Л4

Синусоидален режим в линейни електрически вериги. Резонанс

(лекция **18.10.2022г.**)

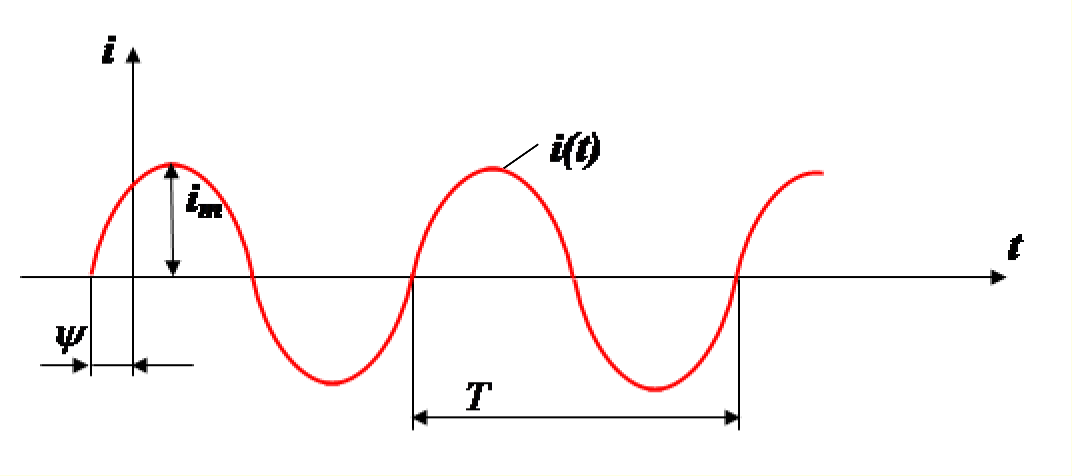
Преподавател: проф. д-р Илона Ячева

кат. “Теоретична Електротехника”,
Технически университет - София

Синусоидални режими в линейни електрически вериги.

Синусоидален ток - Ток, който се изменя във времето по **синусоидален** закон:

$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi) = i_m \sin(\frac{2\pi}{T} t + \psi)$$



i_m - **амплитуда**

T – **период** $[T]$ = s ;

f - **честота** $[f]$ =Hz ; $f = \frac{1}{T}$

ω - **ъглова честота** $[\omega]$=*rad/s*,

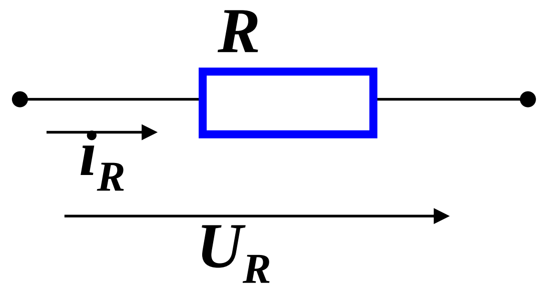
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

θ- **фаза**, $\theta = \omega . t + \psi$, $[\theta]$ =***rad*** ;

ψ - **начална фаза** (за $t = 0$) , $\psi = \theta$ $[\psi]$ =***rad***

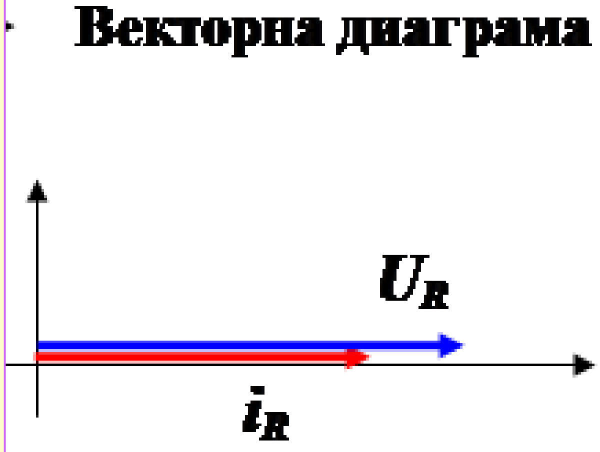
Извод: *Синусоидално изменящите се ток и напрежение се характеризират от три величини:* ***амплитуда, ъглова честота и фаза***.

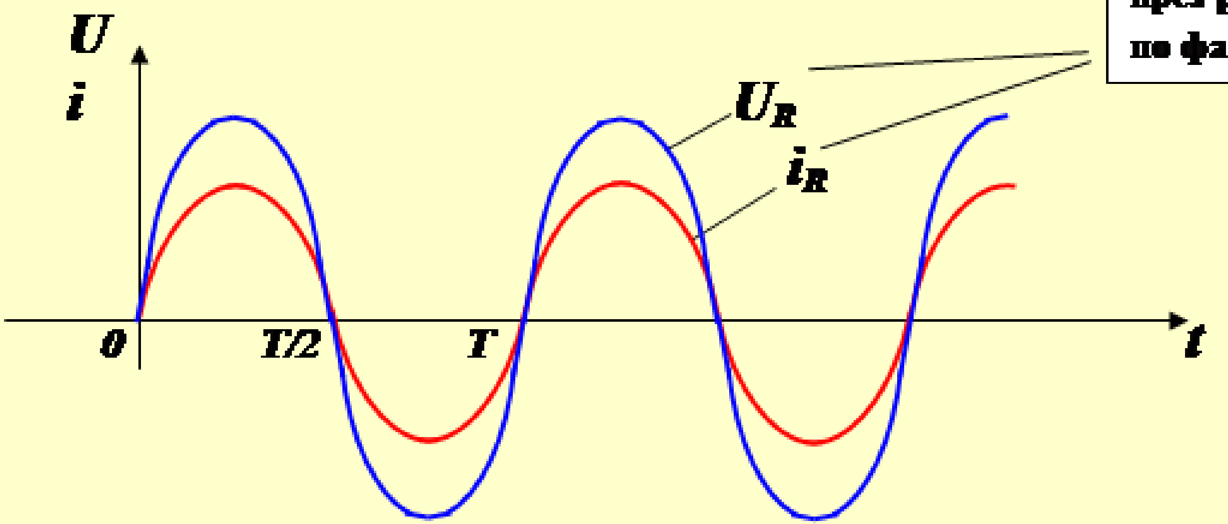
Влияние на параметрите R, L и C при синусоидален режим



$$i(t) = i_m \sin \omega t$$

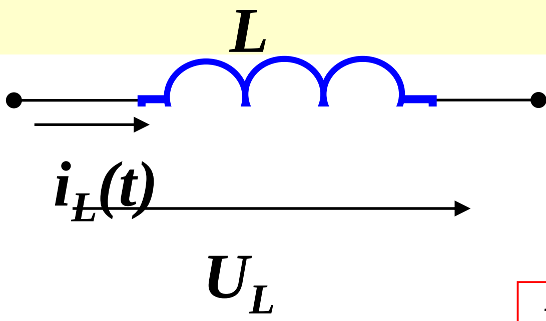
$$u(t) = R.i(t) = u_m \sin \omega t$$





Напрежението и тока през резистора съвпадат по фаза.

