) = A_0 + A_{m1}\sin(\omega t + \psi_1) + A_{m2}\sin(2\omega t + \psi_2) + \ldots + A_{mk}\sin(k\omega t + \psi_k) + \ldots + A_{mn}\sin(n\omega t + \psi_n)$$

- ***T*** - <u>период</u> (време за което се осъществява 1 пълно колебание) ;
- ***к*** – номер на хармоник.

(*При практически анализ, задоволителна точност на на апроксимацията на несинусоидалните сигнали се получава получава най-често при брой на хармониците в реда на Фурие* ***к*** $\le$ *7÷9);*

# <u>Представяне на периодични,  несинусоидални функции в ред на Фурие</u>

Периодичният несинусоидален сигнал се разлага във ред на Фурие:

$$\boxed{f(t) = f(t + kT)} \longrightarrow \boxed{f(t) = \sum_{k=0}^{n} A_{mk} \sin(k\omega t + \psi_k)}$$

$$f(t) = A_0 + A_{m1}\sin(\omega t + \psi_1) + A_{m2}\sin(2\omega t + \psi_2) + \ldots + A_{mk}\sin(k\omega t + \psi_k) + \ldots + A_{mn}\sin(n\omega t + \psi_n)$$

- за ***к*** = 0 - разглеждаме постоянната съставка на сигнала (нулев хармоник);
- ***к*** = 1 - разглеждаме първи (основен) хармоник на сигнала;
- ***к ≥ 2 -*** разглеждаме висши хармоници на сигнала.;

***Amк -*** <u>амплитуда</u> на ***к***-ти хармоник;

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ - честота на първи хармоник ;

$\psi_к$ **-** <u>начална фаза</u> на ***к-***ти хармоник;

# <u>Представяне на периодични, несинусоидални функции в ред на Фурие</u>

$$f(t)=\sum_{k=0}^{n}A_{mk}\sin(k\omega t+\psi_k) \Longleftrightarrow f(t)=B_0+\sum_{k=0}^{n}(B_k\cos k\omega t+C_k\sin k\omega t)$$

$$B_k=A_{mk}\sin\psi_k$$
$$C_k=A_{mk}\cos\psi_k$$

$$\Leftrightarrow$$

$$A_{mk}=\sqrt{B_k{}^2+C_k{}^2}$$
$$\psi_k=arctg\frac{B_k}{C_k}$$

Коефициентите в реда на Фурие се определят съответно:

$$B_k=\frac{2}{T}\int_0^T f(t).\cos k\omega t.dt \quad (k=0,1,2,..);$$

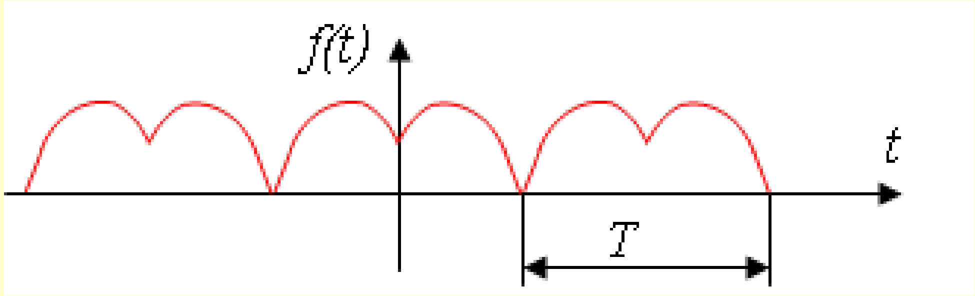
$$C_k=\frac{2}{T}\int_0^T f(t).\sin k\omega t.dt \quad (k=1,2,..).$$

# **Влияние на симетрията върху хармоничния състав на представените в ред на Фурие функции**

$$f(t) = B_0 + \sum_{k=0}^{n} (B_k \cos k\omega t + C_k \sin k\omega t)$$

При наличие на симетрия във формата на несинусоидалния сигнал, в хармоничния състав на съответния ред на Фурие **липсват някои от хармониците**.

а) Функцията е **четна** $f(t) = f(-t)$



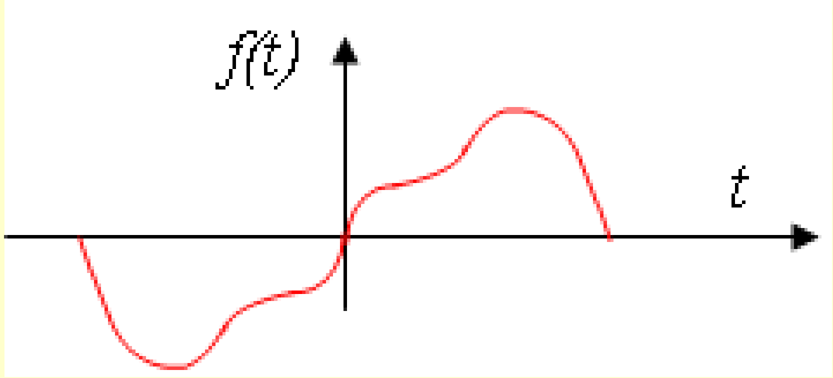

$$f(t) = B_0 + \sum_{k=1}^{n} B_k \cos k\omega t;$$

$$\boxed{C_k = 0}$$

## **Влияние на симетрията върху хармоничния състав на представените в ред на Фурие функции**

$$f(t) = B_0 + \sum_{k=0}^{n} (B_k \cos k\omega t + C_k \sin k\omega t)$$

б) Функцията е **нечетна** $\boxed{f(t) = -f(-t)}$




$$\boxed{B_k = 0}$$

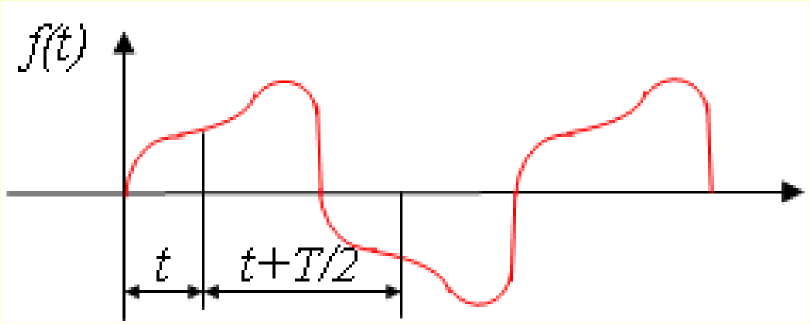
$$f(t) = \sum_{k=1}^{n} C_k \sin k\omega t;$$

## **Влияние на симетрията върху хармоничния състав на представените в ред на Фурие функции**

$$f(t) = B_0 + \sum_{k=0}^{n} (B_k \cos k\omega t + C_k \sin k\omega t)$$

Функцията е **симетрично спрегната**

$$f(t) = -f(t + \frac{T}{2})$$




реда съдържа само **хармоници с нечетни** номера

$$f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} [B_{2k+1} \cos(2k+1)\omega t + C_k \sin(2k+1)\omega t]$$

# Амплитудни, средни и ефективни стойности

**1. Амплитудна стойност на несинусоидална величина** е максималната и стойност за периода $T$.

$$\boxed{A_m = \max[f(t)]}$$

**2. Средна (по модул) стойност на несинусоидална величина** е средната по модул стойност за периода $T$.

$$\boxed{A_{cp} = \frac{1}{T}\int_0^T |f(t)|\,dt}$$

## <u>Амплитудни, средни и ефективни стойности</u>

$$f(t)=\sum_{k=0}^{n} A_{mk}\sin(k\omega t+\psi_k)$$

**<u>3. Ефективна стойност на несинусоидална величина</u>** е средно - квадратичната стойност на функцията за периода *T*.

$$A=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)dt}=\sqrt{A_0^2+A_1^2+A_2^2+\dots A_n^2}$$

<u>Ефективната стойност на произволен **периодичен несинусоидален ток**</u>

$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt}=\sqrt{I_0^2+I_1^2+I_2^2+\dots I_n^2}=\sqrt{\sum_{k=0}^{n} I_k^2}$$

еквивалентен постоянен ток ***I*** ще за период *T*

# Амплитудни, средни и ефективни стойности

**Ефективна стойност на** несинусоидалното напрежение

$$u(t) = \sum_{k=0}^{n} u_{mk} \sin(k\omega t + \psi_{uk})$$

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \ldots U_n^2} = \sqrt{\sum_{k=0}^{n} U_k^2}$$

