Л11

Преходни процеси в линейни електрически вериги

(29.11.2022г.)

Лектор: **проф. д-р Илона Ячева**

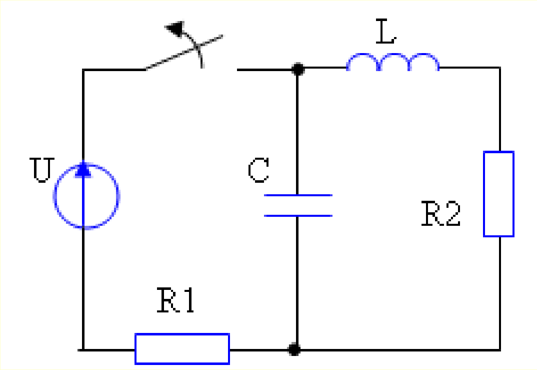
кат. “Теоретична Електротехника”,
Технически Университет-София

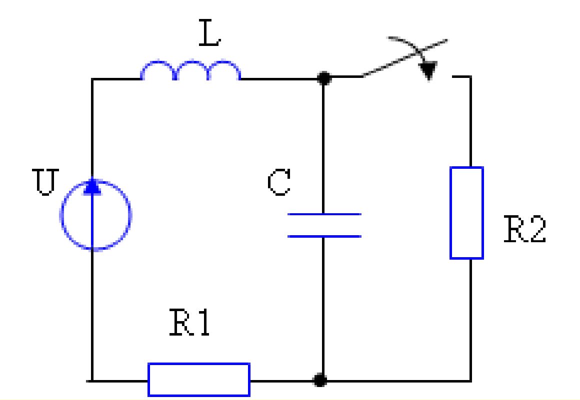
Преходни процеси в линейни ел.вериги

Преходен процес- процес, който възниква и се развива при **прехода** на ел.верига от едно стационарно състояние в друго.

Този преход може да е следствие от:

- включване или изключване на източници на енергия
- промяна в характеристиките на действащите електродвижещи величини
- изменение в топологията на веригата
- промяна в големините на параметрите на отделните елементи





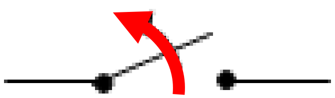
Комутация - Самият момент на промяна се нарича комутация

Преходни процеси в линейни ел.вериги

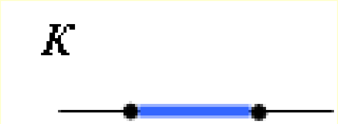
Преходен процес- процес, който възниква и се развива при **прехода** на ел.верига от едно стационарно състояние в друго.

Комутация - Самият момент на промяна се нарича комутация.

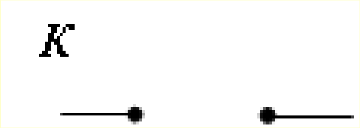
За осъществяването на комутацията в електрическите вериги се използва **ключ** – идеален елемент, който:

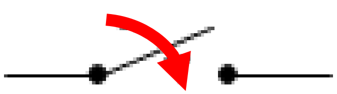
- се отваря 

преди комутация

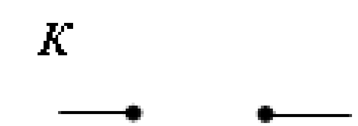


след комутация

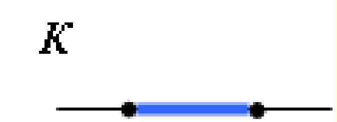


- се затваря 

преди комутация



след комутация

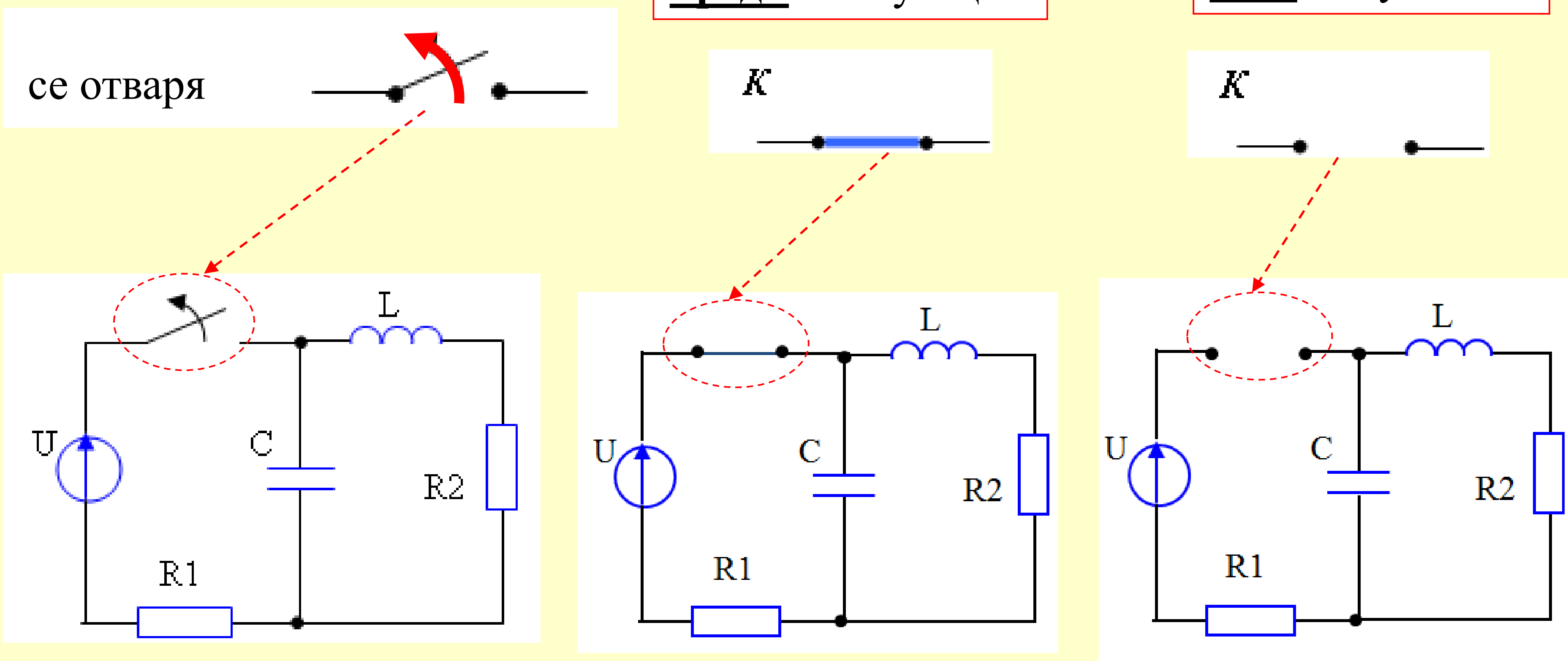


<u>Комутация</u> - Самият момент на промяна се нарича комутация

За осъществяването на комутацията в електрическите вериги се използва **<u>ключ</u>** – идеален елемент, който:

<u>преди</u> комутация

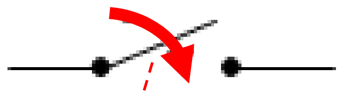
<u>след</u> комутация



Комутация - Самият момент на промяна се нарича комутация

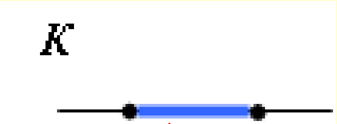
За осъществяването на комутацията в електрическите вериги се използва **ключ** – идеален елемент, който:

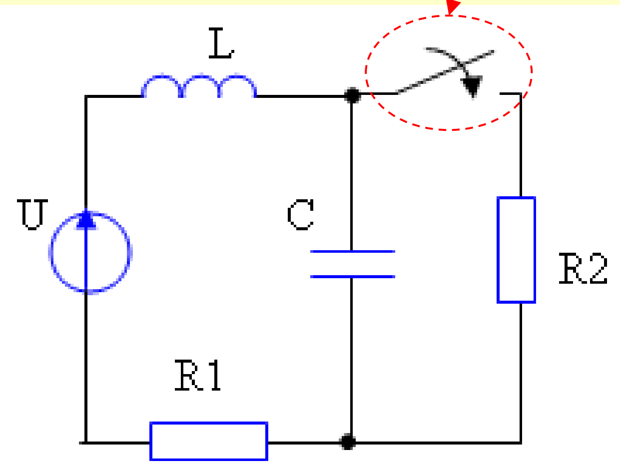
се затваря

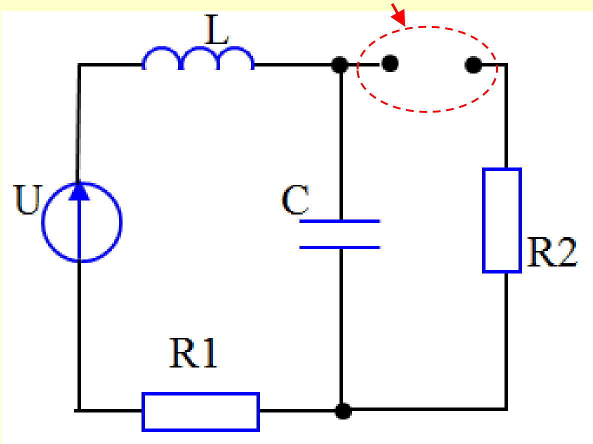


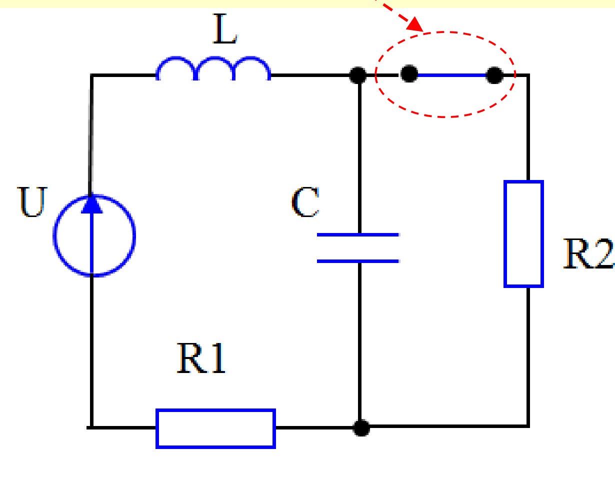
преди комутация

след комутация

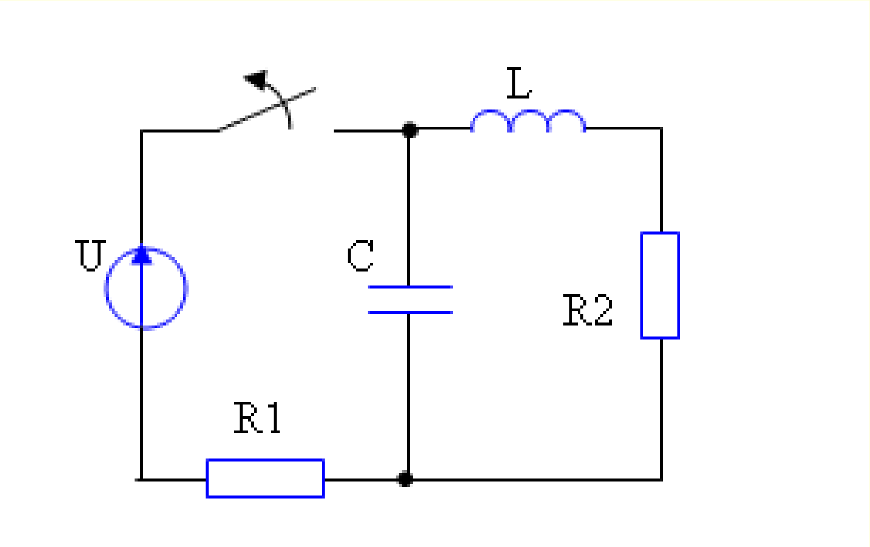


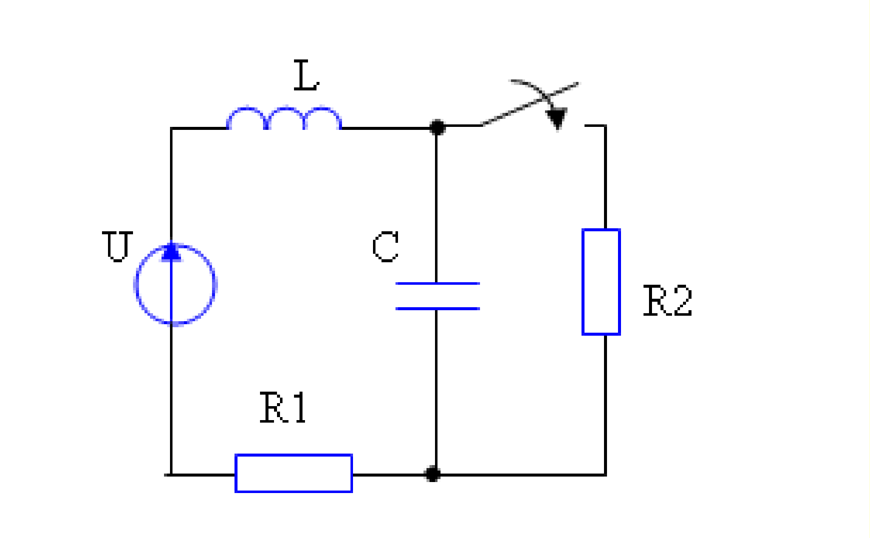






<u>Преходният процес не се извършва мигновено,</u> поради запасената във веригата ел.магнитна енергия.