бобини с индуктивност ***L***

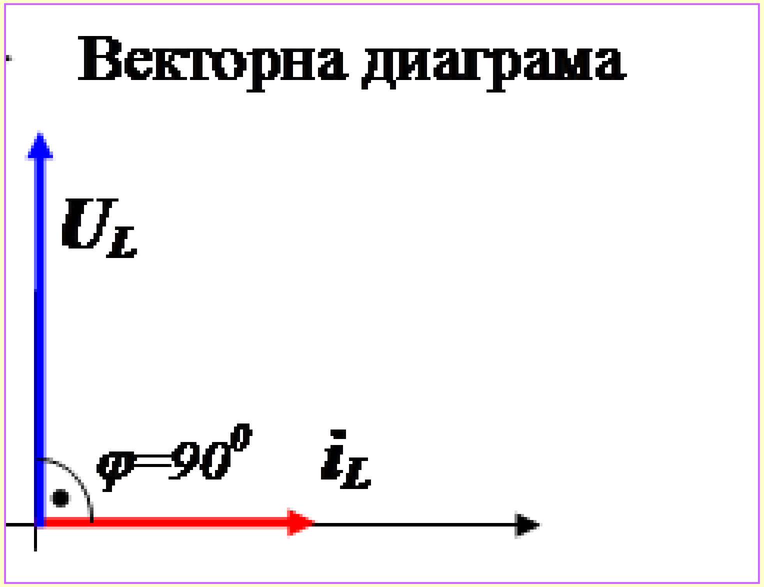


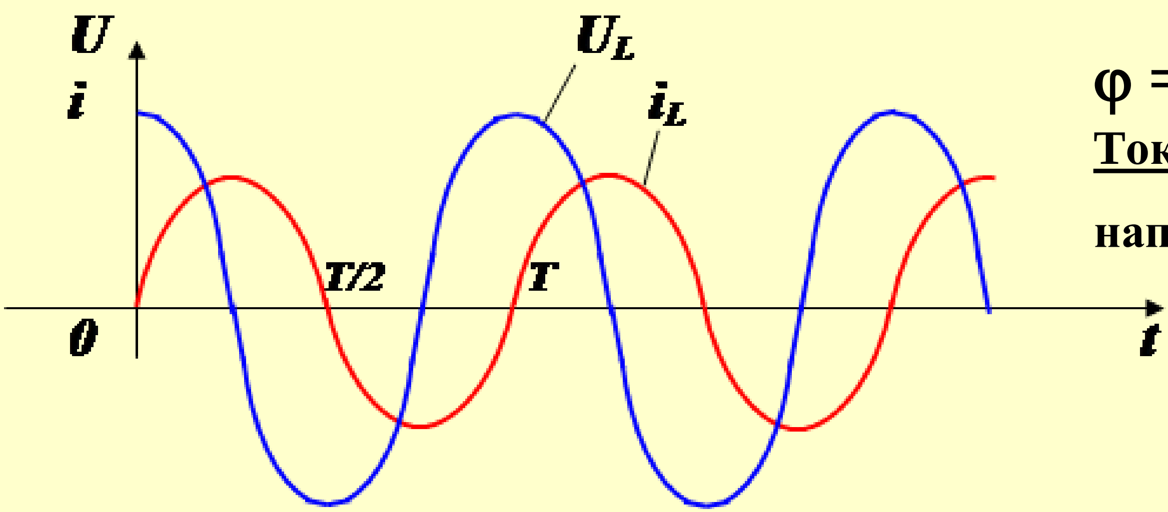
$$X_L = \omega L$$

$$i(t) = i_m \sin \omega t$$

$$u_L(t) = u_m \sin(\omega t + 90)$$

$$u_m = X_L . i_m$$



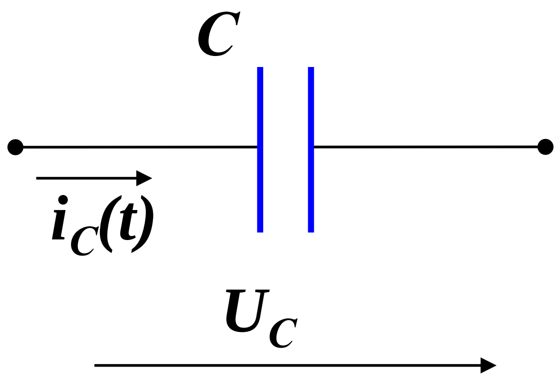


φ = ψ$_u$ - ψ$_i$ = 90 - 0 =90

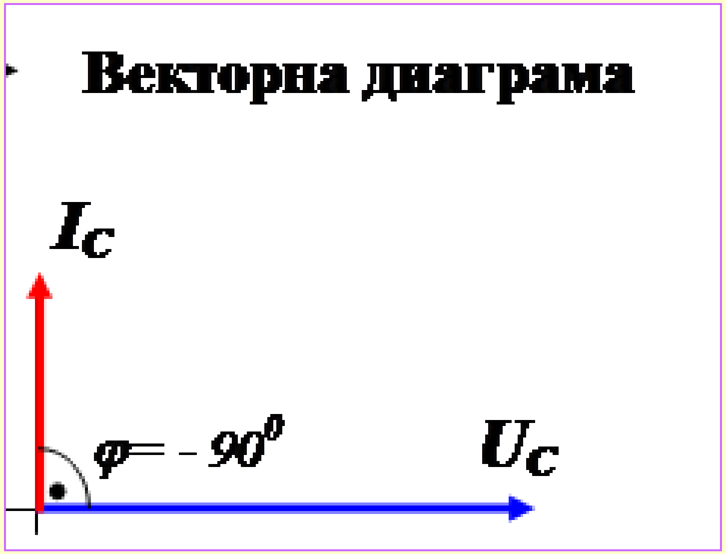
<u>Токът изостава по фаза</u> от

напрежението на четвърт период

кондензатори с капацитет ***C***



$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

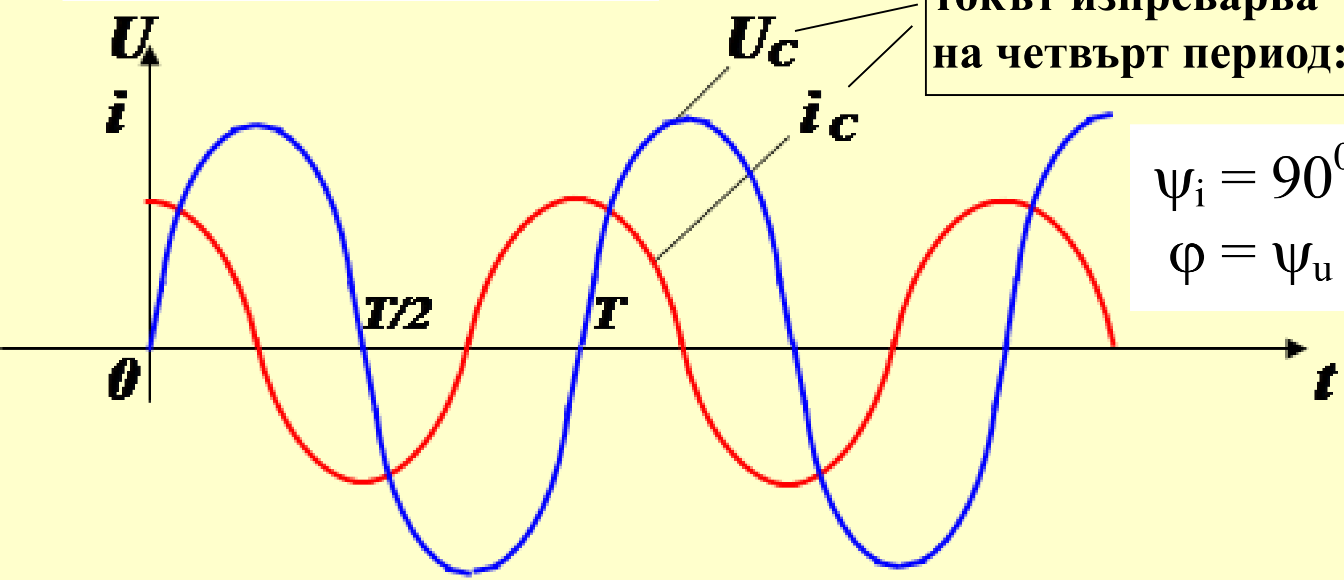


$$i(t) = i_m \sin \omega t$$

$$u_C(t) = u_m \sin(\omega t - 90^0)$$

$$u_m = X_C . i_m$$

токът изпреварва по фаза напрежението на четвърт период: φ = - 90

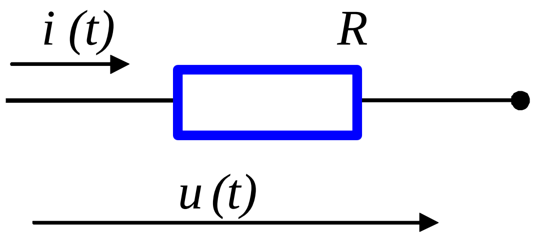


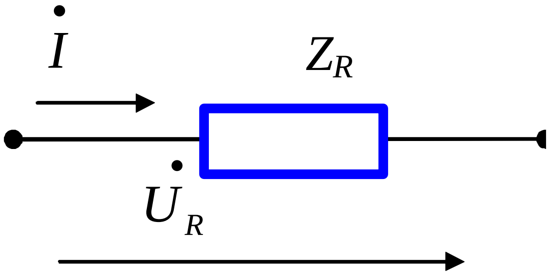
$\psi_i = 90^0.$

$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0 - 90 = -90$

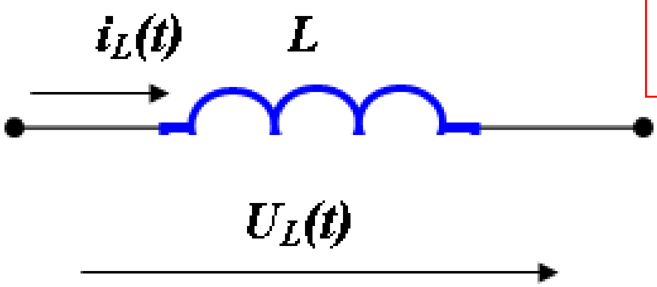
Комплексни образи

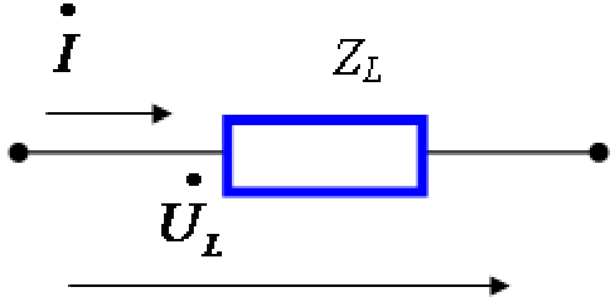
$$Z_R = R$$



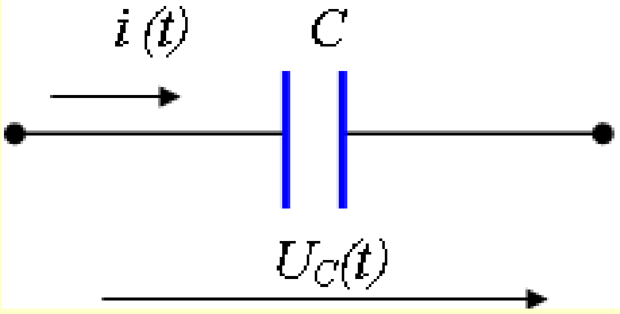


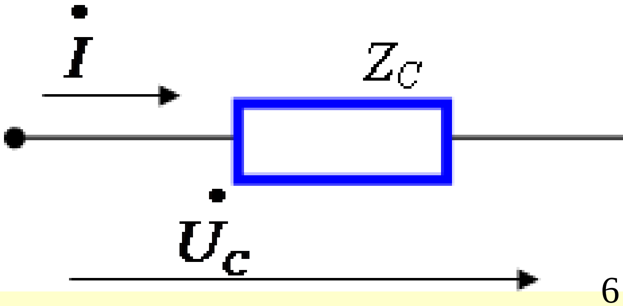
$$Z_L = j\omega L$$





$$Z_C = -j\frac{1}{\omega C}$$

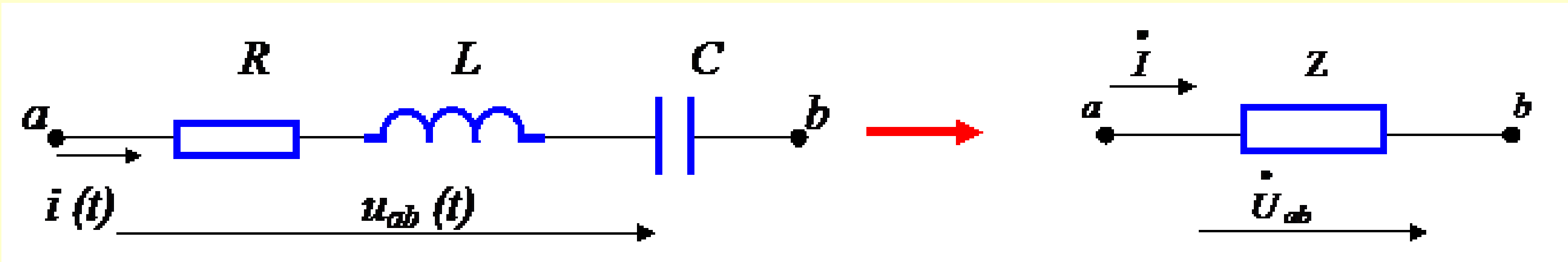




Комплексна форма на основните закони за електрически вериги.

Закон на Ом

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z} = \frac{\dot{V}_a - \dot{V}_b}{Z}$$



$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_i);$$

$$u(t) = u_m \sin(\omega t + \psi_u);$$

$$u_m = z.i_m; \quad \psi_u = \psi_i + \varphi;$$

$$z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2};$$

$$\varphi = arctg \frac{(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{R}$$

$$\boxed{Z = z.e^{j\varphi};}$$

$$\dot{I} = I.e^{j\psi_i};$$

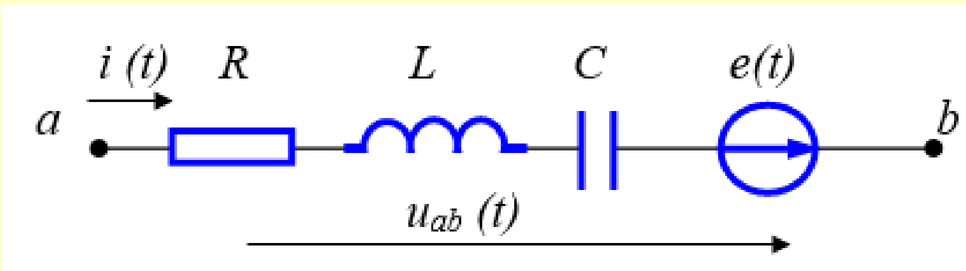
$$\dot{U} = U.e^{j\psi_u};$$

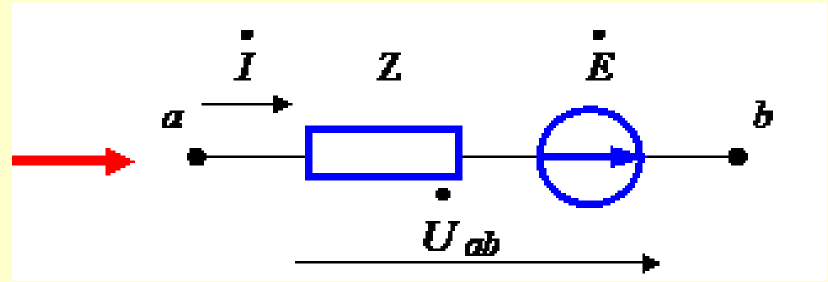
$$\boxed{\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z}; \qquad Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U.e^{j\psi_u}}{I.e^{j\psi_i}} = \frac{U}{I}.e^{j(\psi_u - \psi_i)} = z.e^{j\varphi};$$

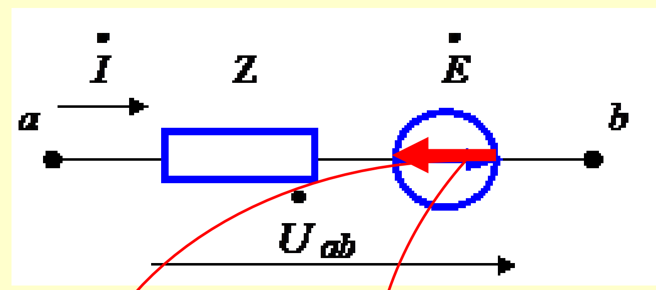
Обобщен закон на Ом

$$Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$





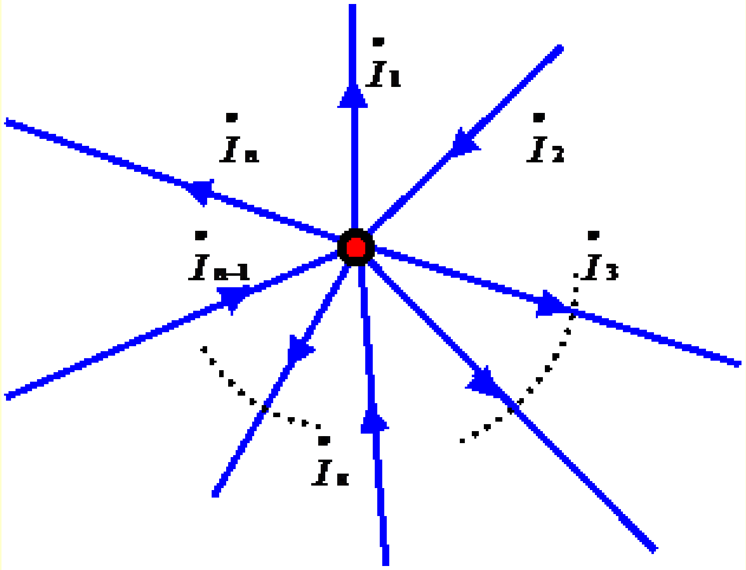
$$\dot I = \frac{\dot U_{ab} + \dot E}{Z} = \frac{\dot V_a - \dot V_b + \dot E}{Z}$$



$$\dot I = \frac{\dot U_{ab} - \dot E}{Z} = \frac{\dot V_a - \dot V_b - \dot E}{Z}$$