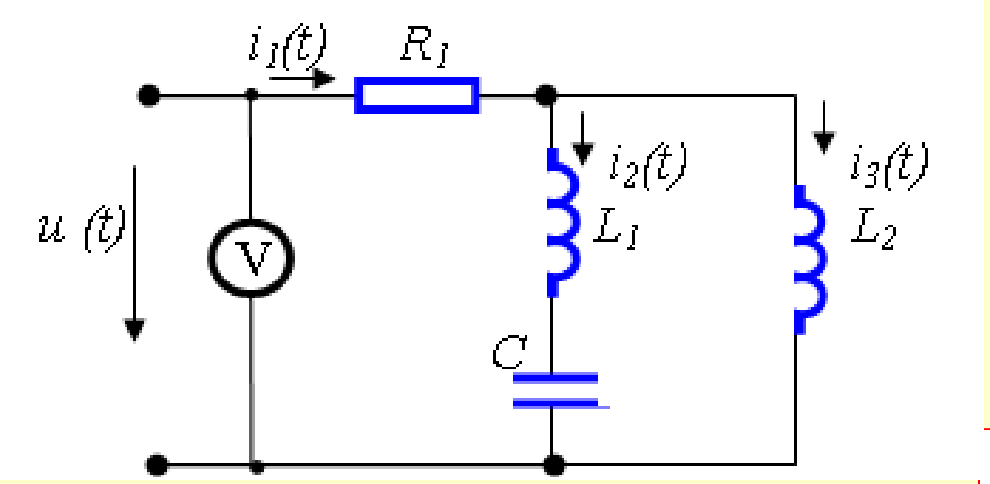
- Амперметрите и волтметрите определят ефективни стойности.
- Следователно за да се определят показанията им е необходимо да се намерят ефективните стойности на измерваните несинусоидални величини.

**Пример:**

Да се определи показанието на волтметъра, ако входното напрежение е несинусоидално и има вида:

$$u(t) = 100 + 50\sqrt{2}\sin(\omega t + 15) + 280\sin(2\omega t + 90) + 30\sqrt{2}\sin 5\omega t$$

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \ldots U_n^2}$$




$$U^{(0)} = 100V$$

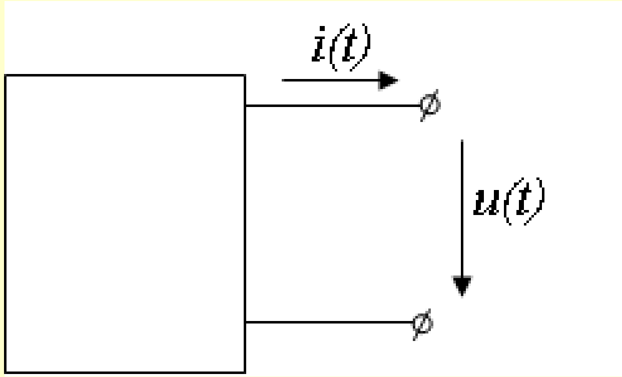
$$u^{(1)}(t) = 50\sqrt{2}\sin(\omega t + 15)V$$
$$U^{(1)} = 50V$$

$$u^{(2)}(t) = 280\sin(2\omega t + 90)V$$
$$U^{(2)} = \frac{280}{\sqrt{2}} = 200V$$

$$u^{(5)}(t) = 30\sqrt{2}\sin 5\omega t\, V$$
$$U^{(5)} = 30V$$

$$U_V = U = \sqrt{100^2 + 50^2 + 200^2 + 30^2} =$$
$$= \sqrt{10000 + 2500 + 40000 + 900} = \sqrt{53400} = 231\, V$$

# Мощности при несинусоидален режим.



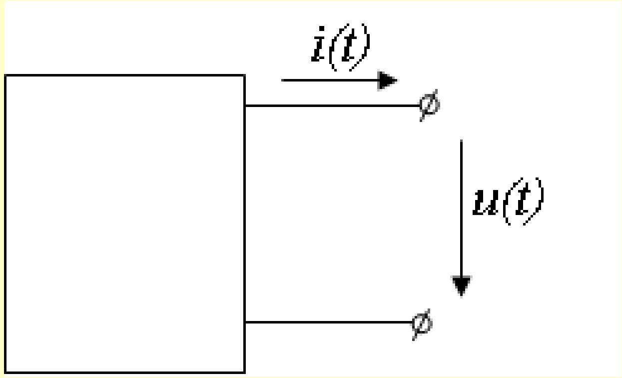

$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{n} u_{mk} \sin(k\omega t + \psi_{uk});$$

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{n} i_{mk} \sin(k\omega t + \psi_{ik})$$

**1. Моментна мощност** $\boxed{p(t) = u(t).i(t)}$

$$p(t) = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{n} u_{mk}.i_{mk}.\sin(k\omega t + \psi_{uk})\sin(k\omega t + \psi_{ik}) + \sum_{\substack{p;\, q=0 \\ p\neq q}}^{n} u_{mp}.i_{mq}.\sin(p\omega t + \psi_{up})\sin(q\omega t + \psi_{iq})$$

# Мощности при несинусоидален режим.




$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{n} u_{mk} \sin(k\omega t + \psi_{uk});$$

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{n} i_{mk} \sin(k\omega t + \psi_{ik})$$

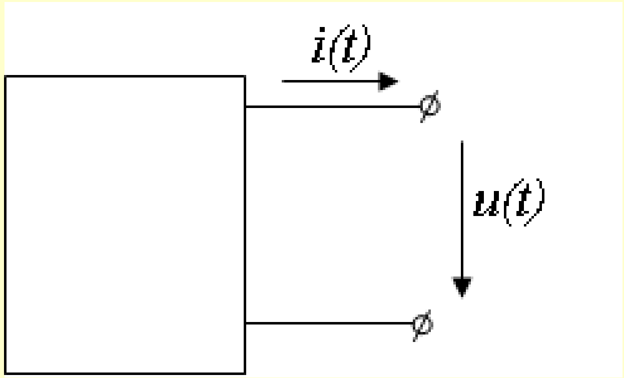
**2.Активна мощност**

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T u(t).i(t)dt$$

$$P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{n} U_k . I_k . \cos\varphi_k$$

$$P = P_0 + P_1 + P_2 + \ldots + P_n = \sum_{k=0}^{n} P_k$$

# Мощности при несинусоидален режим.



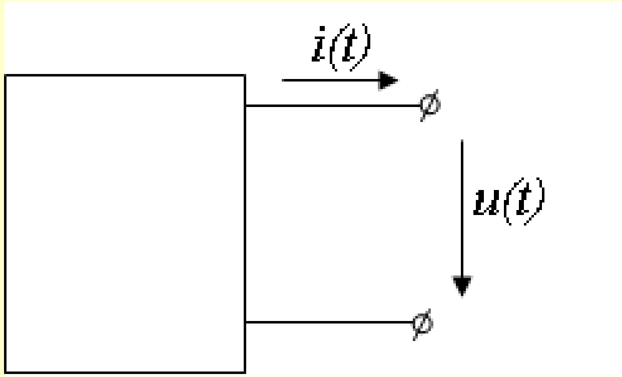

$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{n} u_{mk} \sin(k\omega t + \psi_{uk});$$

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{n} i_{mk} \sin(k\omega t + \psi_{ik})$$

**3. Реактивна мощност** - алгебрична сума от реактивните мощности на отделните хармоници (мощностите могат да имат различни знаци

$$Q = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n = \sum_{k=1}^{n} Q_k = \sum_{k=1}^{n} U_k . I_k . \sin \varphi_k$$

# Мощности при несинусоидален режим.




$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{n} u_{mk} \sin(k\omega t + \psi_{uk});$$

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{n} i_{mk} \sin(k\omega t + \psi_{ik})$$

**4. Пълна мощност** – определя се като произведение от ефективните стойности на тока и напрежението:

$$\boxed{S = U.I = \sqrt{\sum_{k=0}^{n} U_k^{\ 2} . \sum_{k=0}^{n} I_k^{\ 2}}}$$

$$S^2 \neq P^2 + Q^2$$

$$S^2 \rangle P^2 + Q^2$$

$$S^2 - (P^2 + Q^2) = D^2 \rangle 0$$

# Характеристични коефициенти при несинусоидални режими.

## 1. Коефициент на формата.

$$k_{ф} = \frac{A_{еф}}{A_{ср}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)dt}}{\frac{1}{T}\int_0^T \left| f(t) \right| dt}$$

