<u>Постояннотоков режим 2.</u>

<u>Синусоидални режими в линейни електрически вериги</u>

(*лекция* **04.10.2022г.**)

Преподавател: **<u>проф. д-р Илона Ячева</u>**

кат. "Теоретична Електротехника",

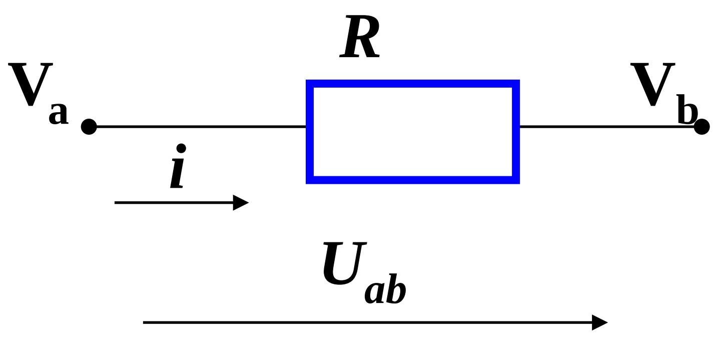
Технически университет - София

Основни закони за електрически вериги.

- **Закон на Ом.**
- Закони на Кирхоф. Метод с клонови токове.

1 Закон на Ом

а) Закон на Ом за част от ел. верига

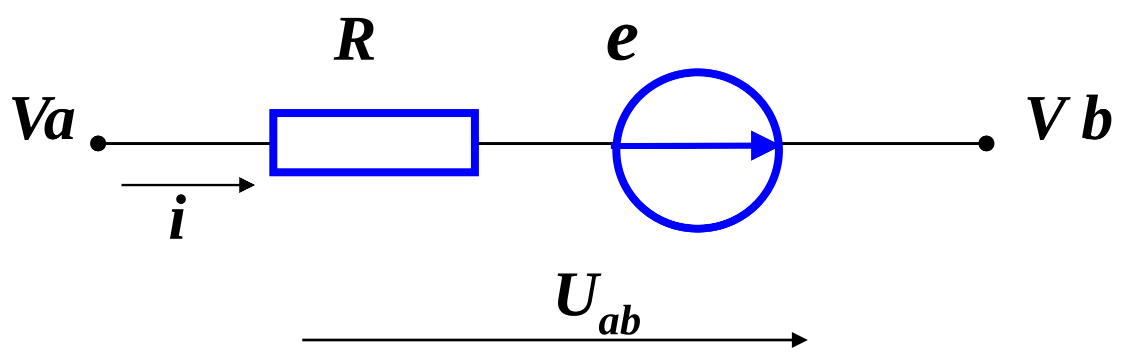


$$\boxed{i = \frac{U_{ab}}{R} = \frac{V_a - V_b}{R}}$$

Основни закони за електрически вериги.

- **Закон на Ом.**
- Закони на Кирхоф. Метод с клонови токове.

б) Обобщен закон на Ом .

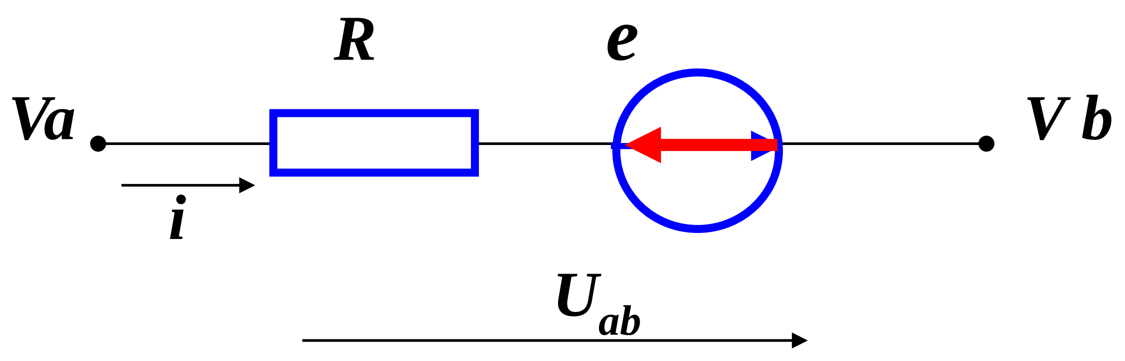


$$i = \frac{U_{ab} + e}{R} = \frac{V_a - V_b + e}{R}$$

Основни закони за електрически вериги.

- **Закон на Ом.**
- Закони на Кирхоф. Метод с клонови токове.

б) Обобщен закон на Ом .

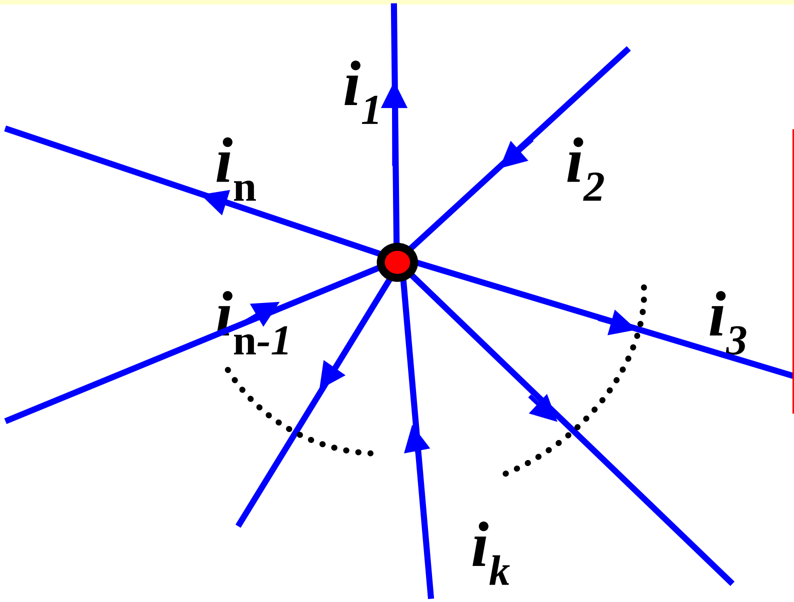


$$i=\frac{U_{ab} \mp e}{R}=\frac{V_a - V_b \pm e}{R}$$

<u>Закони на Кирхоф --</u> Всички електрически вериги (линейни и нелинейни), при произволен характер на изменение на токовете и напреженията **се подчиняват на законите на Кирхоф.**

<u>а) I Закон на Кирхоф -</u> Алгебричната сума на токовете в даден възел е нула. (Сумата от влизащите е равна на сумата на излизащите от възела токове.)

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} i_k = 0}$$



<u>Пример</u>

$$-i_1 + i_2 - i_3 + \ldots + i_k + \ldots + i_{n-1} - i_n = 0$$

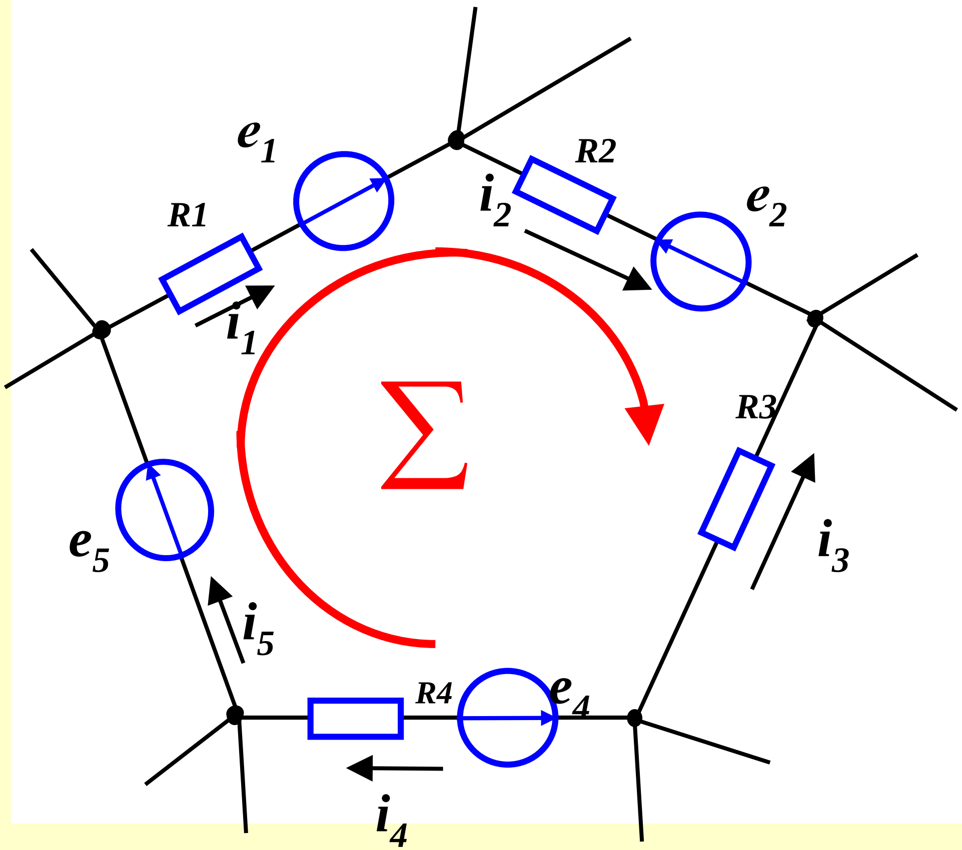
или

$$+ i_2 + \ldots + i_k + \ldots + i_{n-1} = i_1 + i_3 \ldots + i_n$$

<u>б) II Закон на Кирхоф -</u> Алгебричната сума на напреженията за даден контур е равна на **алгебричната сума** на напреженията на източниците на е.д.н. в контура.

$$\boxed{\sum_{k=1}^{m} i_k R_k = \sum_{k=1}^{m} e_k}$$

(Алгебричната сума на напреженията в произволен затворен контур е нула.)



<u>Пример</u>

$$\boxed{\begin{aligned} &\boldsymbol{i_1 R_1 + i_2 R_2 - i_3 R_3 + i_4 R_4 =} \\ &\boldsymbol{= e_1 - e_2 - e_4 + e_5} \end{aligned}}$$

Методи за анализ на стационарни режими в **сложни** електрически вериги.

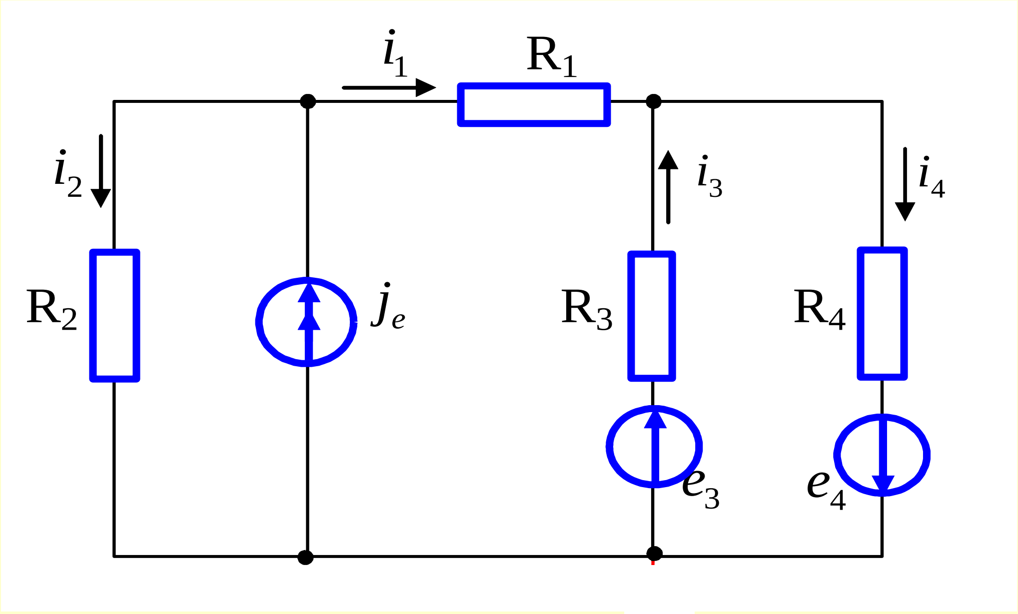
При анализ на вериги с:

<u>повече от един източник</u>

<u>по - голям брой клонове</u> (а това означава и по-голям брой неизвестни токове)

се използват различни **<u>методи за анализ на стационарни режими</u>** в линейни електрически вериги.

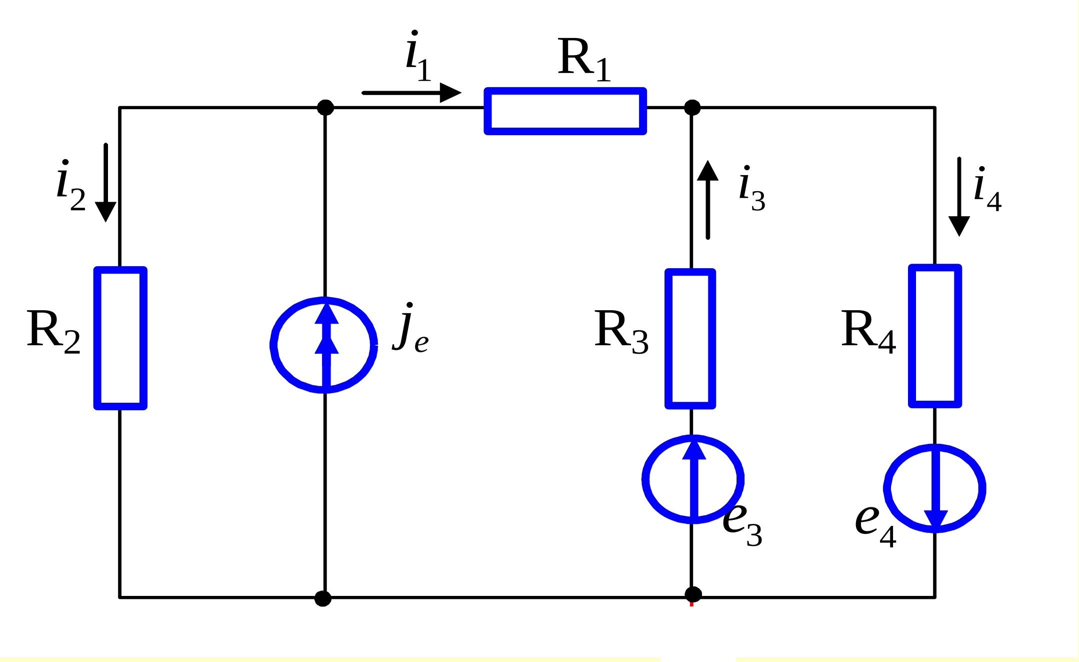
•



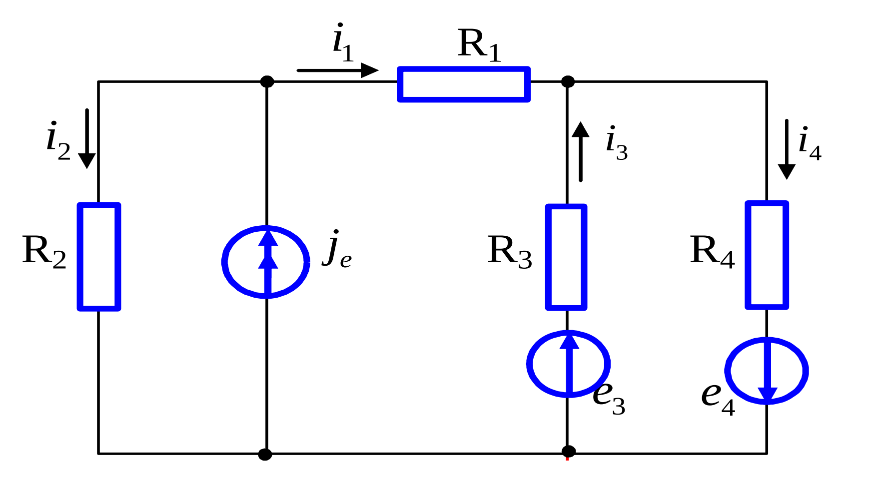
При използването им се достига до **<u>решаване на линейни системи уравнения</u>** относно неизвестни токове или потенциали.

