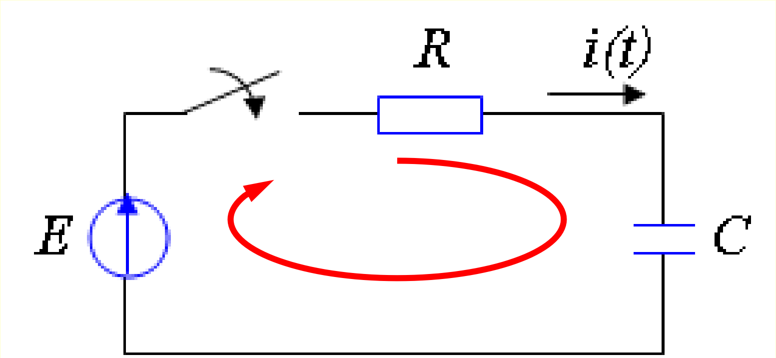
Преходни процеси в линейни електрически вериги
(13.12.2022г.)

Лектор: проф. д-р Илона Ячева

кат. "Теоретична Електротехника",
Технически Университет-София

Включване на RC двуполюсник към източник на постоянно напрежение



E = const

$u_C(t) = ?$

$i(t) = ?$

$$u_C = \frac{1}{C}\int i_C dt$$

$$i_C = C\frac{du_C}{dt}$$

1. ННУ

$u_C(0-) = u_C(0+) = \mathbf{0}\text{V}$

2. Система ДУ

$$u_R + u_C = E \Rightarrow i.R + u_C = E$$

$$\boxed{\Rightarrow R.C\frac{du_C}{dt} + u_C = E}$$

3. Хомогенно ДУ

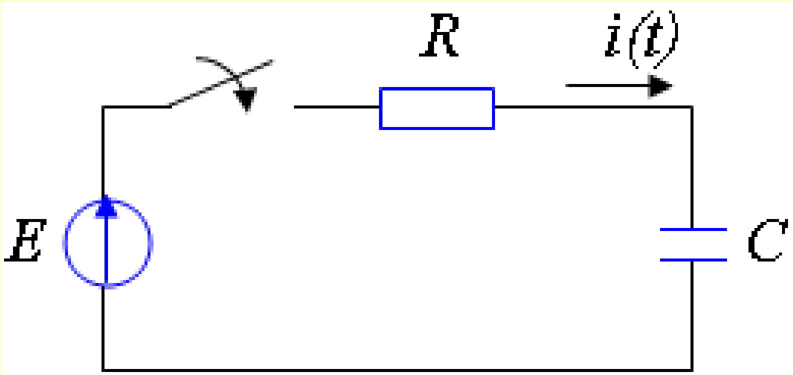
$$R.C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

4.Характеристично уравнение:

$$RC.k + 1 = 0$$

$$k = -\frac{1}{RC}$$

Включване на RC двуполюсник към източник на постоянно напрежение



$$k = -\frac{1}{RC}$$

4. Свободна съставка на напрежението на кондензатора:

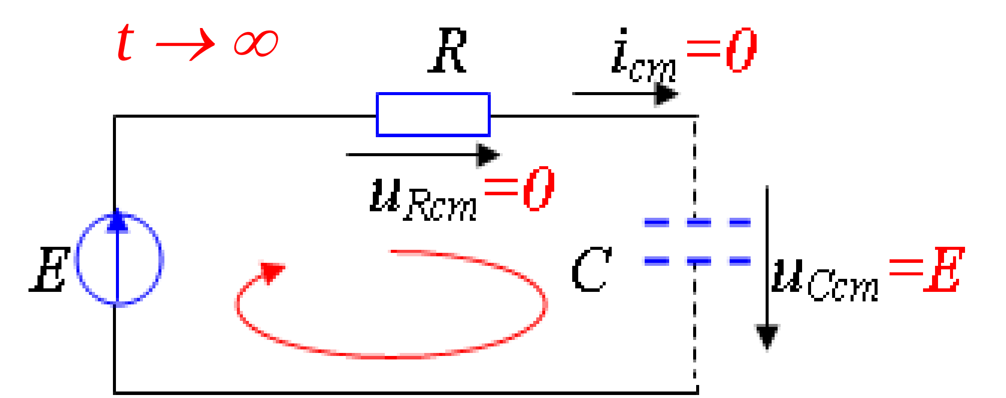
$$u_{C\,св}(t) = A.e^{-\frac{t}{RC}}$$

Търсеното напрежение по време на преходния процес :

$$u_C(t) = u_{C\,ст}(t) + u_{C\,св}(t)$$

5.Стационарно напрежение:

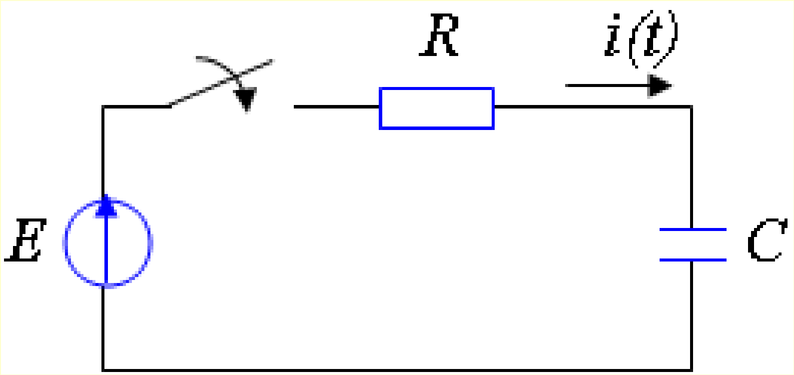
$$u_{C\,ст} = E$$



$$\cancel{u_{Rст}}^{0} + u_{C\,ст} = E$$

$$\boxed{u_C(t) = E + A.e^{-\frac{t}{RC}}}$$

Включване на RC двуполюсник към източник на постоянно напрежение



$$u_C(t) = E + A.e^{-\frac{t}{RC}}$$

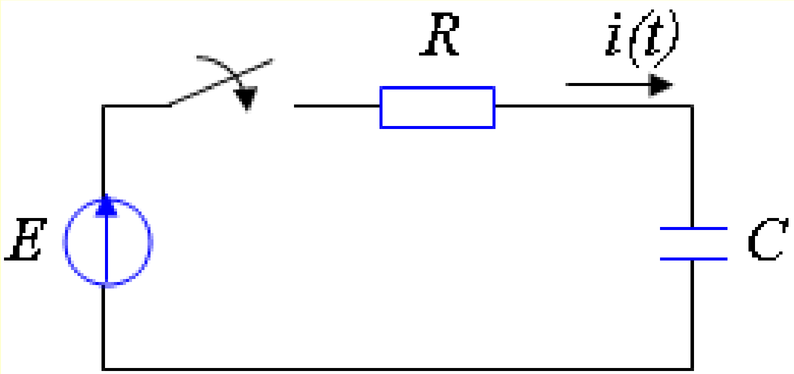
7.Определяме неизвестната интеграционна константа *A* на базата на ННУ:

$$u_C(0) = 0 = E + A.e^0 = E + A$$

$$\Rightarrow A = -E$$

$$u_C(t) = E - E.e^{-\frac{t}{RC}} \rightarrow u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Можем да определим и тока във веригата:



$$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$i_C(t) = ?$$

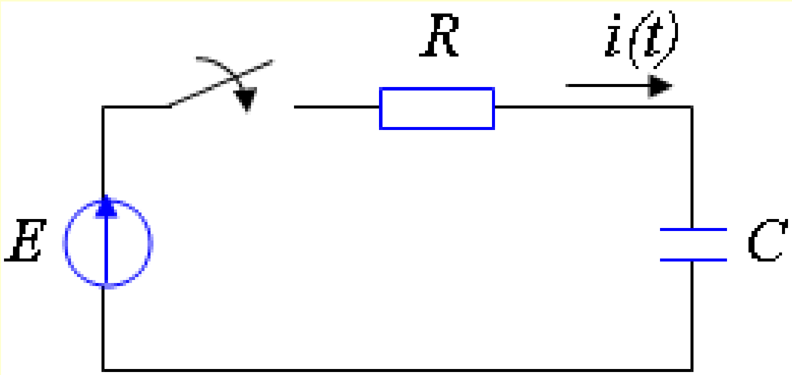
$$u_C = \frac{1}{C}\int i_C dt$$

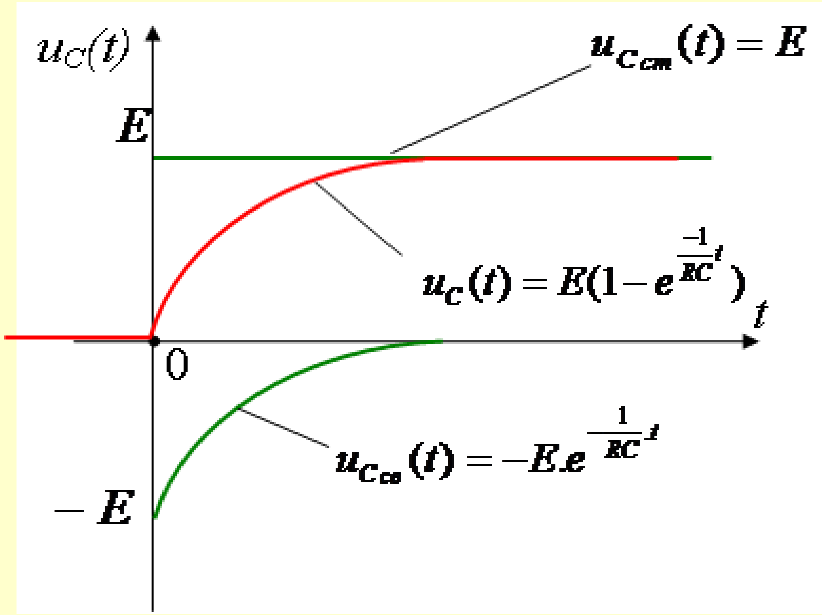
$$i_C = C\frac{du_C}{dt}$$

$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = C\frac{d}{dt}[E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})] = CE(-\frac{1}{RC})(-e^{-\frac{t}{RC}}) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