## 2. Коефициент на амплитудата.

$$k_a = \frac{A_{mk}}{A_{еф}} = \frac{A_{mk}}{\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)dt}}$$

# Характеристични коефициенти при несинусоидални режими.

**3. Коефициент на хармоника -** определя отношението на ефективните стойност на хармоника с номер ***r*** към ефективната стойност на първи хармоник:

$$k_{x_r} = \frac{A_r}{A_1}$$

**4. Коефициент на деформиране-** определя отношението на ефективната стойност на първи хармоник към ефективната стойност на функцията:

$$k_{\partial} = \frac{A_1}{A_{еф}} = \frac{A_1}{\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)dt}}$$

**5. Коефициент на нелинейните изкривявания (клирфактор)-** използва се широко в радиотехниката и представлява отношение на ефективната стойност на висшите (***k*** **≥ 2**) хармоници към ефективната стойност на първи хармоник:

$$k_{\partial} = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{n} A_k^2}}{A_1}$$

# Анализ на периодични несинусоидални режими в линейни електрически вериги

Алгоритъм на работа

1.Периодичният несинусоидален входен сигнал се апроксимира с ред на Фурие:

$$\boxed{u(t) = u(t+T)} \rightarrow \boxed{u_{вх}(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{n} u_{mk} \sin(k\omega t + \psi_{uk}),} \qquad \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}$$

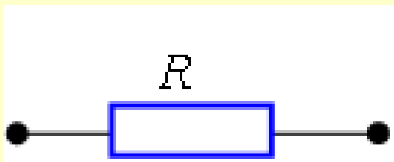
2. Използва се принципът с наслагването и се анализира въздействието на всеки хармоник поотделно по някой от познатите вече методи.

- веригата се анализира толкова пъти (***k* пъти**) колкото са хармониците във входния сигнал
- При анализа за всеки хармоник (***k* =1,.. *n***) се разглежда входен сигнал $u_{вх}^{(k)}(t) = u_{mk} \sin(k\omega t + \psi_{uk})$
- Реактивните съпротивления зависят от честотата и се променят за всеки хармоник

# Анализ на периодични несинусоидални режими в линейни електрически вериги

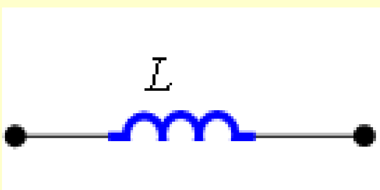
Алгоритъм на работа

Реактивните съпротивления зависят от честотата и се променят за всеки хармоник

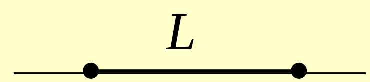



$$R^{(k)} = R$$

***k* =0, 1,.. *n***

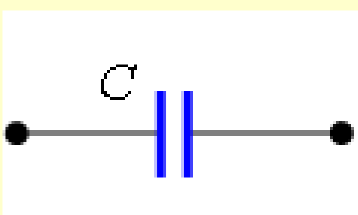



***за k* =0,** $X_L=0$

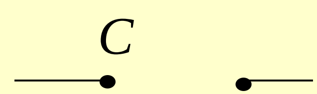



***за k* =1,..*n***

$$X_L^{(k)} = k\omega L$$




***за k* =0,** $X_C \to \infty$




***за k* =1,..*n***

$$X_C^{(k)} = \frac{1}{k\omega C}$$

# **Анализ на периодични несинусоидални режими в линейни електрически вериги**

Алгоритъм на работа

4.Определят се клоновите токове $i_s^{(k)}(t)$ и напреженията $u_s^{(k)}(t)$

$$i_s^{(k)}(t) = \ldots \qquad k = 0,1,2,..n$$

$$u_s^{(k)}(t) = \ldots. \qquad s = 1,2,..m(бр.клонове)$$

5.Резултантният ефект се определя от наслагването на реакциите на всички хармоници:

$$i_s(t) = I_s^{(0)} + i_s^{(1)}(t) + i_s^{(2)}(t) + \ldots + i_s^{(k)}(t) + .. + i_s^{(n)}(t)$$

$$u_s(t) = U_s^{(0)} + u_s^{(1)}(t) + u_s^{(2)}(t) + \ldots + u_s^{(k)}(t) + .. + u_s^{(n)}(t)$$

# Анализ на периодични несинусоидални режими в линейни електрически вериги

Алгоритъм на работа

6.Определят се търсените ефективните стойности:

$$I_s = \sqrt{(I_s^0)^2 + (I_s^1)^2 + .. + (I_s^k)^2 + ... + (I_s^n)^2} = \sqrt{\sum_{k=0}^{n} (I_s^k)^2}$$

$$U_s = \sqrt{(U_s^0)^2 + (U_s^1)^2 + .. + (U_s^k)^2 + ... + (U_s^n)^2} = \sqrt{\sum_{k=0}^{n} (U_s^k)^2}$$

7.Определят се търсените мощности:

$$P = P_0 + \sum_{k=1}^{n} U_k I_k \cos\varphi_k$$

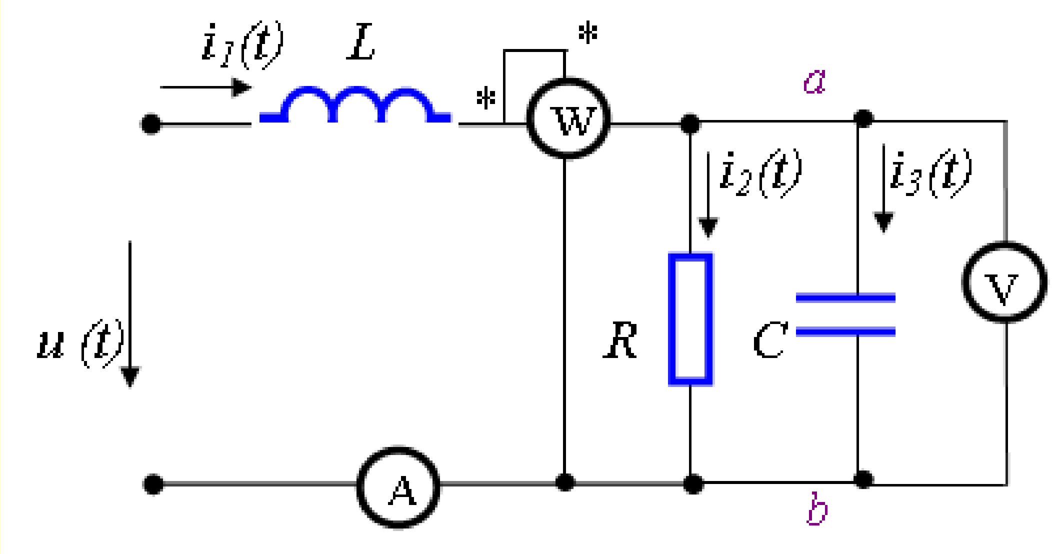
$$S = U.I = \sqrt{\sum_{k=0}^{n} (U^k)^2} . \sqrt{\sum_{k=0}^{n} (I^k)^2}$$

$$Q = \sum_{k=1}^{n} U_k I_k \sin\varphi_k$$

$$D = \sqrt{S^2 - (P^2 + Q^2)}$$

# <u>Пример за анализ на несинусоидален режим:</u>

$$u(t) = 100 + 200\sin(\omega t + 45) + 280\sin(2\omega t + 90)$$




$\omega$=1000 rad/s

$R$ = 10$\Omega$, $L$=10 mH,

$C$=100$\mu$F.