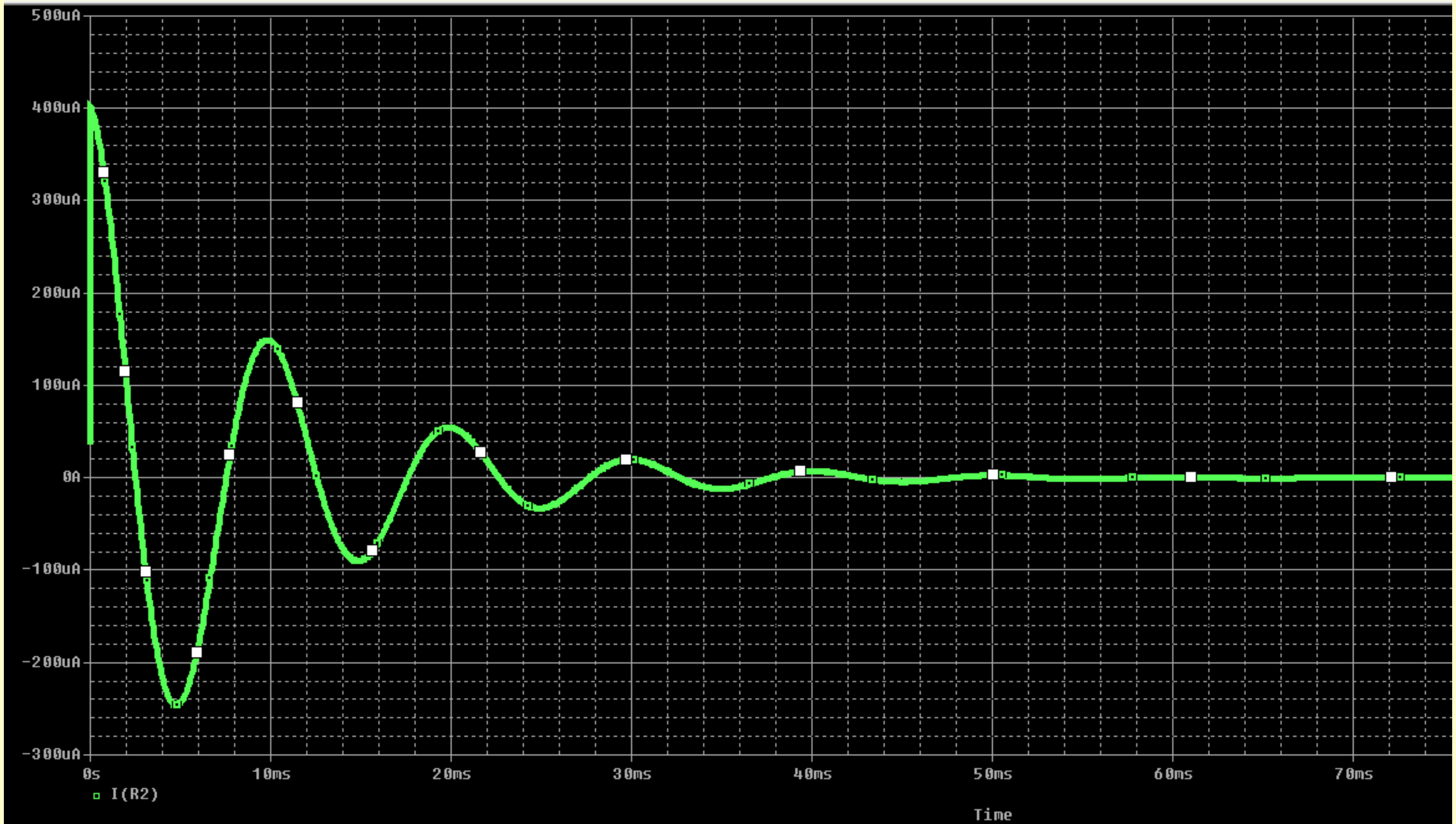


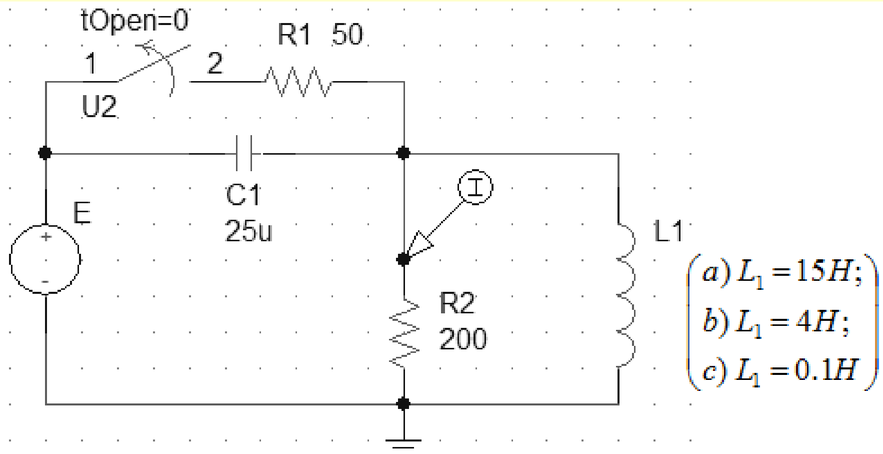
- **Теоретично** - този процес продължава <u>безкрайно дълго</u>.

- **Практически** - протича <u>много бързо</u> - от части от секундата (десети, стотни и дори милионни) и рядко до няколко секунди.

Значение - **имат важно значение**, въпреки бързото си протичане :

- Възможни са **голeми пренапрежения** и значителни **увеличения на амплитудите на токовете** в определени участъци на веригата. При наличие на нелинейни елементи във веригата, е възможно да превишават ***до 20 пъти*** стационарните си стойности.
- В някои случаи, след промяната във веригата, е възможно установяването на повече от един режим. Тогава изследването на преходния процес дава отговор на въпроса **кой от възможните режими ще се установи.**