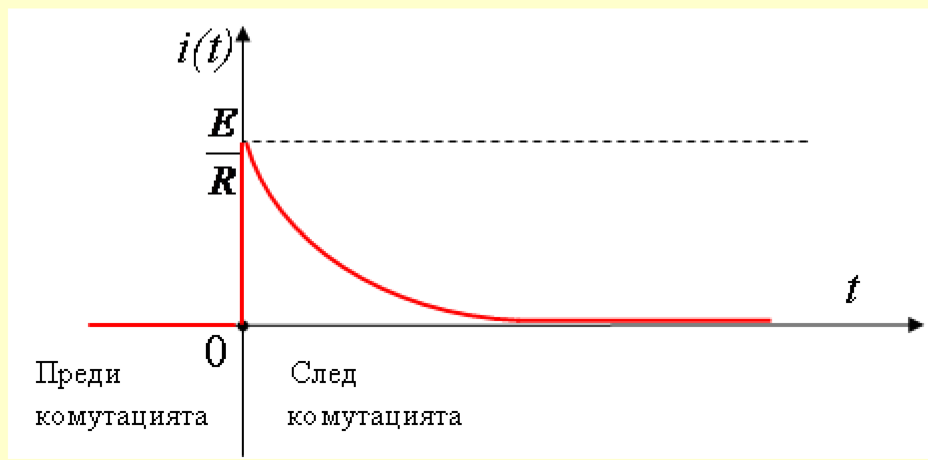
$$\Rightarrow \boxed{i_C(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}}$$

Изменение на напрежението и тока по време на преходния процес



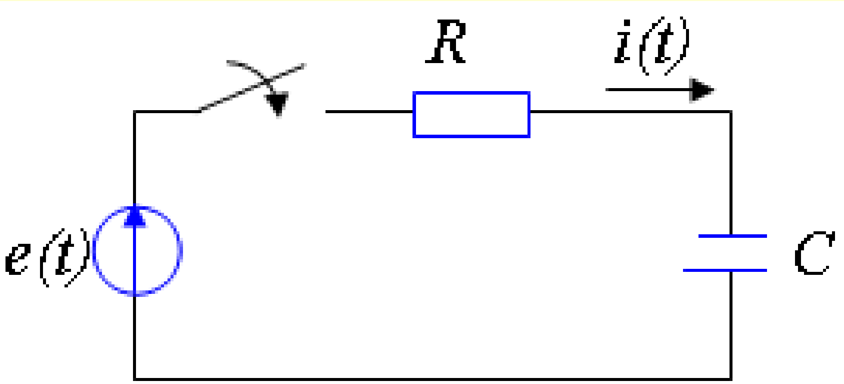


$$u_C(t) = E - E.e^{-\frac{t}{RC}}$$



$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

Включване на RC верига към синусоидално напрежение



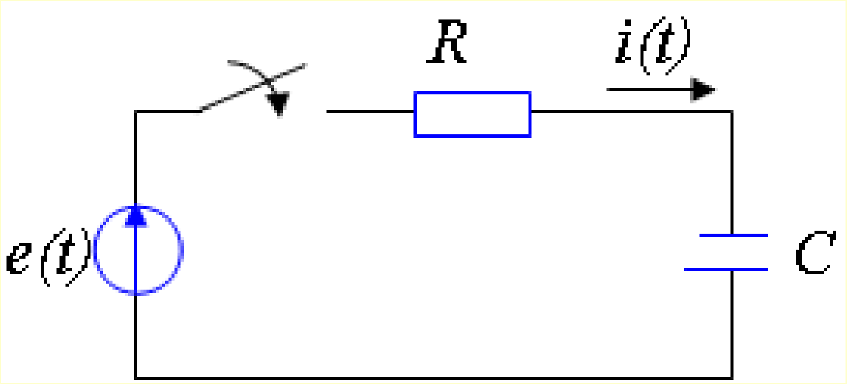
$$e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

- Системата ДУ,
- характеристичното уравнение,
- корените на характеристичното уравнение,
- вида на свободния процес

не зависят от вида на източниците.

Те са **едни и същи** за постоянно, за синусоидално или произволно изменящо се напрежение.

