## Постояннотоков режим в линейни електрически вериги

(лекция 27.09.2022г.)

### Преподавател: проф. д-р Илона Ячева

кат. "Теоретична Електротехника", Технически университет - София



## Теоретична Електротехника

## Преподавател:

- проф. д-р **Илона Ячева**, каб. 12 514, e-mail: **iiach@tu-sofia.bg** 

#### Приемно време:

вторник 11.30 – 12.30 сряда 10.30– 11.30

#### Занятия:

- лекции
- семинарни упражнения
- лабораторни упражнения
- курсова задача

# **Предмет на ТЕ** - анализ на електромагнитни процеси и явления

Теория на ЕМП

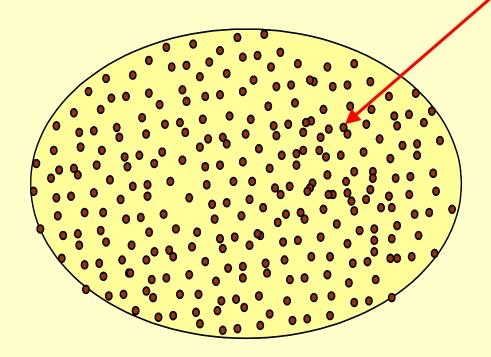
диференциални характеристики

Теория на ел. вериги

интегрални характеристики

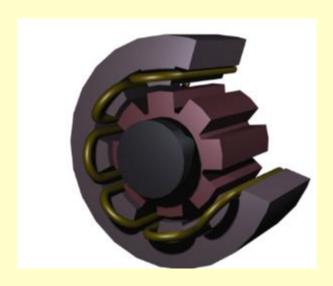
## Теория на ЕМП

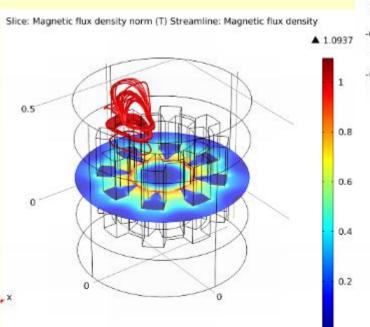
Електромагнитните процеси се анализират във **всяка точка** от изследваната област, като се взимат впредвид особеностите и специфичните характеристики на средата



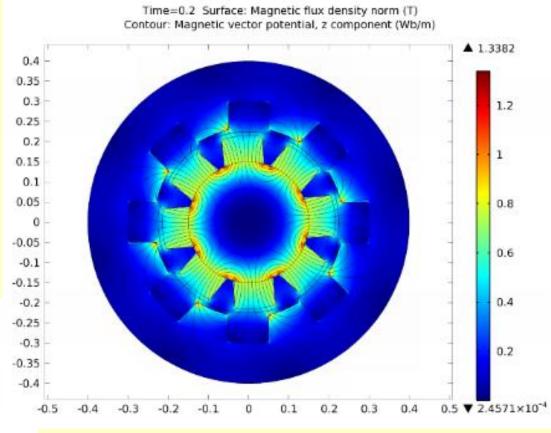
**Използват се** д**иференциални (точкови)** характеристики – векторите на ел. и магнитното поле **H,B,E,D** 

## Теория на ЕМП





▼ 3.5664×10<sup>-4</sup>



## Теория на Електрическите Вериги - електромагнитните

процеси се анализират на базата на интегрални характеристики и параметри

## **Интегрални характеристики**

Ток -i

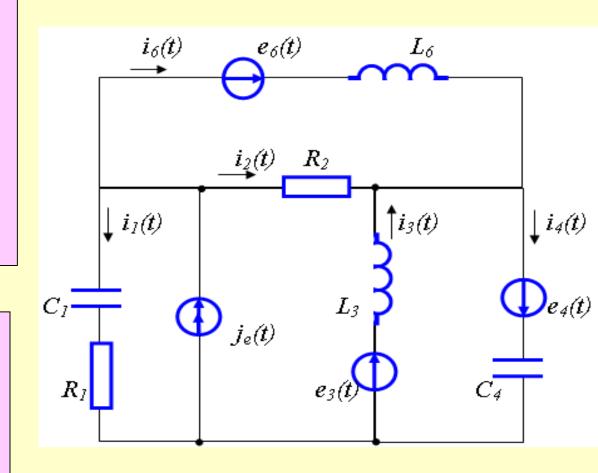
Напрежение - U

Магнитен поток -  $\psi$ 

Ел. заряд — q

## **Интегрални** параметри:

Съпротивление -R Индуктивност –L, М Капацитет - С



## Електрически вериги – определения, класификации

## Електрическа

верига:

Устройство или съвкупност от устройства за съсредоточено преобразуване, разпределение и пренасяне на електромагнитна енергия или информация посредством електрически ток.

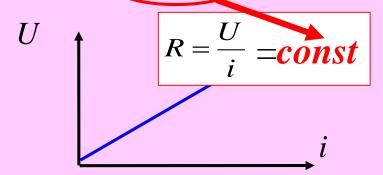
При това електромагнитните процеси допускат описание с използване на интегралните характеристики ток и напрежение и интегралните параметри — съпротивление, индуктивност и капацитет

## Класификации

#### Линейни

#### Съдържат само линейни елементи:

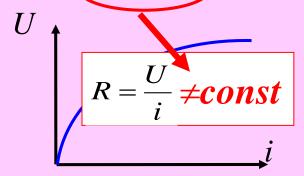
- такива, чиито V/A характеристики са прави линии.
- Процесите в тях се описват със системи **пинейни** уравнения



#### Нелинейни

#### Съдържат поне 1 НЕ.

- Нелинейни елементи такива, чиито V/A характеристики са нелинейни.
- Процесите в тях се описват със системи нелинейни уравнения

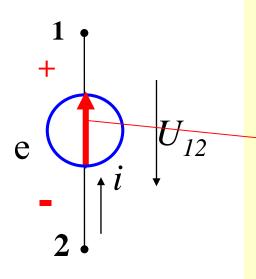


## Класификации

- Вериги със съсредоточени параметри -Допуска се, че енергийните процеси са съсредоточени в краен брой елементи с краен брой параметри.
- Вериги с разпределени параметри Отчита се непрекъснатата структура на ЕМП. Електромагнитните процеси се анализират по протежение на цялата линия.

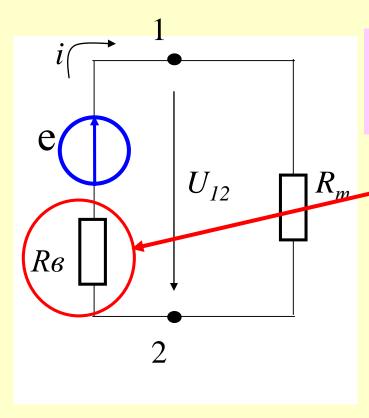
- Разклонени и неразклонени
- Прости и сложни
- Други

- **1.** <u>Източник на напрежение</u> -Характеризира се с <u>напрежение на изводите</u> и <u>вътрешно съпротивление</u>.
- a) идеален източник на напрежение такъв източник на ел.маг. енергия, за който напрежението на изводите не зависи от големината на преминалия през него ток.  $U_{12}=e$



- Вътрешното съпротивление на такъв източник е нула ( $R_R = 0$ ).
- В означението на източника, стрелката сочи точката сопо-висок потенциал (т.е. т.1 има по-висок потенциал от т.2 и напрежението на източника  $U_{12}$  е насочено от т.1 към т.2 и има големина e).

 $\mathbf{6}$ ) реален източник на напрежение — комбинация от идеален източник на напрежение и изнесен извън него резистор  $\mathbf{\textit{R}}_{\textit{B}}$ .