Закони на Кирхоф

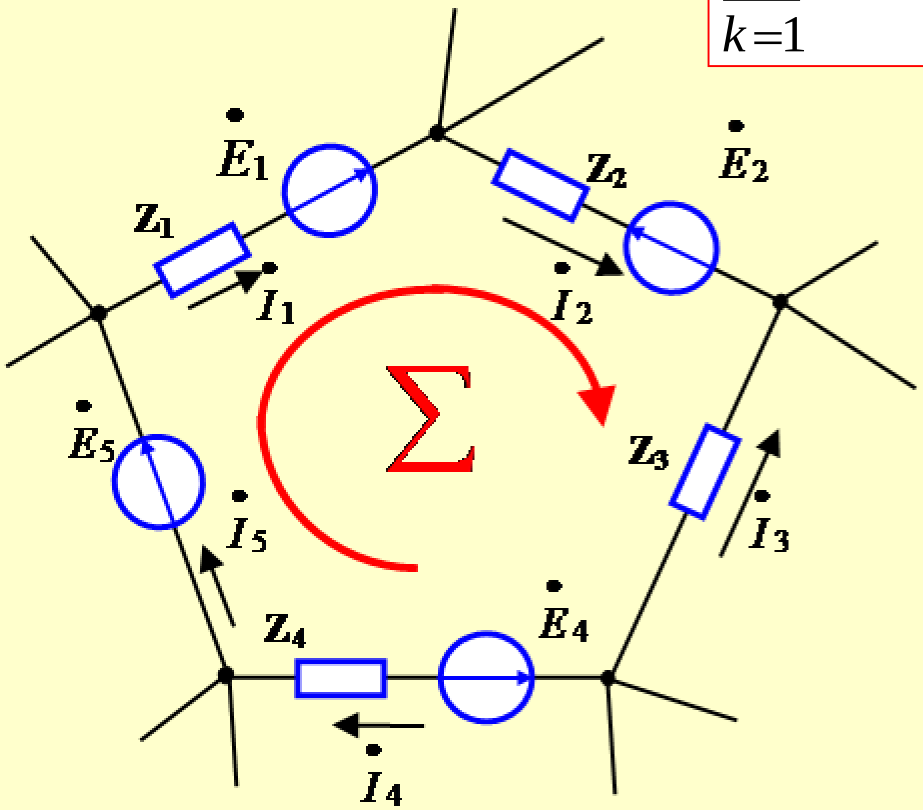
I Закон на Кирхоф $$\sum_{k=1}^{n} \dot{I}_k = 0$$



$$-\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 + \ldots + \dot{I}_k + \ldots + \dot{I}_{n-1} - \dot{I}_n = 0$$

II Закон на Кирхоф

$$\sum_{k=1}^{m} \dot{I}_k Z_k = \sum_{k=1}^{m} \dot{E}_k$$



$$\dot{I}_1 Z_1 + \dot{I}_2 Z_2 - \dot{I}_3 Z_3 + \dot{I}_4 Z_4 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 - \dot{E}_4 + \dot{E}_5$$

<u>Пример:</u> <u>Анализ на синусоидални режими с използване на законите на Кирхоф (Метод с клонови токове).</u>

Да се определят токовете $i_1(t)$, $i_2(t)$ и $i_3(t)$ за веригата от фиг.3 ако е известно:

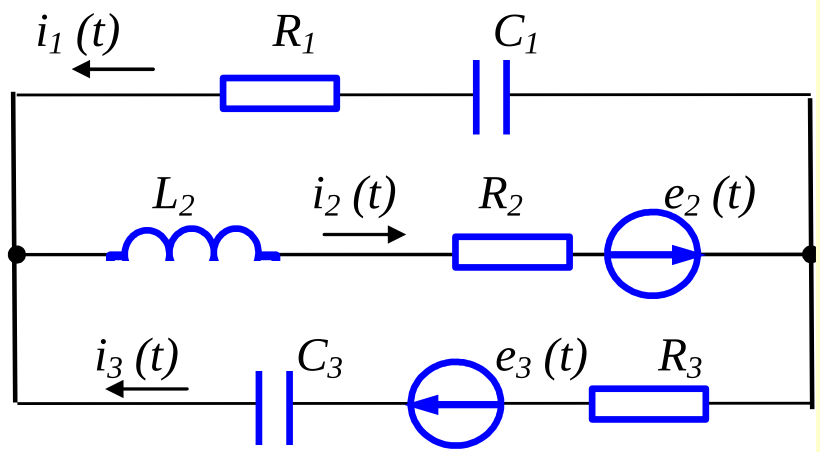
$e_2(t)=71\sin(1000t+45)V$

$e_3(t)=113\sin(1000t+90)V$

$R_1 = R2=5\Omega$, $R_3 =10\Omega$,

$L_2=10\ mH$,

$C_1=200\mu F$, $C_3=125\mu F$,.



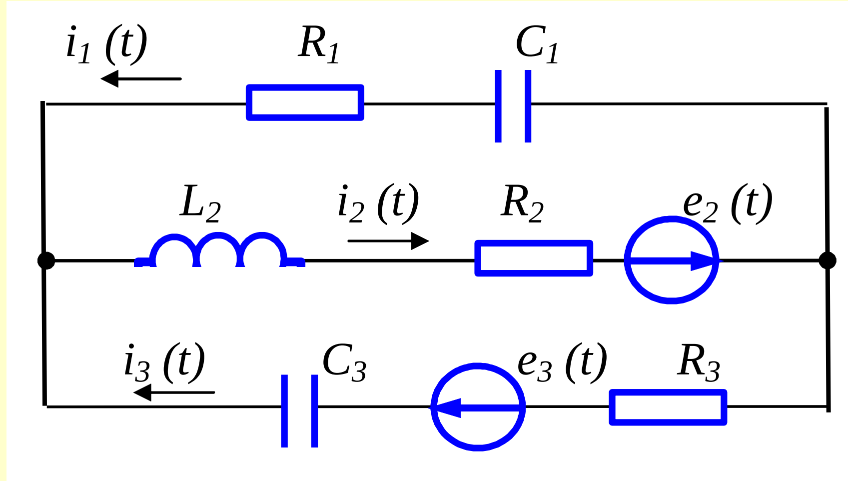
$e_2(t)=71\sin(1000t+45)V$

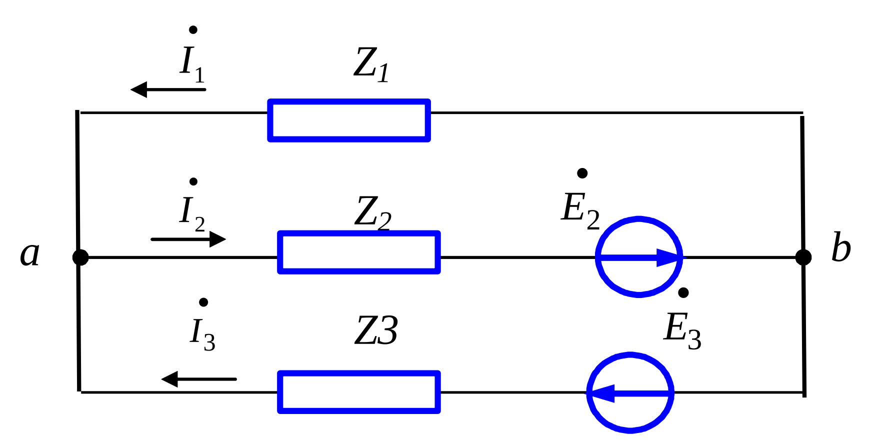
$e_3(t)=113\sin(1000t+90)V$

$R_1 = R2=5\Omega$, $R_3 = 10\Omega$,

$L_2=10$ mH,

$C_1=200\mu F$, $C_3=125\mu F$,.





$$\dot{E}_2 = E_2 e^{j\psi_{e2}} = \frac{e_{2m}}{\sqrt{2}} e^{j\psi_{e2}} = \frac{71}{\sqrt{2}} e^{j45} =$$

$$50.(\cos 45 + j\sin 45) = 50.(\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}) = (35{,}5 + j35{,}5)V$$

$$\dot{E}_3 = E_3 e^{j\psi_{e3}} = \frac{e_{3m}}{\sqrt{2}} e^{j\psi_{e3}} = \frac{113}{\sqrt{2}} e^{j90} =$$

$$80.(\cos 90 + j\sin 90) = 80.(0 + j) = j80V$$

Решение

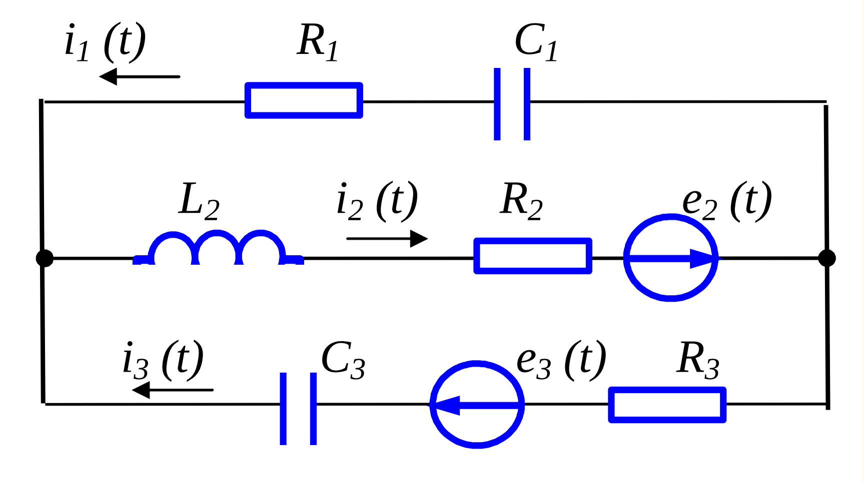
$e_2(t)=71\sin(1000t+45)V$

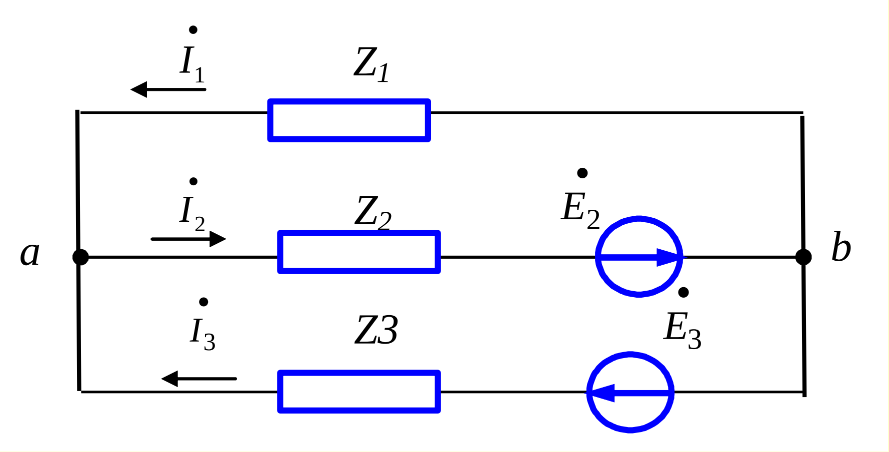
$e_3(t)=113\sin(1000t+90)V$

R_1 = R2=5Ω, R_3 =10Ω,

L_2=10 mH,

C_1=200μF, C_3=125μF,.