Методи за анализ на стационарни режими в **сложни** електрически вериги.

В зависимост от *топологията* и *особеностите на веригата* е възможно използването на някой от методите, които ще разгледаме, да има ***предимство*** пред останалите (от изчислителна гледна точка), тъй като прилагането му води до **по-малък брой уравнения**, въпреки сложността на веригата.



<u>Метод с клонови токове -</u> метод, при който за определяне на неизвестните токове в една верига записваме система ***<u>уравнения по законите на Кирхоф</u>***.



<u>Алгоритъм на метода:</u>

1. Определят се :

m - брой клонове на веригата (във верига с **m** клона има **m** неизвестни тока)

n - брой възли на веригата.

2. Записват се :

<u>n -1</u> уравнения по I закон на Кирхоф за **n -1** възела на веригата;

<u>к = m - n +1</u> уравнения по II закон на Кирхоф за **к** контура във веригата (Общо **m** уравнения относно **m** неизвестни тока).

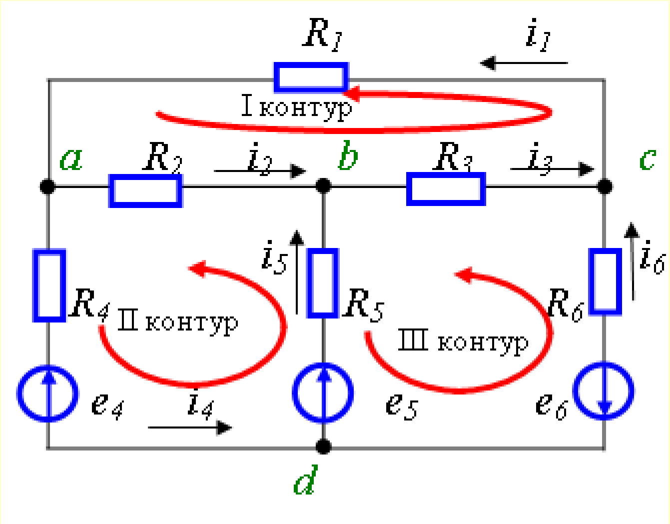
3. Решава се системата от **m** уравнения относно **m** неизвестни тока:

Пример 1– Система уравнения по **метод с клонови токове**

1. Определят се :

m =6 **-** брой клонове на веригата ;

n=4 - брой възли на веригата.



2. Записват се :

n -1 = 3 уравнения по I закон на Кирхоф за възли **a, b** и **c** на веригата;

възел **"a"**: $+i_1 - i_2 - i_4 = 0$

възел **"b"**: $+i_5 + i_2 - i_3 = 0$

възел **"c"**: $-i_1 + i_3 + i_6 = 0$

к = m - n +1 = **6 - 4 + 1 =3** уравнения по II закон на Кирхоф

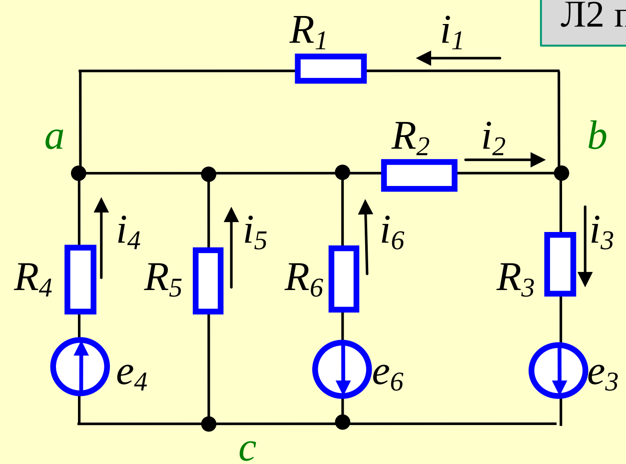
I контур: $i_1 R_1 + i_2 R_2 + i_3 R_3 = 0$

II контур: $i_5 R_5 - i_2 R_2 + i_4 R_{34} = e_5 - e_4$

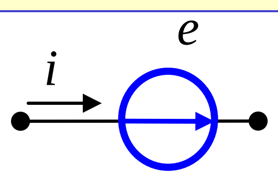
III контур: $i_6 R_6 - i_3 R_3 - i_5 R_5 = -e_5 - e_6$

3. Решава се системата от общо **6** уравнения относно **6**-те неизвестни тока

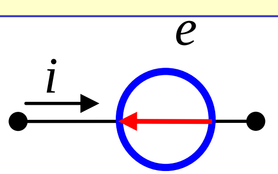
Баланс на мощностите



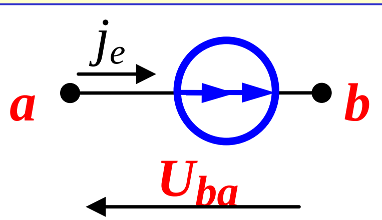
Мощност на източниците* ? = *Мощност на консуматорите



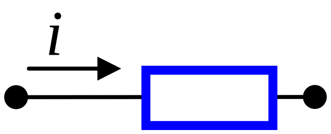
$$P_e = i.e$$



$$P_e = -i.e$$



$$P_{je} = j_e.U_{ba}$$

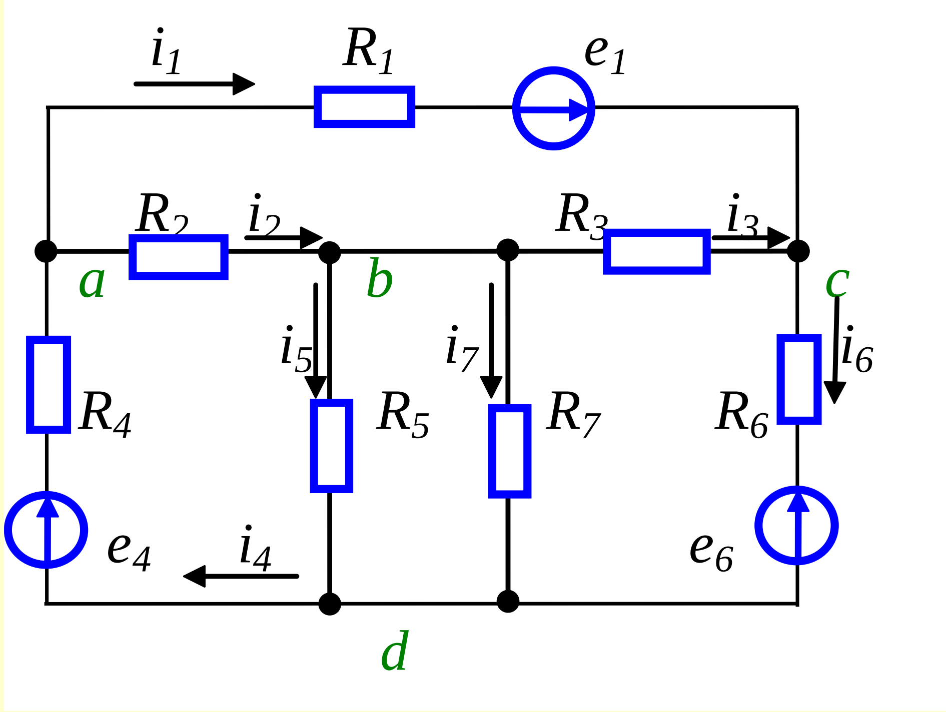


$$P_R = i^2.R$$

Пример 2 – Система уравнения по **метод с клонови токове**

За веригата, показана на фигурата да се определят:

- ***токовете*** във всички клонове на веригата
- да се направи ***баланс на мощностите***

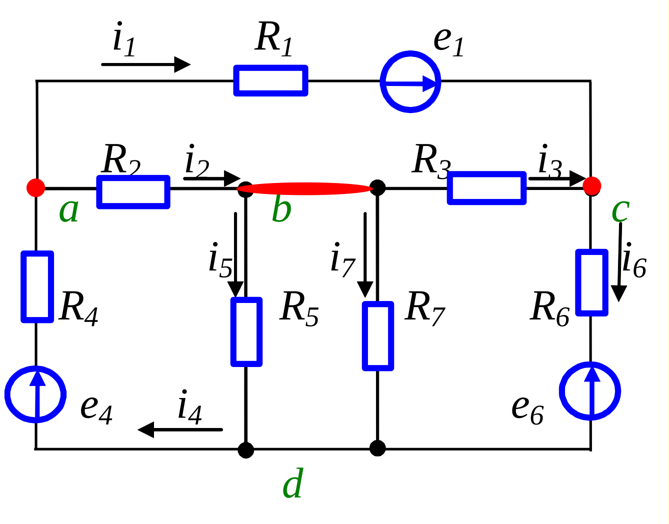


$R_1 = R_2 = R_4 = R_6 = 3\Omega,$

$R_3 = 6\Omega,\ R_5 = R_7 = 18\Omega,$

$e_1 = 6V,\ e_4 = 45V\ \ e_6 = 30V$

<u>Пример </u>2 – Да се определят токовете във всички клонове на веригата и да се направи баланс на мощностите



1. Определят се :

m = 7 **-** брой клонове на веригата ;

n= 4 - брой възли на веригата.

2. Записват се :

n -1 = <u>3 уравнения</u> по I закон на Кирхоф за възли **a, b** и **c** на веригата;

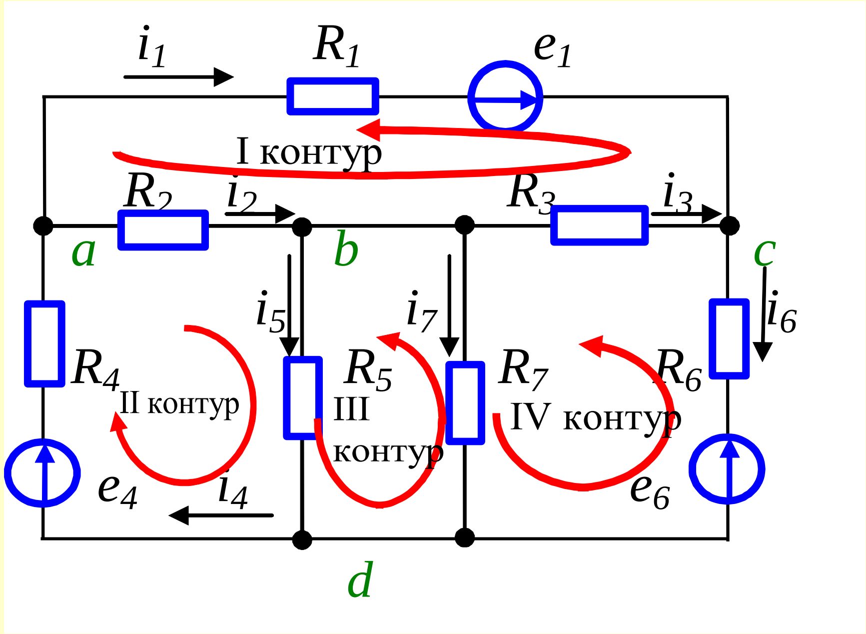
възел **"a"**: ***-i1 - i2 +i4 = 0***

възел **"b"**: ***i2 -i5 – i7 - i3 =0***

възел **"c"**: ***i1 + i3 - i6 =0***

<u>к = m - n +1</u> = 7 - 4 + 1 =<u>4</u> <u>уравнения</u> по II закон на Кирхоф

Пример 2 – Да се определят токовете във всички клонове на веригата и да се направи баланс на мощностите



възел "a": $-i_1 - i_2 + i_4 = 0$

възел "b": $i_2 - i_5 - i_7 - i_3 = 0$

възел "c": $i_1 + i_3 - i_6 = 0$

к = m - n +1 = 7 - 4 + 1 = 4

уравнения по II закон на Кирхоф

I контур: $-i_1 R_1 + i_2 R_2 + i_3 R_3 = -e_1$

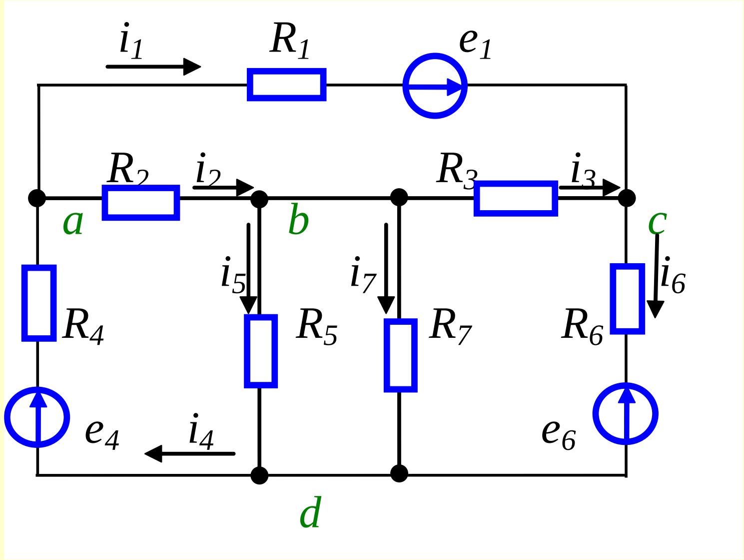
II контур: $i_2 R_2 + i_5 R_5 + i_4 R_4 = e_4$

III контур: $i_5 R_5 - i_7 R_7 = 0$

IV контур: $-i_6 R_6 - i_3 R_3 + i_7 R_7 = e_6$

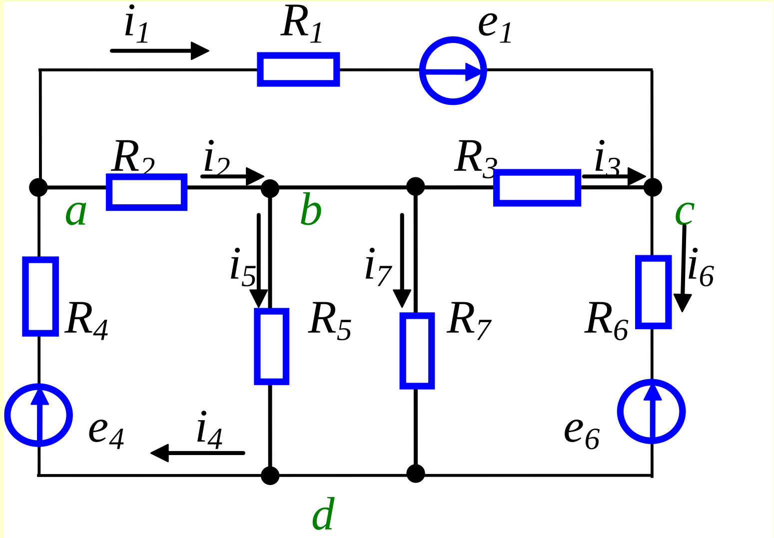
Пример 2

3. Решава се системата от общо **7** уравнения относно **7-те** неизвестни тока



$$i_1 = i_2 = 2A;$$
$$i_3 = -1A;$$
$$i_4 = 4A;$$
$$i_5 = i_7 = 1.5A;$$
$$i_6 = 1A$$