**<u>Да се определи</u>**:

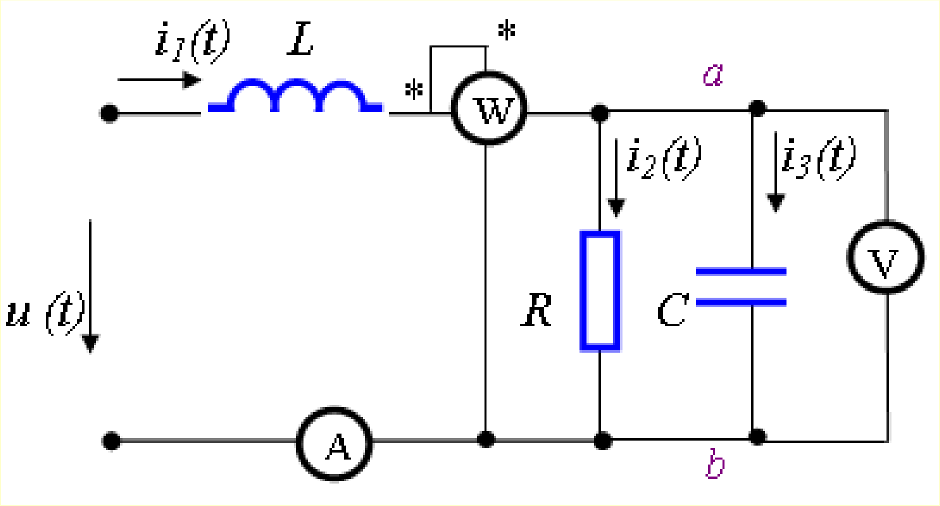
a) моментната стойност на клоновите токове;

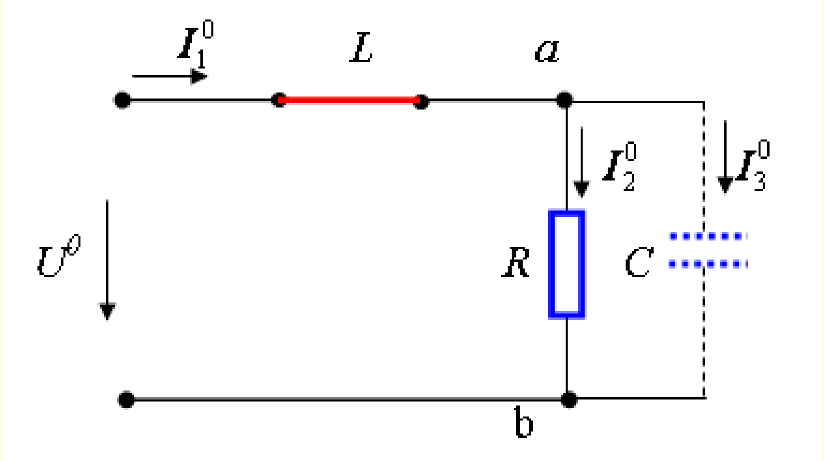
b) показанията на уредите

# Пример за анализ на несинусоидален режим:

$$u(t) = 100 + 200\sin(\omega t + 45) + 280\sin(2\omega t + 90)$$

1. к=0 $\qquad U^0 = 100V$




$$I_3^0 = 0$$

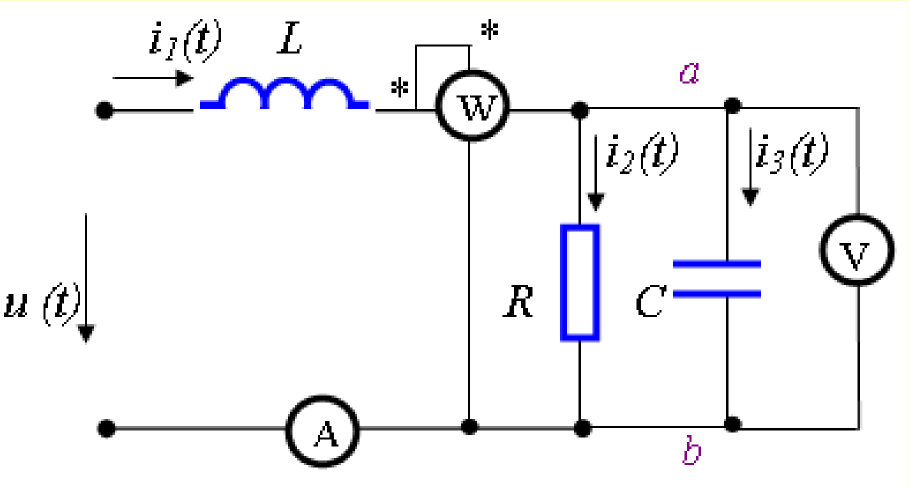
$$I_1^0 = I_2^0 = \frac{U^0}{R} = \frac{100}{10} = 10A$$

$$U_{ab}^0 = I_2^0.R = 10.10 = 100V$$

$$P_W^{\ 0} = I_1^0.U_{ab}^0 = 10.100 = 1000W$$

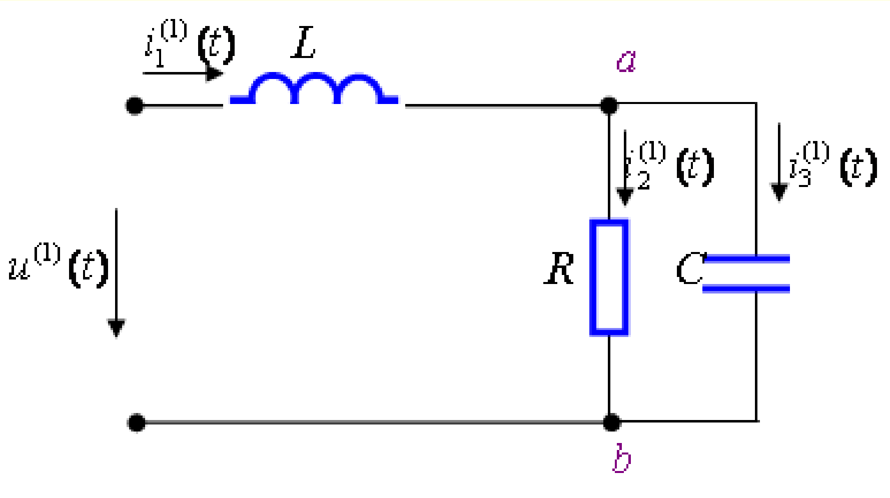
# Пример за анализ на несинусоидален режим:

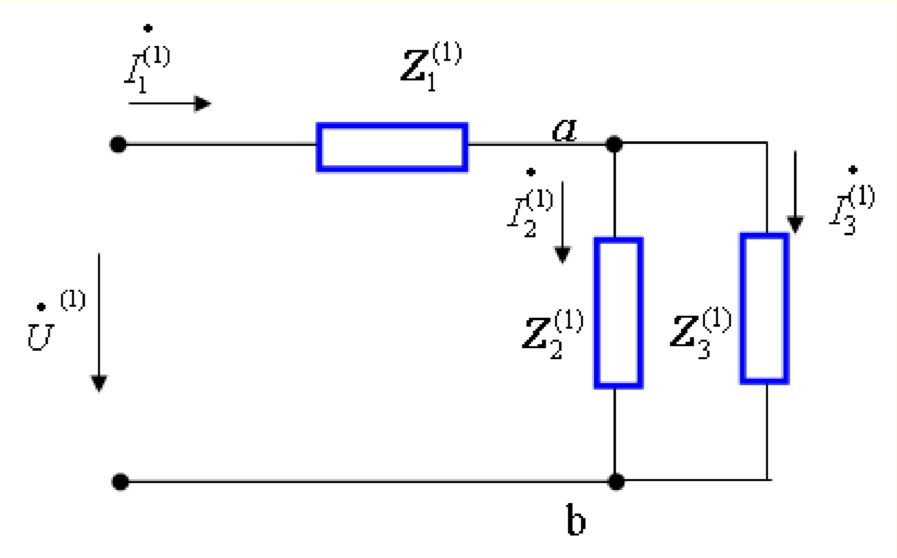
$$u(t) = 100 + 200\sin(\omega t + 45) + 280\sin(2\omega t + 90)$$




$\kappa=1$

$$u^{(1)}(t) = 200\sin(\omega t + 45)V$$




$$\dot{U}^{(1)} = U^{(1)}e^{j\psi 1_u} = \frac{u_m^{(1)}}{\sqrt{2}}e^{j\psi 1_u} = \frac{200}{\sqrt{2}}e^{j45} =$$