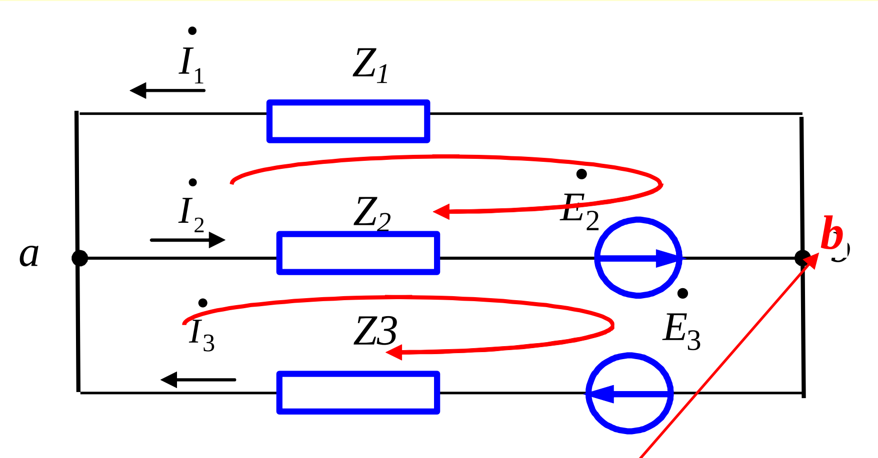


$$\omega = 1000 = 10^3\, rad/s$$

$$Z_1 = R_1 - j\frac{1}{\omega C_1} = 5 - j\frac{1}{10^3.200.10^{-6}} = (5 - j5)\Omega$$

$$Z_2 = R_2 + j\omega L_2 = 5 + j.10^3.10.10^{-3} = (5 + j10)\Omega$$

$$Z_3 = R_3 - j\frac{1}{\omega C} = 10 - j\frac{1}{10^3.125.10^{-6}} = (5 - j8)\Omega$$



2. Определяме брой клонове и брой възли във веригата:

- брой възли $n=2$,
- брой клонове $m=3$

3. Записваме система уравнения по метода с клонови токове:

•$n-1=1$ уравнения по I закон на Кирхоф

•$k=m-n+1=2$ уравнения по II закон на Кирхоф

за възел **b**

$$-\dot{I}_1+\dot{I}_2-\dot{I}_3=0$$

за двата контура :

$$-\dot{I}_1 Z_1-\dot{I}_2 Z_2=-\dot{E}_2$$

$$\dot{I}_2 Z_2+\dot{I}_3 Z_3=\dot{E}_2+\dot{E}_3$$

4. Заместваме със стойности и решаваме системата:

$$\begin{cases} -\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \\ -\dot{I}_1(5 - j5) - \dot{I}_2(5 + j10) = -(35{,}5 + j35{,}5) \\ \dot{I}_2(5 + j10) + \dot{I}_3(10 - j8) = (35{,}5 + j35{,}5) + j80 \end{cases}$$

5. Получаваме комплексите на трите тока:

$$\dot{I}_1 = (6{,}71 - j1{,}375) = 6{,}853e^{-j11{,}58} A$$

$$\dot{I}_2 = (6{,}41 + j2{,}34) = 6{,}82e^{j20{,}04} A$$

$$\dot{I}_3 = (-0{,}3 + j3{,}71) = 3{,}73e^{j94{,}65} A$$

$$\dot{I}_1 = (6{,}71 - j1{,}375) = 6{,}853e^{-j11{,}58} A$$

$$\dot{I}_2 = (6{,}41 + j2{,}34) = 6{,}82e^{j20{,}04} A$$

$$\dot{I}_3 = (-0{,}3 + j3{,}71) = 3{,}73e^{j94{,}65} A$$

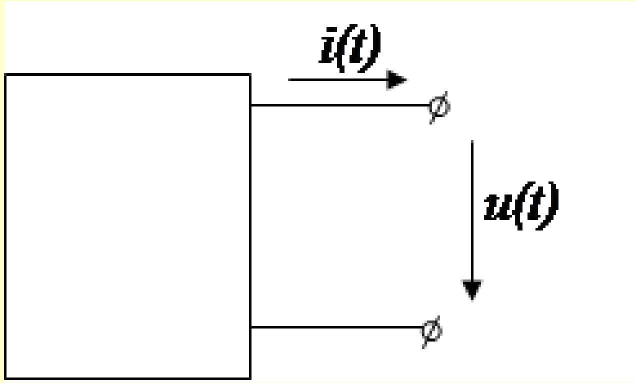
6. Тогава моментните стойности на токовете са:

$$i_1(t) = I_1\sqrt{2}\sin(\omega t + \psi_1) = 6{,}85\sqrt{2}\sin(1000t - 11{,}58^0)A$$

$$i_2(t) = I_2\sqrt{2}\sin(\omega t + \psi_2) = 6{,}82\sqrt{2}\sin(1000t + 20{,}04^0)A$$

$$i_3(t) = I_3\sqrt{2}\sin(\omega t + \psi_3) = 3{,}73\sqrt{2}\sin(1000t + 94{,}65^0)A$$

Мощности при синусоидални режими



$u(t) = u_m sin(\omega t + \psi_u)$,

$i(t) = i_m sin(\omega t + \psi_i) = i(t) = i_m sin(\omega t + \psi_u - \varphi)$

$\psi_u = 0 \longrightarrow$ $u(t) = u_m sin\,\omega t$

$i(t) = i_m sin(\omega t - \varphi)$

1. Моментна мощност - ***p(t)***

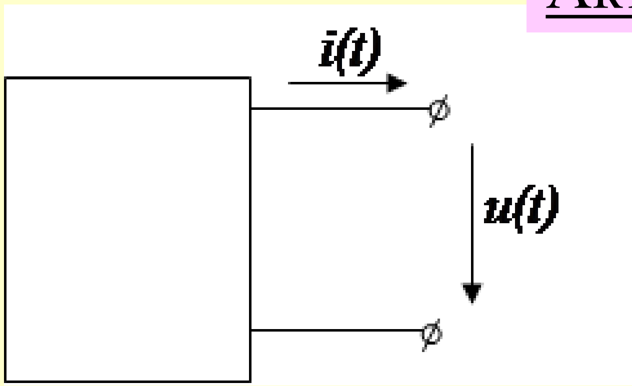
$$p(t) = u(t).i(t) = u_m \sin\omega t.i_m \sin(\omega t - \varphi) = u_m i_m \sin\omega t.\sin(\omega t - \varphi) =$$

$$u_m i_m \sin\omega t.[\sin\omega t.\cos\varphi - \cos\omega t.\sin\varphi] =$$

$$u_m i_m [\sin^2\omega t.\cos\varphi - \sin\omega t\cos\omega t.\sin\varphi] = \frac{u_m i_m}{2}[(1 - \cos 2\omega t).\cos\varphi - \sin 2\omega t.\sin\varphi]$$

$$U.I[\cos\varphi - (\cos 2\omega t.\cos\varphi + \sin 2\omega t.\sin\varphi)] = U.I[\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]$$

Активна мощност- *P*



$u(t) = u_m sin\omega t$

$i(t) = i_m sin(\omega t - \varphi)$

$$\boxed{\Rightarrow P = U.I\cos\varphi}$$

[P]=W

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t).dt = \frac{1}{T}\int_0^T U.I[\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)].dt =$$

0 - интеграл на хармонична функция

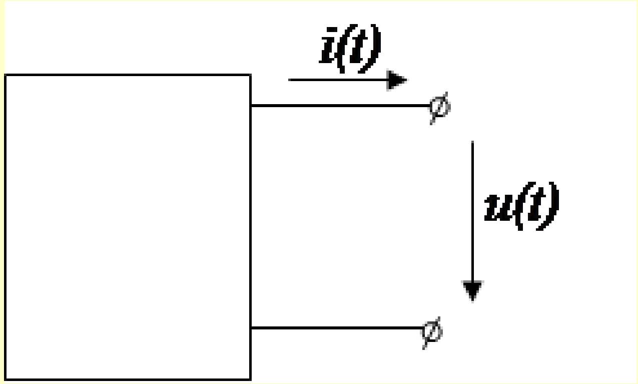
$$U.I\cos\varphi - \frac{1}{T}U.I\int_0^T \cos(2\omega t - \varphi).dt$$

Активната мощност физически представлява енергията, която се отделя за единица време във вид на топлина за участъка от верига с активно съпротивление ***R***

$$P = U.I\cos\varphi = I^2 z.\cos\varphi = I^2 R$$

$$\boxed{R = z.\cos\varphi}$$

Реактивна мощност- *Q*



$u(t) = u_m \sin \omega t$

$i(t) = i_m \sin(\omega t - \varphi)$

$$\boxed{Q = U.I \sin\varphi}$$

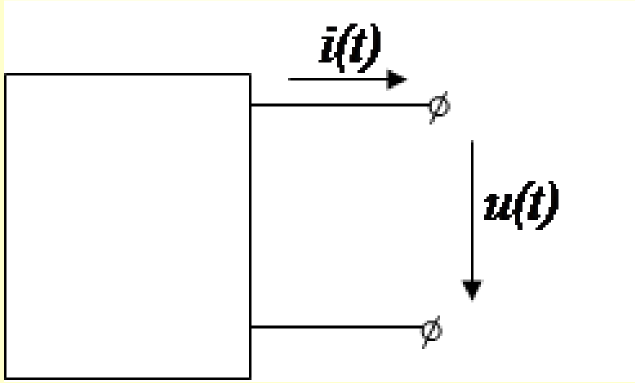
[Q]=VAr

Реактивната мощност ***Q*** е енергия, която се обменя между източника и консуматора (за време равно на периода ***T*** се предава 2 пъти от генератора към консуматора и обратно)

$$Q = U.I \sin\varphi = I^2 z.\sin\varphi = I^2 X$$

От триъгълника на съпротивленията е известно, че $X = z.\sin\varphi; \quad X = X_L - X_C$

Пълна мощност- *S*



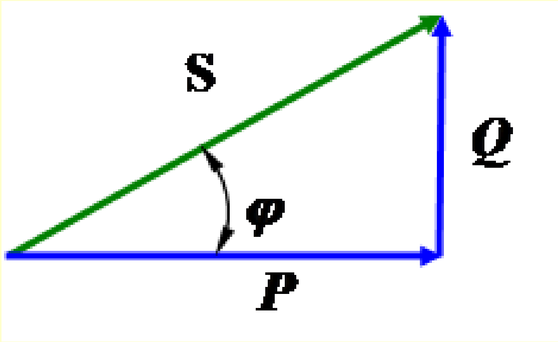
$$u(t) = u_m \sin \omega t$$
$$i(t) = i_m \sin(\omega t - \varphi)$$

$$\boxed{S = U.I}$$

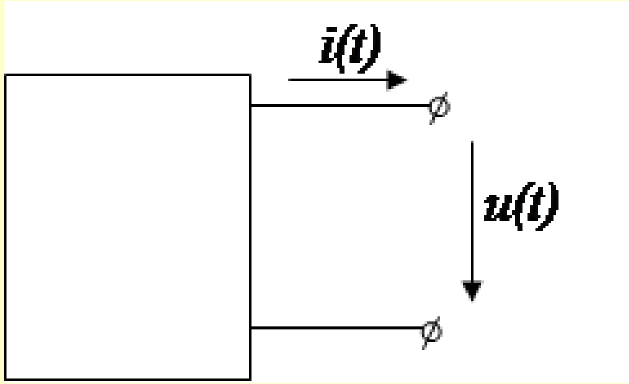
[S]=VA

Пълната мощност ***S*** характеризира тази мощност, която източника би отдавал на потребителя при ***cosφ=1***

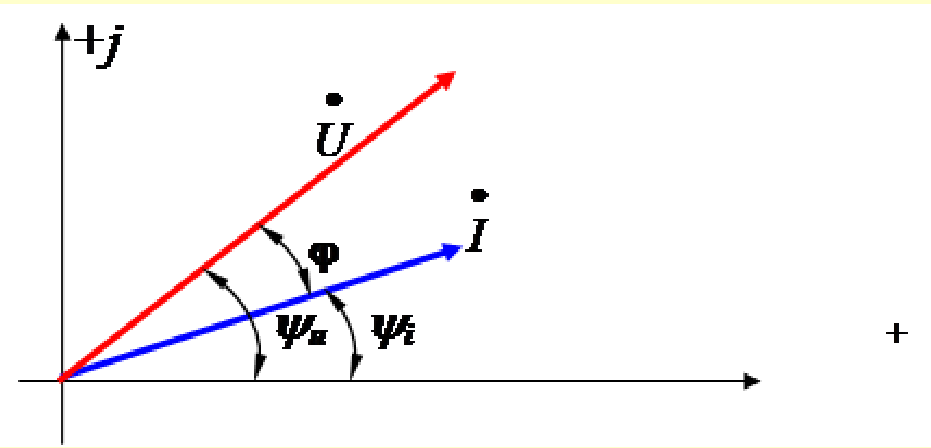
$$\boxed{S^2 = P^2 + Q^2}$$



Комплексна мощност- $\dot{S}$



$$u(t) = u_m \sin\omega t$$
$$i(t) = i_m \sin(\omega t - \varphi)$$



$$\dot{U} = Ue^{j\psi_u}$$
$$\dot{I} = Ie^{j\psi_i}$$
$$\overset{*}{I} = Ie^{-j\psi_i}$$

$$\dot{S} = \dot{U}.\overset{*}{I} = Ue^{j\psi_u}.Ie^{-j\psi_i} = UIe^{j(\psi_u - \psi_i)} = UIe^{j\varphi} =$$
$$= UI\cos\varphi + jUI\sin\varphi = P + jQ$$

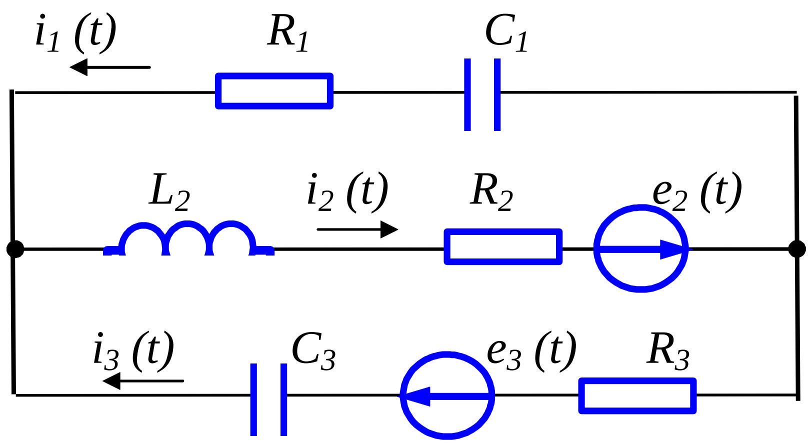
$$P = \mathrm{Re}[\dot{S}]$$
$$Q = \mathrm{Im}[\dot{S}]$$