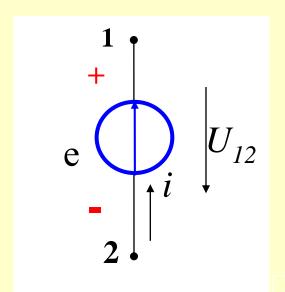


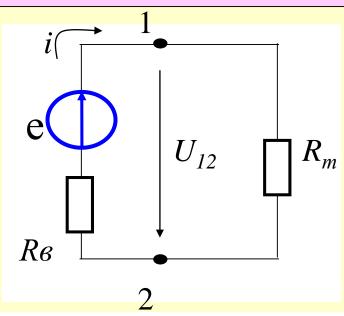
- Вътрешното съпротивление на такъв източник е различно от нула ( $R_B \neq 0$ ) и отразява наличието на загуби в него.
  - С нарастване на тока *i*, преминаващ през източника напрежението на изводите му намалява

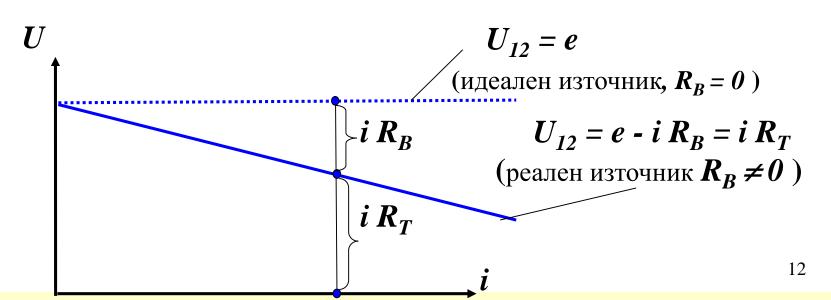
$$U_{12} = e - i.R_B$$

### Идеален източник на е.д.н.

## Реален източник на е.д.н.

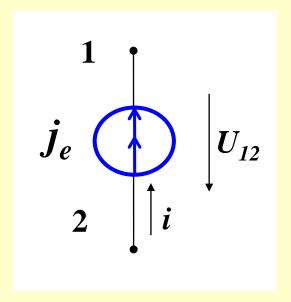






#### 2.Източник на ток

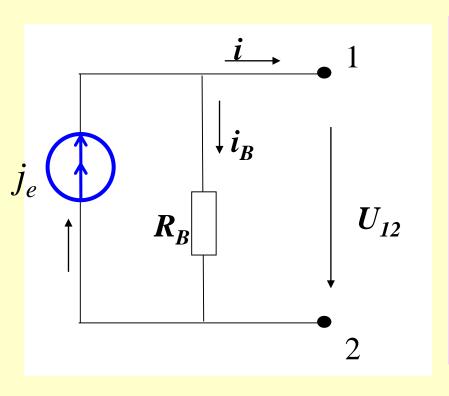
 ${\bf a})$  идеален източник на ток – такъв източник на ел.маг. енергия, за който токът който, преминава през него не зависи от големината на приложеното напрежение i=i



- Вътрешното съпротивление на такъв източник е безкрайно голямо ( $R_B \to \infty$ ).
- •Токът i през клон с идеален източник на ток е i = je, независимо от това какви елементи са включени в клона.

#### 2.Източник на ток

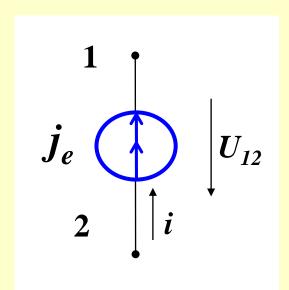
 $\mathbf{6}$ ) реален източник на ток – комбинация от идеален източник на ток и паралелно свързан резистор  $\mathbf{R}_{\mathbf{B}}$ .

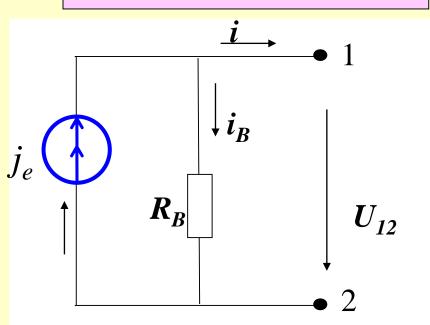


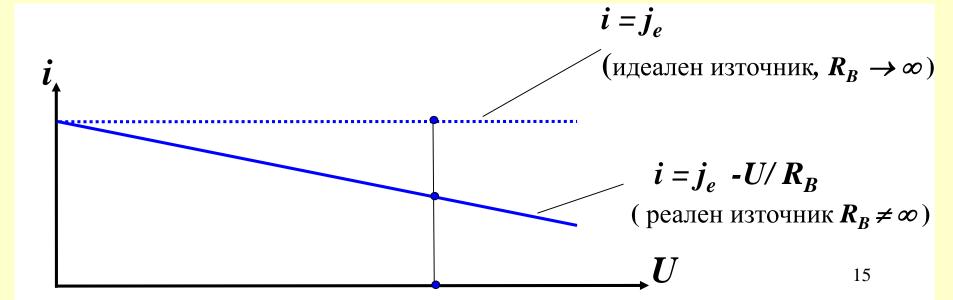
- Вътрешното съпротивление на такъв източник е различно от безкрайност  $(R_B \neq \infty)$  и отразява наличието на загуби в него.
- С нарастване на напрежението
  U на изводите 1 и 2 на
  източника токът на изводите му
  i, намалява (i = je U<sub>12</sub> / R<sub>B</sub>).

#### Идеален източник на ток

#### Реален източник на ток

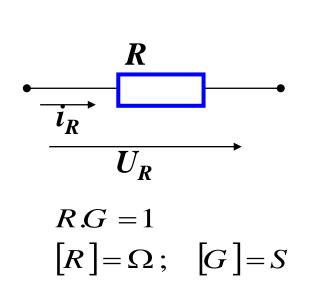






## 3. Резистор

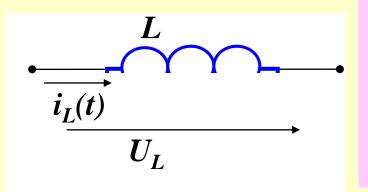
Идеализиран приемник на енергия. В схемите на ел. вериги той отразява превръщането на ел. маг. енергия в загуби.



- Характеризира се със съпротивление  ${\it R}$  и проводимост  ${\it G}$
- •В схемите на линейните вериги има постоянна стойност (  $\mathbf{R}$ =const, не зависи от напрежението или тока)

#### 4. Бобина

Идеализирана бобина - приемник на енергия. В схемите на ел. вериги отразява наличието на магнитно поле.



• Характеризира се с индуктивност L

$$L = \frac{\Psi(t)}{i(t)} \qquad [L] = H$$

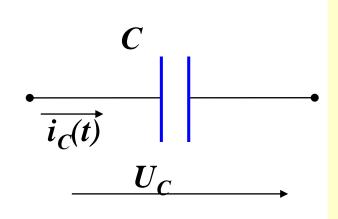
 $(\psi = w\Phi$  - пълният магнитен поток,

 $\Phi$  - магнитния поток за една навивка)

- За линейни вериги L =const (не зависи от напрежението или тока)
- $\frac{d}{dt} = \frac{\partial \Psi}{\partial t} = L \frac{\partial i}{\partial t}$  При наличието на променлив във времето ток i(t), напрежението  $U_L(t)$  на бобината съгласно се определя съгласно закона за електромагнитната индукция.