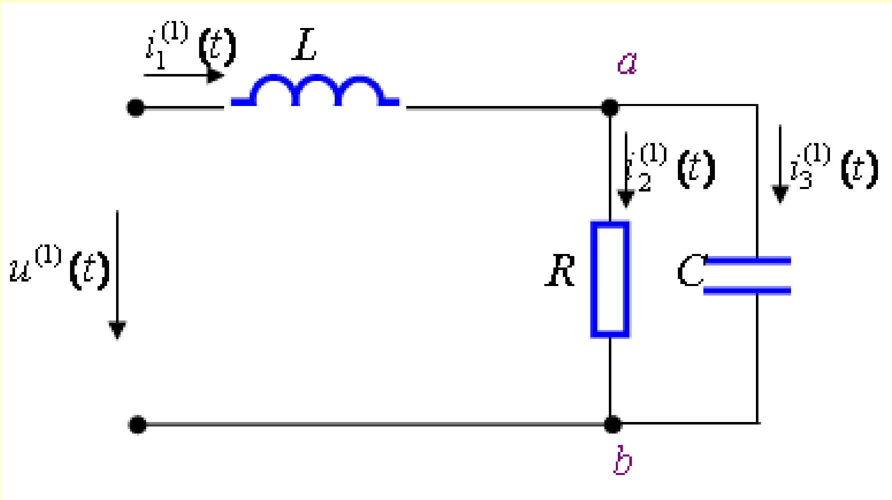
$$100\sqrt{2}.(\cos 45 + j\sin 45) =$$

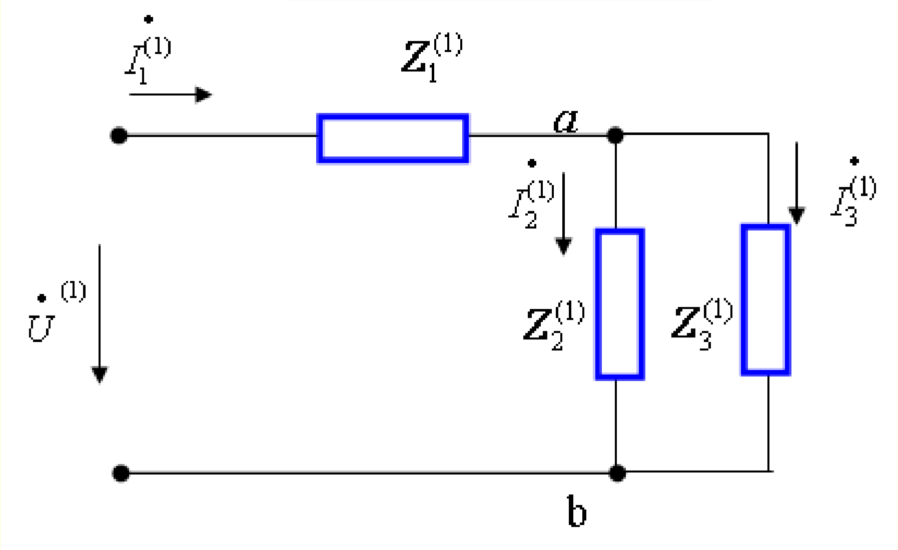
$$100\sqrt{2}.(\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}) = (100 + j100)V$$

# Пример за анализ на несинусоидален режим:

$\kappa$=1 $u^{(1)}(t) = 200\sin(\omega t + 45)V$

$\dot{U}^{(1)} = (100 + j100)V$




*ω=1000 rad/s*

*R = 10Ω, L=10 mH,*

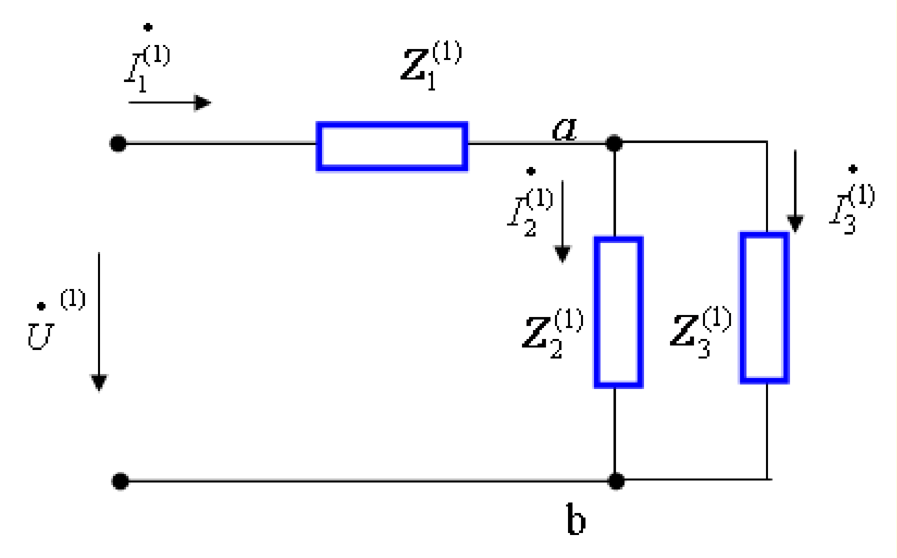
*C=100μF.*

$$Z_1^{(1)} = j\omega L = j1000.10.10^{-3} = j10\Omega;$$

$$Z_2^{(1)} = R = 10\Omega;$$

$$Z_3^{(1)} = -j\frac{1}{\omega C} = -j\frac{1}{1000.100.10^{-6}} = -j10\Omega$$

# Пример за анализ на несинусоидален режим:




$$\dot{U}^{(1)} = (100 + j100)V$$

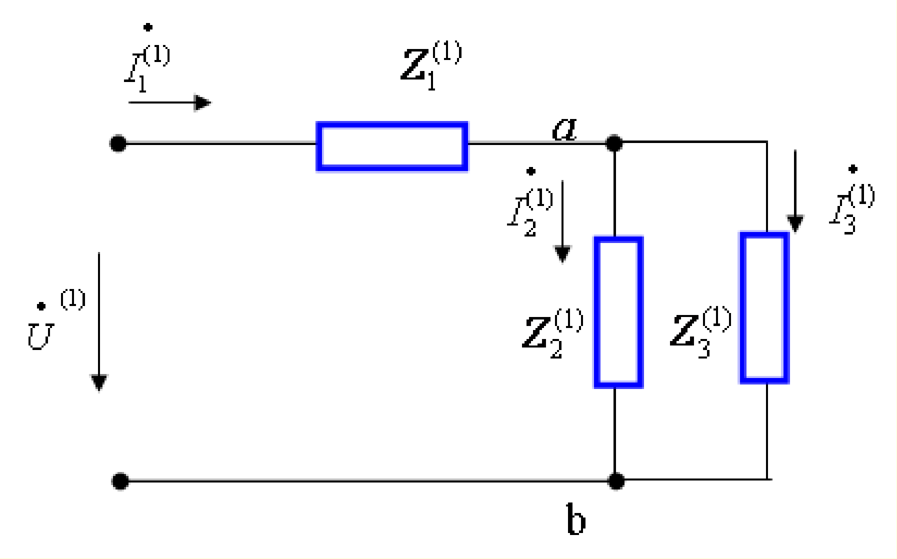
$$Z_1^{(1)} = j10\Omega;$$
$$Z_2^{(1)} = 10\Omega;$$
$$Z_3^{(1)} = -j10\Omega$$

$$Z^{(1)}{}_{ekв} = Z_1^{(1)} + \frac{Z_2^{(1)} Z_3^{(1)}}{Z_2^{(1)} + Z_3^{(1)}}$$

$$Z^{(1)}{}_{ekв} = j10 + \frac{10.(-j10)}{10 - j10} = j10 + \frac{100.(-j)}{10(1-j)} = j10 + \frac{10.(-j)(1+j)}{(1-j)(1+j)} = j10 + \frac{10.(-j+1)}{1^2 + 1^2} =$$
$$= j10 + \frac{10.(1-j)}{2} = j10 + 5 - j5 = (5 + j5)\Omega$$

$$\dot{I}_1^{(1)} = \frac{\dot{U}^{(1)}}{Z^{(1)}{}_{ek}} = \frac{100 + j100}{5 + j5} = \frac{100(1+j)}{5(1+j)} = \frac{20(1+j)}{(1+j)} = 20 = 20e^{j0}A$$