Пример 2. Да се направи баланс на мощностите за веригата

$e_2(t)=71\sin(1000t+45)V$

$e_3(t)=113\sin(1000t+90)V$

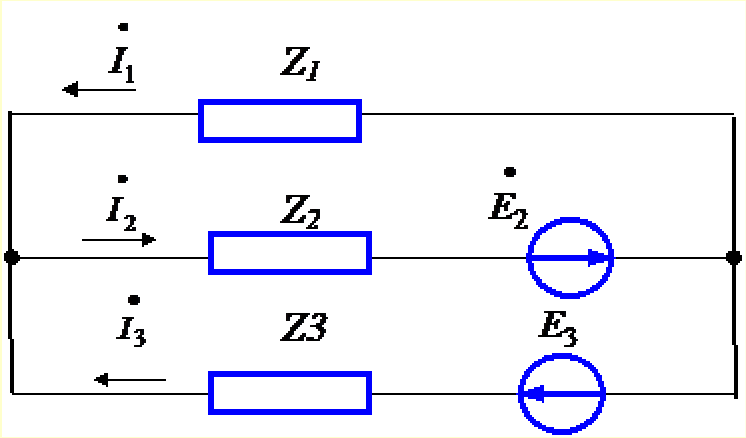
$R_1 = R2=5\Omega$, $R_3 =10\Omega$,
$L_2=10\ mH$,
$C_1=200\mu F$, $C_3=125\mu F$,.



Решение

Да се направи баланс на мощностите означава да се направи проверка дали **мощността на източниците е равна на мощността на консуматорите**.

$$\sum \dot{S}_{изт} = \sum \dot{S}_{конс}$$



$$\dot{I}_1 = (6{,}71 - j1{,}375) = 6{,}853e^{-j11{,}58}A$$

$$\dot{I}_2 = (6{,}41 + j2{,}34) = 6{,}82e^{j20{,}04}A$$

$$\dot{I}_3 = (-0{,}3 + j3{,}71) = 3{,}73e^{j94{,}65}A$$

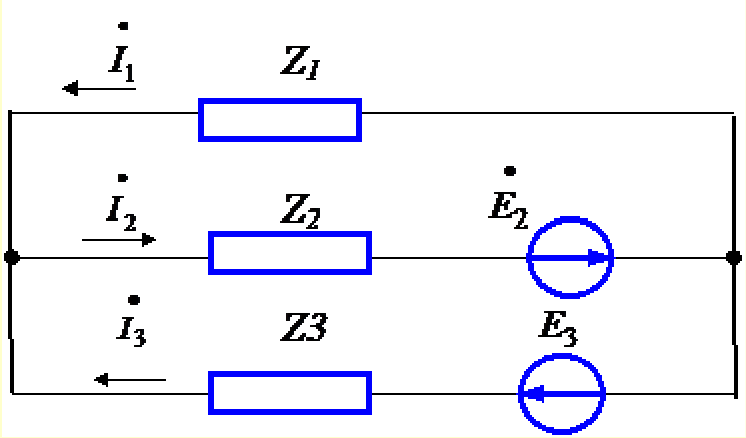
$$\dot{E}_2 = (35{,}5 + j35{,}5)V \qquad \dot{E}_3 = j80V$$

Определяме мощността на източниците $\sum \dot{S}_{изт} = \dot{S}_{E_2} + \dot{S}_{E_3}$

$$\dot{S}_{E_2} = \dot{E}_2 . \overset{*}{I}_2 = (35{,}5 + j35{,}5)(6{,}41 - j2{,}34)$$

$$\dot{S}_{E_3} = \dot{E}_3 . \overset{*}{I}_3 = j80.(-0{,}3 - j3{,}72)$$

$$\sum \dot{S}_{изт} = (606{,}4 + j120)VA$$



$$\dot{I}_1 = (6{,}71 - j1{,}375) = 6{,}853e^{-j11{,}58}A$$

$$\dot{I}_2 = (6{,}41 + j2{,}34) = 6{,}82e^{j20{,}04}A$$

$$\dot{I}_3 = (-0{,}3 + j3{,}71) = 3{,}73e^{j94{,}65}A$$

$$Z_1 = (5 - j5)\Omega$$

$$Z_2 = (5 + j10)\Omega$$

$$Z_3 = (10 - j8)\Omega$$

Определяме мощността на консуматорите

$$\sum \dot{S}_{конс} = Z_1 I_1^2 + Z_2 I_2^2 + Z_3 I_3^2 =$$

$$(5 - j5)(6{,}71^2 + 1{,}375^2) + (5 + j10)(6{,}41^2 + 2{,}34^2) + (10 - j8)(0{,}3^2 + 3{,}72^2) =$$

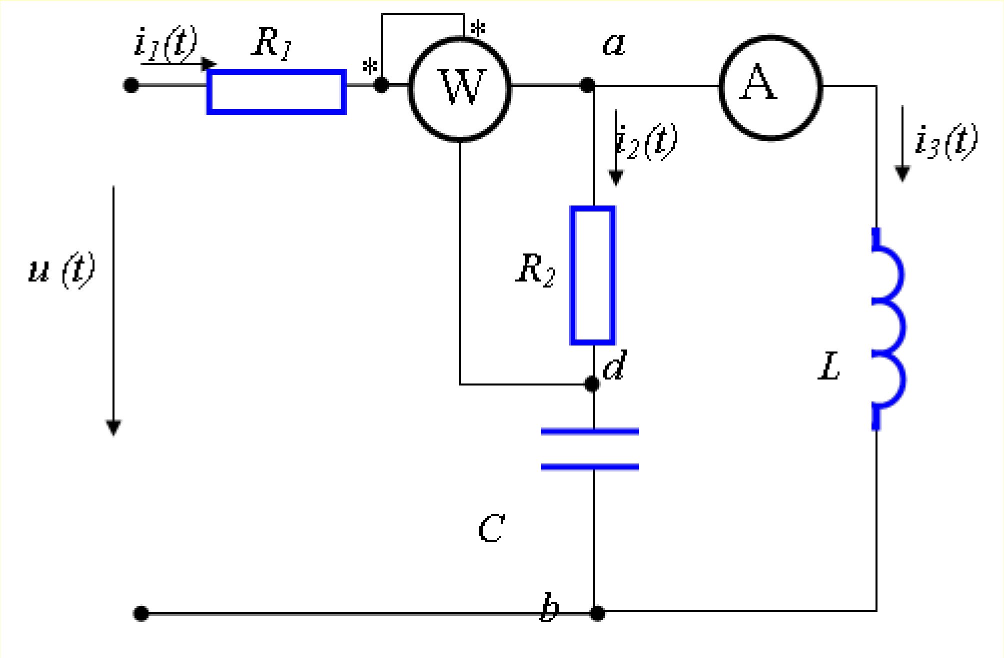
$$(606{,}4 + j120)VA$$

Следователно се получава баланс на мощностите, а именно:

$$\boxed{\sum \dot{S}_{изт} = \sum \dot{S}_{конс} = (606{,}4 + j120)VA} \longrightarrow \boxed{\begin{aligned} P &= \mathrm{Re}[\dot{S}] = 606{,}4W \\ Q &= \mathrm{Im}[\dot{S}] = 120VAr \end{aligned}}$$

Пример 3: ***Анализ на синусоидален режим***

За показаната на фигурата верига е известно:



$u(t) = 141\sin(\omega t+53)V$

$f=80Hz$,

$R1 = 10\Omega$, $R2 = 5\Omega$,

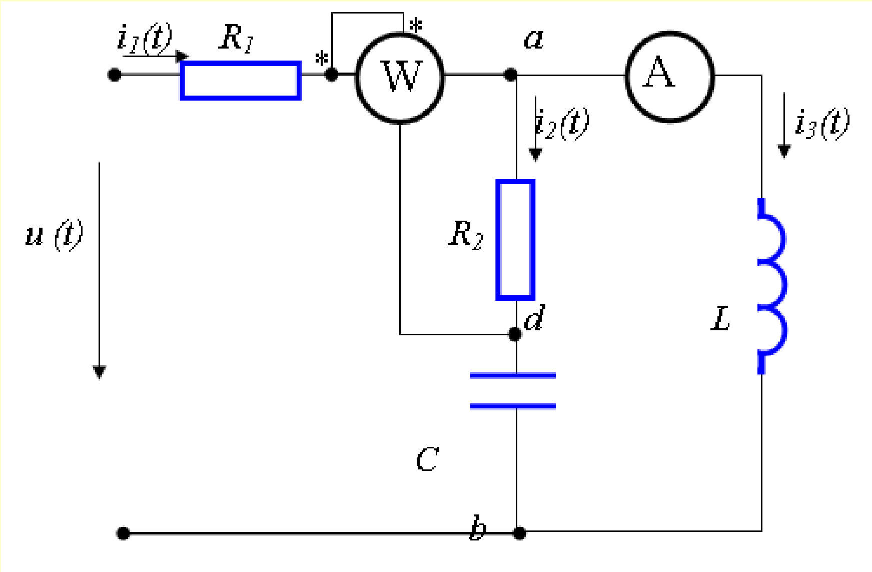
$L=20\ mH$, $C=400\mu F$

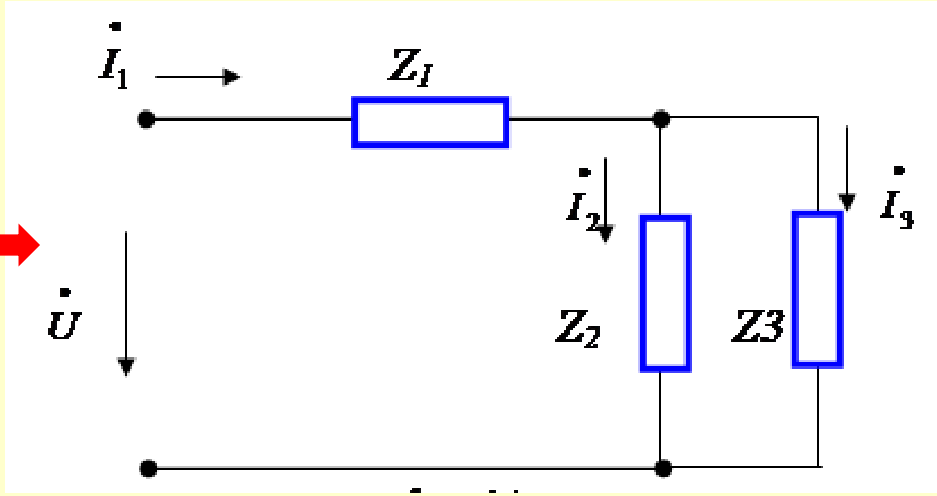
Да се определят:

- *Еквивалентното комплексно съпротивление Zекв;*
- *Комплексните стойности на токовете* $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$;
- *Моментната стойност на тока* $i_1(t)$;
- *Показанията на уредите* $I_A = ?, P_W = ?$.