## 5. Кондензатор

Идеализиран кондензатор - приемник на енергия. В схемите на ел. вериги отразява наличието на електрическо поле.



$$i_C = \frac{\partial q}{\partial t} = C \frac{\partial U_C}{\partial t}$$

• Характеризира се с капацитет  $\ensuremath{\mathcal{C}}$ 

$$C = \frac{q(t)}{U_C(t)} \qquad [C] = F$$

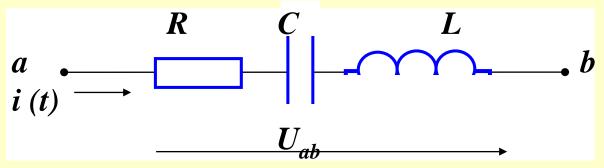
- За линейни вериги C =const (не зависи от напрежението или тока)
- При наличието на променливо във времето напрежение токът i(t) се определя като:

Всяка схема на ел. верига се състои от съчетание на клони и възли.

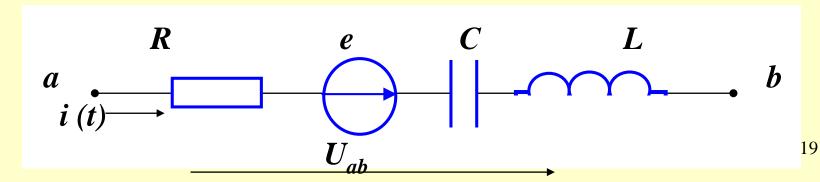
**1. Клон** — Участък от ел. верига от последователно съединени елементи, през които тече един и същи ток.

#### Пример:

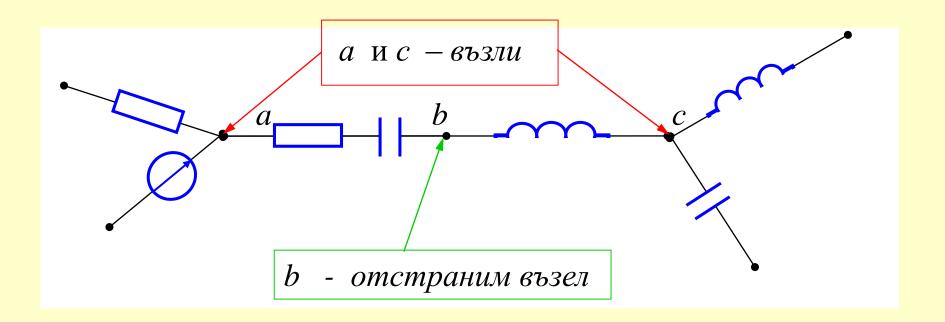
Пасивен клон



Активен клон (има източник на е.д.н.)

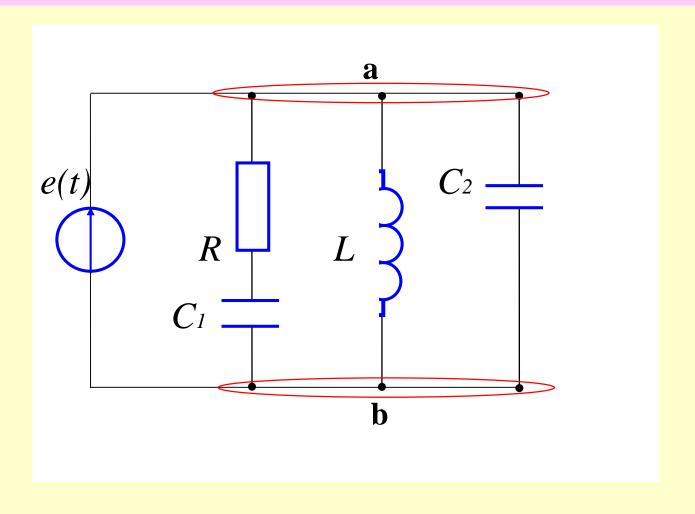


Възел – Точка от схемата на ел. верига, в която се събират 3 или повече клона.



• Ако има само 2 клона, то единият е продължение на другия и възелът е отстраним

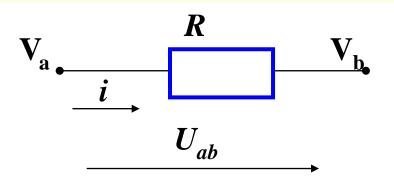
## **Паралелно** свързани са клонове, които се опират на едни и същи възли



- Закон на Ом.
- Закони на Кирхоф. Метод с клонови токове.

#### 1 Закон на Ом

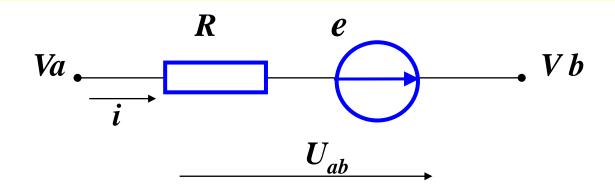
а) Закон на Ом за част от ел. верига



$$i = \frac{U_{ab}}{R} = \frac{V_a - V_b}{R}$$

- Закон на Ом.
- Закони на Кирхоф. Метод с клонови токове.

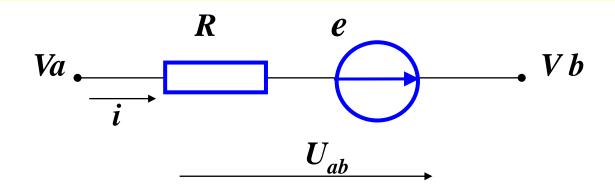
### б) Обобщен закон на Ом.



$$i = \frac{U_{ab} + e}{R} = \frac{V_a - V_b + e}{R}$$

- Закон на Ом.
- Закони на Кирхоф. Метод с клонови токове.

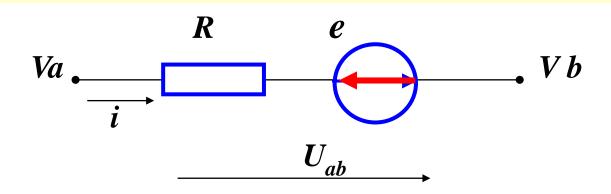
### б) Обобщен закон на Ом.



$$i = \frac{U_{ab} + e}{R} = \frac{V_a - V_b + e}{R}$$

- Закон на Ом.
- Закони на Кирхоф. Метод с клонови токове.

### б) Обобщен закон на Ом.

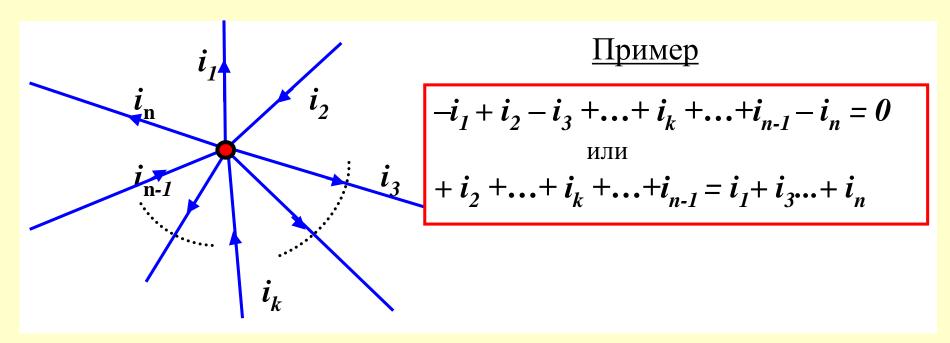


$$i = \frac{U_{ab} - e}{R} = \frac{V_a - V_b + e}{R}$$

Закони на Кирхоф -- Всички електрически вериги (линейни и нелинейни), при произволен характер на изменение на токовете и напреженията се подчиняват на законите на Кирхоф.

а) I Закон на Кирхоф - Алгебричната сума на токовете в даден възел е нула. (Сумата от влизащите е равна на сумата на излизащите от възела токове.)