Пример 2



4. Баланс на мощностите във веригата

$$i_1 = i_2 = 2A; \quad i_3 = -1A; \quad i_4 = 4A; \quad i_5 = i_7 = 1.5A; \quad i_6 = 1A$$

$R1 = R2 = R4 = R6 = 3\Omega$, $R3 = 6\Omega$, $R5 = R7 = 18\Omega$, $e1 = 6V$, $e4 = 45V$ $e6 = 30V$

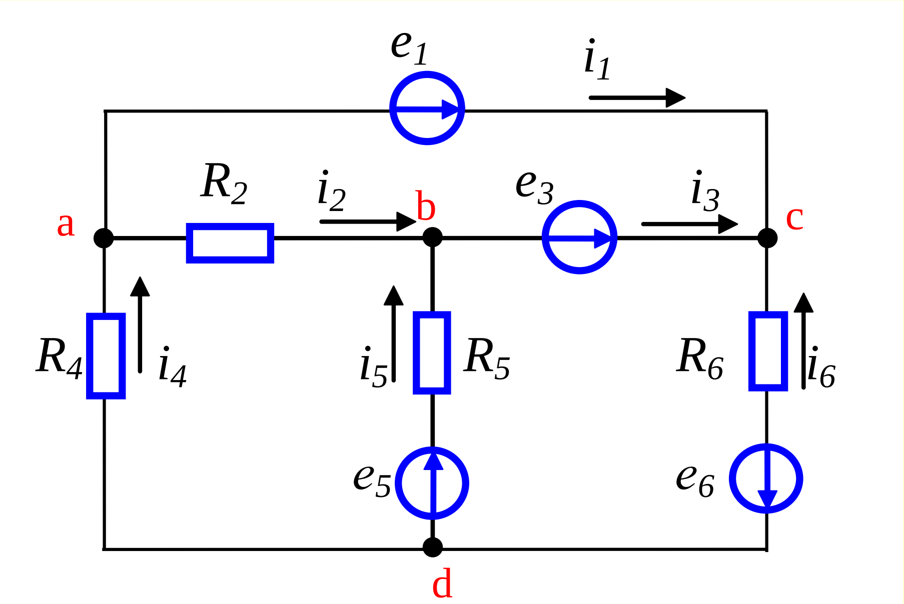
Мощност на консуматорите $\overset{?}{=}$ ***Мощност на източниците***

$$P_{R1} = R_1 i_1^{\,2} = 12W$$
$$P_{R2} = R_2 i_2^{\,2} = 12W$$
$$P_{R3} = R_3 i_3^{\,2} = 6W$$
$$P_{R4} = R_4 i_4^{\,2} = 48W$$
$$P_{R5} = P_{R7} = 40.5W$$
$$P_{R6} = R_6 i_6^{\,2} = 3W$$
$$\boxed{\sum P_{консуматори} = 162W}$$

$$P_{e1} = e_1 i_1 = 12W$$
$$P_{e4} = e_4 i_4 = 180W$$
$$P_{e6} = -e_6 i_6 = -30W$$
$$\boxed{\sum P_{източници} = 162W}$$

Пример 3:

Да се определят токовете във веригата, като се използва ***метод с клонови токове***. Да се направи баланс на мощностите във веригата.



$R_2 = 5\Omega;$

$R_4 = R_5 = R_6 = 10\,\Omega;$

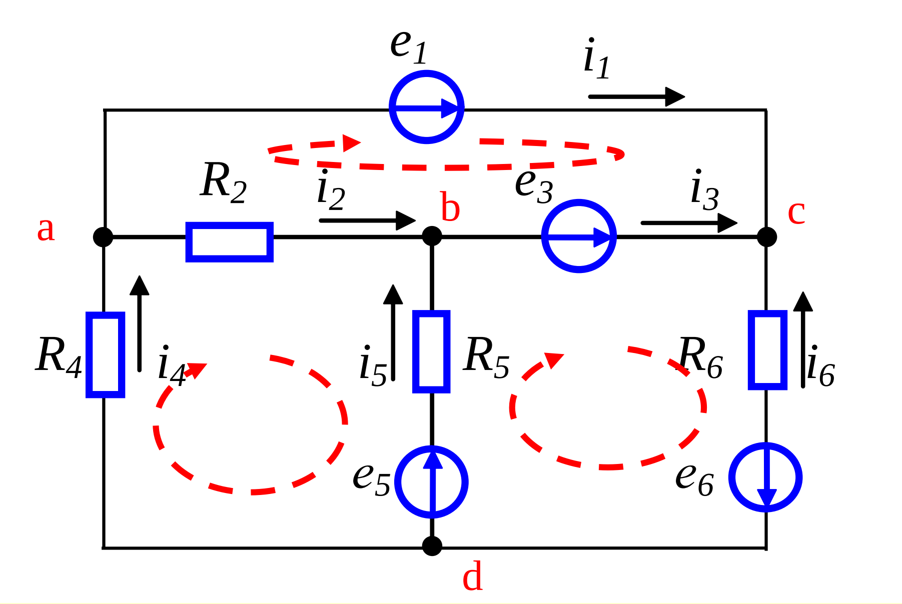
$e_1 = 20V; \quad e_3 = 10V;$

$e_5 = 20V; \quad e_6 = 80V$

1. Определяме брой клонове и брой възли във веригата:

- брой възли ***n=4***
- брой клонове ***m=6***

<u>Пример 3:</u>



2.Записваме система от ***6*** <u>-на брой уравнения</u> относно неизвестните ***6*** тока във веригата съответно:

- по I закон на Кирхоф за ***n-1*** възела:

“a” $\longrightarrow$ $-i_1 - i_2 + i_4 = 0$

“b” $\longrightarrow$ $i_5 + i_2 - i_3 = 0$

“c” $\longrightarrow$ $i_1 + i_3 + i_6 = 0$

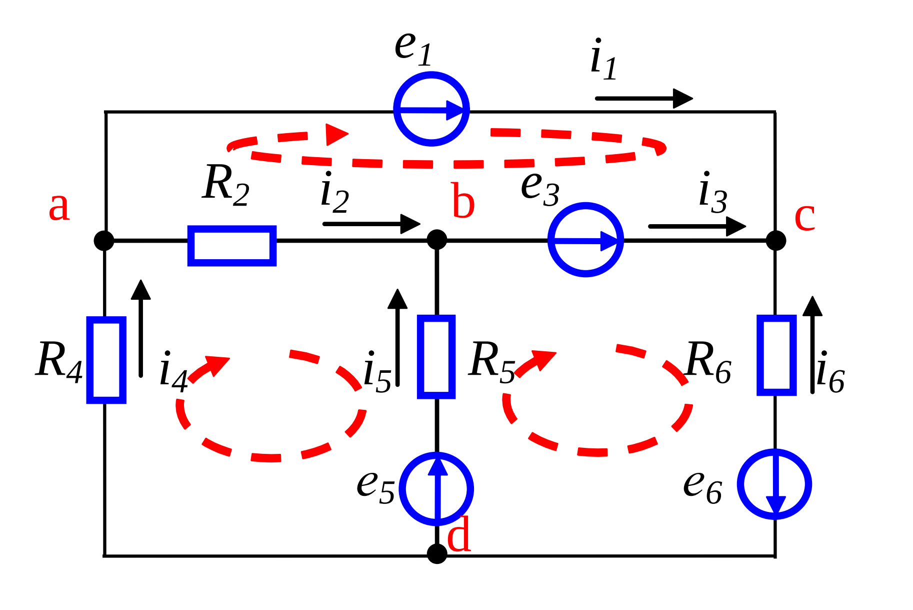
- по II закон на Кирхоф за ***k=m-n+1*** контура

$$i_4 R_4 + i_2 R_2 - i_5 R_5 = -e_5$$

$$-i_6 R_6 + i_5 R_5 = +e_5 + e_3 + e_6$$

$$-i_2 R_2 = e_1 - e_3$$

Пример 3:



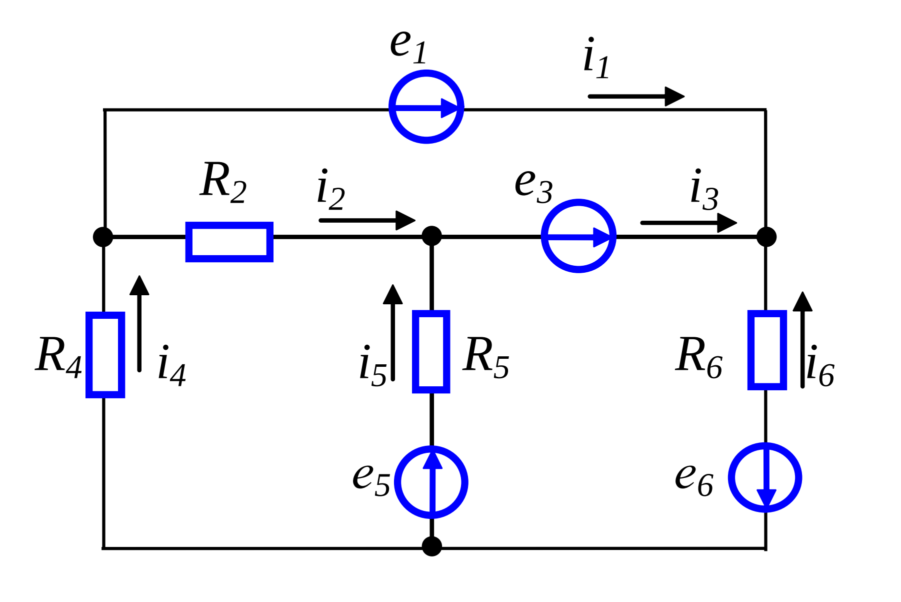
$$-i_1 - i_2 + i_4 = 0$$
$$i_5 + i_2 - i_3 = 0$$
$$i_1 + i_3 + i_6 = 0$$
$$i_4 R_4 + i_2 R_2 - i_5 R_5 = -e_5$$
$$-i_6 R_6 + i_5 R_5 = +e_5 + e_3 + e_6$$
$$-i_2 R_2 = e_1 - e_3$$

3. Решаваме системата уравнения и определяме клоновите токове:

$i_1 = 5A;\quad i_2 = -2A;\quad i_3 = 2A;\quad i_4 = 3A;\quad i_5 = 4A;\quad i_6 = -7A$

Пример 3:

Проверяваме баланса на мощностите:



$$R_2 = 5\Omega;$$
$$R_4 = R_5 = R_6 = 10\,\Omega;$$
$$e_1 = 20V; \quad e_3 = 10V;$$
$$e_5 = 20V; \quad e_6 = 80V$$

$$i_1 = 5A;$$
$$i_2 = -2A;$$
$$i_3 = 2A;$$
$$i_4 = 3A;$$
$$i_5 = 4A;$$
$$i_6 = -7A$$

$$p_{e1} = e_1 i_1 = 20.5 = 100W;$$
$$p_{e3} = e_3 i_3 = 10.2 = 20W;$$
$$p_{e5} = e_5 i_5 = 20.4 = 80W;$$
$$p_{e6} = -e_6 i_6 = -80.(-7) = 560W$$

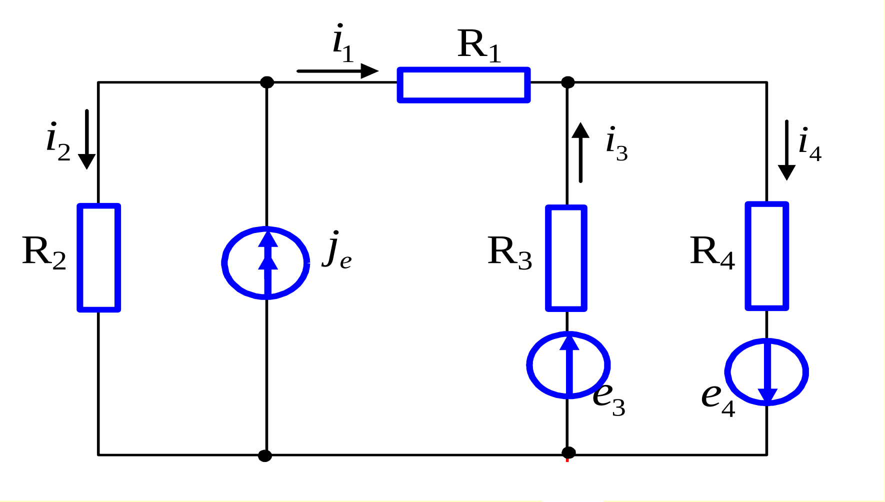
$$\sum p_{консуматори} = i_2^2 R_2 + i_4^2 R_4 + i_5^2 R_5 + i_6^2 R_6 =$$
$$= (-2)^2.5 + 3^2.10 + 4^2.10 + (-7)^2.10$$
$$= 20 + 90 + 160 + 490 = 760W$$

$$\Rightarrow \sum p_{изт} = \quad 760W$$

$$\sum p_{консуматори} = 760W$$

<u>Метод с клонови токове -</u> метод, при който за определяне на неизвестните токове в една верига записваме система ***<u>уравнения по законите на Кирхоф</u>***.

<u>Забележка:</u> ***Източник на ЕДТ <u>никога не се включва в контур по II закон на Кирхоф</u>!***



- ***Токът в клона с източник на ток е известен*** и равен на тока на този източник. Броят на неизвестните, а следователно и на необходимите уравнения е по-малък.

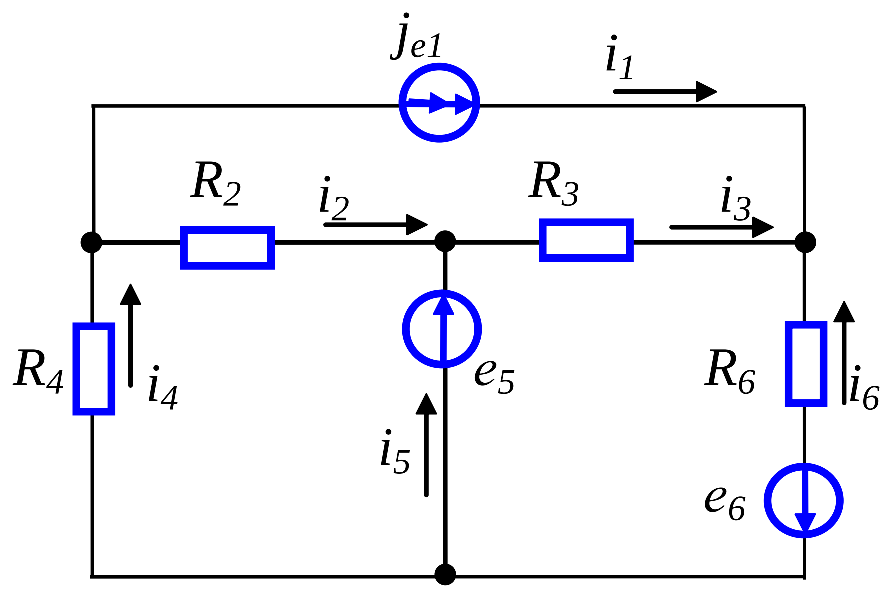
Броят на контурите контури за които се съставя уравнение по II закон е:

$$\boxed{k' = k - n_{je} = m - n + 1 - n_{je}}$$

Брой клонове с източник на ток

<u>Пример 4:</u> Да се определят ***<u>токовете във веригата</u>*** като се използва *<u>метод с клонови токове.</u>*

Да се направи ***<u>баланс</u>*** на мощностите.