Включване на RC верига към синусоидално напрежение

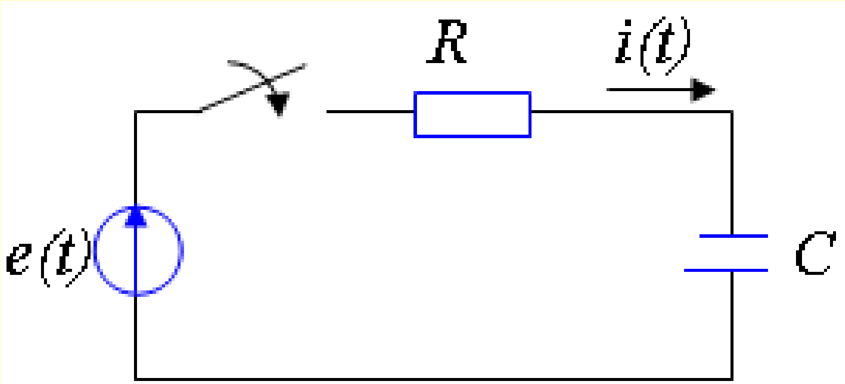


$$e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

Различен е стационарният режим,

който в разглежданата верига е синусоидален поради синусоидалния входен сигнал

Включване на RC верига към синусоидално напрежение



$$e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

1. **ННУ**- определят се **от веригата преди комутацията**,

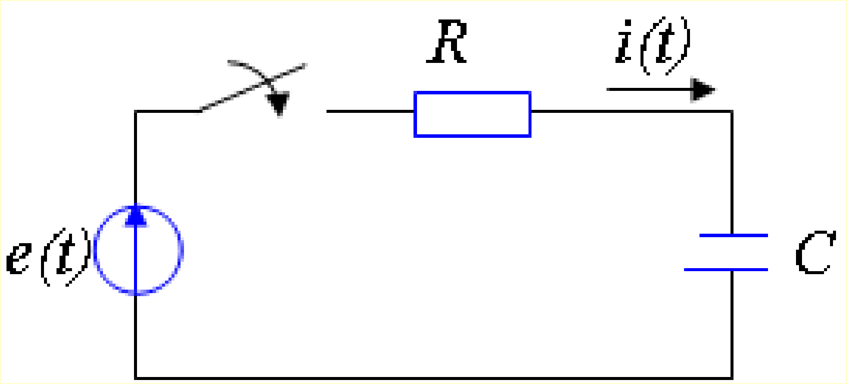
$$u_C(0-) = u_C(0+) = 0\,V$$

2. **ДУ за веригата след комутацията**. - аналогично на уравнението при постоянен източник.

$$R.C\frac{du_C}{dt} + u_C = e(t)$$

3. **Хомогенно ДУ** $$R.C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

Включване на RC верига към синусоидално напрежение



$$e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

Характеристично уравнение:

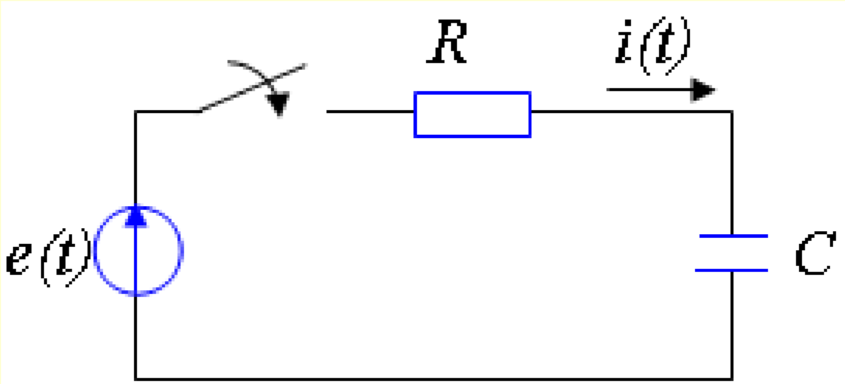
$$RC.k + 1 = 0$$

$$k = -\frac{1}{RC}$$

4. Свободна съставка на напрежението на кондензатора:

$$u_{C\,св}(t) = A.e^{-\frac{t}{RC}}$$

5. Стационарно напрежение $u_{C\,cm}(t)$



$$e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

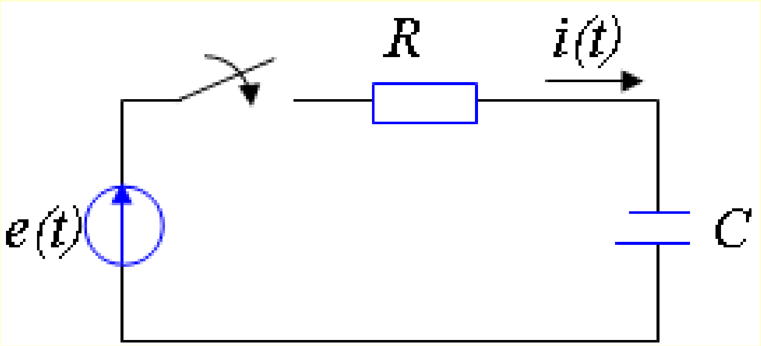
При **синусоидален** източник във веригата ще се установи **синусоидален** ток:

$$i_{cm}(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u + \varphi)$$

$$i_m = \frac{e_m}{\sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}}$$

Токът изпреварва входното напрежение с ъгъл $\varphi = arctg\dfrac{\frac{1}{\omega C}}{R}$

$$u_{C\,cm}(t) = \frac{1}{\omega C} i_m \sin(\omega t + \psi_u + \varphi - \frac{\pi}{2}) = -u_{C\,m} \cos(\omega t + \psi_u + \varphi)$$



$$u_C(t) = u_{C\,св}(t) + u_{C\,cm}(t)$$

$$u_{св}(t) = A.e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$u_{C\,cm}(t) = -u_{C\,m}\cos(\omega t + \psi_u + \varphi)$$

$$u_C(t) = u_{cm}(t) + u_{св}(t) = -u_{C\,m}\cos(\omega t + \psi_u + \varphi) \;\; + A.e^{-\frac{t}{RC}}$$