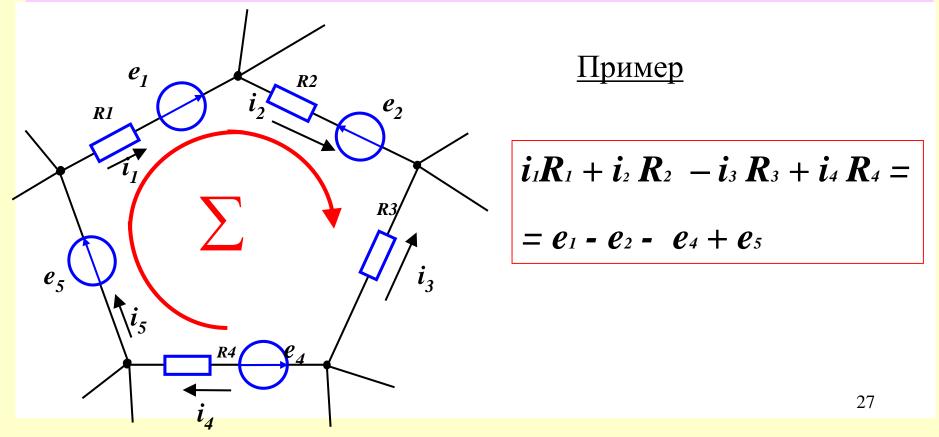
$$\sum_{k=1}^{n} i_{k} = 0$$



б) II Закон на Кирхоф - Алгебричната сума на напреженията за даден контур е равна на алгебричната сума на напреженията на източниците на е.д.н. в контура.

$$\sum_{k=1}^{m} i_k R_k = \sum_{k=1}^{m} e_k$$

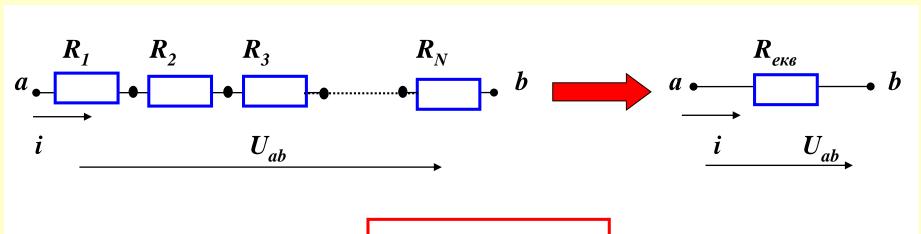
(Алгебричната сума на напреженията в произволен затворен контур е нула.)



## Преобразуване на електрически вериги

#### 1. Преобразуване на пасивни електрически вериги

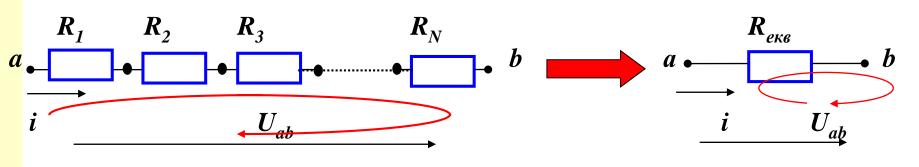
#### а) Последователно свързване на пасивни елементи



$$R_{ekB} = \sum_{k=1}^{N} R_k$$

#### Последователно свързване на пасивни елементи

$$R_{ekB} = \sum_{k=1}^{N} R_k$$

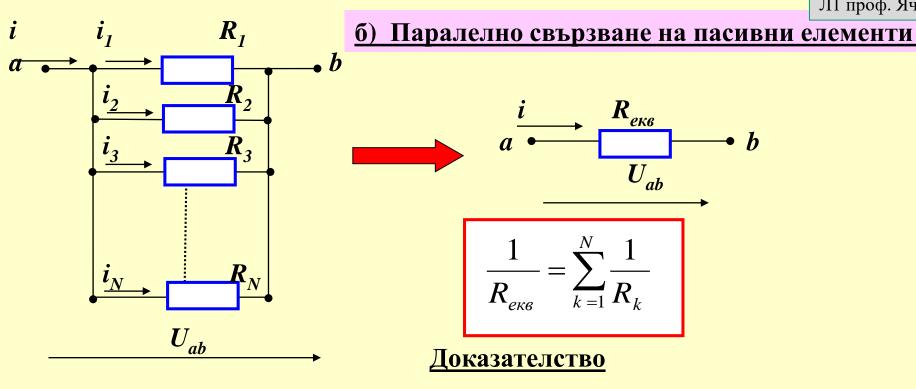


#### **Доказателство**

През последователно свързаните  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_k, R_N$  тече един и същи ток i.

От II закон на Кирхоф:

$$iR_1 + iR_2 + iR_3 + \dots + iR_k + \dots + iR_N$$
 -  $Uab = 0$   $\Rightarrow U_{ab} = iR_1 + iR_2 + iR_3 + \dots + iR_k + \dots + iR_N = i(R_1 + R_2 + R_3 + \dots R_k + \dots R_N) = iR_{e\kappa e}$  Следователно:  $R_{e\kappa e} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots R_k + \dots R_N$ 



Към паралелно свързаните  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_k, R_N$  е приложено едно и също напрежение  $U_{ab}$ .
• За всеки клон  $\kappa$  токът  $i_k$  се определя съгласно закона на Ом:  $i_k = Uab \ / R_k$ 

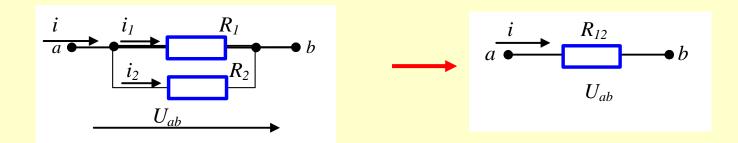
- От I закон на Кирхоф за възел a:

$$\begin{split} i &= i_1 + i_2 + i_3 + \ldots + i_k + \ldots + i_N = \frac{U_{ab}}{R_1} + \frac{U_{ab}}{R_2} + \frac{U_{ab}}{R_3} + \ldots + \frac{U_{ab}}{R_k} + \ldots + \frac{U_{ab}}{R_N} = \\ &= U_{ab} (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_k} + \ldots + \frac{1}{R_N}) = \frac{U_{ab}}{R_{ek6}} \end{split}$$

Следователно:

$$\frac{1}{R_{e\kappa e}} = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{R_k}$$

### Паралелно свързване на две съпротивления

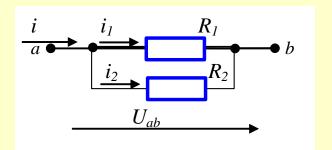


$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

• Токовете през двата паралелни клона се разпределят <u>обратно</u> пропорционално на големината на съпротивленията

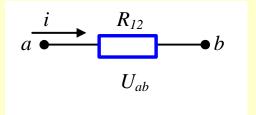
$$i_1 = i \frac{R_2}{R_2 + R_1};$$
 $i_2 = i \frac{R_1}{R_2 + R_1}$ 

### Паралелно свързване на две съпротивления





$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

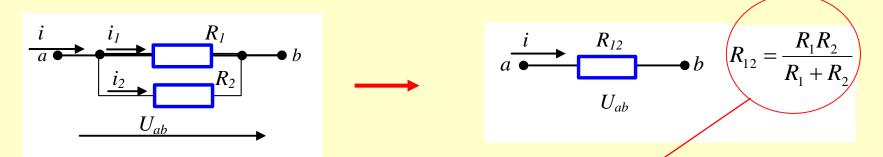


#### Доказателство:

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}$$

$$\Rightarrow R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_2 + R_1}$$

### Паралелно свързване на две съпротивления



Токовете обратно през двата паралелни клона се разпределят пропорционално на големината на съпротивленията

$$i_1 = i.\frac{R_2}{R_1 + R_2};$$
  $i_2 = i.\frac{R_1}{R_1 + R_2}$ 

#### <u>Доказателство:</u>

$$i_{1} = \frac{U_{ab}}{R_{1}} = \frac{i.R_{12}}{R_{1}} = \frac{i.\frac{R_{1}R_{2}}{R_{1} + R_{2}}}{R_{1}} = i.\frac{R_{2}}{R_{1} + R_{2}}$$