$R_2 = R_4 = 10\,\Omega; \quad R_3 = R_6 = 20\,\Omega;$

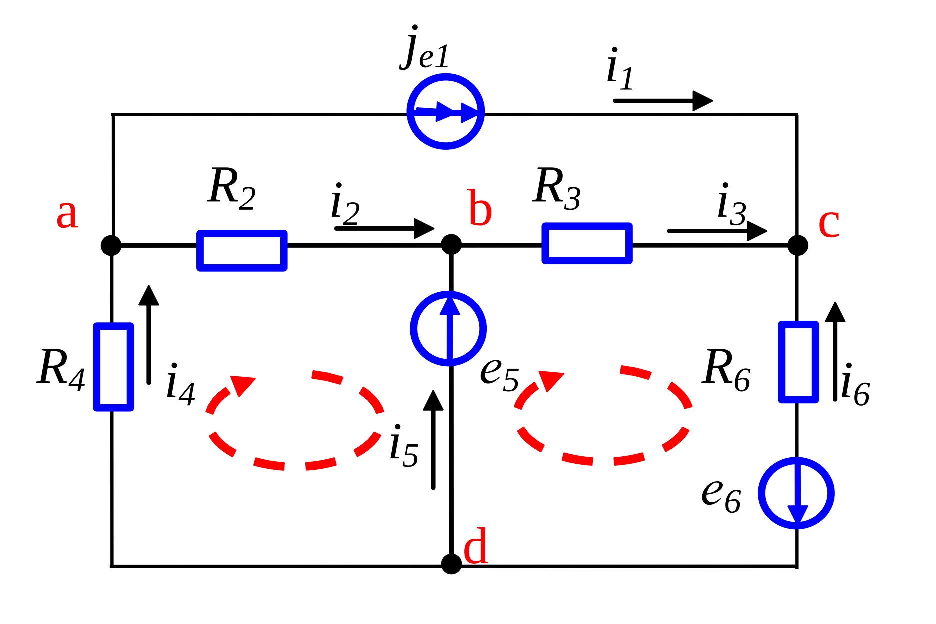
$j_{e1} = 2A; \quad e_5 = 40V; \quad e_6 = 20V$

Решение

1. Определяме <u>брой клонове и брой възли</u> във веригата ***n=4***

m=6

Пример 4:



1. Брой клонове и брой възли :

$n=4$
$m=6$

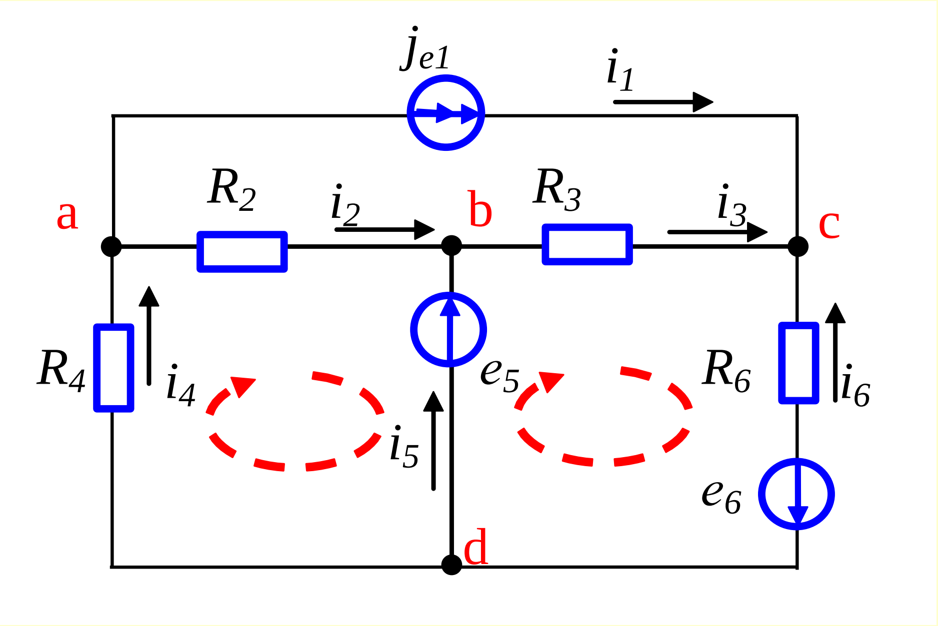
2. Брой независими контури :

$k' = k-1 = (m-n+1)-1 = 2$

3. Записваме система от ***5*** **уравнения** относно неизвестните ***5*** тока

$$
\begin{array}{l|l}
a & -j_{e1} - i_2 + i_4 = 0 \\
b & i_5 + i_2 - i_3 = 0 \\
c & j_{e1} + i_3 + i_6 = 0 \\
 & i_4 R_4 + i_2 R_2 = -e_5 \\
 & -i_6 R_6 + i_3 R_3 = e_5 + e_6
\end{array}
$$

Пример 4:

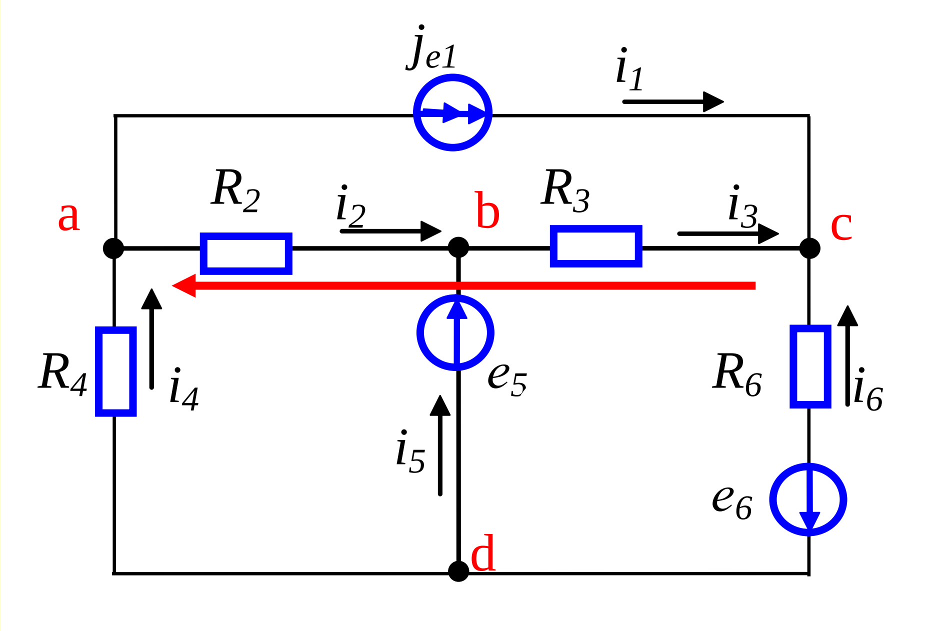


$$\begin{cases} -j_{e1} - i_2 + i_4 = 0 \\ i_5 + i_2 - i_3 = 0 \\ j_{e1} + i_3 + i_6 = 0 \\ i_4 R_4 + i_2 R_2 = -e_5 \\ -i_6 R_6 + i_3 R_3 = e_5 + e_6 \end{cases}$$

3. Решаваме системата уравнения и определяме клоновите токове:

$$i_1 = j_{e1} = 2A; \quad i_2 = -3A; \quad i_3 = 0.5A;$$
$$i_4 = -1A; \quad i_5 = 3.5A; \quad i_6 = -2.5A$$

Пример 4: Проверяваме ***баланса*** на мощностите



$$R_2 = R_4 = 10\,\Omega; \quad R_3 = R_6 = 20\,\Omega;$$
$$j_{e1} = 2A; \quad e_5 = 40V; \quad e_6 = 20V$$

$$i_1 = j_{e1} = 2A; \quad i_2 = -3A; \quad i_3 = 0.5A;$$
$$i_4 = -1A; \quad i_5 = 3.5A; \quad i_6 = -2.5A$$

$$p_{je1} = u_{ca}.j_{e1} = 20.2 = 40W;$$
$$u_{ca} = -i_3.R_3 - i_2.R_2 = -0{,}5.20 + 3.10 = 20V$$
$$p_{e5} = e_5 i_5 = 40.3.5 = 140W;$$
$$p_{e6} = -e_6 i_6 = -20.(-2.5) = 50W$$

$$\sum p_{изм} = p_{je1} + p_{e5} + p_{e6} = 230W$$

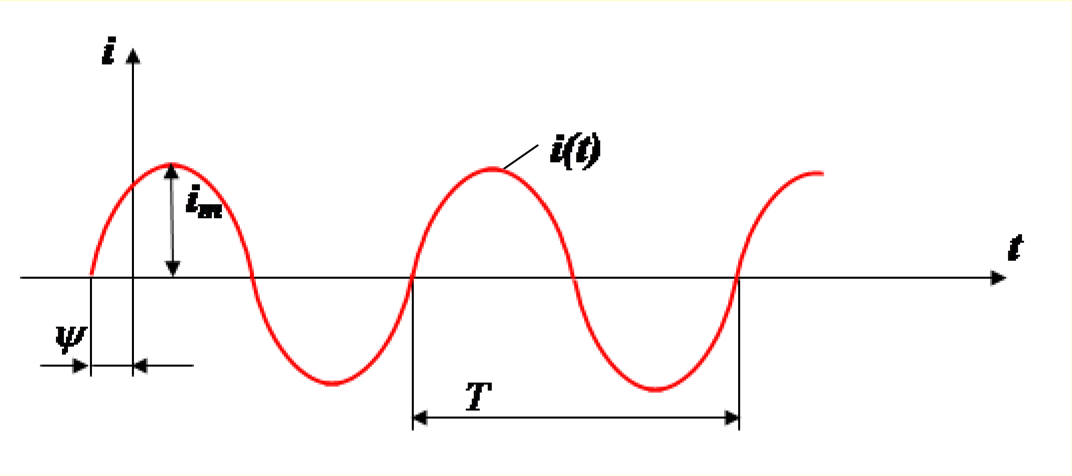
$$\sum p_{консуматори} = i_2^2 R_2 + i_4^2 R_4 + i_3^2 R_3 + i_6^2 R_6 =$$
$$(-3)^2.10 + (-1)^2.10 + 0.5^2.20 + (-2.5)^2.20 =$$
$$= 90 + 10 + 5 + 125 = 230W$$

$$\sum p_{консуматори} = 230W$$

Синусоидални режими в линейни електрически вериги.

1. Синусоидален ток - Ток, който се изменя във времето по **синусоидален** закон:

$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi) = i_m \sin(\frac{2\pi}{T} t + \psi)$$



i_m - **амплитуда**

T – **период** [*T*] = s ;

f - **честота** [*f*] =Hz ; $f = \frac{1}{T}$

θ- **фаза**, ***θ = ω.t + ψ* , [*θ*] =*rad* ;**

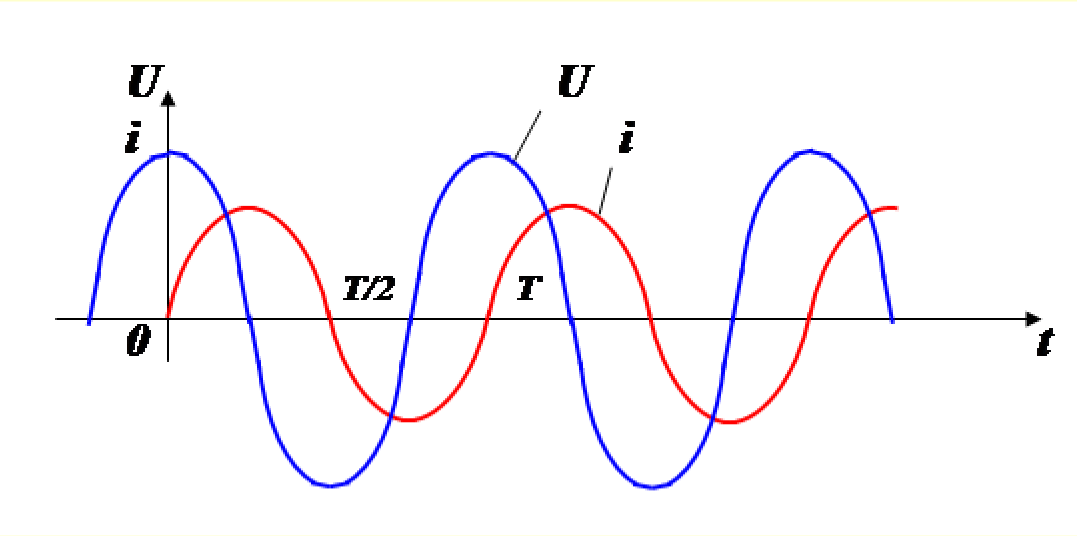
ω - **ъглова честота [ω]=*rad/s*,**

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

ψ - **начална фаза (за *t* =0) , *ψ = θ* [*ψ*] =*rad***

Извод: Синусоидално изменящите се ток и напрежение се характеризират от три величини: **амплитуда, ъглова честота и фаза**.

Синусоидални режими в линейни електрически вериги.