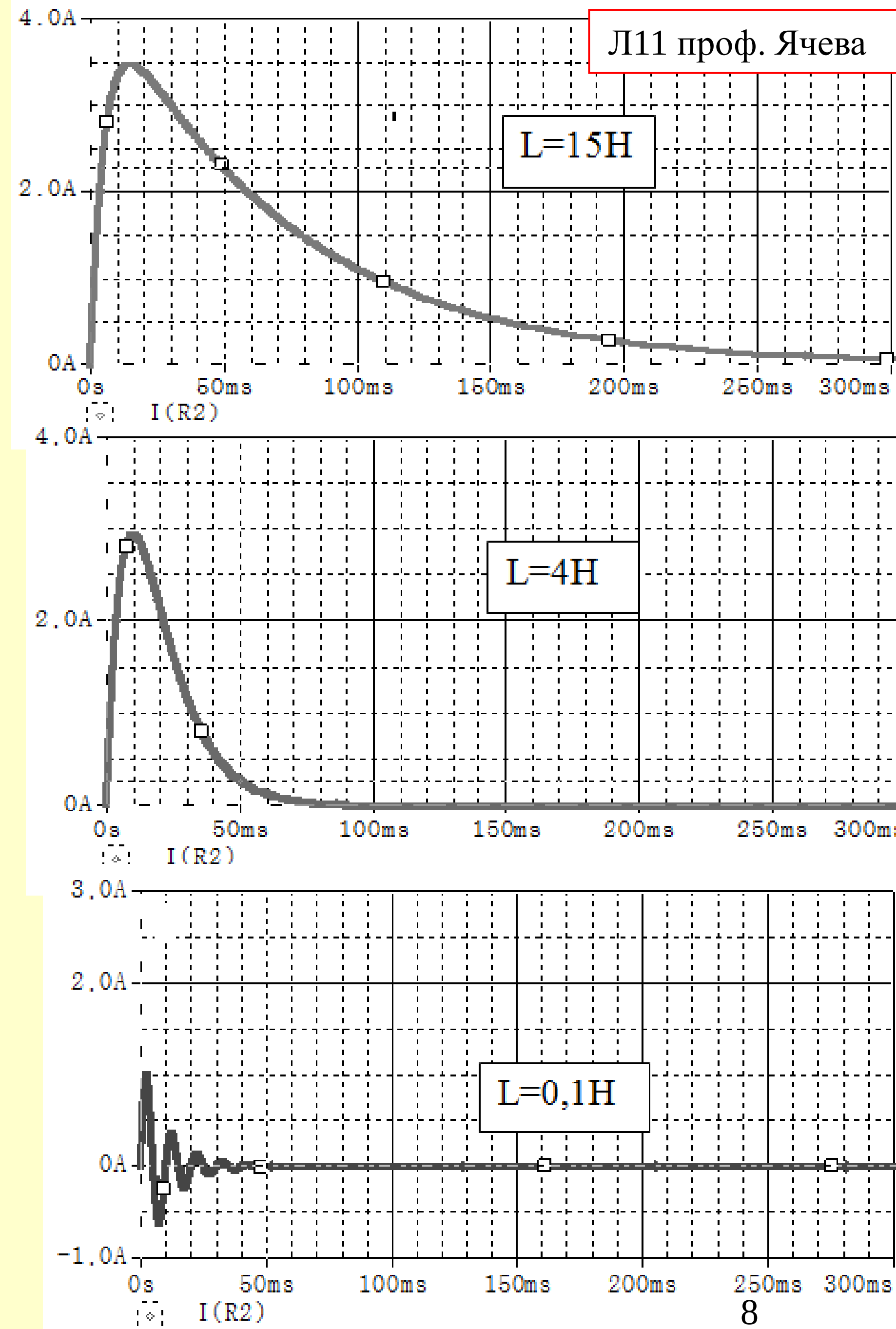




Параметрите на схемата са:

E= 200V, R1=50Ω, R2=200Ω,

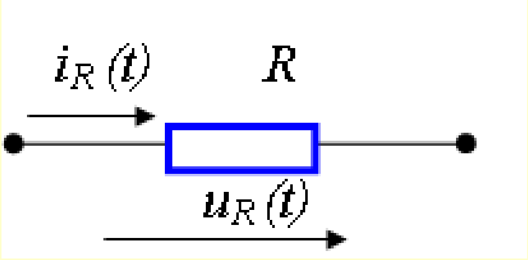
C =25μF, а) L=15H;
б) L=4H;
в) L=0,1H.



<u>Анализ на преходния процес</u> - При всички случаи анализът се свежда до <u>решаване на линейни диференциални уравнения</u> с постоянни коефициенти.

- **<u>Напреженията и токовете</u>** на отделните елементи във веригата по време на преходния процес се определят съответно като:

<u>1. Напрежение и ток през ***резистор***</u>



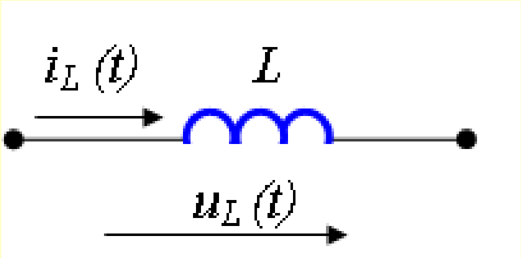
$$u_R(t) = R.i_R(t)$$

$$\Rightarrow i_R(t) = \frac{u_R(t)}{R}$$

<u>**Анализ на преходния процес**</u> - При всички случаи анализът се свежда до <u>решаване на линейни диференциални уравнения</u> с постоянни коефициенти.

- <u>**Напреженията и токовете**</u> на отделните елементи във веригата по време на преходния процес се определят съответно като:

<u>2. Напрежение и ток през ***бобина***</u>



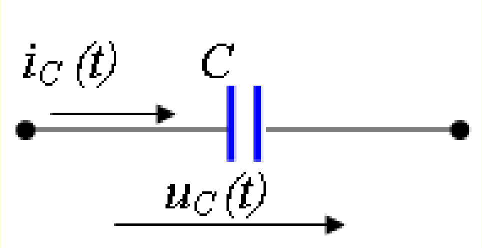
$$u_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow i_L(t) = \frac{1}{L}\int u_L(t)dt$$

Напрежения и токове на отделните елементи по време на преходния процес

- **Напреженията и токовете** на отделните елементи във веригата по време на преходния процес се определят съответно като:

3. Напрежение и ток през ***кондензатор***



$$i_C(t) = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

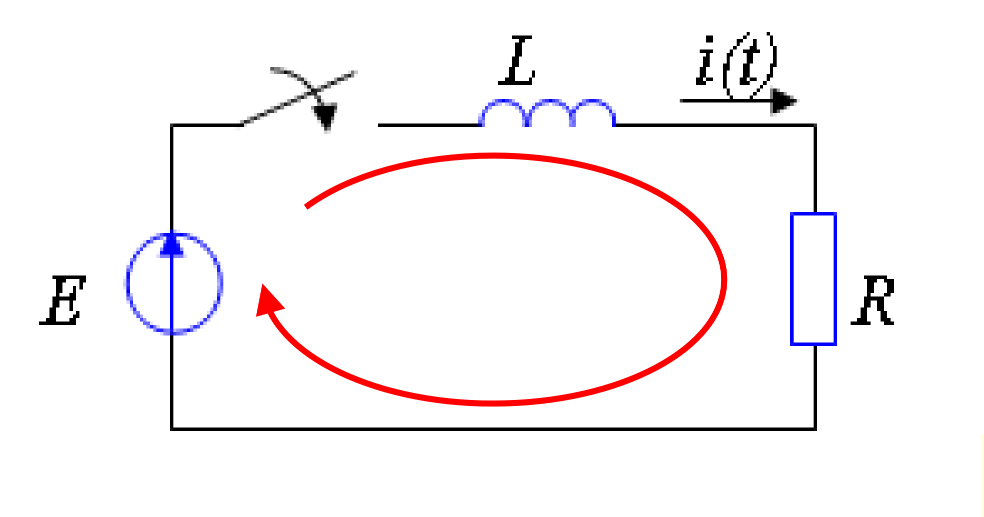
$$\Rightarrow u_C(t) = \frac{1}{C}\int i_C(t)dt$$

Процесите, протичащи във веригата по време на преходния процес се описват със ***система уравнения по законите на Кирхоф***, съответстваща на топологията на веригата **<u>след комутацията.</u>**

Елемент	Напрежение	ток
R	$u_R(t) = R.i_R(t)$	$i_R(t) = \frac{u_R(t)}{R}$
L	$u_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt}$	$i_L(t) = \frac{1}{L}\int u_L(t)dt$
C	$u_C(t) = \frac{1}{C}\int i_C(t)d$	$i_C(t) = C\frac{du_C(t)}{dt}$

<u>Пример 1</u>:

Включване на <u>реална бобина</u> към източник на <u>постоянно</u> напрежение Е



След затваряне на ключа
съгласно закона на Кирхоф

$$u_R(t) + u_L(t) = E$$

$$u_R(t) = R.i(t);$$

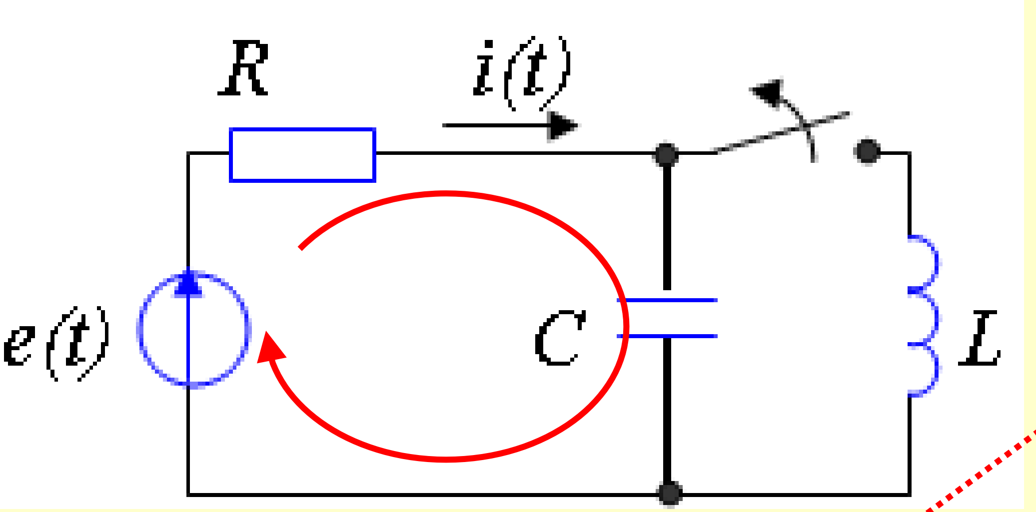
$$u_L(t) = L\frac{di}{dt}$$

- Следователно преходният процес се описва с уравнението:

$$R.i(t) + L\frac{di}{dt} = E$$

Пример 2: Промяна на топологията на дадена верига

- След отваряне на ключа ***бобината не участва*** във веригата



$$u_R(t) + u_C(t) = e(t)$$

$$u_R(t) = R.i(t);$$

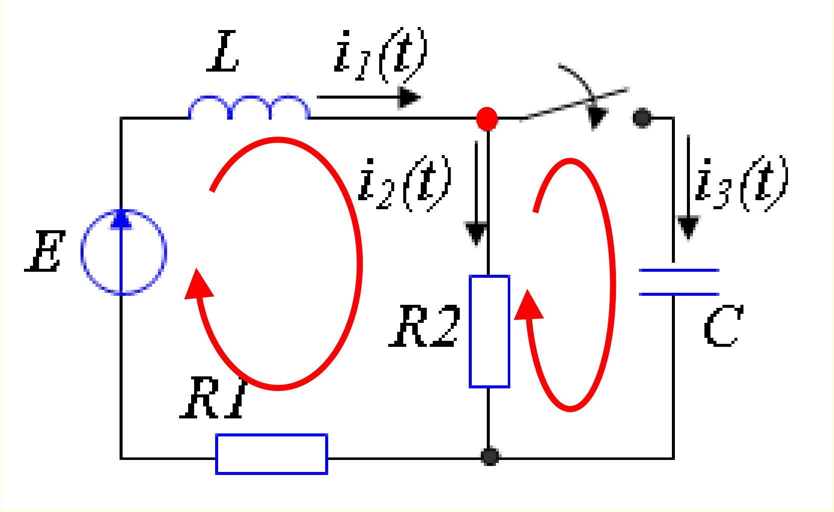
$$u_C(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

- Следователно преходният процес се описва с уравнението:

$$\boxed{R.i(t) + \frac{1}{C}\int i(t)dt = e(t)} \rightarrow \boxed{R.\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}i(t) = e'(t)}$$

Пример 3: Промяна на топологията на дадена верига

- След затваряне на ключа във веригата, паралелно на *R2* се включва кондензатор с капацитет *C*.



$$i_1(t)-i_2(t)-i_3(t)=0$$
$$u_{R1}(t)+u_L(t)+u_{R2}(t)=E$$
$$u_C(t)-u_{R2}(t)=0$$

като отчетем, че:

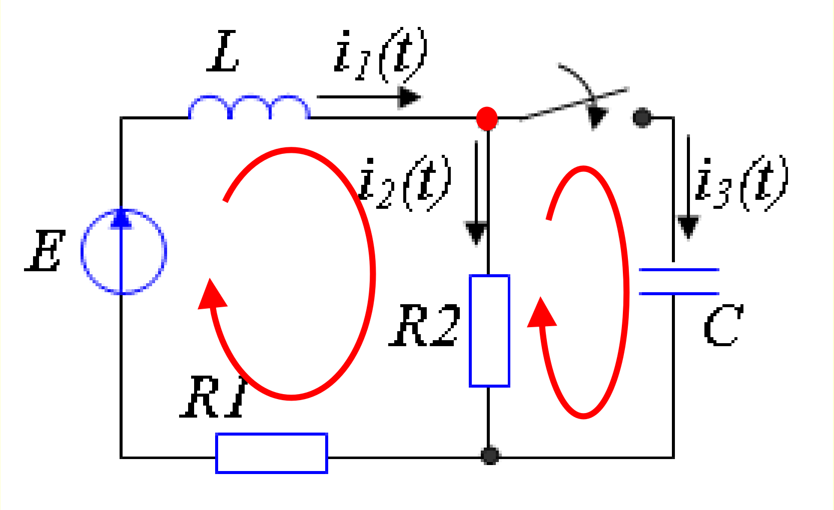
$$u_{R1}(t)=R_1.i_1(t);\quad u_{R2}(t)=R_2.i_2(t);$$
$$u_C(t)=\frac{1}{C}\int i_3(t)dt;\quad u_L(t)=L\frac{di_1}{dt}$$

Преходният процес се описва със системата уравнения:

$$i_1(t)-i_2(t)-i_3(t)=0$$
$$R_1.i_1(t)+L\frac{di_1}{dt}+R_2.i_2(t)=E$$
$$\frac{1}{C}\int i_3(t)dt-R_2.i_2(t)=0$$

Пример 3: Промяна на топологията на дадена верига

Преходният процес се описва със системата уравнения:



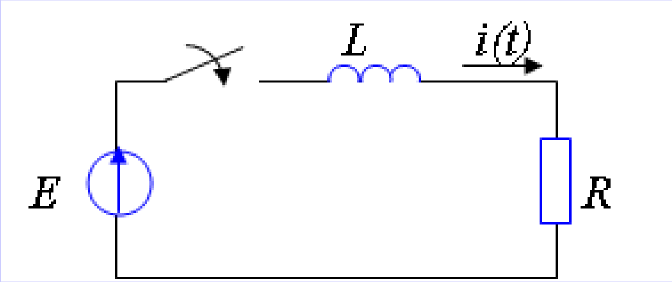
$$\begin{aligned} & i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) = 0 \\ & R_1.i_1(t) + L\frac{di_1}{dt} + R_2.i_2(t) = E \\ & \frac{1}{C}\int i_3(t)dt - R_2.i_2(t) = 0 \end{aligned}$$

От тази система може **<u>да се изведе уравнение</u>**, за който и да е от токовете или напреженията във веригата. Например за тока $i_1(t)$ се получава:

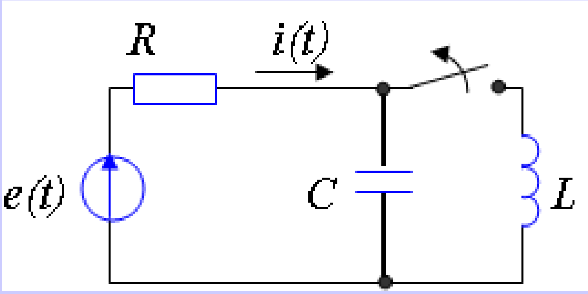
$$\boxed{R_2 LC\frac{d^2 i_1}{dt^2} + (R_1 R_2 C + L)\frac{di_1}{dt} + (R_1 + R_2)i_1(t) = 0}$$