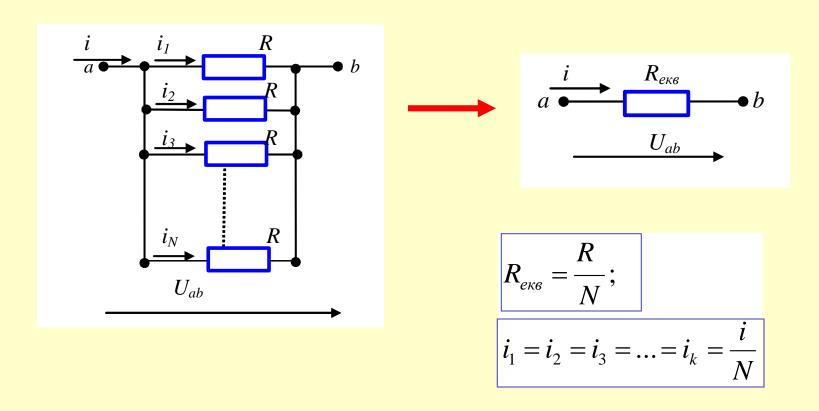
$$\Rightarrow i_{1} = i.\frac{R_{2}}{R_{1} + R_{2}}$$

$$\Rightarrow i_1 = i.\frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

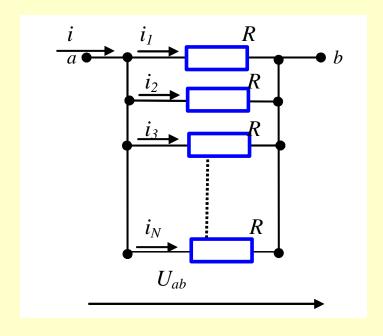
аналогично

$$\Rightarrow i_2 = i.\frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

### Паралелно свързване на N на брой еднакви съпротивления



#### Паралелно свързване на N на брой еднакви съпротивления

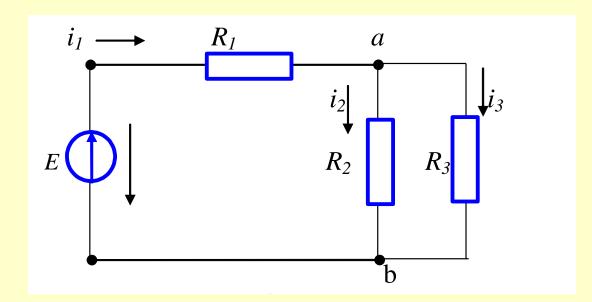


$$i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_N = \frac{i}{N}$$

## <u>Доказателство:</u>



## Пример:

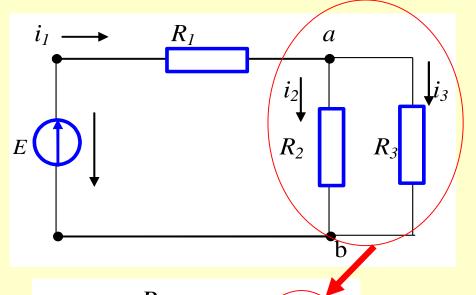


#### Известно

$$R1=4\Omega$$
,  $R2=15\Omega$ ,  $R3=10\Omega$   
 $E=100V$ 

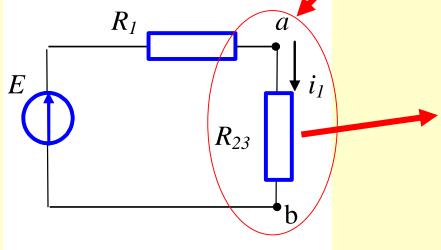
#### Да се определи:

$$Reks=?$$
 $i_1=?, i_2=?$  и  $i_3=?$ 
 $Uab=?$ 

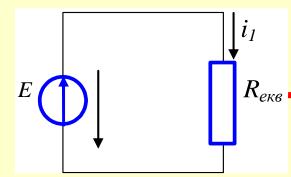


#### Известно

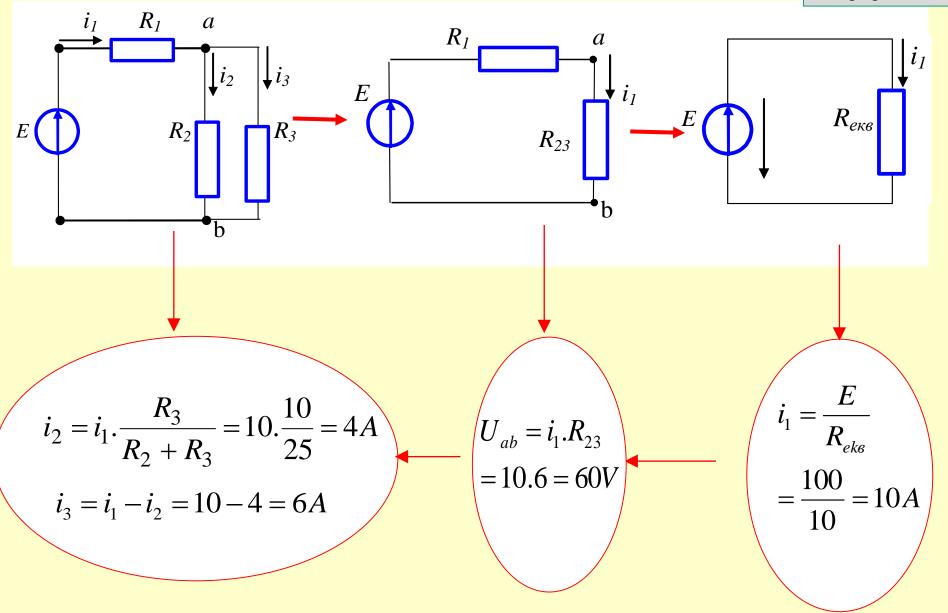
$$\overline{R1=4\Omega}$$
,  $R2=15\Omega$ ,  $R3=10\Omega$   
 $E=100V$ 



$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_2} = \frac{15.10}{25} = 6\Omega$$



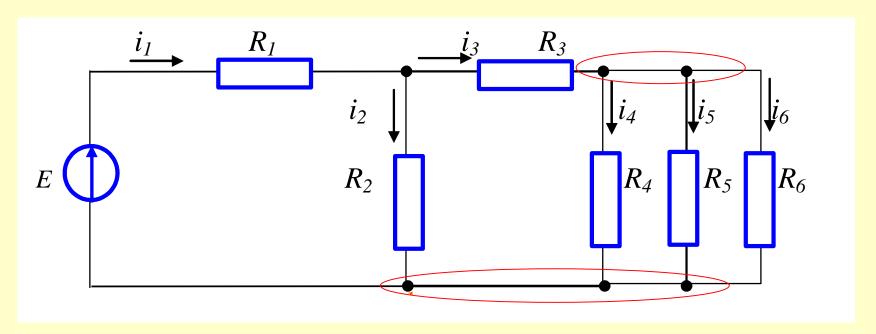
$$R_{eke} = R_1 + R_{23} = 4 + 6 = 10\Omega$$