7. Определяне на неизвестната интеграционна константа *A*

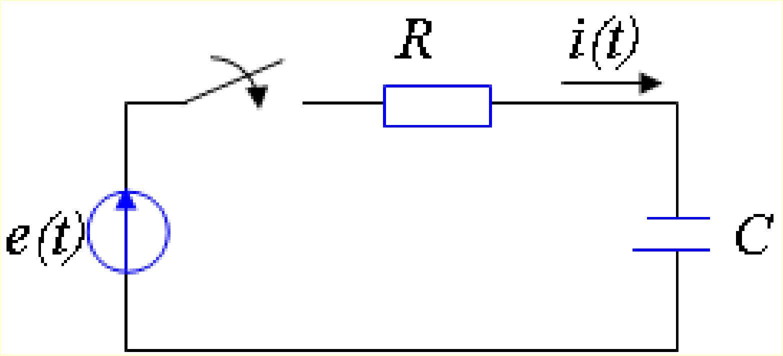
$$u_C(0) = 0 = -u_{C\,m}\cos(\omega.0 + \psi_u + \varphi) + A.e^0 = -u_{C\,m}\cos(\psi_u + \varphi) + A$$

$$\Rightarrow \boxed{A = u_{C\,m}\cos(\psi_u + \varphi)}$$

Свободната съставка на напрежението върху кондензатора е:

$$u_{св}(t) = u_{C\,m}\cos(\psi_u + \varphi).e^{-\frac{t}{RC}}$$

7. Определяне на неизвестната интеграционна константа *A*



$$u_C(t) = u_{C\,св}(t) + u_{C\,ст}(t)$$

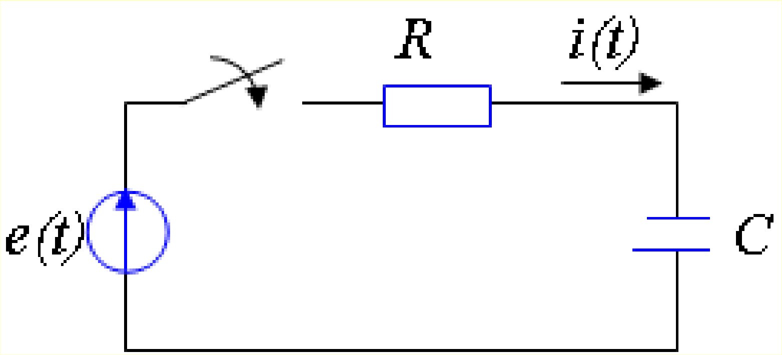
$$u_{св}(t) = u_{C\,m}\cos(\psi_u + \varphi).e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$u_{C\,ст}(t) = -u_{C\,m}\cos(\omega t + \psi_u + \varphi)$$

$$\boxed{u_C(t) = u_{C\,m}\cos(\psi_u + \varphi).e^{-\frac{t}{RC}} - u_{C\,m}\cos(\omega t + \psi_u + \varphi)}$$

а) при $\psi_u + \varphi = \frac{\pi}{2}$, няма да има преходен процес $(u_{C\,св} = 0)$

Възможни варианти в развитието на преходния процес



$$\boxed{u_C(t) = u_{C\,св}(t) + u_{C\,ст}(t)}$$

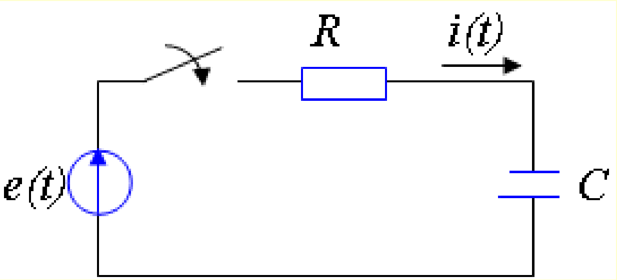
$$u_C(t) = u_{Cm}\cos(\psi_u + \varphi).e^{-\frac{t}{RC}} - u_{Cm}\cos(\omega t + \psi_u + \varphi)$$

а) при $\psi_u + \varphi = \dfrac{\pi}{2}$, няма да има преходен процес $(u_{C\,св} = 0)$

$$\boxed{\cos\frac{\pi}{2} = 0} \rightarrow u_{C\,св}(t) = u_{Cm}\cos 0.e^{-\frac{t}{RC}} = 0$$