Ред веригата на ДУ, описващо преходния процес

- Верига от ***първи ред***

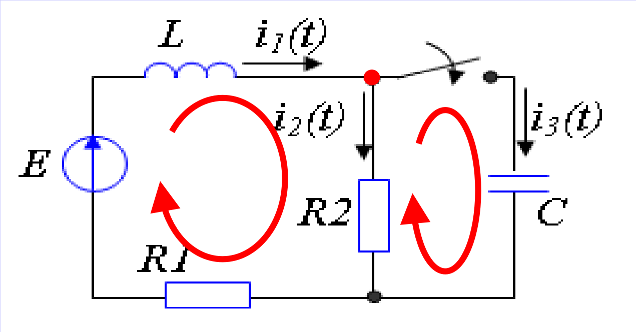


$$R.i(t) + L\frac{di}{dt} = E$$



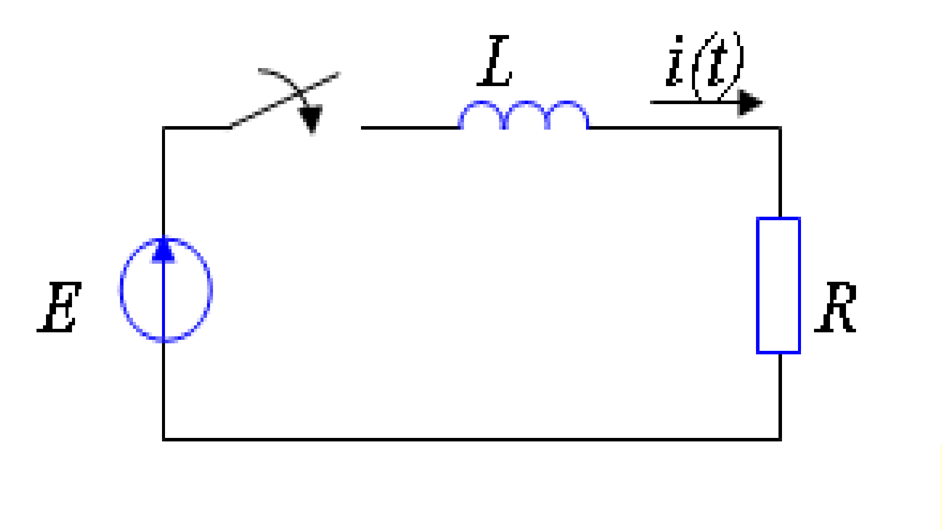
$$R.\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}i(t) = e'(t)$$

- Верига от ***втори ред***



$$R_2LC\frac{d^2i_1}{dt^2} + (R_1R_2C + L)\frac{di_1}{dt} + (R_1 + R_2)i_1(t) = 0$$

<u>**Решение на уравнението, описващо преходния процес**</u>



$$R.i(t) + L\frac{di}{dt} = E$$

$$i(t) = ?$$

От математиката е известно, че **<u>решението на ДУ е сума</u>** от:

- <u>пълното решение на хомогенното ДУ</u>
- <u>частното решение на нехомогенното ДУ</u>

$$i(t) = i_{св}(t) + i_{ст}(t)$$

Решението на ДУ е сума :

$$R.i(t)+L\frac{di}{dt}=E$$

$$i(t)=i_{св}(t)+i_{ст}(t)$$

пълното решение на **хомогенното ДУ**

частното решение на **нехомогенното ДУ**

Хомогенното ДУ

$$R.i(t)+L\frac{di}{dt}=0$$

- описва процеса, който се развива в резултат **само на предварително запасената енергия.**
- Този процес се нарича **свободен** процес и съответно решението на хомогенното ДУ се означава като $i_{св}(t)$

Хомогенното ДУ се получава от уравнението, описващо преходния процес, ако **източниците на енергия се приемат за нула**.

<u>Решението на ДУ е сума</u> :

$$i(t) = i_{св}(t) + i_{ст}(t)$$

$$R.i(t) + L\cancel{\frac{di}{dt}}^{\,0} = E$$

пълното решение на **<u>хомогенното ДУ</u>**

частното решение на **<u>нехомогенното ДУ</u>**

- описва процеса, който се установява във веригата **<u>след като измененията в режима вече са приключили</u>**

- Този процес се нарича **<u>стационарен процес</u>** и съответно частното решение на нехомогенното ДУ се означава като

$$i_{ст}(t) = \frac{E}{R}$$

Частното решение на **<u>нехомогенното ДУ</u>**

$$R.i(t) = E$$

Частното решение на <u>**нехомогенното ДУ**</u> се получава от уравнението, описващо преходния процес, <u>като **производните** на токовете и напреженията се приемат за **нули**.</u>

<u>Всяка величина (ток и напрежение)</u> <u>по време на преходния процес</u> се определя като сума от две компоненти – свободна и стационарна

$$x(t) = x_{св}(t) + x_{ст}(t)$$

пълното решение на **<u>хомогенното ДУ</u>**

<u>Свободен процес</u>*, който се развива в резултат* ***на предварително запасената енергия*** *(източниците на енергия се приемат за нула)*

- *Компонентата се определя от корените на* ***<u>характеристичното уравнение</u>****, което съответства на хомогенното ДУ.*

частното решение на **<u>нехомогенното ДУ</u>**

Стационарен процес*, който се установява във веригата след като* ***измененията в режима вече са приключили***

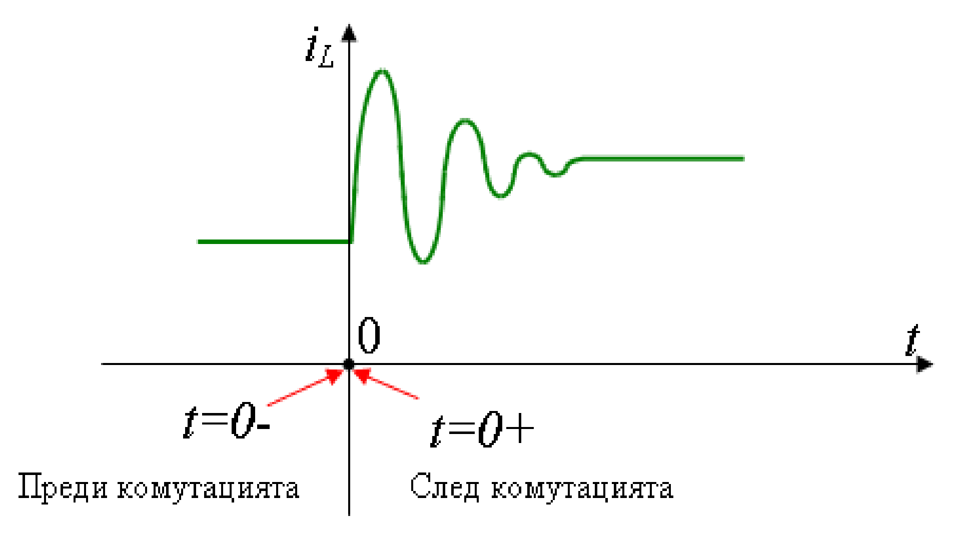
- *Компонентата се определя от* ***<u>анализа на веригата дълго след</u>*** *комутацията.*

<u>**Закони на комутацията**</u>

\- формулирани са при условие, че <u>енергийните източници във веригата не доставят безкрайно голяма мощност</u>.