# Пример:

#### Известно

 $R1=5\Omega$ ,  $R2=10\Omega$ ,  $R3=5\Omega$ ,  $R4=R5=R6=30\Omega$ , E=500V

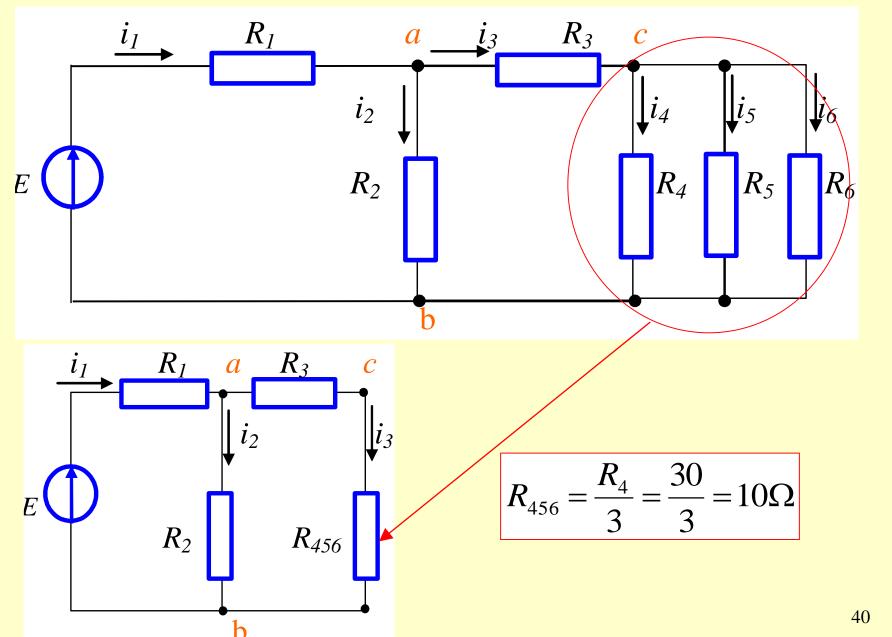


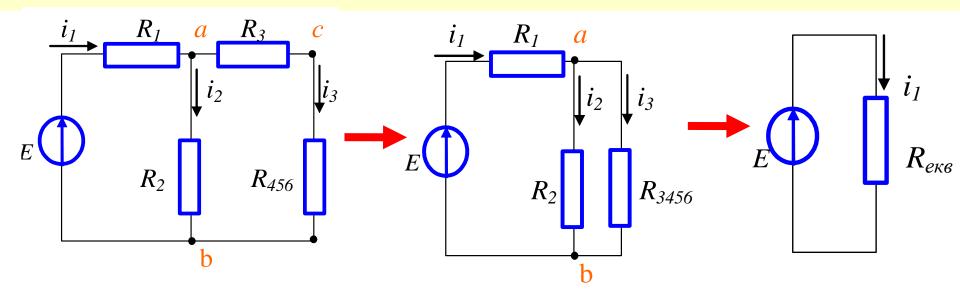
#### <u>Да се определи</u>:

Reke=?

$$i_1=?, i_1=?, i_3=?, i_4=?, i_5=?, i_6=?$$

#### $R1=5\Omega$ , $R2=10\Omega$ , $R3=5\Omega$ , $R4=R5=R6=30\Omega$ , E=500V

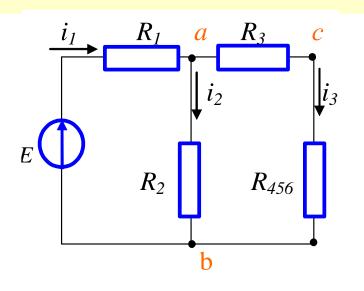


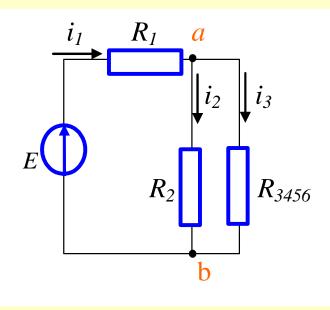


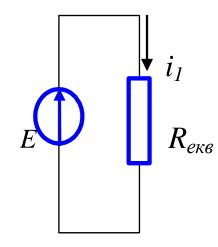
$$R_{456} = \frac{R_4}{3} = \frac{30}{3} = 10\Omega$$

$$R_{3456} = R_3 + R_{456} =$$
$$= 5 + 10 = 15\Omega$$

$$R_{eke} = R_1 + \frac{R_2 R_{3456}}{R_2 + R_{3456}}$$
$$= 4 + \frac{10.15}{25} = 10\Omega$$







$$U_{ab} = i_2.R_2 = 30.10 = 300V$$

$$U_{cb} = i_3.R_{456} = 20.10 = 200V$$

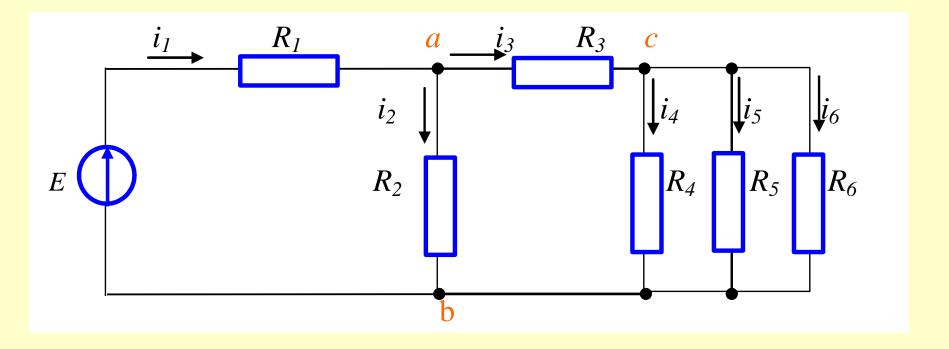
$$U_{ac} = i_3.R_3 = 20.5 = 100V$$

$$i_2 = i_1 \cdot \frac{R_{3456}}{R_2 + R_{3456}}$$
$$= 50 \cdot \frac{15}{25} = 30A$$

$$i_3 = i_1 - i_2 = 50 - 30 = 20A$$

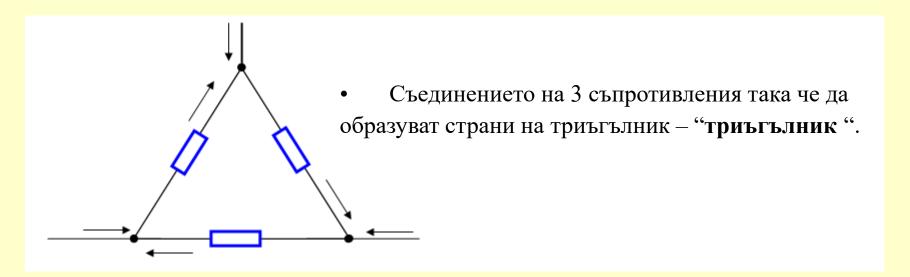
$$i_1 = \frac{E}{R_{eke}}$$
$$= \frac{500}{10} = 50A$$

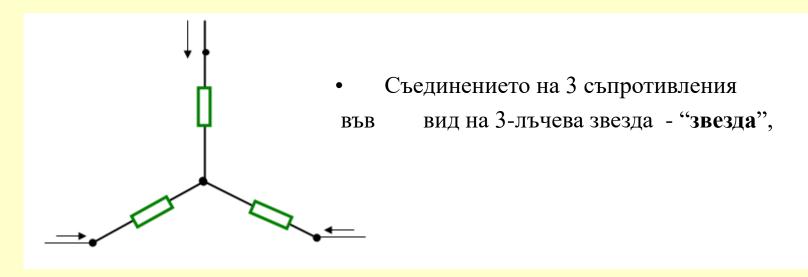
$$i_3$$
=20A,  $R4$ = $R5$ = $R6$ =30  $\Omega$   
 $i_4$ =?,  $i_5$ =?,  $i_6$ =?



$$i_4 = i_5 = i_6 = \frac{i_3}{3} = \frac{20}{3} = 6.67A$$

Еквивалентно преобразуване на съпротивления
 "триъгълник" в свързване "звезда" (∆ → Y) и обратно.