# Пример за анализ на несинусоидален режим:




$$\boxed{\dot{U}^{(1)} = (100 + j100)V}$$

$$Z_1^{(1)} = j10\Omega;$$
$$Z_2^{(1)} = 10\Omega;$$
$$Z_3^{(1)} = -j10\Omega$$

$$Z^{(1)}{}_{eke} = (5 + j5)\Omega$$

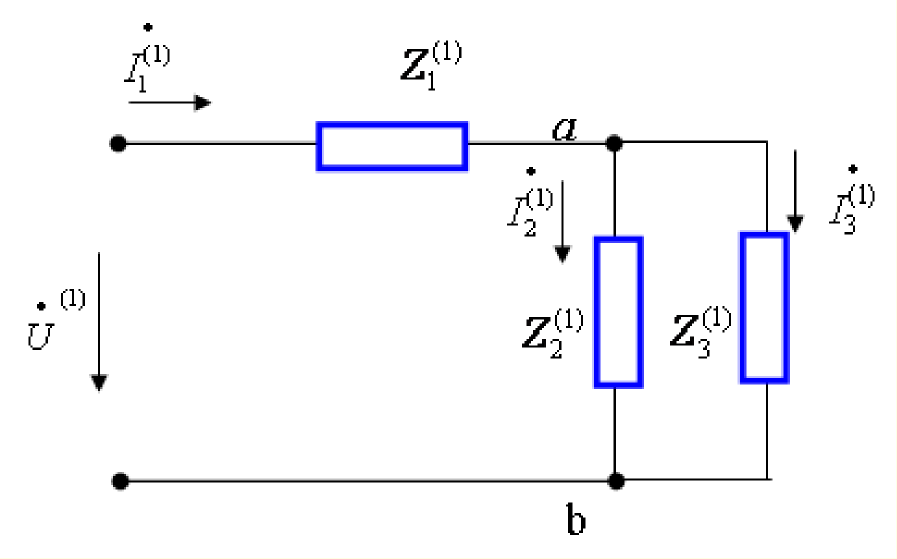
$$\dot{I}_1^{(1)} = \frac{\dot{U}^{(1)}}{Z^{(1)}{}_{ek}} = 20 = 20e^{j0}A$$

$$\dot{I}_2^{(1)} = \dot{I}_1^{(1)} \frac{Z_3^{(1)}}{Z_2^{(1)} + Z_3^{(1)}} = 20\frac{-j10}{10 - j10} = \frac{20(-j)}{1 - j} =$$

$$= \frac{20(-j)(1 + j)}{2} = 10(1 - j) = 14.1e^{-j45}A$$

$$\dot{I}_3^{(1)} = \dot{I}_1^{(1)} - \dot{I}_2^{(1)} = 20 - 10 + 10j = (10 + 10j) = 14.1e^{j45}A$$

# Пример за анализ на несинусоидален режим:




$$\dot{I}_1^{(1)} = 20 = 20e^{j0}A$$

$$\dot{I}_2^{(1)} = 10(1-j) = 14.1e^{-j45}A$$

$$\dot{I}_3^{(1)} = (10+10j) = 14.1e^{j45}A$$

$$\dot{I}_1^{(1)} = 20 = 20.e^{j0}A$$

$$\Rightarrow i_1^{(1)}(t) = 20\sqrt{2}\sin\omega t = 28.2\sin\omega t A$$

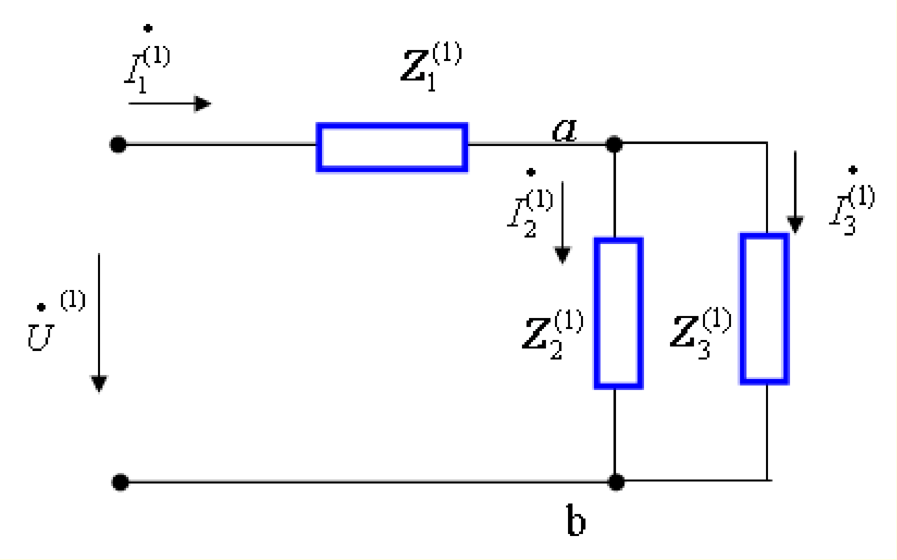
$$\dot{I}_2^{(1)} = 10-10j = 14{,}1e^{-j45}A$$

$$\Rightarrow i_2^{(1)}(t) = 14{,}1\sqrt{2}\sin(\omega t - 45^0) = 20\sin(\omega t - 45^0)A$$

$$\dot{I}_3^{(1)} = 10+10j = 14{,}1e^{j45}A$$

$$\Rightarrow i_3^{(1)}(t) = 14{,}1\sqrt{2}\sin(\omega t + 45^0) = 20\sin(\omega t + 45^0)A$$

# **Пример за анализ на несинусоидален режим:**




$$\dot{I}_1^{(1)} = 20 = 20e^{j0}A$$

$$\dot{I}_2^{(1)} = 10(1-j) = 14.1e^{-j45}A$$

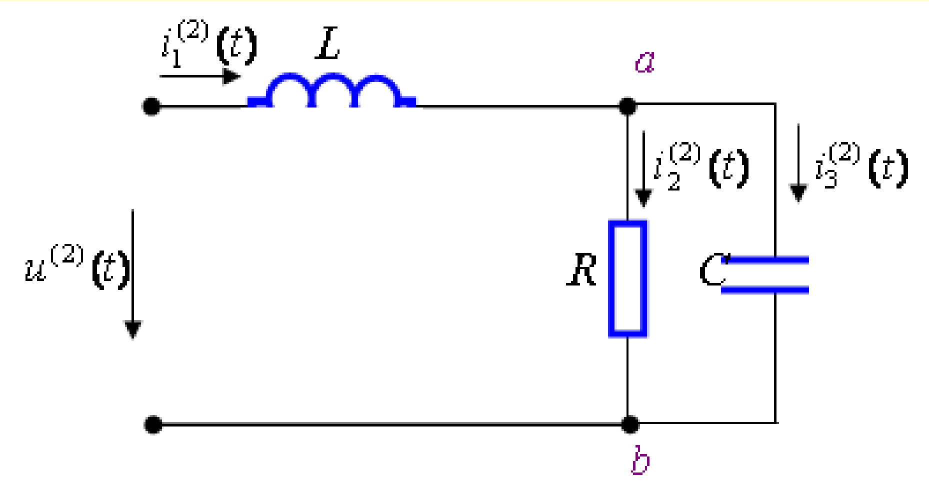
$$\dot{I}_3^{(1)} = (10+10j) = 14.1e^{j45}A$$

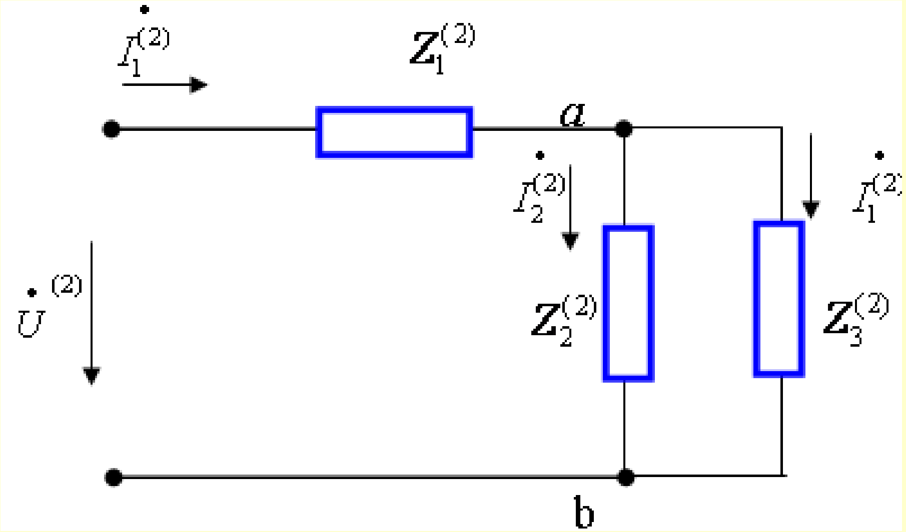
$$\dot{U}_{ab}^{(1)} = \dot{I}_2^{(1)}.Z_2^{(1)} = (10 - j10).10 = (100 - j100)V$$

$$P_W^{(1)} = \mathrm{Re}[\dot{U}_{ab}^{(1)}\overset{*}{I}_1^{(1)}] = \mathrm{Re}[(100 - j100)20] = 100.20 = 2000W$$