<u>I закон на комутацията:</u> Токът през бобината **<u>не може</u>** да се изменя със скок в момента на комутацията

$$i_L(0-) = i_L(0+) = i_L(0)$$



<u>Доказателство:</u>

Ако $i_L(0-) \neq i_L(0+)$

$$\Rightarrow \left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=0} \to \infty \quad \text{и} \quad u_L = L\frac{di_L}{dt} \to \infty$$

Тогава $p_L = u_L . i_L = L\frac{di_L}{dt} . i_L$

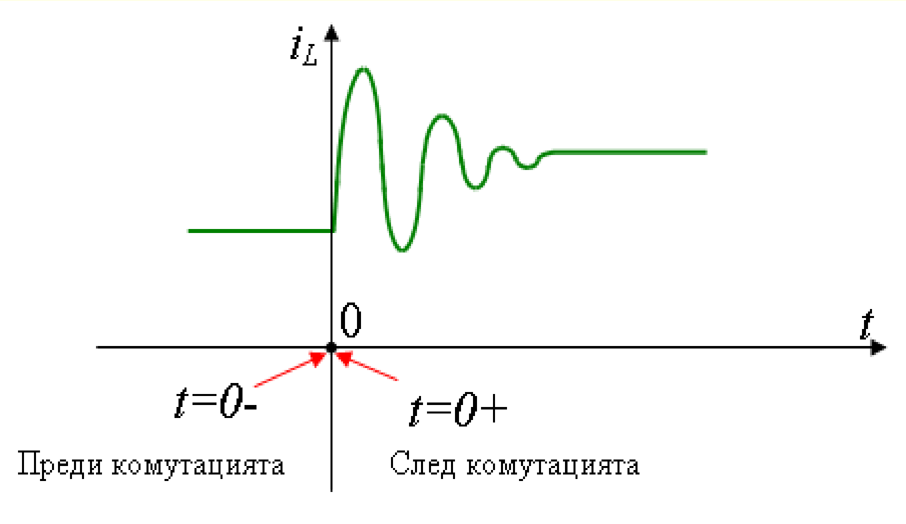
и $\cancel{p_L} \to \infty$ Невъзможно

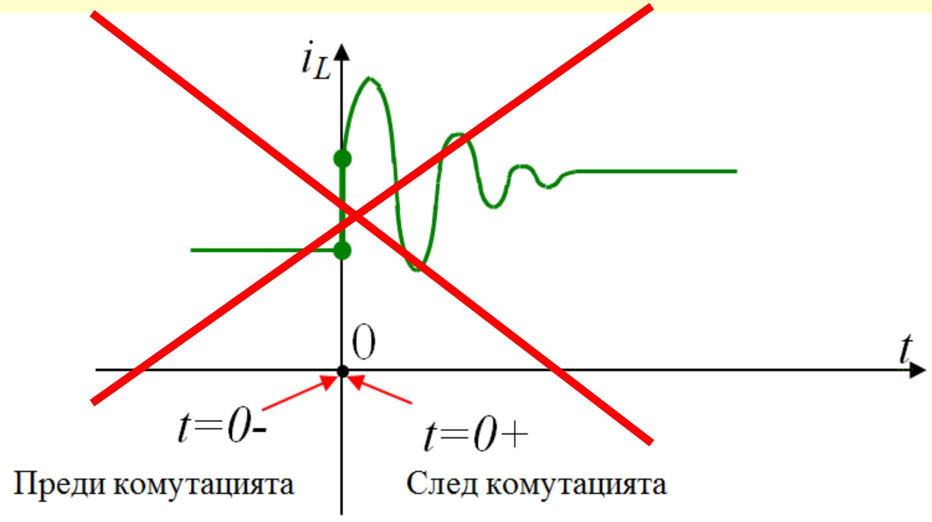
<u>**Закони на комутацията**</u>

\- формулирани са при условие, че <u>енергийните източници във веригата не доставят безкрайно голяма мощност</u>.

<u>**I закон на комутацията:**</u> Токът през бобината **<u>не може</u>** да се изменя със скок в момента на комутацията

$$\boxed{i_L(0-) = i_L(0+) = i_L(0)}$$ ⟸ **ННУ**

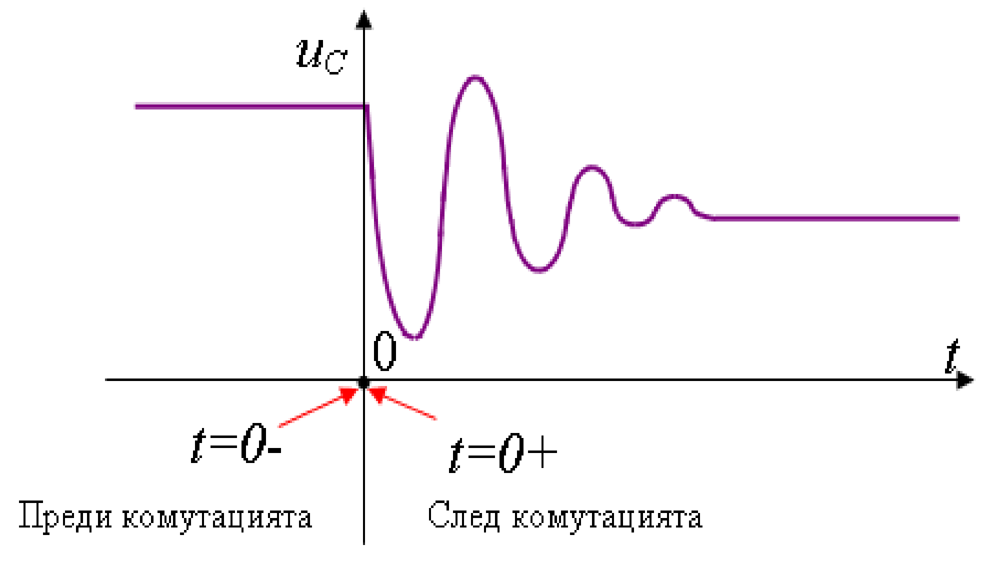




Закони на комутацията

II закон на комутацията: Напрежението на кондензатора **не може** да се изменя със скок в момента на комутацията

$$u_C(0-) = u_C(0+) = u_C(0)$$



Доказателство:

Ако $u_C(0-) \neq u_C(0+)$

$$\Rightarrow \left.\frac{du_C}{dt}\right|_{t=0} \to \infty \text{ и } i_C = C\frac{du_C}{dt} \to \infty$$

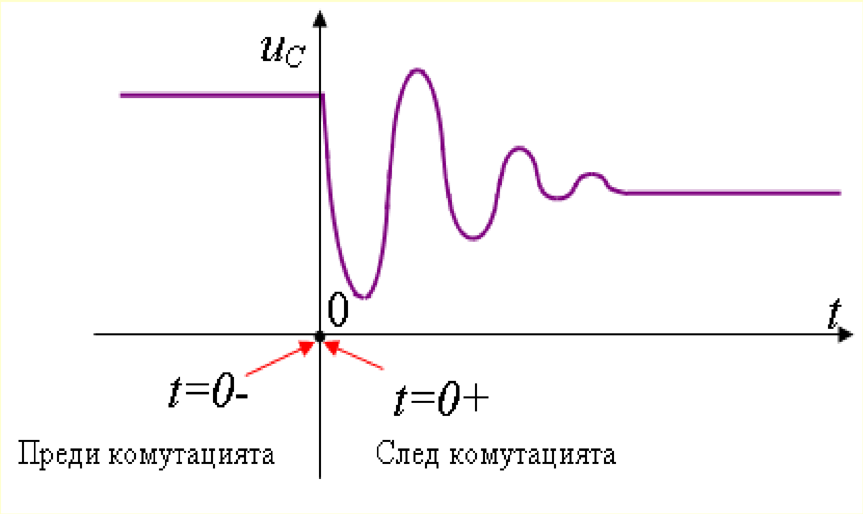
Тогава $p_C = u_C . i_C = u_C . C\frac{du_C}{dt}$