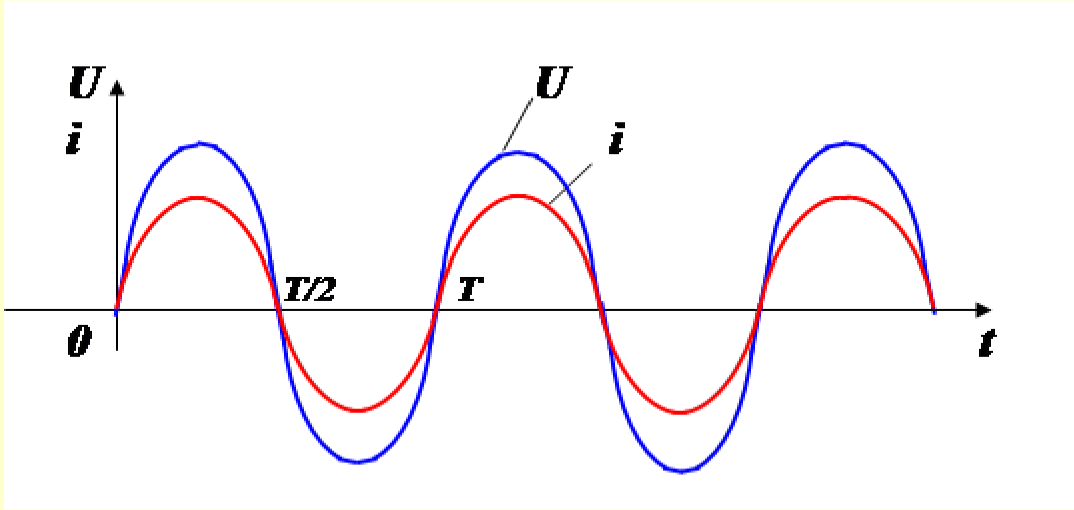


Ако две синусоидални величини се изменят с **една и съща честота** се наричат **изохронни**.

$$i(t) = i_m.\sin(\omega t + \Psi_i)$$

$$u(t) = u_m.\sin(\omega t + \Psi_u)$$

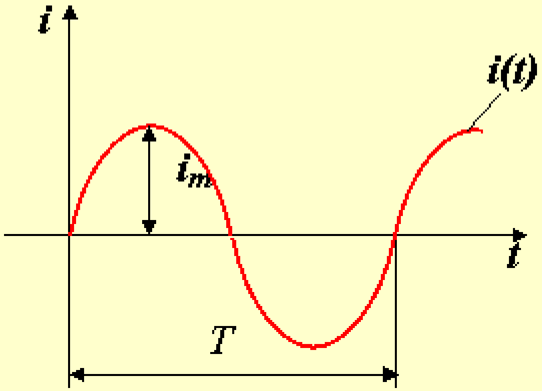
$$\varphi = \theta_u - \theta_i = \Psi_u - \Psi_i$$



Ако $\varphi > 0$ **напрежението изпреварва тока;**
при $\varphi < 0$ **токът изпреварва напрежението;**
при $\varphi = 0$ **– има** ***<u>резонанс</u>***

Основни характеристики на синусоидални величини.

$$i(t) = i_m \sin \omega t$$



а) Средна стойност

Средната стойност на една синусоидална функция е **нула**
под средна стойност се разбира **средното за полупериод** значение на функцията:

$$I_{cp} = \frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} i_m \sin \omega t.dt = \frac{2i_m}{T\omega}(-\cos\omega t)\Big|_0^{\pi} = \frac{2i_m.2}{T.2\pi f}$$

$$= \frac{4i_m.T}{2\pi T} = \frac{2i_m.}{\pi} = 0.637 i_m$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{I_{cp} = 0.637 i_m}$$

Основни характеристики на синусоидални величини.

б) **Ефективна стойност** на една синусоидална функция е средно - квадратичната стойност на функцията:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i_m{}^2 \sin^2 \omega t.dt} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} i_m{}^2 \int_0^T \frac{(1-\cos 2\omega t)}{2}.dt} = \sqrt{\frac{1}{T} i_m{}^2 \frac{T}{2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{i_m{}^2}{2}} = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0.707 i_m$$

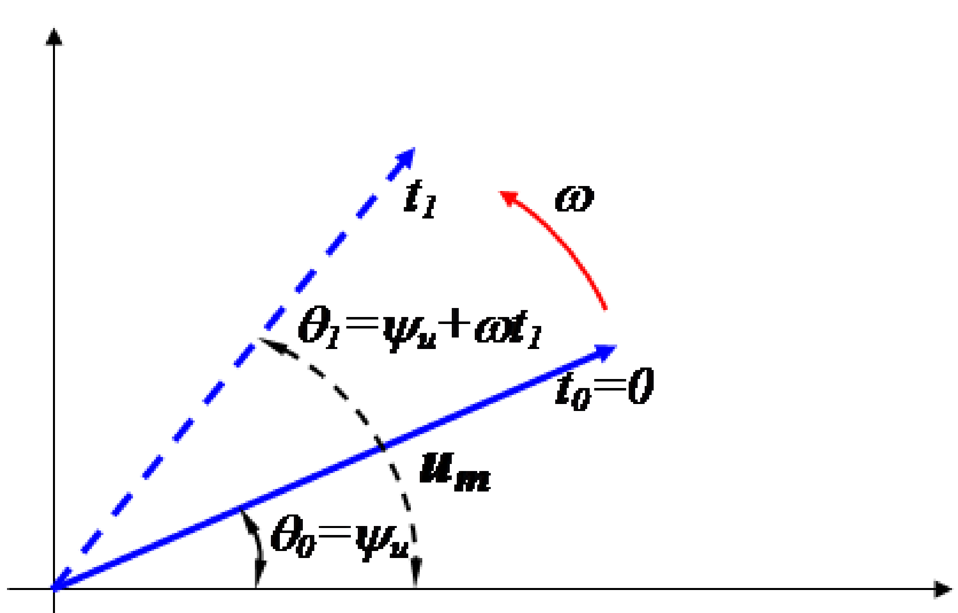
$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{i_m}{\sqrt{2}}}$$

Ефективната стойност на синусоидален ток ***i(t)*** е числено равна на стойността на постоянен ток ***I***, който за време равно на периода ***T***, отделя същото количество топлина, колкото и синусоидалния ток ***i(t)***.

Изобразяване на синусоидални величини с вектори.

Синусоидалната величина може да се представи **посредством вектор**, с големина равна на **амплитудата**, който се **върти** по посока обратна на часовниковата стрелка **със скорост ω.**

$$u(t) = u_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

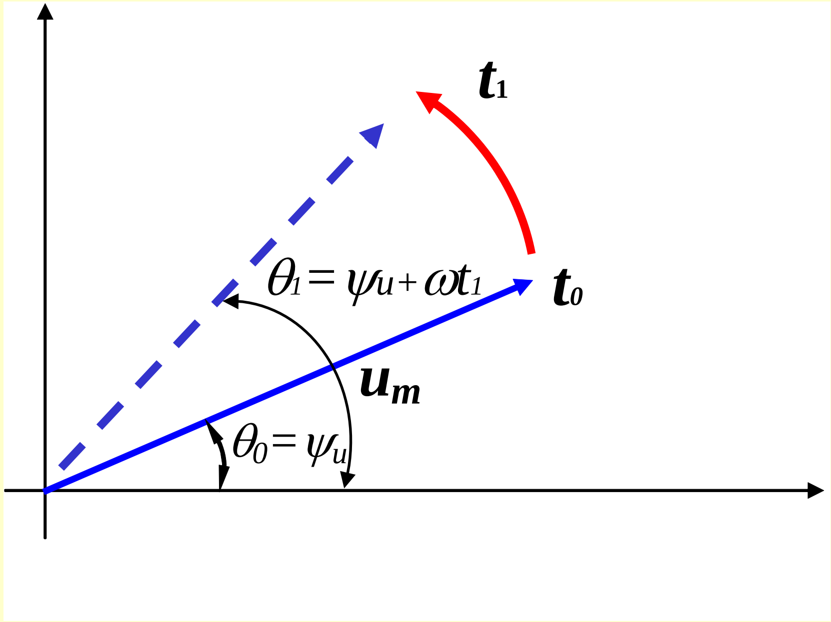


фиг.2

Изобразяване на синусоидални величини с вектори.

Синусоидалната величина може да се представи **посредством вектор**,
с големина равна на **амплитудата**,
който се **върти** по посока обратна на часовниковата стрелка **със скорост ω.**

$$u(t) = u_m sin(\omega t + \psi_u)$$

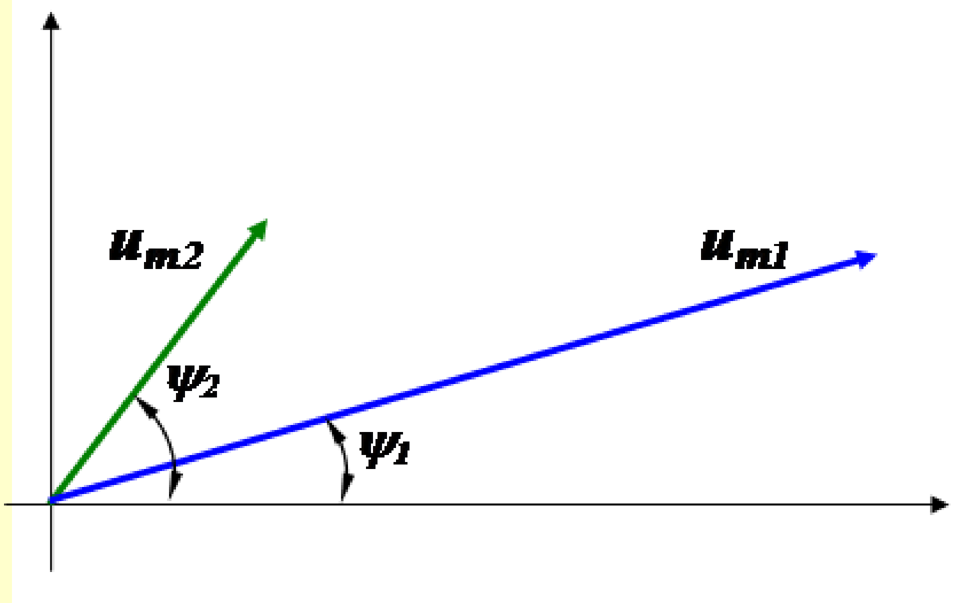


В **момента t_0=0**, векторът сключва с абсцисната ос ъгъл, равен на началната фаза ψ_u.

В **момента t_1**, векторът се е завъртял по посока обратна на часовниковата стрелка и сключва с абсцисната ос ъгъл, равен на фазата: $\theta_1 = \psi_u + \omega t_1$

<u>Векторна диаграма</u> – съвкупност от векторните изображения на токовете и напреженията в една и съща електрическа верига.

Ако имаме няколко синусоидални величини с **еднакви честоти** <u>можем да получим резултантна синусоидална величина чрез действия с вектори</u> като ги разглеждаме **<u>за момента $t_0=0$</u>.**



Пример:

Да се определи напрежението:

$$u(t) = u_m \sin(\omega t + \psi_u),$$

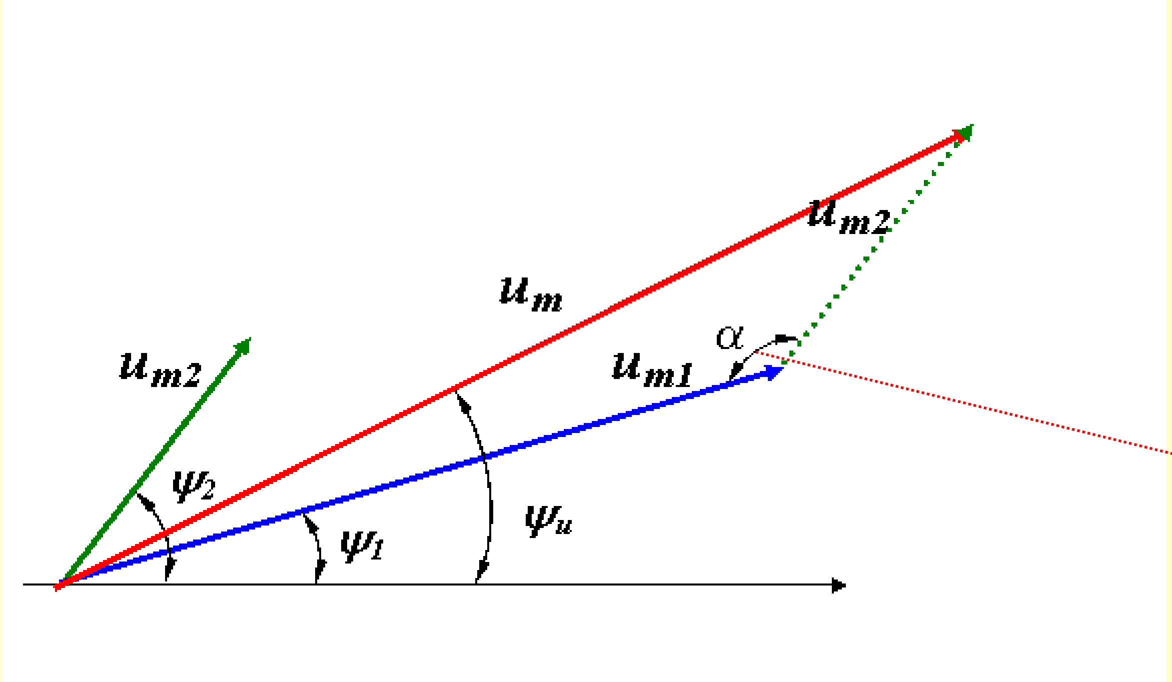
ако $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$,

където:

$$u_1(t) = u_{m1} \sin(\omega t + \psi_1);$$

$$u_2(t) = u_{m2} \sin(\omega t + \psi_2)$$

Решение - Векторна диаграма



$u_1(t) = u_{m1} sin(\omega t + \psi_1)$

$u_2(t) = u_{m2} sin(\omega t + \psi_2)$

$\alpha = 180 - (\psi_2 - \psi_1)$

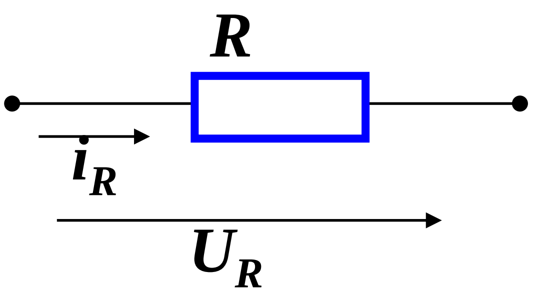
$\cos(180 - \alpha) = -\cos(\alpha)$

$$u_m = \sqrt{u_{m1}^2 + u_{m2}^2 - 2u_{m1}u_{m2}\cos\alpha}$$
$$= \sqrt{u_{m1}^2 + u_{m2}^2 - 2u_{m1}u_{m2}\cos(180 - (\psi_2 - \psi_1))}$$
$$= \sqrt{u_{m1}^2 + u_{m2}^2 + 2u_{m1}u_{m2}\cos(\psi_2 - \psi_1)}$$

Влияние на параметрите R, L и C при синусоидален режим

Съставни елементи на веригите за синусоидален ток са:

активните съпротивления - резистори със съпротивление ***R***.