# Пример за анализ на несинусоидален режим:

$k=2$ $\boxed{u^{(2)}(t) = 280\sin(2\omega t + 90)V}$




$$\dot{U}^{(2)} = U^{(2)} e^{j\psi 2_u} = \frac{u_m^{(2)}}{\sqrt{2}} e^{j\psi 2_u} = \frac{280}{\sqrt{2}} e^{j90} = 200.(\cos 90 + j\sin 90) = 200.(0+j) = j200\,V$$

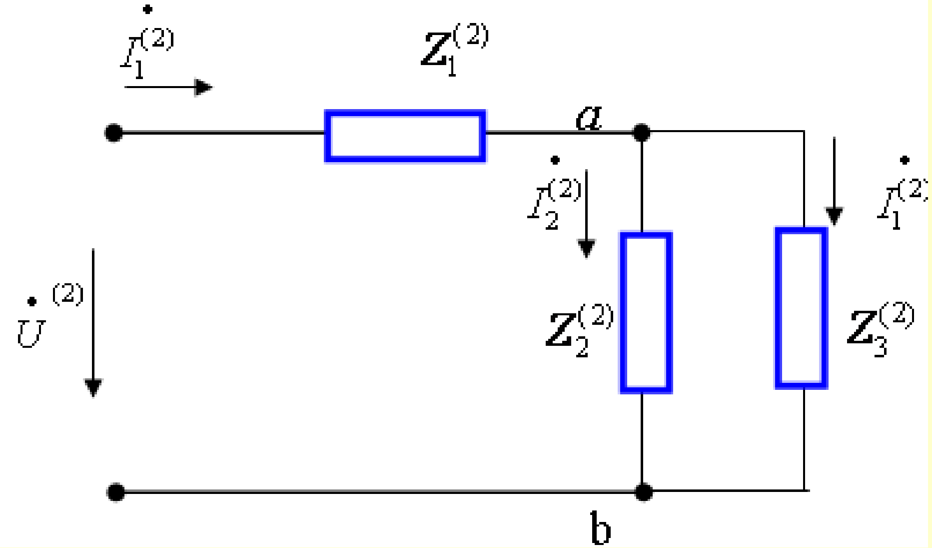
$$Z_1^{(2)} = j\mathbf{2}\omega L = j2000.10.10^{-3} = j20\Omega;$$

$$Z_2^{(2)} = R = 10\Omega;$$

$$Z_3^{(2)} = -j\frac{1}{\mathbf{2}\omega C} = -j\frac{1}{2000.100.10^{-6}} = -j5\Omega$$

# Пример за анализ на несинусоидален режим:

*k=2*




$$\dot{U}^{(2)} = j200\,V$$

$$Z_1^{(2)} = j20\Omega; \quad Z_2^{(2)} = 10\Omega; \quad Z_3^{(2)} = -j5\Omega$$

$$Z^{(2)}{}_{екв} = Z_1^{(2)} + \frac{Z_2^{(2)} Z_3^{(2)}}{Z_2^{(2)} + Z_3^{(2)}}$$

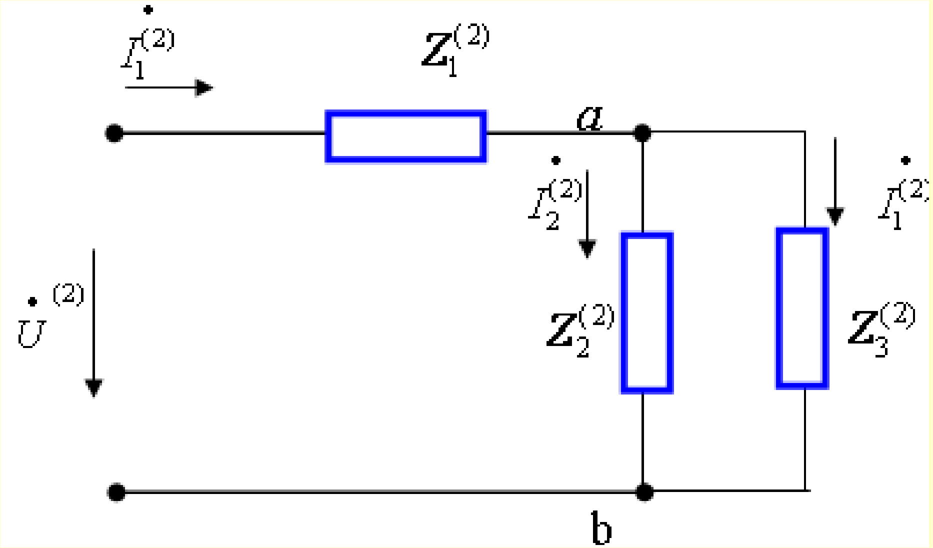
$$Z^{(2)}{}_{екв} = j20 + \frac{10.(-j5)}{10 - j5} == j20 + \frac{50.(-j)}{5(2-j)} = j20 + \frac{10.(-j)(2+j)}{(2-j)(2+j)} = j20 + \frac{10.(-2j+1)}{2^2+1^2} =$$

$$= j20 + \frac{10.(1-2j)}{2} = j20 + 5 - j10 = (5 + j10)\Omega$$

$$\dot{I}_1^{(2)} = \frac{\dot{U}^{(2)}}{Z^{(2)}{}_{ek}} = \frac{j200}{5 + j10} = \frac{j200}{5(1+2j)} = \frac{40j}{(1+2j)} = \frac{40j(1-2j)}{5} = 8(2+j) = 17{,}9e^{j26{,}5}A$$

# Пример за анализ на несинусоидален режим:

*k*=2




$$\dot{I}_1^{(2)} = 8(2 + j) = 17{,}9e^{j26{,}5} A$$

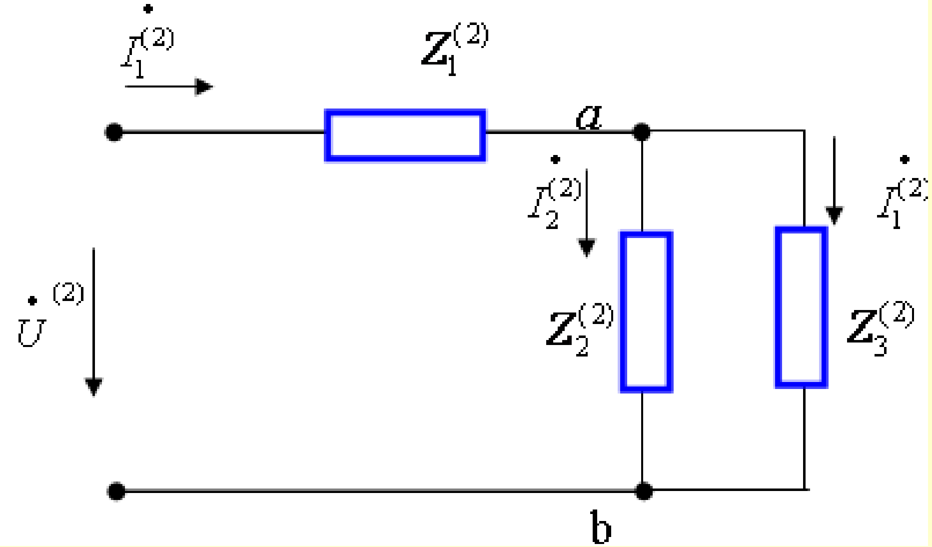
$$\dot{I}_2^{(2)} = \dot{I}_1^{(2)} \frac{Z_3^{(2)}}{Z_2^{(2)} + Z_3^{(2)}} = 8(2 + j)\frac{-j5}{10 - j5} = 8(2 + j)\frac{(-j)}{2 - j} =$$

$$= \frac{8(2 + j)(-j)(2 + j)}{5} = 1{,}6(1 - 2j)(2 + j) = 1{,}6.(2 - 4j + j + 2) = 1{,}6(4 - j3) = 8.e^{-j36{,}9} A$$

$$\dot{I}_3^{(2)} = \dot{I}_1^{(2)} - \dot{I}_2^{(2)} = 16 + 8j - 6{,}4 + j4{,}8 = (9{,}6 + 12{,}8j) = 16e^{j53} A$$