Пример за анализ на синусоидален режим

Решение





u(t) = 141sin(ωt+53)V

f=80Hz,

R1 = 10Ω, R2 = 5Ω,

L=20 mH, C=400μF

$$\omega = 2\pi f = 2\pi.80 \approx 500 = 5.10^2 \, rad/s$$

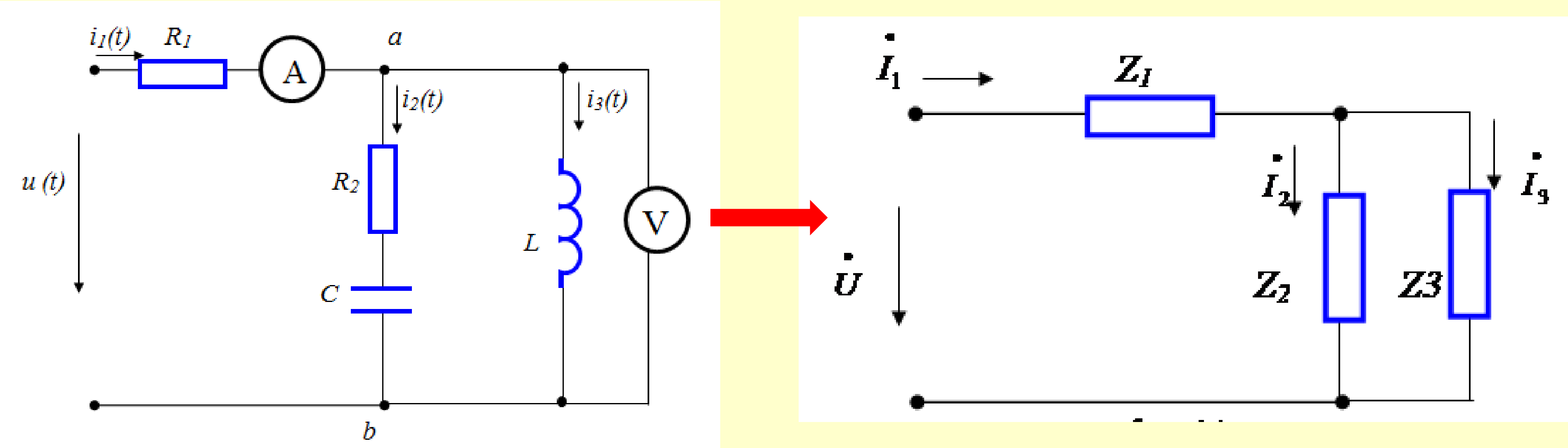
$$Z_1 = R_1 = 10\Omega$$

$$Z_2 = R_2 - j\frac{1}{\omega C} = 5 - j\frac{1}{5.10^2.400.10^{-6}} = (5 - j5)\Omega$$

$$Z_3 = j\omega L = j5.10^2 20.10^{-3} = 10\Omega$$

Пример за анализ на синусоидален режим

Решение



$u(t) = 141\sin(\omega t+53)V$

$f=80Hz$,

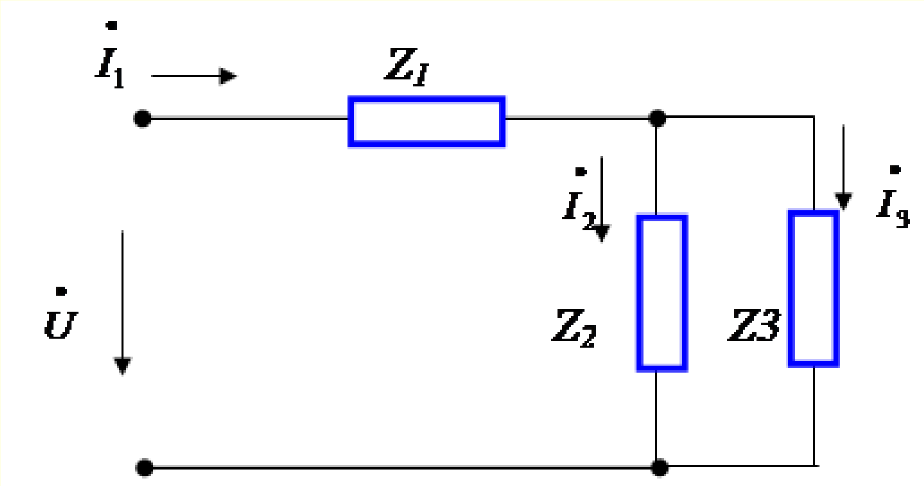
$R1 = 10\Omega$, $R2 = 5\Omega$,

$L=20\ mH$, $C=400\mu F$

$$\dot{U} = Ue^{j\psi_u} = \frac{u_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u} = \frac{141}{\sqrt{2}} e^{+j53} =$$

$$100.[\cos 53 + j\sin 53] =$$

$$100.(0{,}6 + j0{,}8) = (60 + j80)V$$



$$\dot{U} = (60 + j80)V$$

$$Z_1 = 10\Omega$$

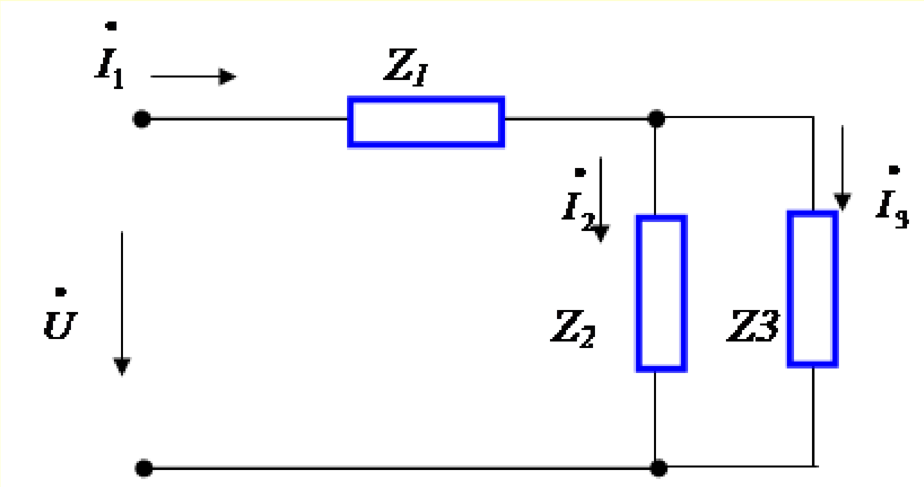
$$Z_2 = (5 - j5)\Omega$$

$$Z_3 = 10\Omega$$

$$Z_{екв} = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}$$

$$\Rightarrow \quad Z_{екв} = 10 + \frac{(5 - j5).(j10)}{5 - j5 + j10} = 10 + \frac{(1 - j).(j10)}{1 + j} =$$

$$10 + \frac{10(1 + j)}{1 + j} = 10 + 10 = 20\Omega$$



$$\dot{U} = (60 + j80)V$$

$$Z_1 = 10\Omega$$

$$Z_2 = (5 - j5)\Omega$$

$$Z_3 = 10\Omega$$

$$\boxed{Z_{ekв} = 20\Omega}$$

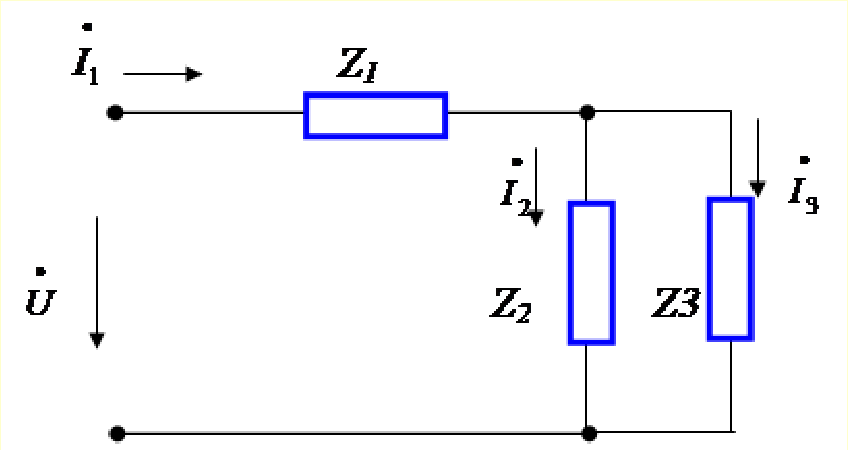
$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_{ek}} = \frac{60 + j80}{20} = (3 + j4)A$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} = (3 + j4)\frac{j10}{5 - j5} = \frac{(-40 + j30)}{5 - j5} = \frac{(-8 + j6)}{1 - j} =$$

$$\frac{(-8 + j6)}{1 - j}\frac{(1 + j)}{(1 + j)} = \frac{(-8 + j6 - 8j - 6)}{2} = (7 - j)A$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = 3 + j4 - 7 + j = (-4 + 5j)A$$

Определяне моментната стойност на тока $\boxed{i_1(t) = ?}$



$$\dot{I}_1 = (3 + j4)A$$

$$\dot{I}_2 = (7 - j)A$$

$$\dot{I}_3 = (-4 + 5j)A$$

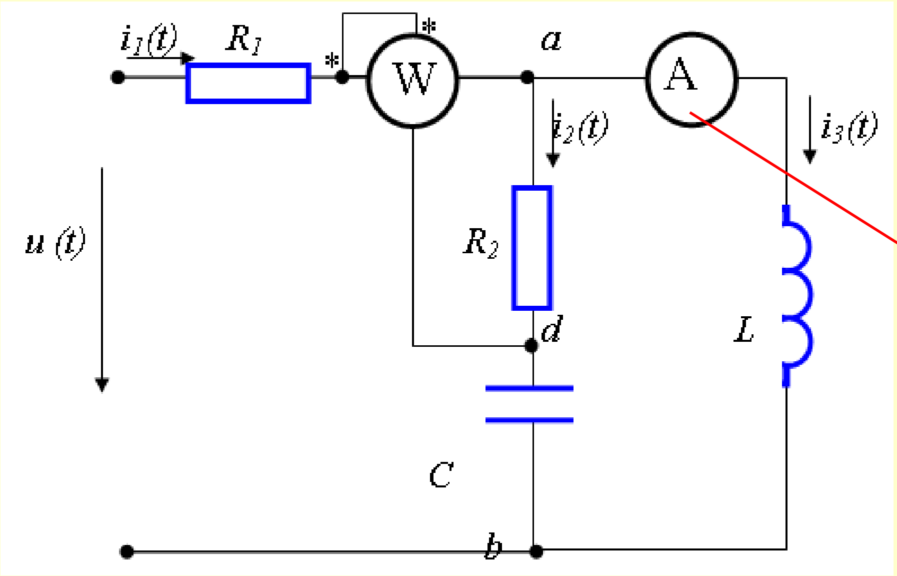
$$i_1(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_{i1}) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \psi_{i1})$$

$$\dot{I}_1 = (3 + j4) = \sqrt{3^2 + 4^2}\, e^{jarctg\frac{4}{3}} = 5.e^{j53^\circ} = I_1 e^{j\psi i_1}$$

$$\Rightarrow I_1 = 5A; \quad \psi i_1 = 53^\circ$$

$$\Rightarrow i_1(t) = 5\sqrt{2}\sin(\omega t + 53^\circ) = 7{,}1\sin(\omega t + 53^\circ)$$