0

$$\boxed{u_C(t) = -u_{Cm}\cos(\omega t + \psi_u + \varphi)}$$



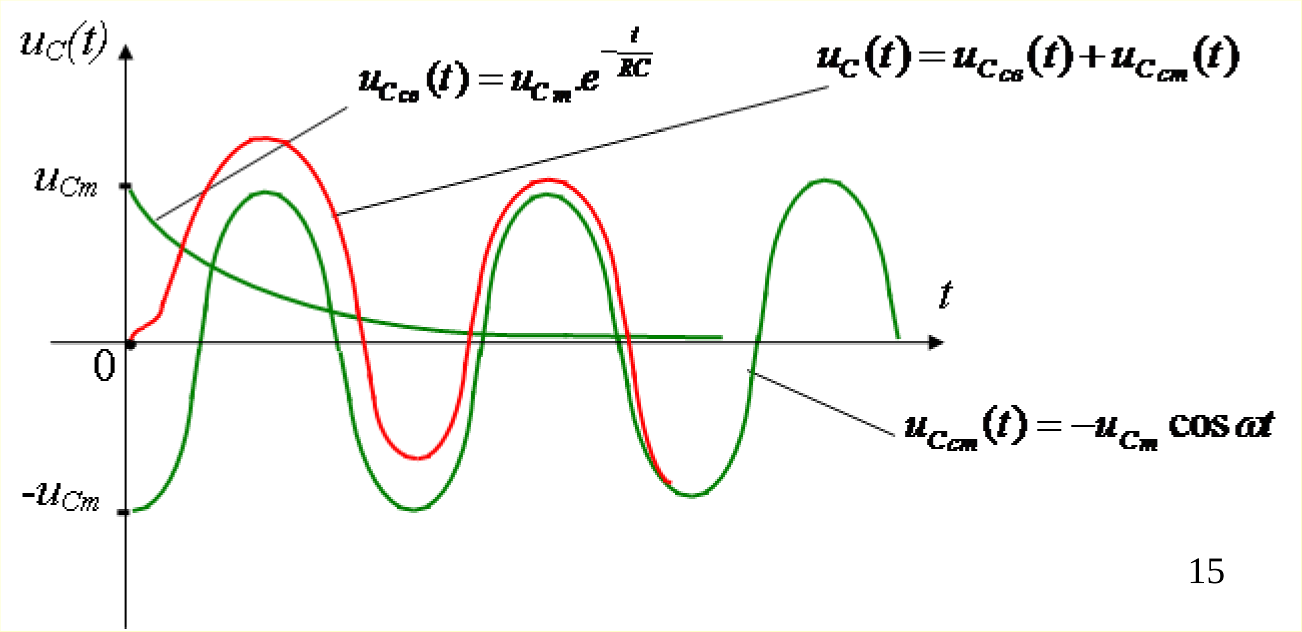
$$u_C(t) = u_{Cm}\cos(\psi_u + \varphi).e^{-\frac{t}{RC}} - u_{Cm}\cos(\omega t + \psi_u + \varphi)$$

б) при $\psi_u + \varphi = 0$ - свободната съставка на напрежението ще бъде **максимална**

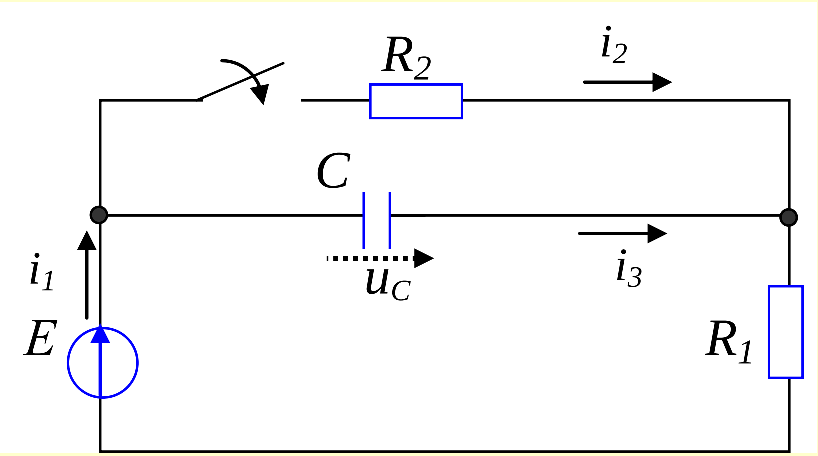
$$\cos(\psi_u + \varphi) = \cos 0 = 1 \Longrightarrow u_{св}(t) = u_{Cm} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\psi_u + \varphi = 0$$
$$\cos 0 = 1$$