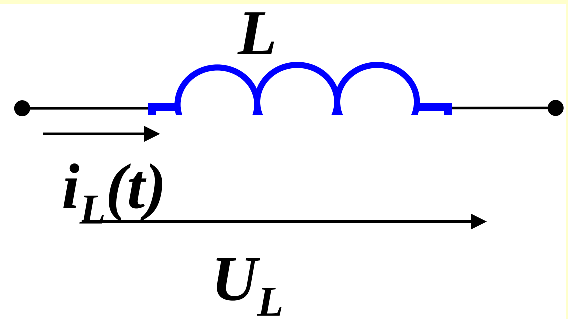
$$R.G = 1$$

$$[R] = \Omega\,; \quad [G] = S$$

Посредством резисторите **енергията се отделя във вид на топлина.**

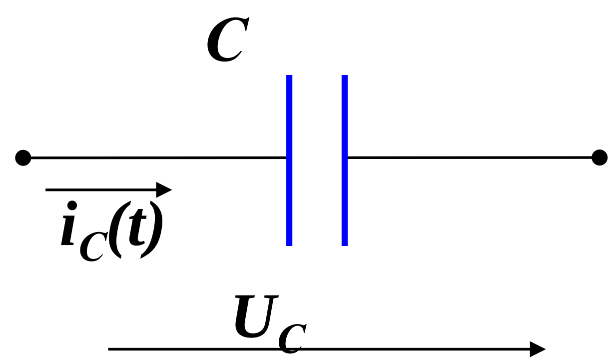
реактивните съпротивления:

бобини с индуктивност ***L***



$$U_L = \frac{\partial \Psi}{\partial t} = L\frac{\partial i}{\partial t}$$

кондензатори с капацитет ***C***

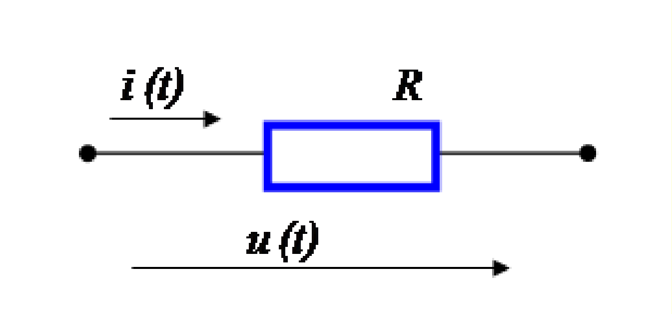


$$i_C = \frac{\partial q}{\partial t} = C\frac{\partial U_C}{\partial t}$$

В реактивните елементи не се отделя енергия във вид на топлина, но

периодически се запасява в електрическо (в ***C***) или магнитно (в ***L***) поле.

1.Синусоидален ток в активно съпротивление



$$i(t) = i_m \sin \omega t$$

$$u(t) = R.i(t) = u_m \sin \omega t,$$

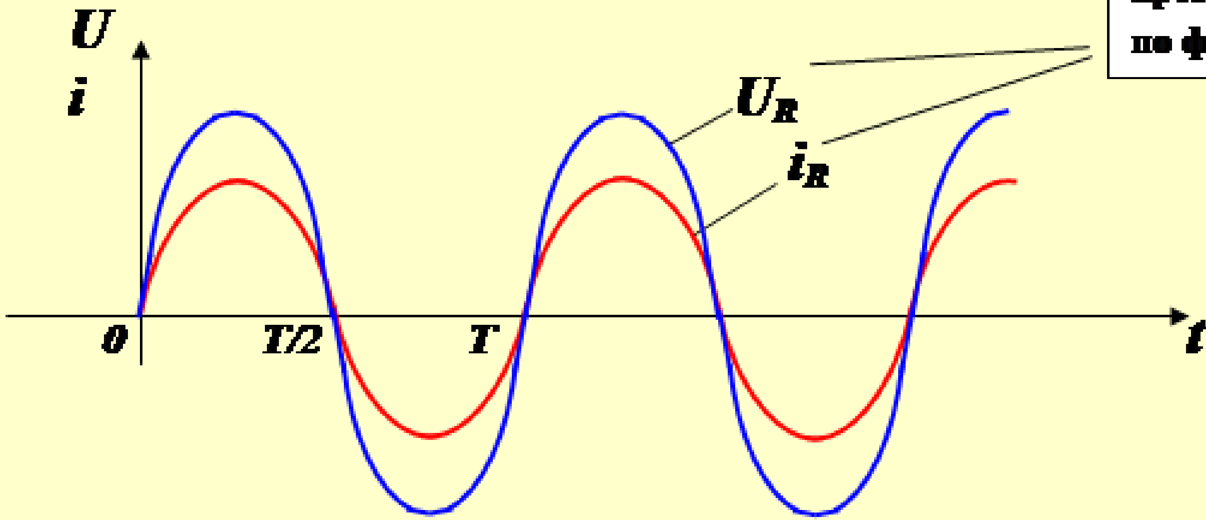
където

$$u_m = R.i_m$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$$

!

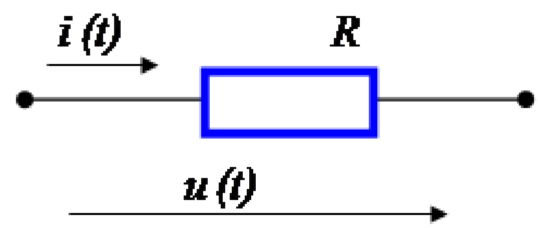
Напрежението и тока през резистора съвпадат по фаза.



Мощност в *R*

$$i(t) = i_m \sin\omega t \quad (\psi_i = 0)$$

$$u(t) = R.\, i(t) = u_m \sin\omega t$$



$$I = \frac{i_m}{\sqrt{2}};\ U = \frac{u_m}{\sqrt{2}}$$

Моментната мощност *p(t)* се определя като:

$$p(t) = u(t).i(t) = u_m \sin\omega t.i_m \sin\omega t = \frac{u_m i_m}{2}(1-\cos 2\omega t) = U.I(1-\cos 2\omega t)$$

$$\Rightarrow\ p(t) = U.I(1-\cos 2\omega t)$$

Средната за периода *T* мощност може да се определи като:

$$P_{cp} = \int_0^T p(t).dt = \frac{1}{T}\int_0^T U.I(1-\cos 2\omega t).dt = \frac{1}{T}\int_0^T U.I.dt - \cancelto{0}{\frac{1}{T}\int_0^T \cos 2\omega t.dt}$$

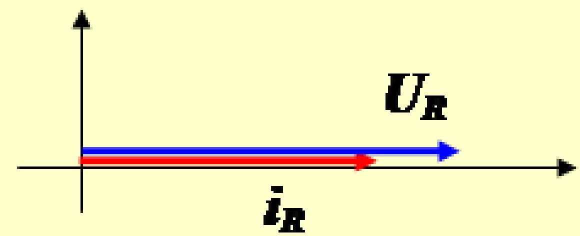
$$но \quad \frac{1}{T}\int_0^T \cos 2\omega t.dt = 0$$

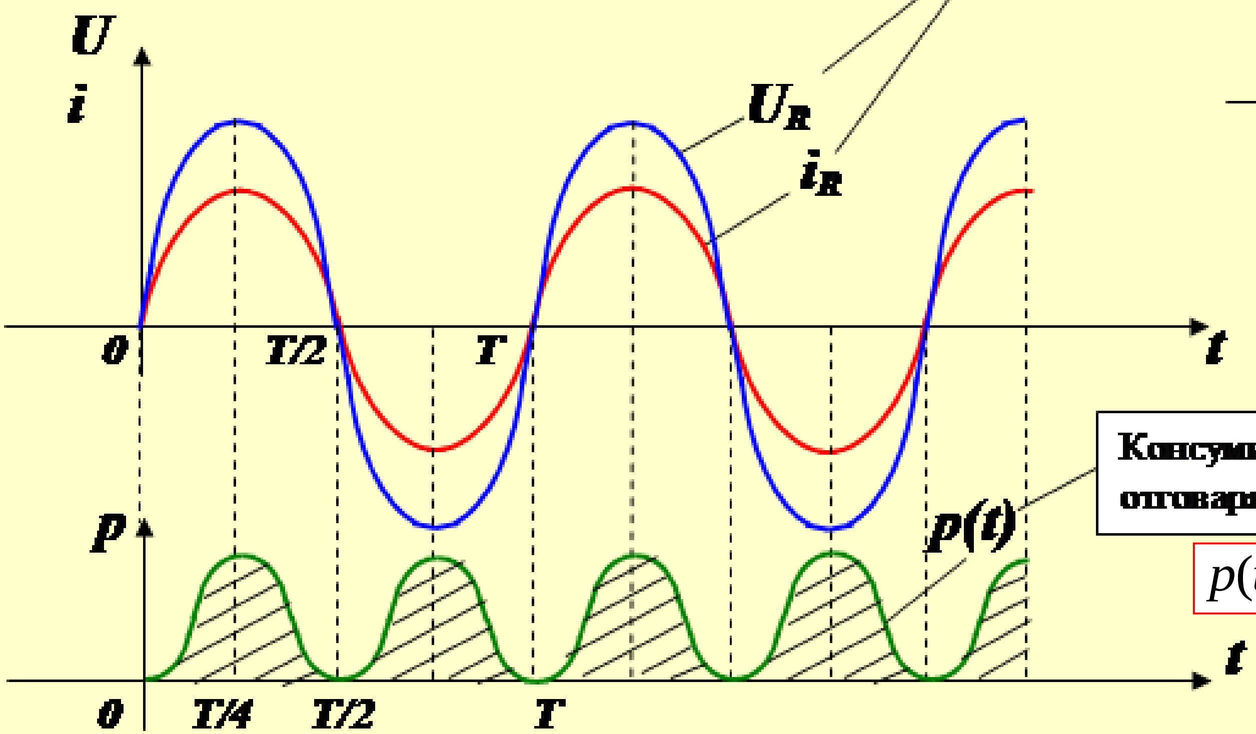
$$\Rightarrow P_{cp} = \frac{1}{T} U.I.T = U.I$$

$$\boxed{P_{cp} = U.I}$$

Напрежението и тока през резистора съвпадат по фаза.

Векторна диаграма



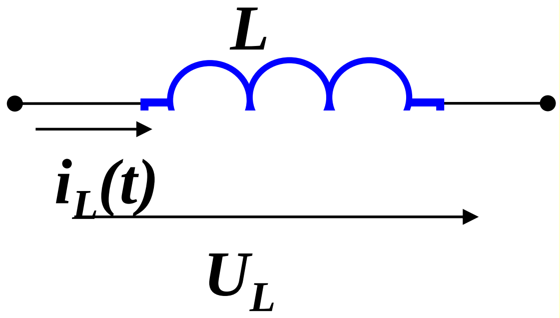


Консумираната в резистора мощност отговаря на защрихованата площ

$$p(t) = U.I(1 - \cos 2\omega t)$$

фиг.1

2.Синусоидален ток в бобина



$$\boxed{U_L = \frac{\partial \Psi}{\partial t} = L\frac{\partial i}{\partial t}}$$

$i_L(t) = i_m \sin\omega t$

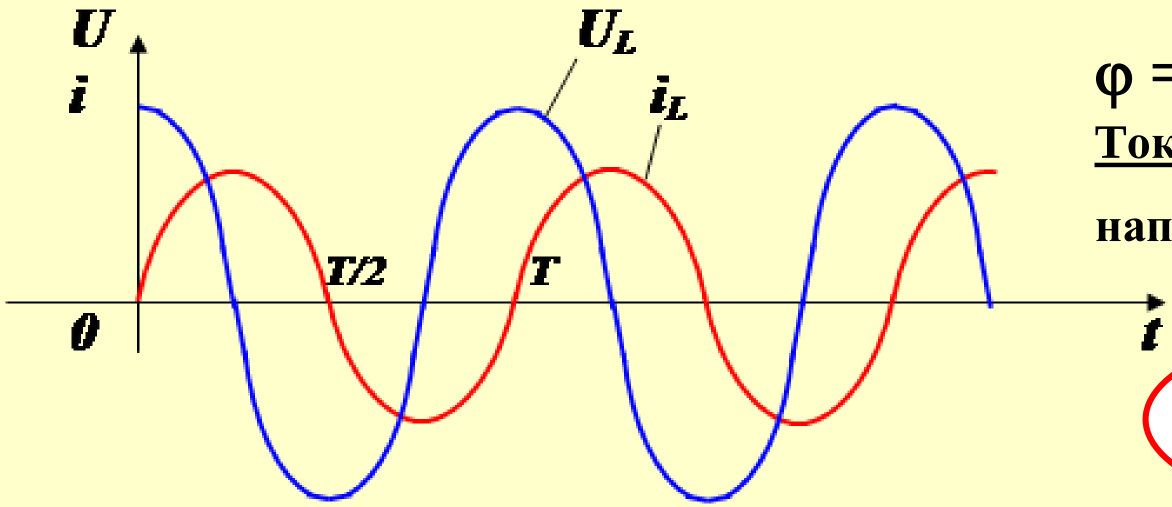
Въз основа на закона за електромагнитната индукция:

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow u_L(t) = \omega L . i_m \cos\omega t = \omega L . i_m \sin(\omega t + 90)$$

$\boxed{X_L = \omega L}$ --- **индуктивно съпротивление**

$$\Rightarrow \begin{aligned} u_L(t) &= X_L . i_m \sin(\omega t + 90) = \\ &= u_m \sin(\omega t + 90) \end{aligned}$$



φ = ψ$_u$ - ψ$_i$ = 90 - 0 =90

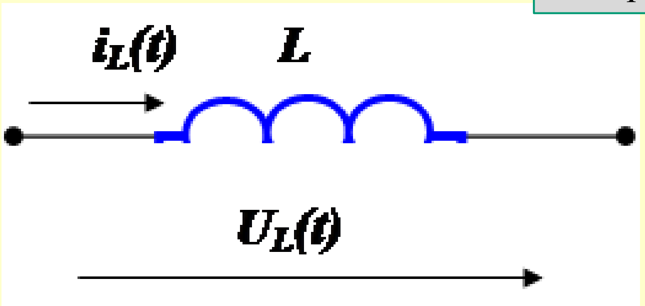
<u>Токът изостава по фаза</u> от **напрежението** на четвърт период

$u_m = X_L\, i_m$

φ = ψ$_u$ - ψ$_i$ = 90

!

Мощност в *L*



Моментната мощност *p(t)*:

$$p(t) = i(t).u_L(t) = i_m \sin \omega t.u_m \cos \omega t = \frac{u_m i_m}{2} \sin 2\omega t$$

$$\Rightarrow p(t) = U.I \sin 2\omega t$$

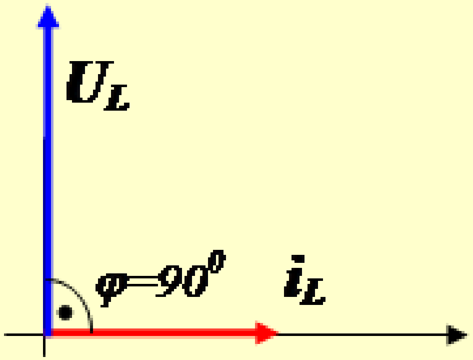
Мощността в бобината е **хармонична функция** с честота 2ω.