# <u>Пример за анализ на несинусоидален режим:</u>

*k=2*



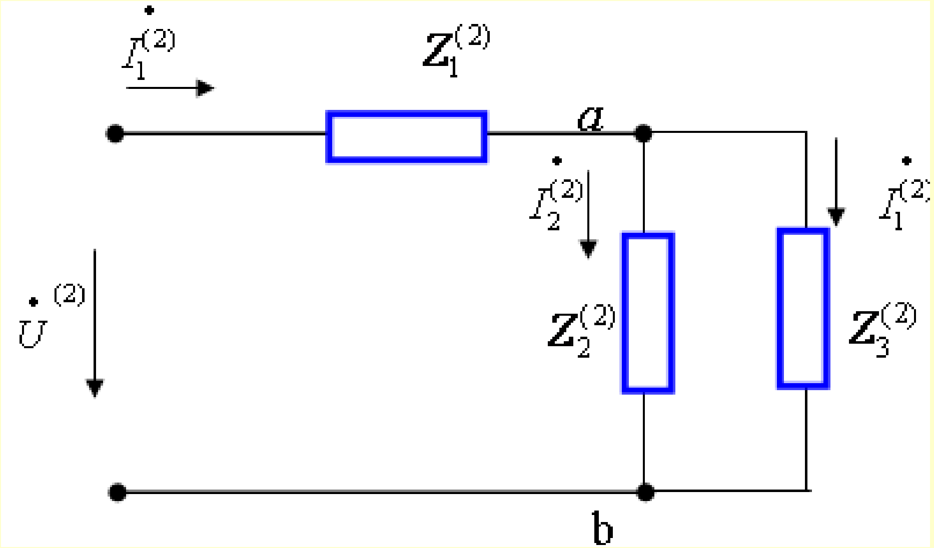

$$\dot{I}_1^{(2)} = 8(2+j) = 17{,}9e^{j26{,}5}A \qquad \boxed{\Rightarrow i_1^{(2)}(t) = 17{,}9\sqrt{2}\sin(2\omega t + 26{,}5^0)A}$$

$$\dot{I}_2^{(2)} = 1{,}6(4-j3) = 8.e^{-j36{,}9}A \qquad \boxed{\Rightarrow i_2^{(2)}(t) = 8\sqrt{2}\sin(2\omega t - 36{,}9^0)A}$$

$$\dot{I}_3^{(2)} = (9{,}6+12{,}8j) = 16e^{j53}A \qquad \boxed{\Rightarrow i_3^{(2)}(t) = 16\sqrt{2}\sin(2\omega t + 53^0)A}$$

# Пример за анализ на несинусоидален режим:

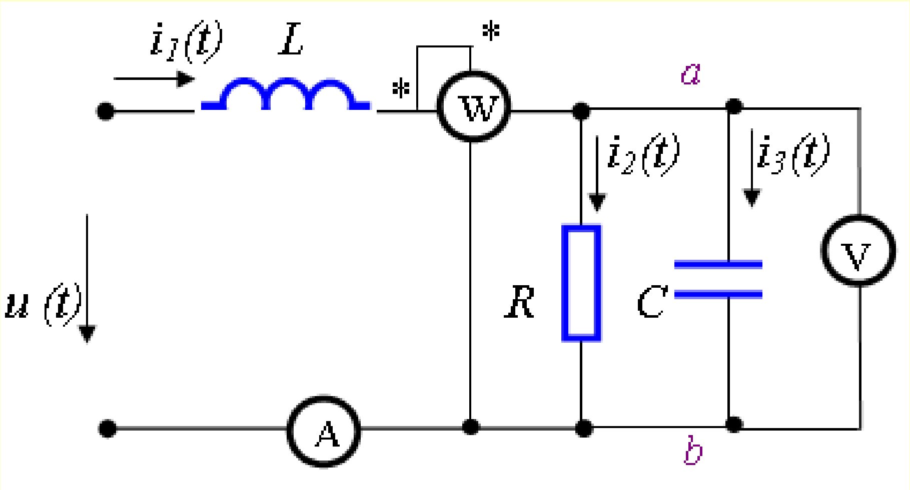
*k=2*




$$\dot{U}_{ab}^{(2)} = \dot{I}_2^{(2)}.Z_2^{(2)} = (6{,}4 - j4{,}8).10 = (64 - j48)V$$

$$P_W^{(2)} = \mathrm{Re}[\dot{U}_{ab}{}^{(2)}\ \overset{*}{I}_1{}^{(2)}] = \mathrm{Re}[(64 - j48)(16 - j8)] = 64.16 - 48.8 = 640W$$

# Определяме моментните стойности на клоновите токове :




$$i_1(t) = I_1^{(0)} + i_1^{(1)}(t) + i_1^{(2)}(t)$$

$$\Rightarrow i_1(t) = 10 + 28.2\sin\omega t + 17{,}9\sqrt{2}\sin(2\omega t + 26{,}5^0)A$$

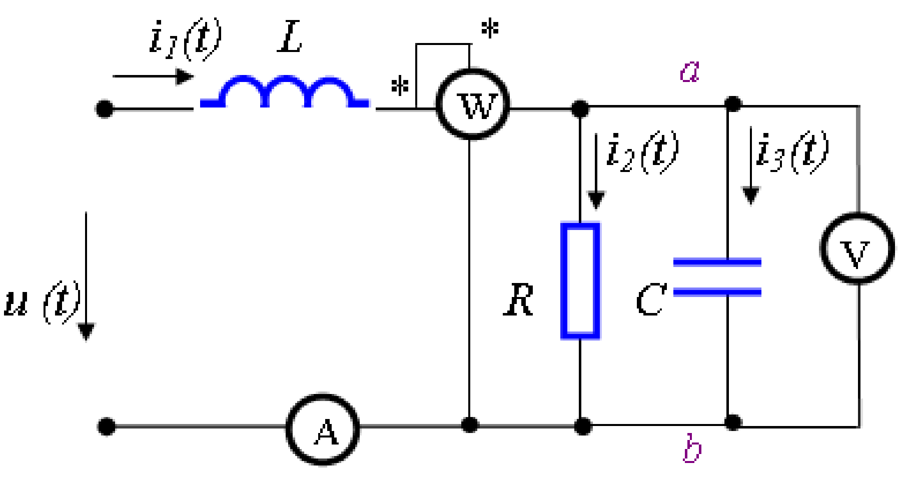
$$i_2(t) = I_2^{(0)} + i_2^{(1)}(t) + i_2^{(2)}(t)$$

$$\Rightarrow i_2(t) = 10 + 20\sin(\omega t - 45^0) + 8\sqrt{2}\sin(2\omega t - 36{,}9^0)A$$

$$i_3(t) = I_3^{(0)} + i_3^{(1)}(t) + i_3^{(2)}(t)$$

$$\Rightarrow i_2(t) = 20\sin(\omega t + 45^0) + 16\sqrt{2}\sin(2\omega t + 53^0)A$$

# Определяме показанията на уредите :




$$i_1(t) = 10 + 20\sqrt{2}\sin\omega t + 17{,}9\sqrt{2}\sin(2\omega t + 26{,}5^0)A$$

$$I_A = I_1 = \sqrt{(I_1^{(0)})^2 + (I_1^{(1)})^2 + (I_1^{(2)})^2} = \sqrt{10^2 + 20^2 + 17{,}9^2} = \sqrt{820} = 28{,}63A$$

$$U_V = U_{ab} = \sqrt{(U_{ab}{}^{(0)})^2 + (U_{ab}^{(1)})^2 + (U_{ab}^{(2)})^2} =$$

$$\sqrt{100^2 + (100^2 + 100^2) + (64^2 + 48^2)} = \sqrt{364000} = 190{,}78V$$

$$P_W = P_W{}^{(0)} + P_W{}^{(1)} + P_W{}^{(2)} = 1000 + 2000 + 640 = 3640W$$


Благодаря за вниманието
проф. д-р Илона Ячева