$$\longrightarrow u_C(t) = -u_{Cm}\cos\omega t + u_{Cm}.e^{-\frac{t}{RC}}$$



Пример 2: Преходен процес във верига от I ред



R1= 20Ω,
R2 =30Ω
C =50μF,
E= 500V **= const**

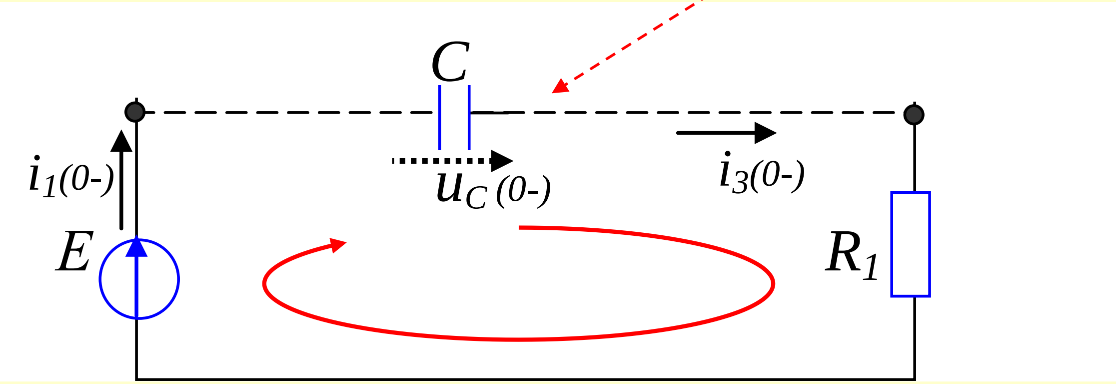
$u_C(t) = ?$

1. **ННУ**

$t = 0-$

$$\boxed{u_C(0-) = u_C(0+) = \mathbf{500V}}$$

*Схема **преди** комутацията*



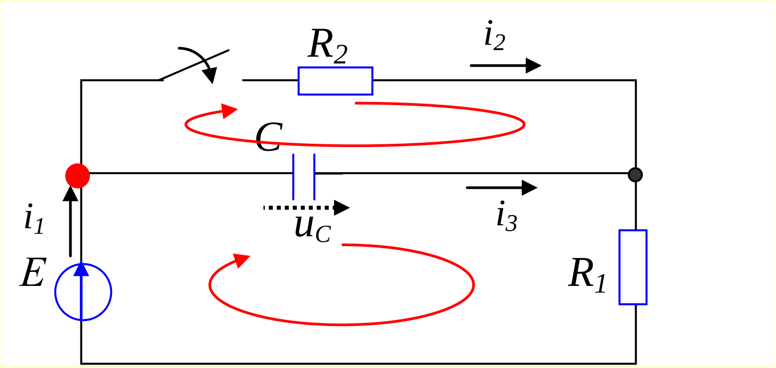
$$i_1(0-) = i_3(0-) = 0$$

$$u_C(0-) = \mathbf{500V}$$

$$u_C(0-) + \underbrace{i_3 R_1}_{0} = E$$

$$\Rightarrow \quad u_C(0-) = E = 500V$$

2. Система ДУ



$$\begin{aligned} & i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ & i_2.R_2 - u_C = 0 \\ & u_C + u_{R1} = E \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ & i_2.R_2 - \frac{1}{C}\int i_3 dt = 0 \\ & \frac{1}{C}\int i_3 dt + i_1.R_1 = E \end{aligned}$$

3.Характеристично уравнение:

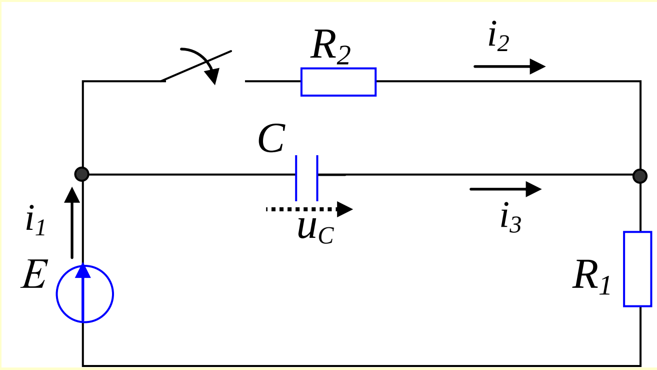
$$\boxed{\int x dt \rightarrow \frac{1}{k}}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & R_2 & -\frac{1}{Ck} \\ R_1 & 0 & \frac{1}{Ck} \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1.\begin{vmatrix} R_2 & -\frac{1}{Ck} \\ 0 & \frac{1}{Ck} \end{vmatrix} - (-1).\begin{vmatrix} 0 & -\frac{1}{Ck} \\ R_1 & \frac{1}{Ck} \end{vmatrix} + (-1).\begin{vmatrix} 0 & R_2 \\ R_1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\boxed{k = -1667}$$

$$\Rightarrow \quad 1.R_2 \frac{1}{Ck} - (-1).(-R_1).(-\frac{1}{Ck}) + (-1).(-R_1.R_2) = 0$$

$$R_1 R_2 Ck + R_1 + R_2 = 0 \quad \Rightarrow k = -\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C} = -\frac{20+30}{20.30.50.10^{-6}} = -\frac{50}{30.10^{-3}} = -1667$$



Търсеното напрежение е сума

$$u_C(t) = u_{C\,ст}(t) + u_{C\,св}(t)$$

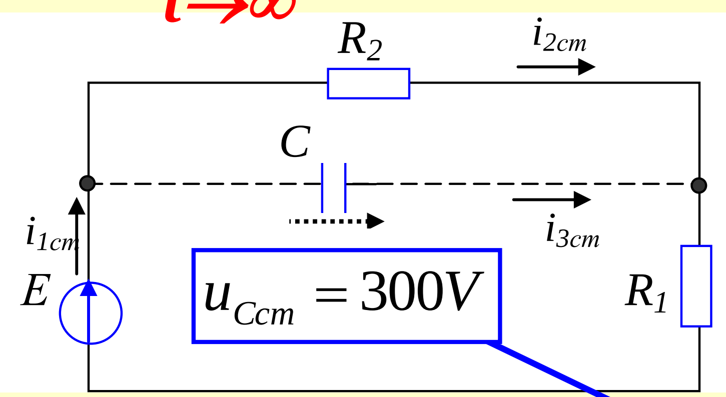
4. Определяне на $\boxed{u_{C\,св}(t)}$ - *свободната съставка* на напрежението