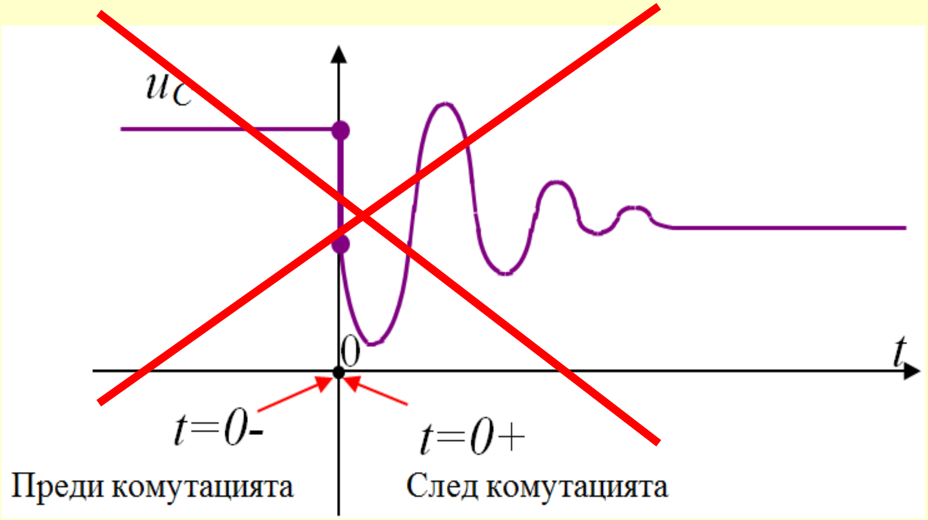
и $\cancel{p_C \to \infty}$ Невъзможно

Закони на комутацията

II закон на комутацията: Напрежението на кондензатора **не може** да се изменя със скок в момента на комутацията

$$\boxed{u_C(0-) = u_C(0+) = u_C(0)} \Longleftarrow \text{ННУ}$$





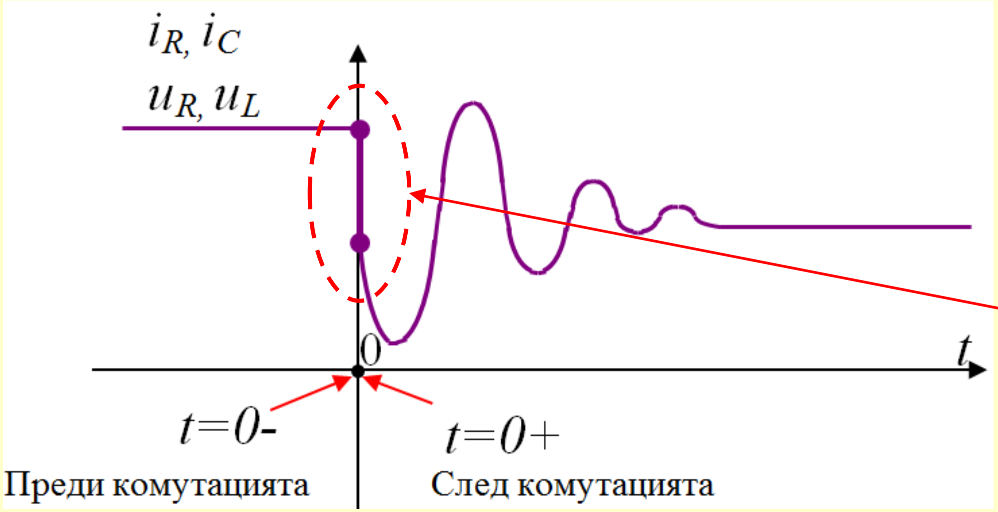
<u>Независими</u> начални условия (ННУ)

$$i_L(0-) = i_L(0+) = i_L(0)$$

$$u_C(0-) = u_C(0+) = u_C(0)$$

<u>ННУ не зависят</u> от структурата на веригата след комутацията, а <u>се определят от ***веригата преди комутацията*** </u>за момента t = **0-**

Зависими начални условия (ЗНУ) - всички останали токове и напрежения в момента нула (0+)



***Могат** да се изменят*

$$x(0-) \neq x(0+)$$

ЗНУ се определят чрез независимите начални условия на базата на системата ДУ записана за ***<u>веригата след комутация</u>*** в момента t = **0+.**

Класически метод за анализ на преходни процеси

1.Определят се ННУ

$$i_L(0-) = i_L(0+) = ?$$
$$u_C(0-) = u_C(0+) = ?$$

от веригата ***преди комутация***

2.Съставя се система ДУ, които описват преходните процеси във веригата ***след комутация***, като се използват законите на Кирхоф или някои друг от познатите методи

В тази система за напреженията или токовете на бобините и кондензаторите се записва съответно:

$$\left| \begin{aligned} u_L &= L\frac{di_L}{dt} \\ u_C &= \frac{1}{C}\int i_C dt \end{aligned} \right. \qquad \text{или} \qquad \left| \begin{aligned} i_L &= \frac{1}{L}\int u_L dt \\ i_C &= C\frac{du_c}{dt} \end{aligned} \right.$$

3.Търси се общия интеграл на хомогенното ДУ, като се решава характеристичното уравнение:

$$\boxed{P(k) = 0}$$

4. Определя се свободната съставка $x_{св}(t)$ на търсения ток или напрежение

За верига от *първи* ред:

един реален **отрицателен** корен:

$$\boxed{\kappa<0} \rightarrow \quad x_{св}(t) = A.e^{kt}$$

За верига от *втори* ред:

а) два различни реални **отрицателни** корена k_1 и k_2

$$x_{св}(t) = A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}$$

- Апериодичен процес

$\boxed{k_1<0 \quad k_2<0}$

б) два равни реални **отрицателни** корена $k_1 = k_2 = k$

$$x_{св}(t) = (A_1 + A_2 t).e^{kt}$$

- Критично-апериодичен процес

$\boxed{k<0}$

$\boxed{\alpha<0}$

в) два комплексно спрегнати корена с **отрицателна** реална част $k_{12} = \alpha \pm j\beta$

$$x_{св}(t) = (A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t).e^{\alpha t}$$

- Псевдо-периодичен процес

5. Определя се стационарната компонента $x_{cm}(t)$ на търсения ток или напрежение, като се анализира стационарния режим за веригата **<u>дълго след комутацията</u>** $\boxed{t \to \infty}$

6. Определя се търсената величина: $\boxed{x(t) = x_{cm}(t) + x_{cв}(t)}$

7. Определят се интеграционните константи, участващи в израза на търсеното решение: *една константа* (A) *за верига от първи ред и две* $(A_1,\ A_2)$ *за верига от втори ред.* Определянето става на базата на началните условия.


Благодаря за вниманието
проф. д-р Илона Ячева