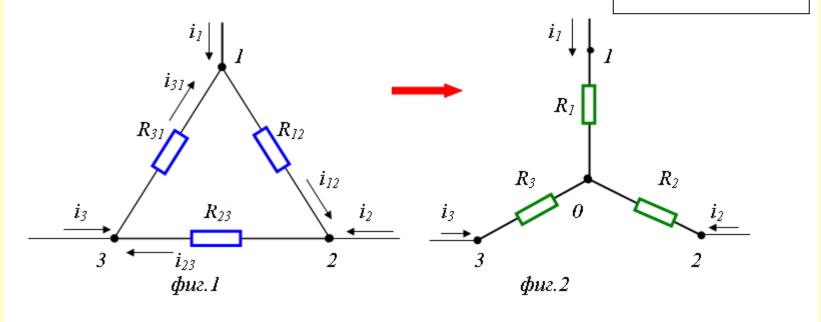
• Еквивалентно преобразуване на съпротивления "триъгълник" в свързване "звезда" ( $\Delta \to Y$ ).

# а) Преобразуване 🛆 — 🙏

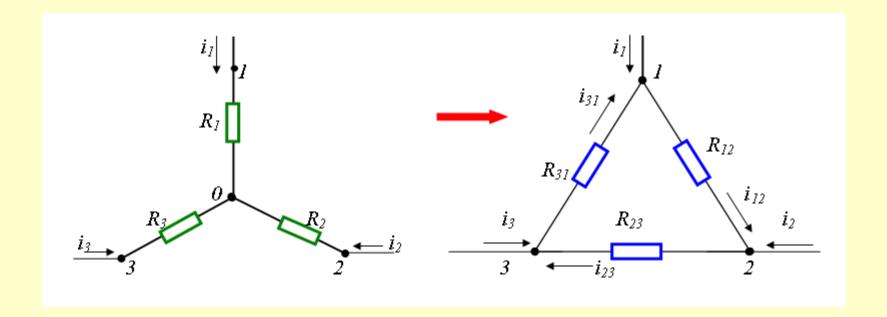
$$R_1 = \frac{R_{31}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

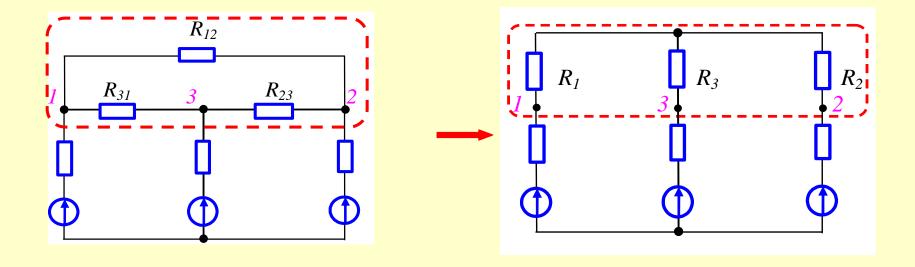


#### б) Преобразуване 🗸 — 🛆



$$R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_3 = \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

# **Пример:** преобразуване △→↓



• 
$$R_{12}=2\Omega$$
;  $R_{23}=3\Omega$   $R_{31}=5\Omega$ 

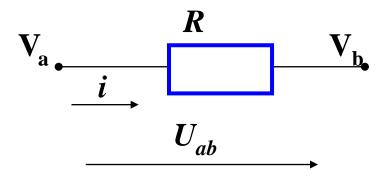
$$\Rightarrow R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} = 1\Omega \quad R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} = 0.6\Omega \quad R_3 = \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} = 1.5\Omega$$

## Основни закони за електрически вериги.

- Закон на Ом.
- Закони на Кирхоф. Метод с клонови токове.

#### 1 Закон на Ом

а) Закон на Ом за част от ел. верига

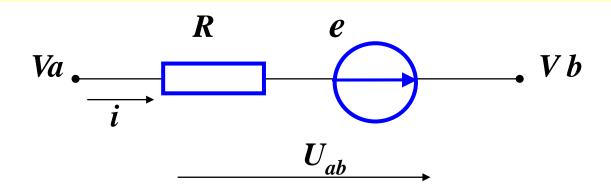


$$i = \frac{U_{ab}}{R} = \frac{V_a - V_b}{R}$$

## Основни закони за електрически вериги.

- Закон на Ом.
- Закони на Кирхоф. Метод с клонови токове.

## б) Обобщен закон на Ом.

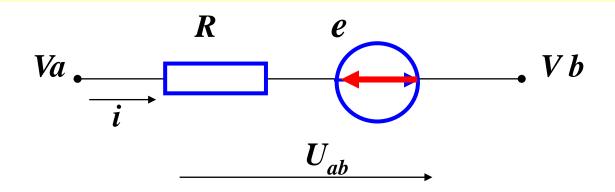


$$i = \frac{U_{ab} + e}{R} = \frac{V_a - V_b + e}{R}$$

## Основни закони за електрически вериги.

- Закон на Ом.
- Закони на Кирхоф. Метод с клонови токове.

## б) Обобщен закон на Ом.

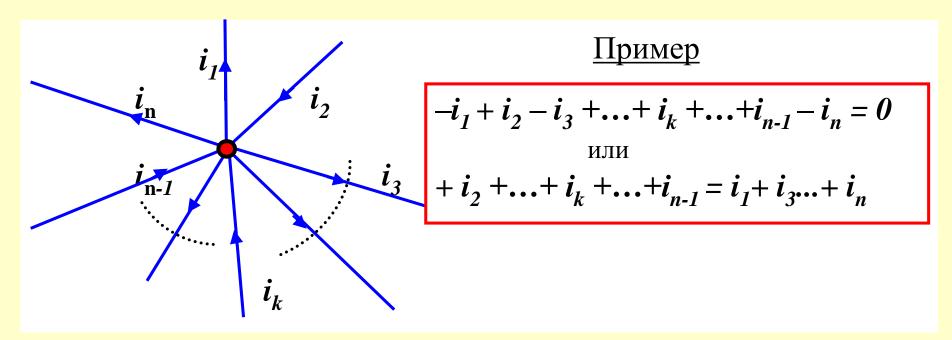


$$i = \frac{U_{ab} + e}{R} = \frac{V_a - V_b + e}{R}$$

Закони на Кирхоф -- Всички електрически вериги (линейни и нелинейни), при произволен характер на изменение на токовете и напреженията се подчиняват на законите на Кирхоф.

а) I Закон на Кирхоф - Алгебричната сума на токовете в даден възел е нула. (Сумата от влизащите е равна на сумата на излизащите от възела токове.)