Определяне ***показанията на уредите***

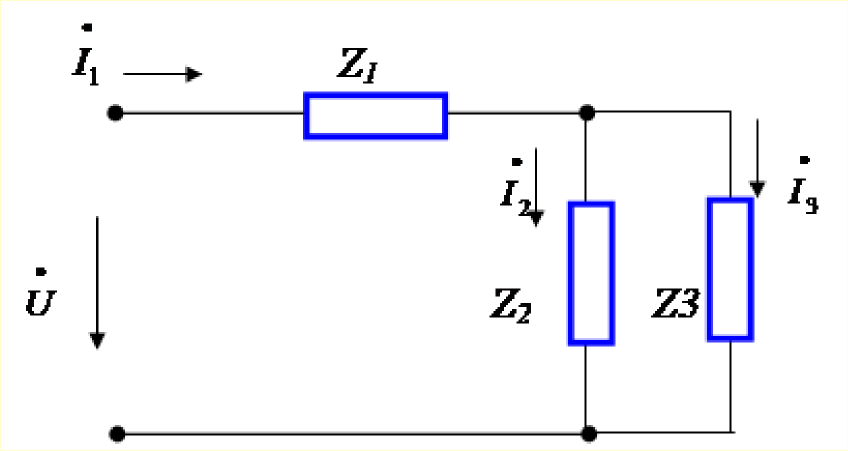


$$\dot{I}_1 = (3 + j4)A$$

$$\dot{I}_2 = (7 - j)A$$

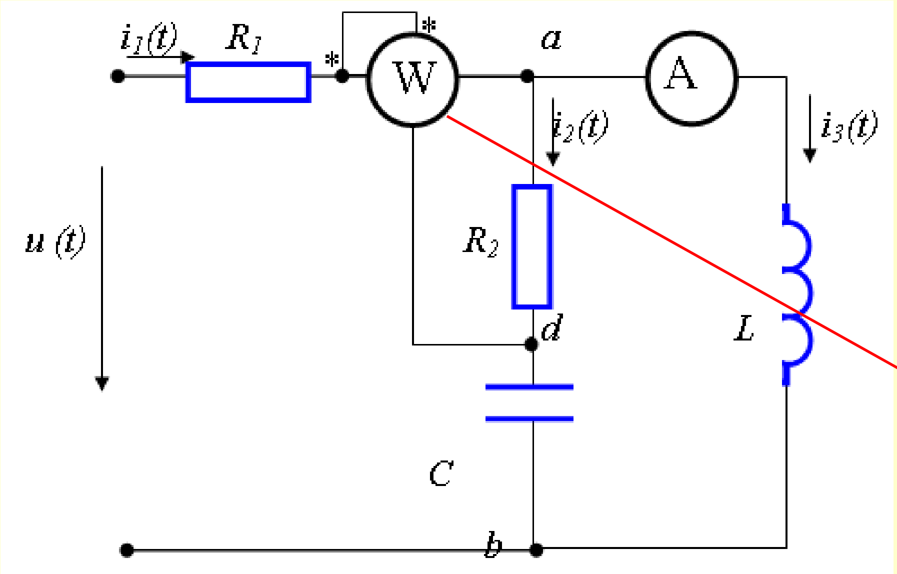
$$\dot{I}_3 = (-4 + 5j)A$$

$$\boxed{I_A = ?}$$



$$I_A = I_3 = \sqrt{(-4)^2 + 5^2} = \sqrt{41} = 6{,}4A$$

Определяне ***показанията на уредите***

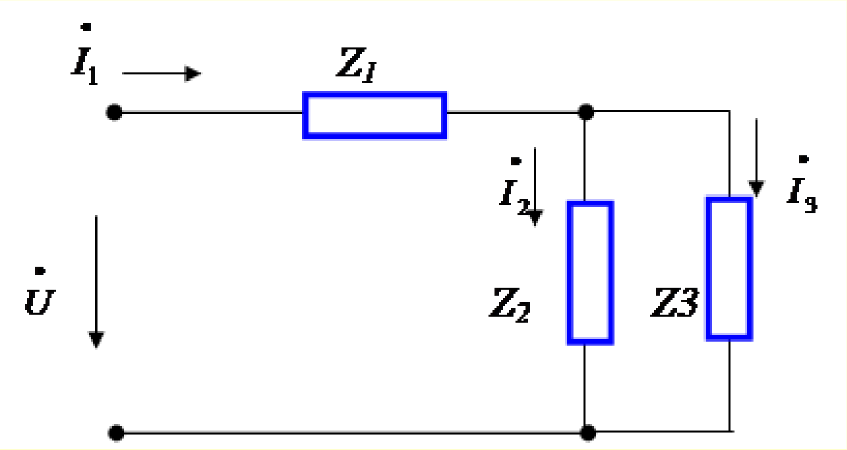


$$\dot{I}_1 = (3 + j4)A$$

$$\dot{I}_2 = (7 - j)A$$

$$\dot{I}_3 = (-4 + 5j)A$$

$$\boxed{P_W = ?}$$



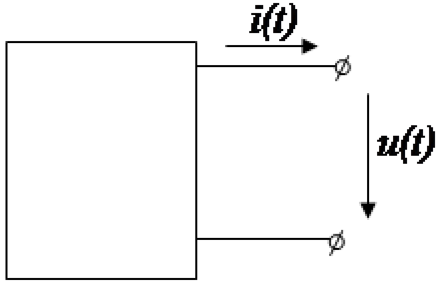
$$P_W = \mathrm{Re}[\dot{U}_{ad}\overset{*}{I}_1]$$

$$= \mathrm{Re}[\dot{I}_2 R_2 . \overset{*}{I}_1] = \mathrm{Re}[(7 - j)5.(3 - j4)] =$$

$$= \mathrm{Re}[(35 - j5)(3 - j4)] = 35.3 - 5.4 = 85W$$

Резонанс.

Резонансът е такова състояние на една пасивна ел.верига, включваща ***поне 1 бобина*** и ***поне 1 кондензатор***, при <u>което входният ток и входното напрежение съвпадат по фаза</u>.



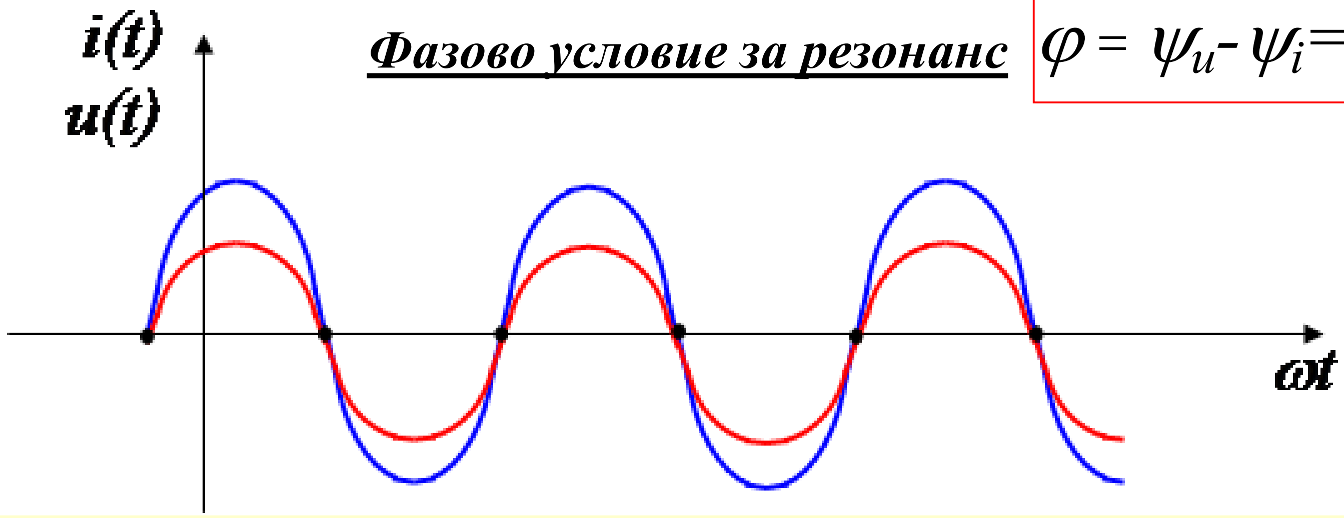
$$u(t) = u_m \sin(\omega t + \psi_u),$$

$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_i) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi)$$

0

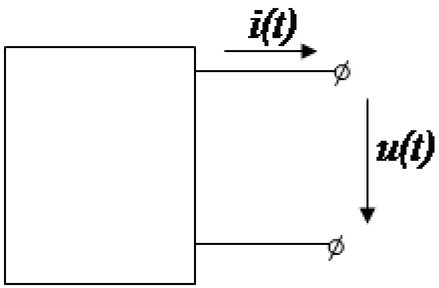
Фазово условие за резонанс

$$\boxed{\varphi = \psi_u - \psi_i = 0}$$



Резонанс.

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$$

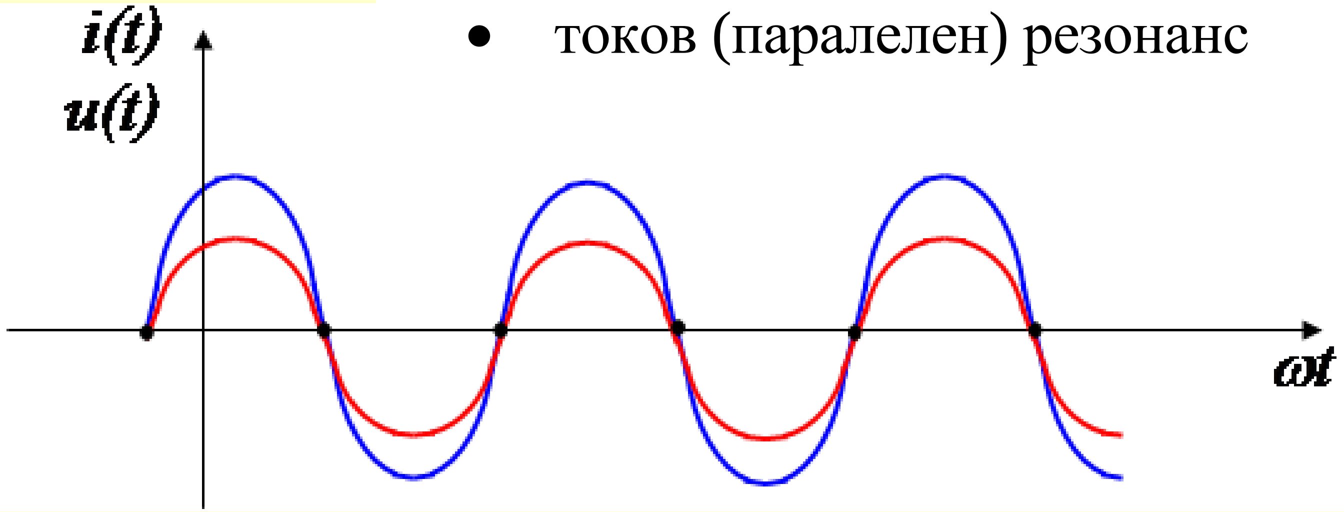


0

$$u(t) = u_m \sin(\omega t + \psi_u),$$
$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_i) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi)$$

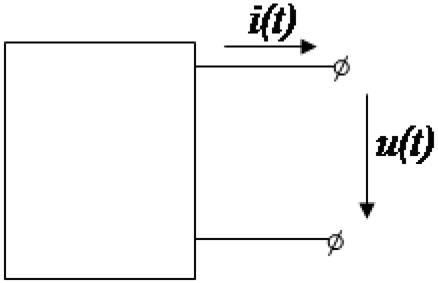
Различават се два вида резонансни режими:

- напрежителен (последователен) резонанс
- токов (паралелен) резонанс



Резонанс.

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$$



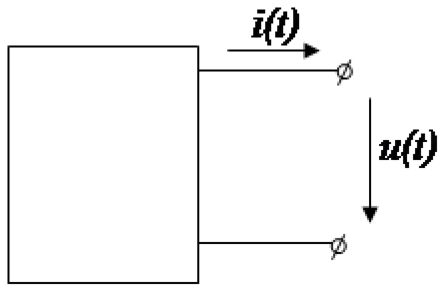
$$u(t) = u_m \sin(\omega t + \psi_u),$$
$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_i) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \overset{0}{\cancel{\varphi}})$$

<u>Реактивната мощност</u> на двуполюсника е <u>равна на нула</u>- т.е. между генератора и консуматора <u>няма енергийни колебания</u>.

Колебания се осъществяват само между консервативните елементи, като общата сума от електрическата и магнитна енергии, има <u>неизменна големина във времето</u>.

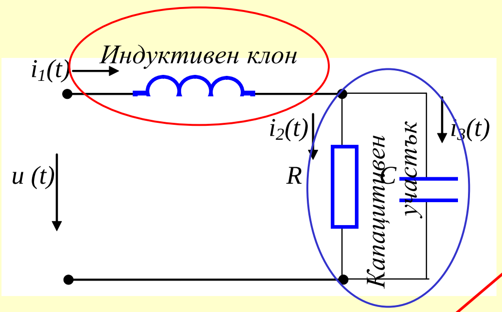
При определени условия резонансните колебания могат да имат <u>много по-голяма амплитуда от амплитудата на входния сигнал</u>.

Резонанс

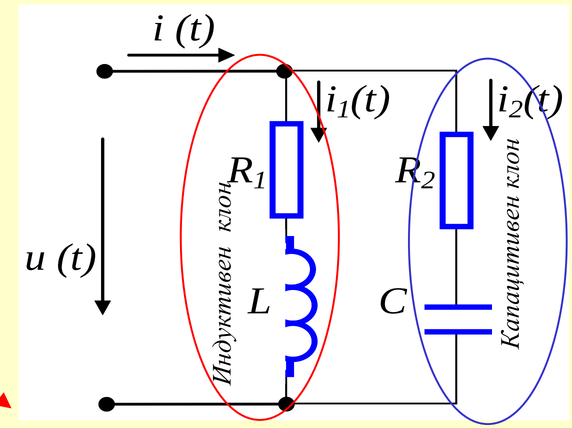


$$u(t) = u_m \sin(\omega t + \psi_u),$$
$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$\boxed{\varphi = \psi_u - \psi_i = 0}$$



Резонанс



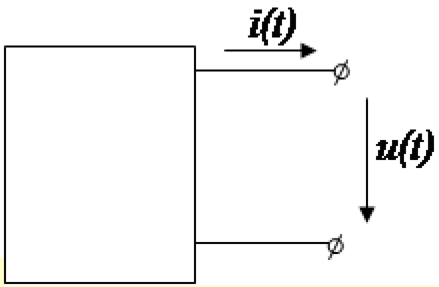
Последователен (напрежителен)

Паралелен (токов)

Индуктивният и капацитивният участък са свързани ***последователно***

Индуктивният и капацитивният участък са свързани ***в паралел***

Резонанс



$$u(t) = u_m \sin(\omega t + \psi_u),$$
$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$\boxed{\varphi = \psi_u - \psi_i = 0}$$