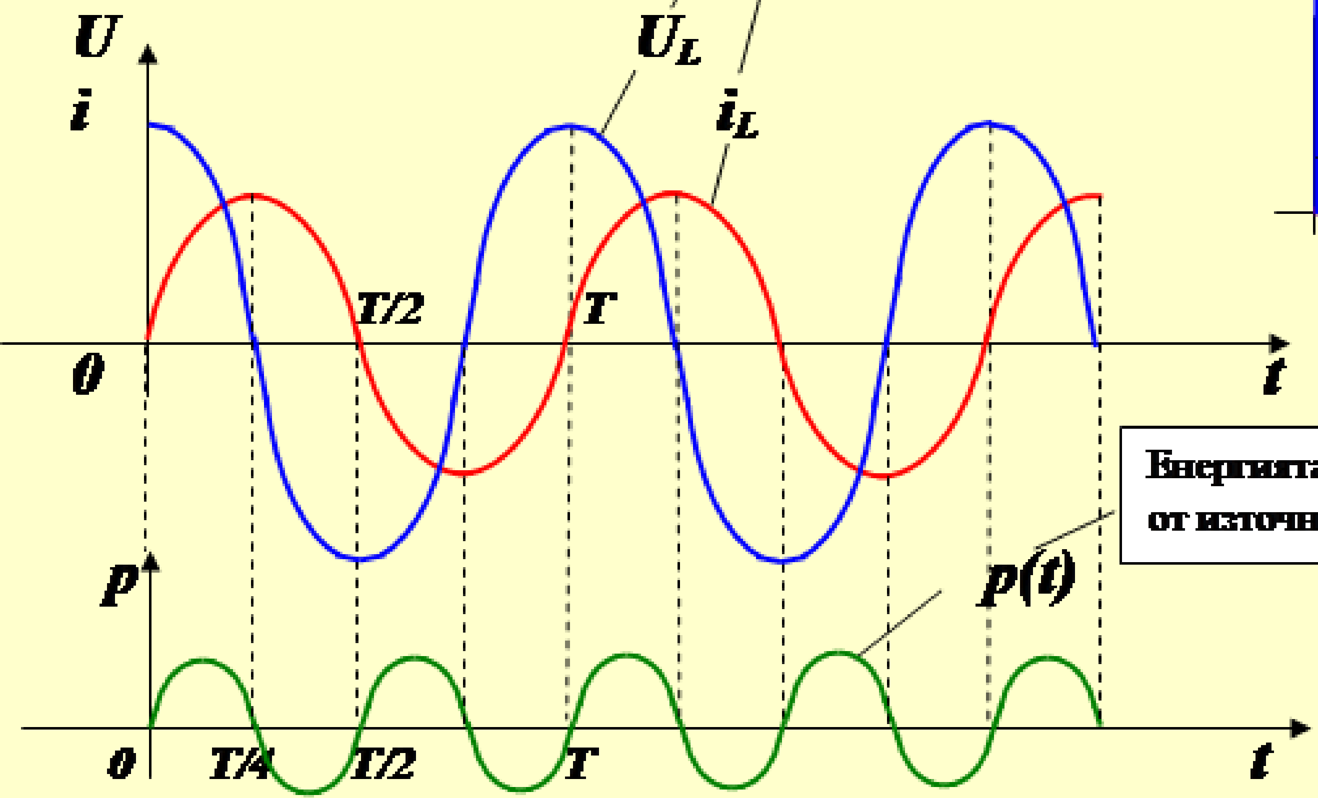
Тогава **средната за периода *T* мощност е нула**:

$$P_{cp} = \int_0^T p(t).dt = \int_0^T U.I \sin 2\omega t.dt = 0$$

т.е. **енергията не се консумира**, а само **пулсира с удвоена честота** от източника към бобината и обратно токът през бобината изостава по фаза от напрежението на четвърт период $(\varphi = 90^0)$

Векторна диаграма



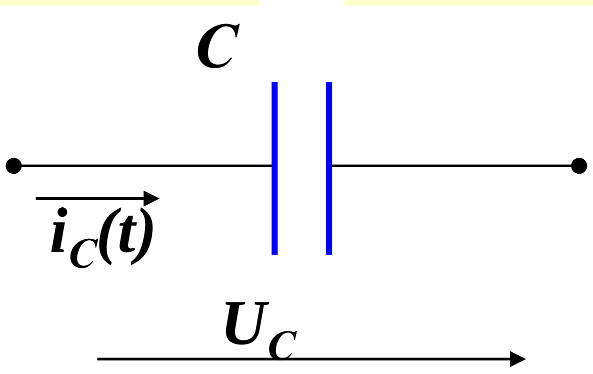


фиг.2

Енергията пулсира с двойна честота от източника към бобината и обратно.

$$p(t) = U.I \sin 2\omega t$$
$$P_{cp} = 0$$

3.Синусоидален ток в кондензатор



$$i_C = \frac{\partial q}{\partial t} = C\frac{\partial U_C}{\partial t}$$

Нека $u_C(t) = u_m sin\omega t$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}$$

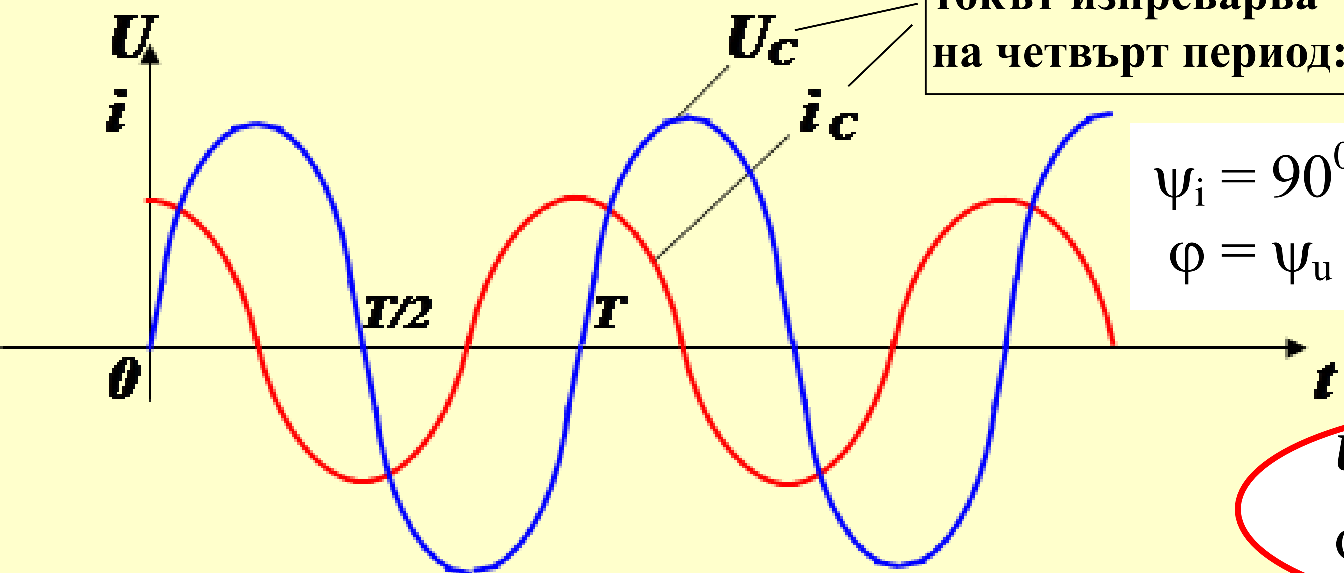
$$\Rightarrow i(t) = \omega C.u_m \cos\omega t = \omega C.u_m \sin(\omega t + 90)$$

$\boxed{X_C = \frac{1}{\omega C}}$ ---- капацитивно съпротивление

Тогава :

$$i_C(t) = \frac{u_m}{X_C}\sin(\omega t + 90) = i_m \sin(\omega t + 90)$$

токът изпреварва по фаза напрежението на четвърт период: φ = - 90



$\psi_i = 90^0$.

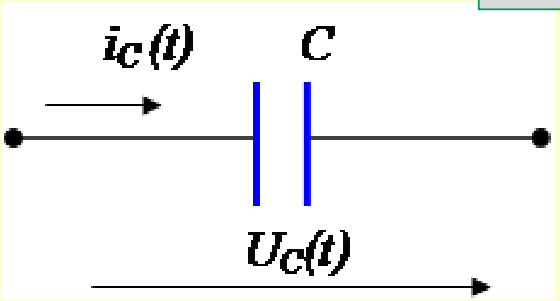
$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0 - 90 = -90$

$u_m = X_C\, i_m$

$\varphi = \psi_u - \psi_i = -90$

!

Мощност в *C*



Моментната мощност *p(t)* се определя като:

$$p(t) = i_C(t).u_C(t) = i_m \cos\omega t.u_m \sin\omega = \frac{u_m i_m}{2} \sin 2\omega t$$

$$\Rightarrow p(t) = U.I \sin 2\omega t$$

Следователно **<u>мощността в кондензатора е хармонична функция</u>** с честота 2ω.

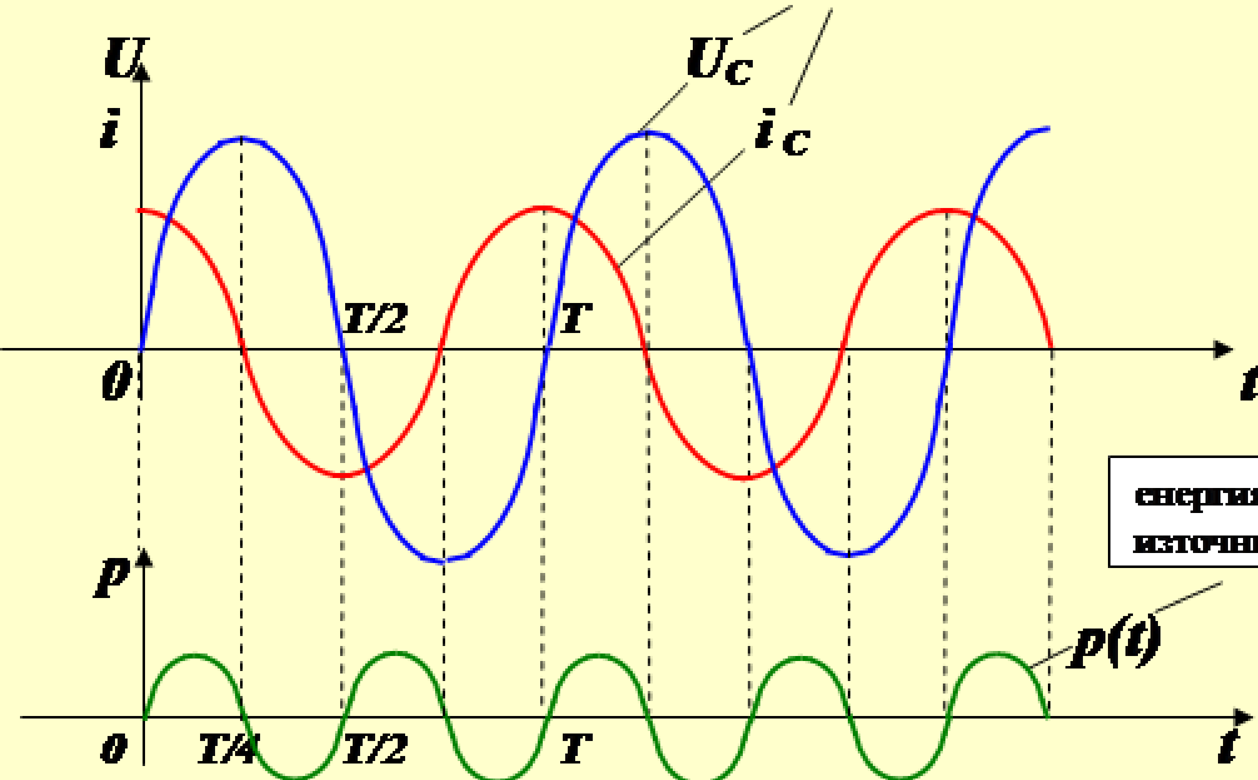
Тогава **средната за периода *T* мощност е нула**:

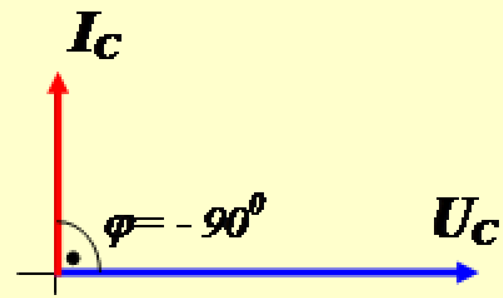
$$P_{cp} = \int_0^T p(t).dt = \int_0^T U.I \sin 2\omega t.dt = 0$$

т.е. **енергията не се консумира**, а само **пулсира с удвоена честота** от източника към кондензатора и обратно.

токът изпреварва по фаза напрежението на четвърт период: $\varphi = -90^0$

Векторна диаграма





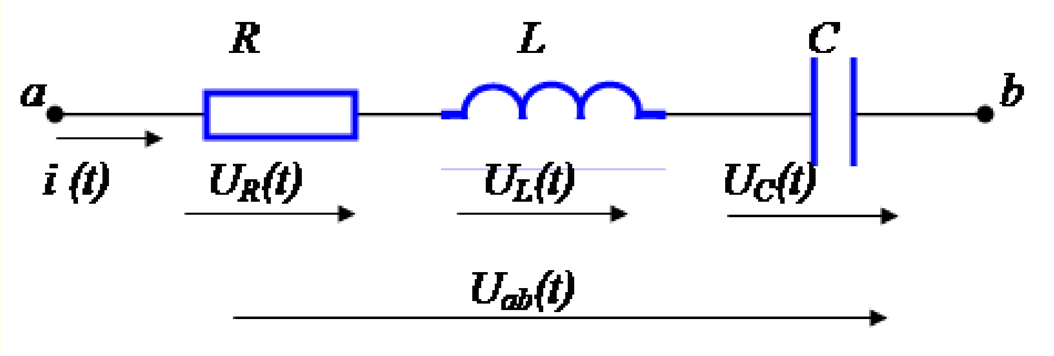
енергията пулсира с удвоена честота от източника към кондензатора и обратно.

$$p(t) = U.I \sin 2\omega t$$

$$P_{cp} = 0$$

фиг.3

Синусоидален режим в R, L, C двуполюсник от последователен тип.