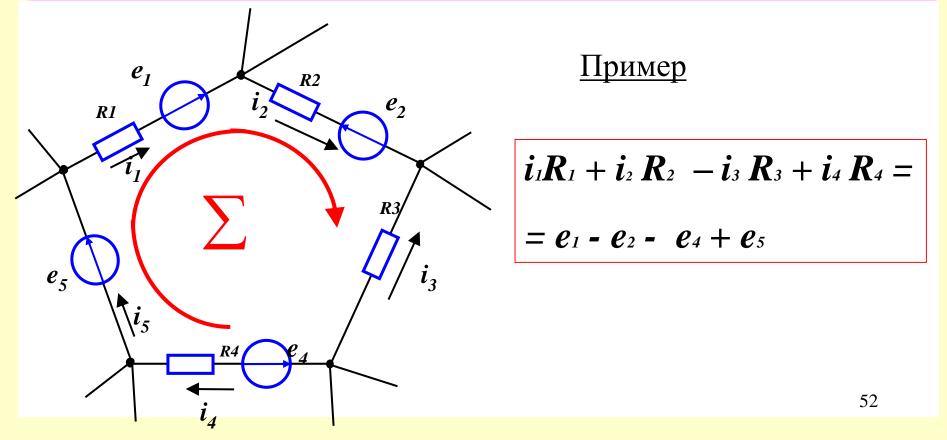
$$\sum_{k=1}^{n} i_{k} = 0$$



б) II Закон на Кирхоф - Алгебричната сума на напреженията за даден контур е равна на алгебричната сума на напреженията на източниците на е.д.н. в контура.

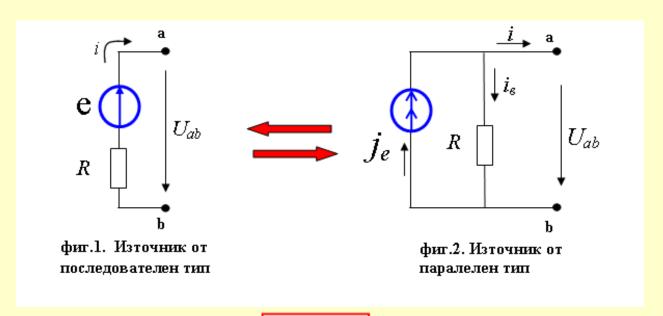
$$\sum_{k=1}^{m} i_k R_k = \sum_{k=1}^{m} e_k$$

(Алгебричната сума на напреженията в произволен затворен контур е нула.)



## Преобразуване на активни участъци от ел. вериги

Еквивалентни схеми на **активни двуполюсници** от последователен и от паралелен тип. Взаимно преминаване

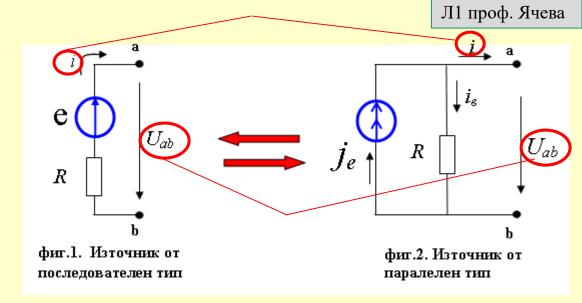


$$e = j_e R$$

$$j_e = \frac{e}{R}$$

## **Доказателство**

- Двата двуполюсника са еквивалентни.
- Следователно токът *i* и напрежението *Uab* на изводите им са едни и същи.

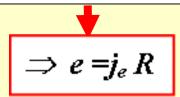


за източника от последователен тип:

за източника от паралелен тип:

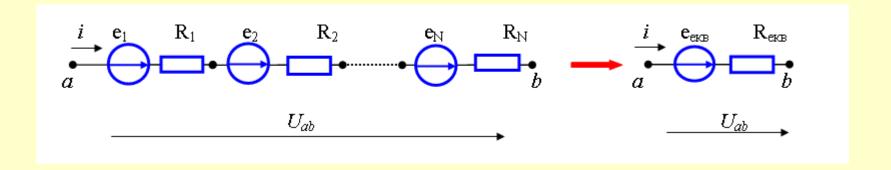
$$\begin{aligned}
Je &= i + ie \\
\Rightarrow Uab &= ie R = \\
\Rightarrow (je - i) R &= je R - iR \\
\Rightarrow Uab &= je R - iR
\end{aligned}$$

но Uab е едно и също  $\implies e$ - iR=je R-iR



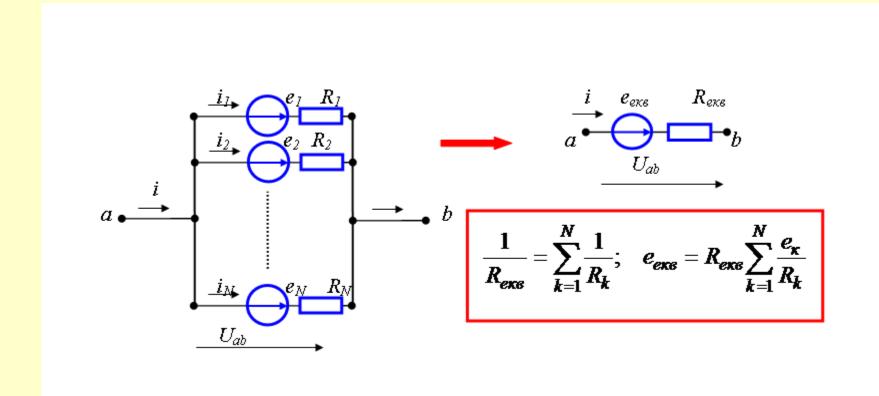
# Преобразуване на съединение от активни двуполюсници.

#### а) Преобразуване на последователно свързани клонове



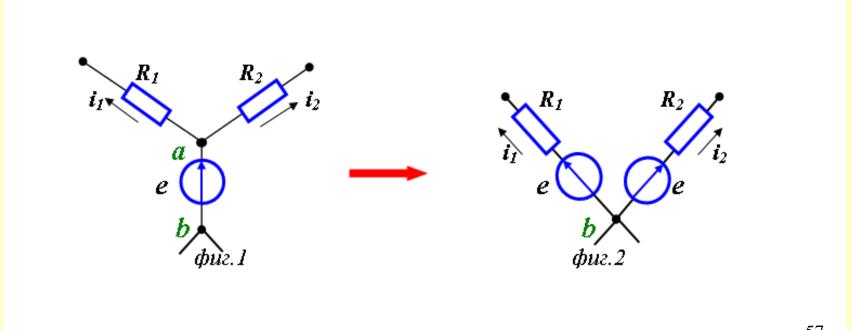
$$R_{exc} = \sum_{k=1}^{N} R_k; \quad e_{exc} = \sum_{k=1}^{N} e_k$$

## б) Преобразуване на паралелно свързани клонове

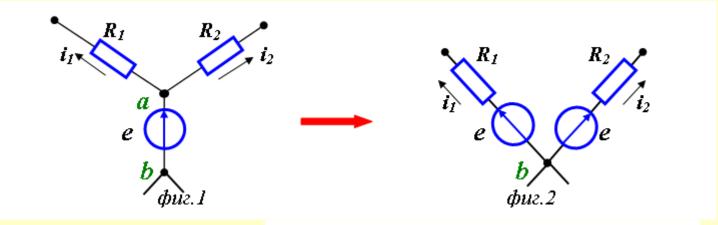


#### в) Прехвърляне на източник на е.д.н. през възел

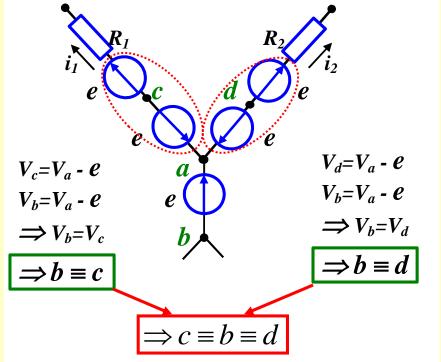
Този тип преобразуване се налага понякога с цел упростяване на анализа на веригата или за удобство при прилагане на определен метод.



# Прехвърляне на източник на е.д.н. през възел



# Доказателство



# г) Пренасяне на източник на е.д.т. в контур