Промяна на параметрите: *R, L, C*

Промяна на честотата *f*

~~**Промяна на амплитудата на входния сигнал**~~

Резонанс

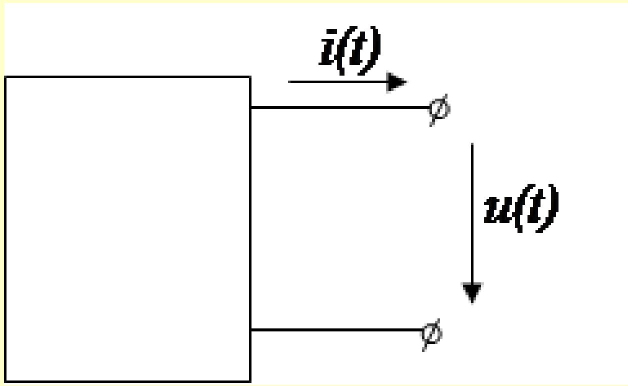
Последователен (напрежителен)

*Индуктивният и капацитивният участък са свързани **последователно***

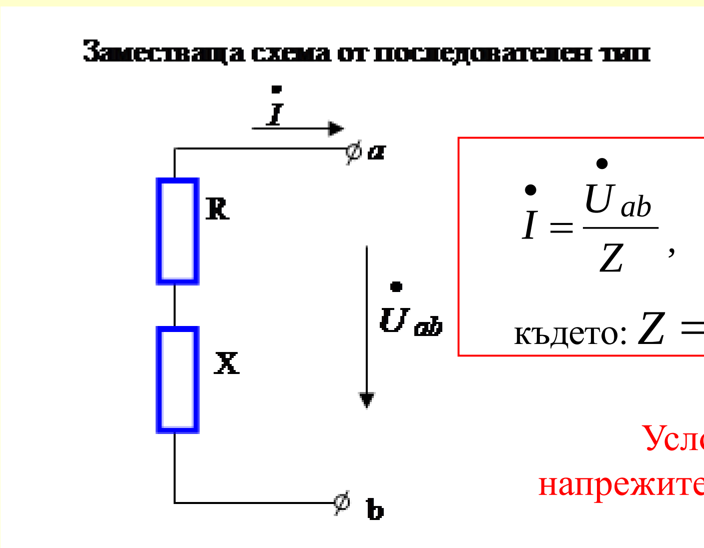
Паралелен (токов)

*Индуктивният и капацитивният участък са свързани **в паралел***

Резонанс



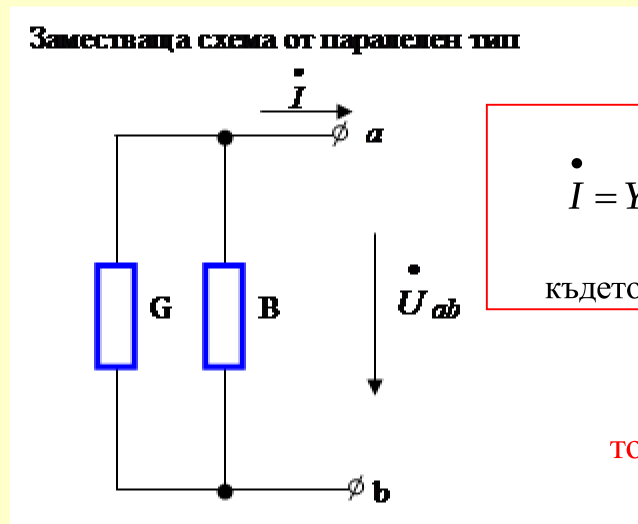
$$u(t) = u_m \sin \omega t$$
$$i(t) = i_m \sin(\omega t - \varphi)$$



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z},$$

където: $Z = R + jX$ **0**

Условие за напрежителен резонанс

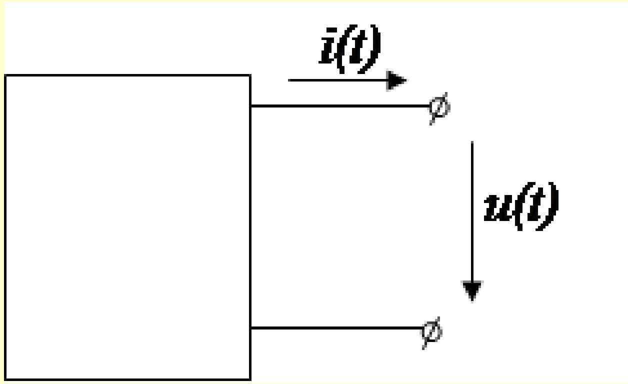


$$\dot{I} = Y.\dot{U}_{ab},$$

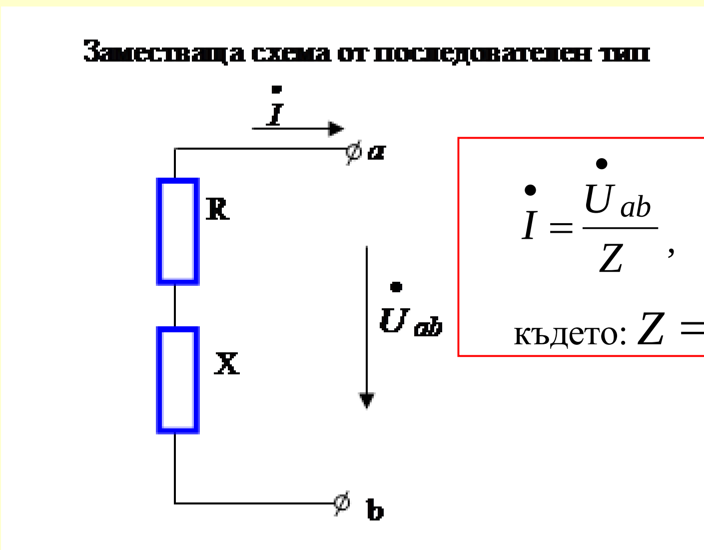
където: $Y = G - jB$ **0**

Условие за токов резонанс

Еквивалентни схеми на пасивен двуполюсник от последователен и паралелен тип при синусоидален режим. Взаимно преминаване.

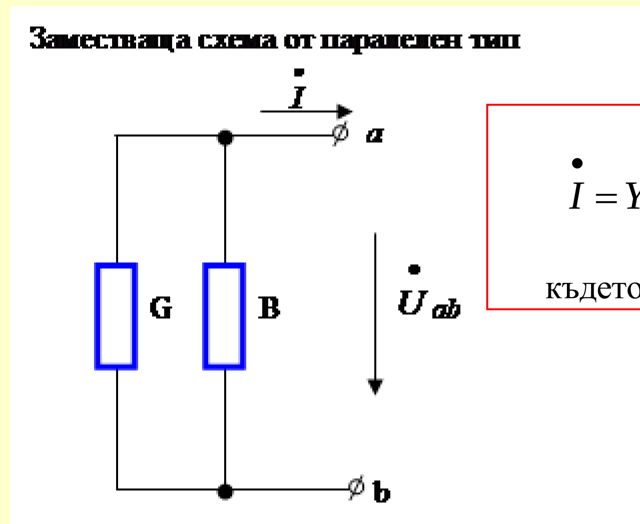


$$u(t) = u_m \sin \omega t$$
$$i(t) = i_m \sin(\omega t - \varphi)$$



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z},$$

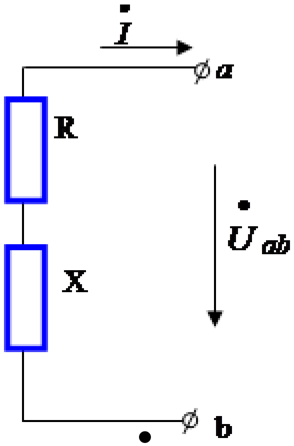
където: $Z = R + jX$



$$\dot{I} = Y.\dot{U}_{ab},$$

където: $Y = G - jB$

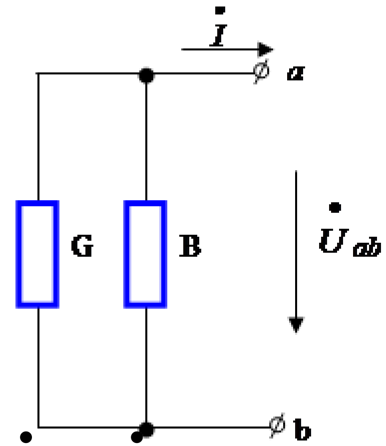
Заместваща схема от последователен тип



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z},$$

където: $Z = R + jX$

Заместваща схема от паралелен тип

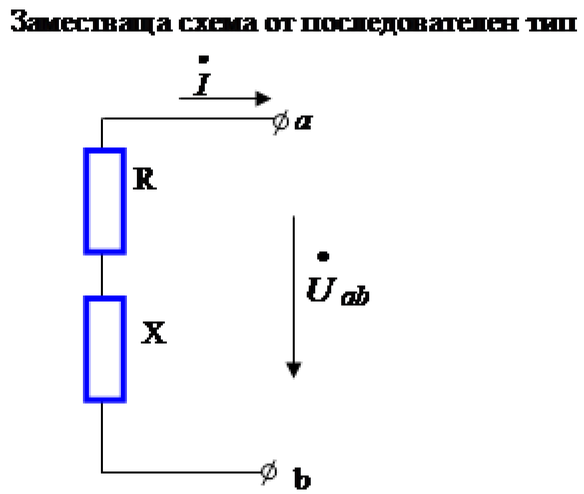


$$\dot{I} = Y.\dot{U}_{ab},$$

където: $Y = G - jB$

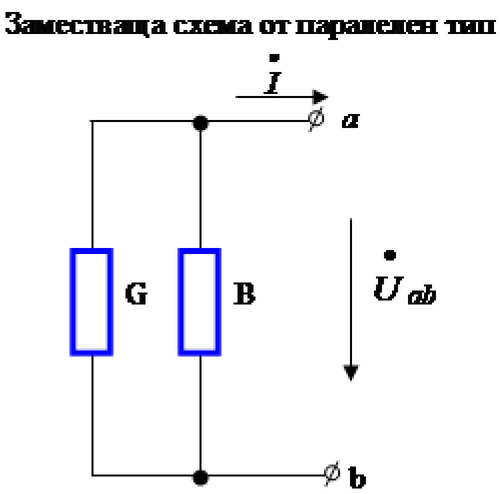
$$G = \frac{R}{R^2 + X^2}, \qquad B = \frac{X}{R^2 + X^2}$$

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2}, \qquad X = \frac{B}{G^2 + B^2}$$



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z},$$

където: $Z = R + jX$

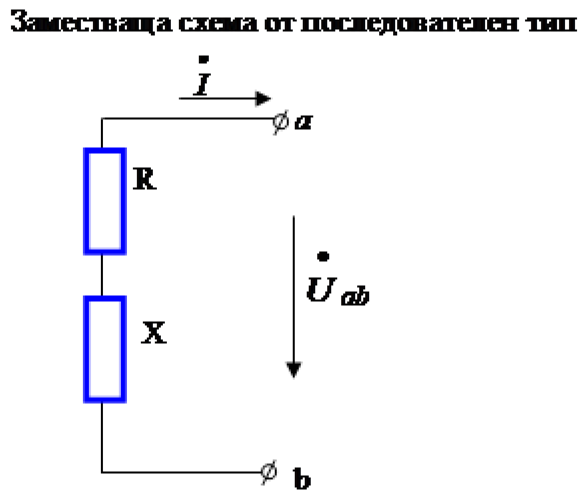


$$\dot{I} = Y.\dot{U}_{ab},$$

където: $Y = G - jB$

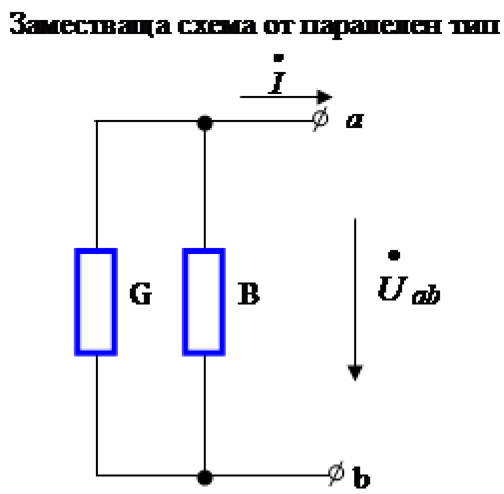
$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} = \frac{1}{(R + jX)}\frac{(R - jX)}{(R - jX)} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j\frac{X}{R^2 + X^2} = G - jB$$

$$\boxed{\Rightarrow G = \frac{R}{R^2 + X^2}}, \quad \boxed{B = \frac{X}{R^2 + X^2}}$$



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z},$$

където: $Z = R + jX$



$$\dot{I} = Y.\dot{U}_{ab},$$

където: $Y = G - jB$

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{G - jB} = \frac{1}{(G - jB)}\frac{(G + jB)}{(G + jB)} = \frac{G}{G^2 + B^2} + j\frac{B}{G^2 + B^2} = R + jX$$

$$\boxed{\Rightarrow R = \frac{G}{G^2 + B^2}}, \quad \boxed{X = \frac{B}{G^2 + B^2}}$$


Благодаря за вниманието
проф. д-р Илона Ячева