$i(t) = i_m sin\,\omega t$ (за удобство $\psi_i = 0$)

$$u_R(t) = Ri(t)$$

$$u_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

$$u_{ab}(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) =$$

$$= Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt =$$

$$= R.i_m \sin \omega t + \underbrace{\omega L}_{X_L}.i_m \sin(\omega t + 90^0) + \underbrace{\frac{1}{\omega C}}_{X_C} i_m \sin(\omega t - 90^0)$$

но $sin(\alpha - 90^0) = -\,sin(\alpha + 90^0)$ и $X_L = \omega L;\quad X_C = \dfrac{1}{\omega C}$

$$\Rightarrow u_{ab}(t) = R.i_m \sin \omega t + (X_L - X_C).i_m \sin(\omega t + 90^0) =$$

$$= R.i_m \sin \omega t + X.i_m \sin(\omega t + 90^0) = u_m \sin(\omega t + \psi_u) = u_m \sin(\omega t + \varphi)$$

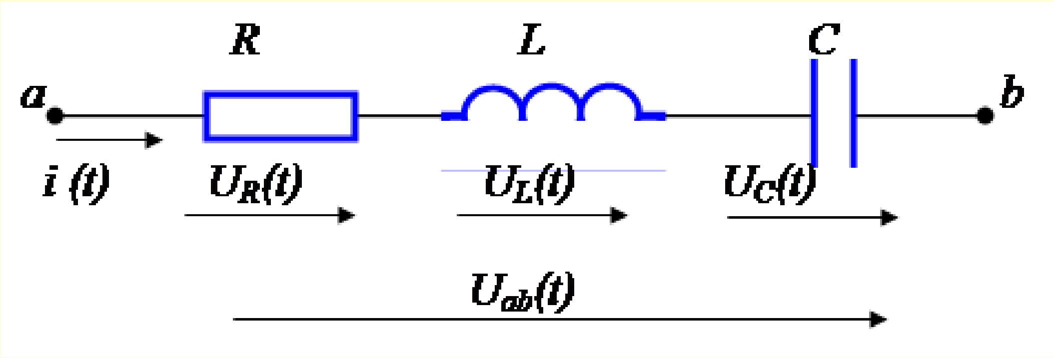
$\varphi = \psi_u - \psi_i$

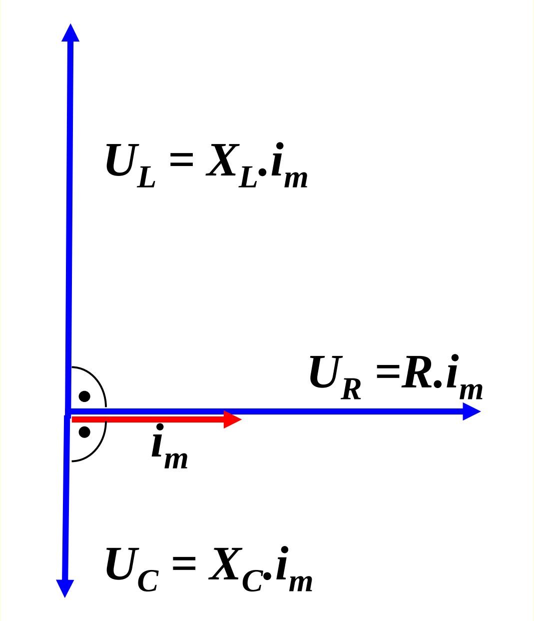
но $\psi_i = 0$

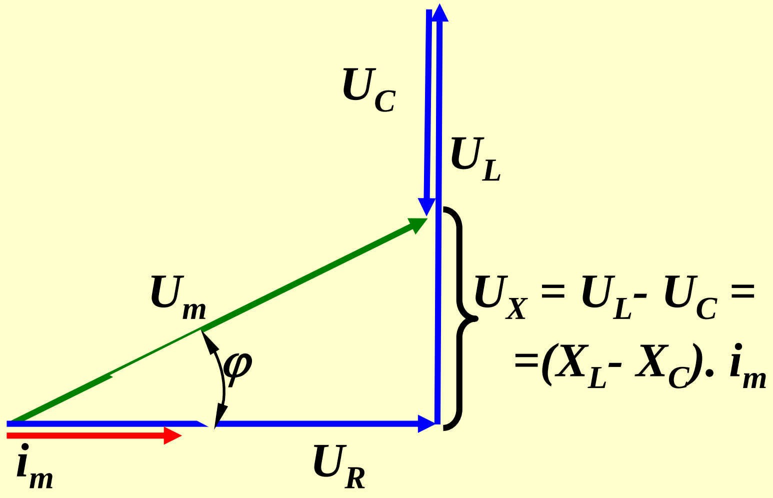
$\Rightarrow \varphi = \psi_u$

Векторна диаграма:

$$U = U_R + U_L + U_C$$





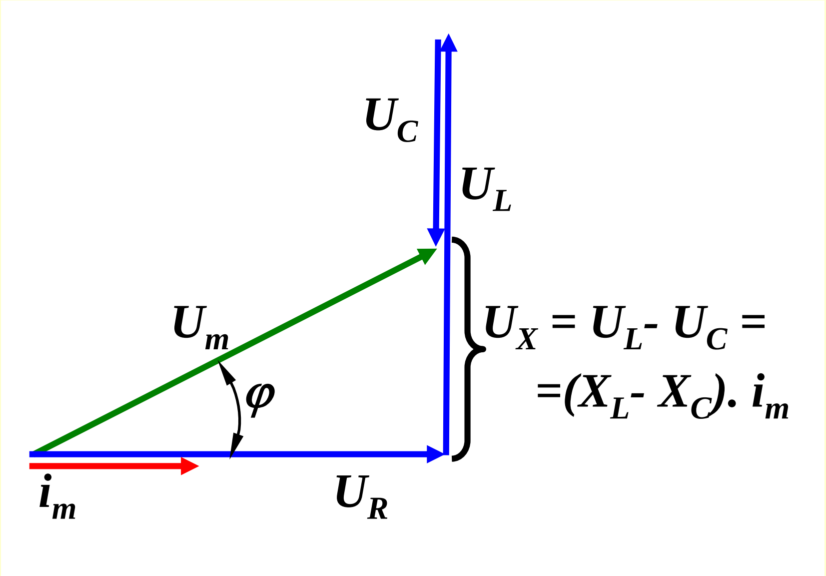


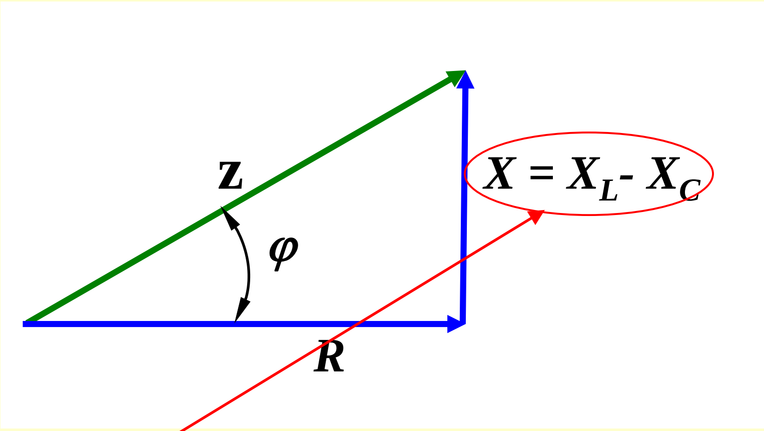
Общото напрежение е **<u>геометрична, а не алгебрична сума</u>** от напреженията на отделните елементи:

$$\boxed{U_m = \sqrt{U_R^2 + U_X^2}}$$

$$\boxed{\varphi = arctg\,\frac{U_X}{U_R}}$$

Триъгълник на съпротивленията





$$z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\varphi = arctg\frac{X}{R} = arctg\frac{X_L - X_C}{R}$$

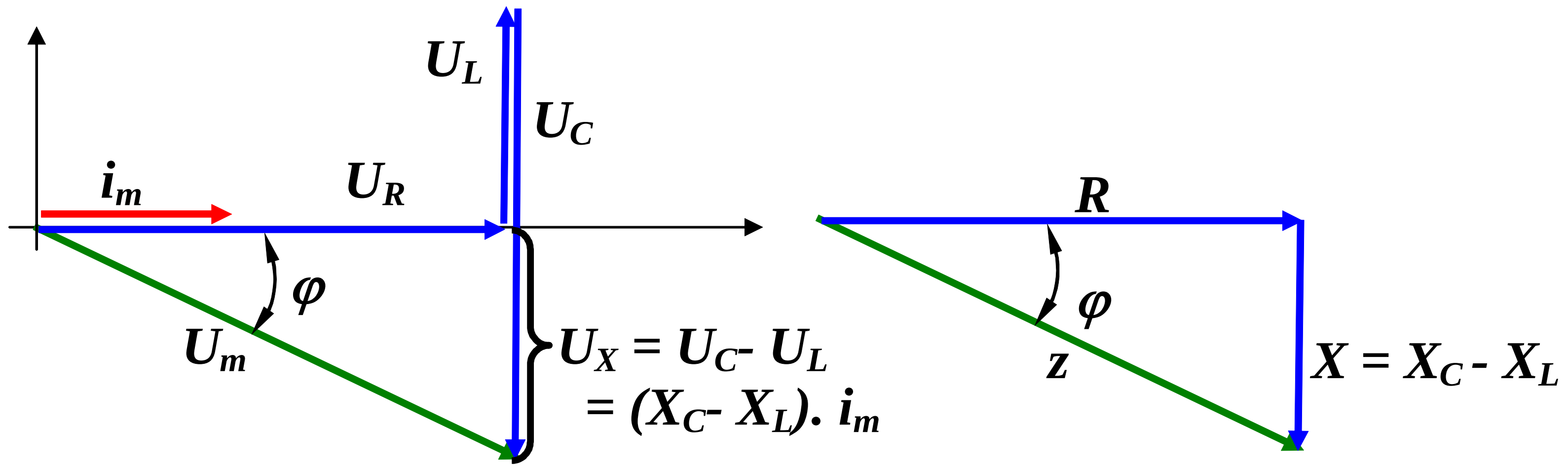
$$U_m = \sqrt{U_R^2 + U_X^2}$$

$$U_m^2 = i_m^2 R^2 + i_m^2 (X_L - X_C)^2 = i_m^2 z^2$$

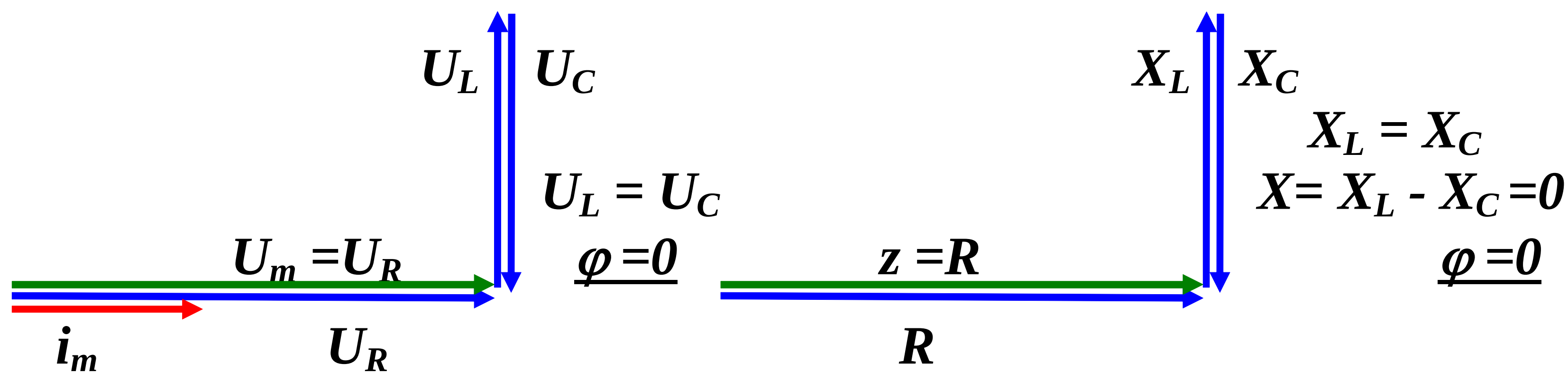
и съответно:

$$R = z.\cos\varphi; \quad X = z.\sin\varphi$$

$X_L \rangle X_C$ и $\varphi \rangle 0$ (т.е. съпротивлението има <u>индуктивен</u> характер)

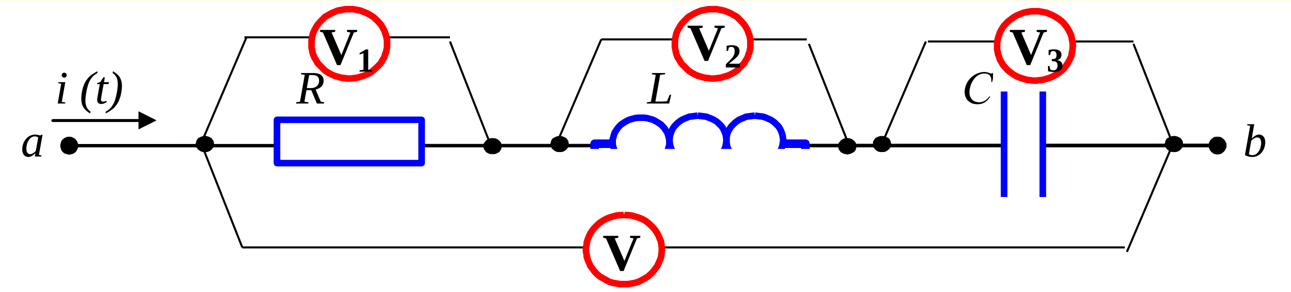


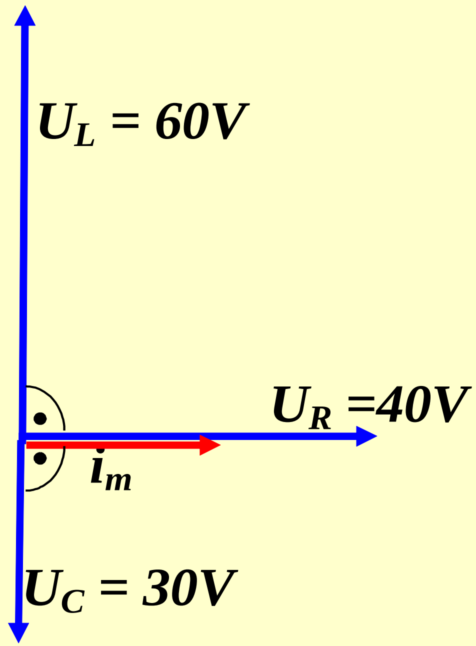
$X_L < X_C$ и $\varphi < 0$ (т.е. съпротивлението има <u>капацитивен</u> характер)

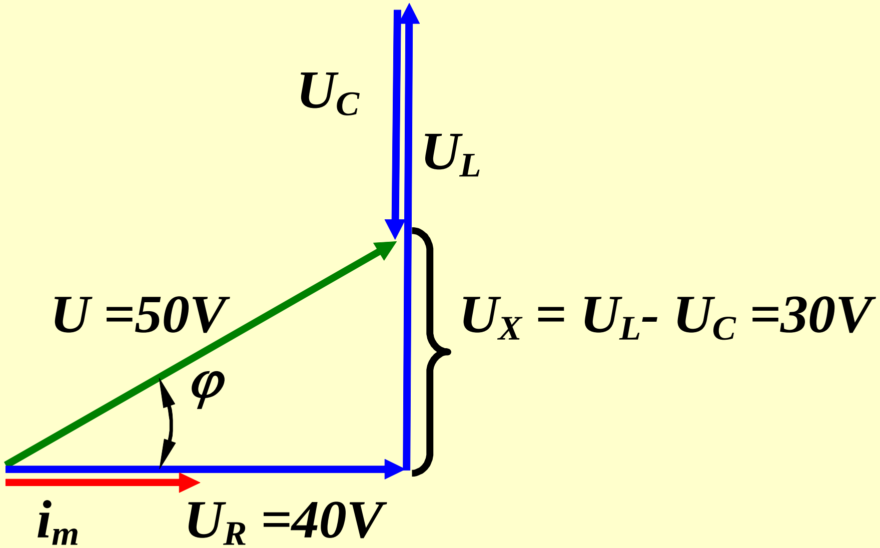


$X_L = X_C$ и $\varphi = 0$ (т.е. съпротивлението е чисто активно $z = R$)

<u>Пример</u>: показанията на волтметрите **V1**, **V2** и **V3** са съответно 40V, 60V и 30V







$$U = \sqrt{U_R^2 + U_X^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50V$$

$$\varphi = arctg\frac{U_X}{U_R} = arctg\frac{30}{40} = 36{,}8^0$$

<u>Напрежението на волтметъра **V** е **50V**</u>**.**


Благодаря за вниманието
проф. д-р Илона Ячева