$$\boxed{k = -1667} \Rightarrow u_{C\,св}(t) = A.e^{kt} = A.e^{-1667t}$$

$$\boxed{u_{C\,св}(t) = A.e^{-1667t}}$$

5. Определяне на $\boxed{u_{C\,ст}(t)}$ - *стационарното* напрежение

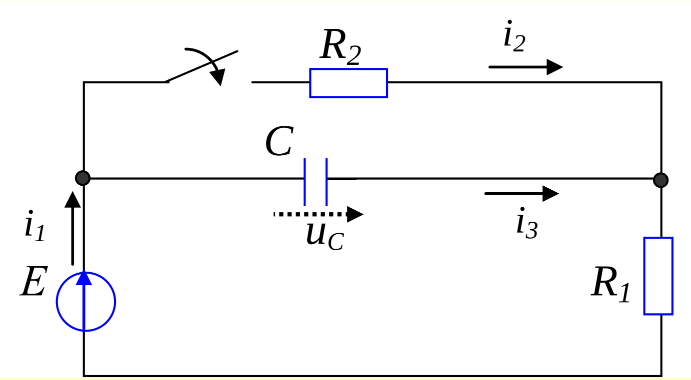
$t \to \infty$



$$\boxed{i_{3ст} = 0} \Rightarrow i_{1ст} = i_{2ст} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{500}{20 + 30} = 10A$$

$$u_{Cст} = R_2.i_{2ст} = 30.10 = 300V$$

$$\boxed{\Rightarrow \quad u_C(t) = u_{Cст}(t) + u_{C\,св}(t) = 300 + A.e^{-1667t}}$$



6. Определяне на неизвестната константа A=?
(от началните условия за ***t=0+*** *)*

$$u_C(0+) = 500V$$ *от ННУ*

$$u_C(t) = 300 + A.e^{-1667t}$$

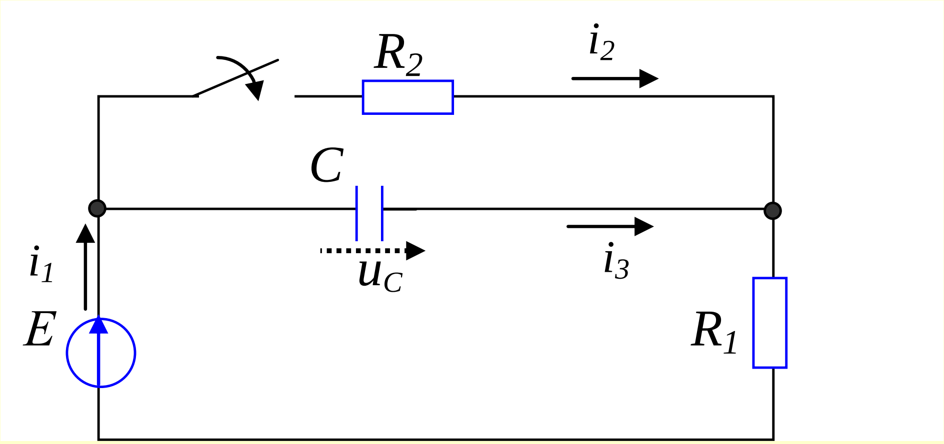
?

$$\Rightarrow u_C(0+) = 500 = 300 + A.e^0 = 300 + A$$

$$\Rightarrow A = 500 - 300 = 200$$

7. Крайно решение

$$\boxed{u_C(t) = (300 + 200.e^{-1667t})V}$$



R1= 20Ω,

R2 =30Ω

C =50μF,

E= 500V

$i_1(t)=?$

$i_2(t)=?$

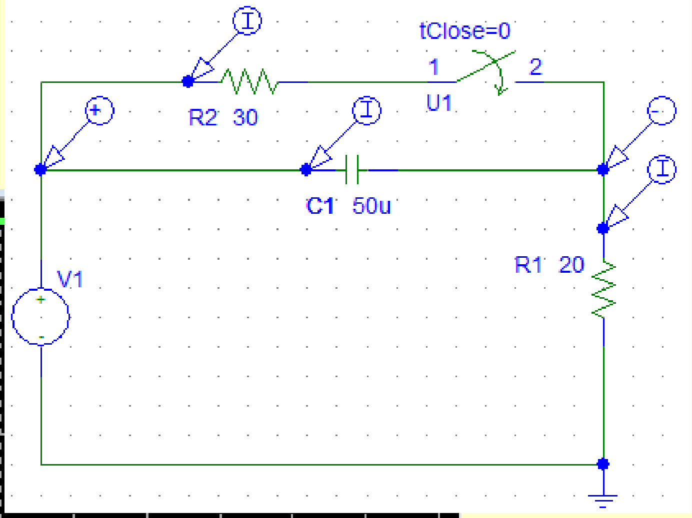
$i_3(t)=?$

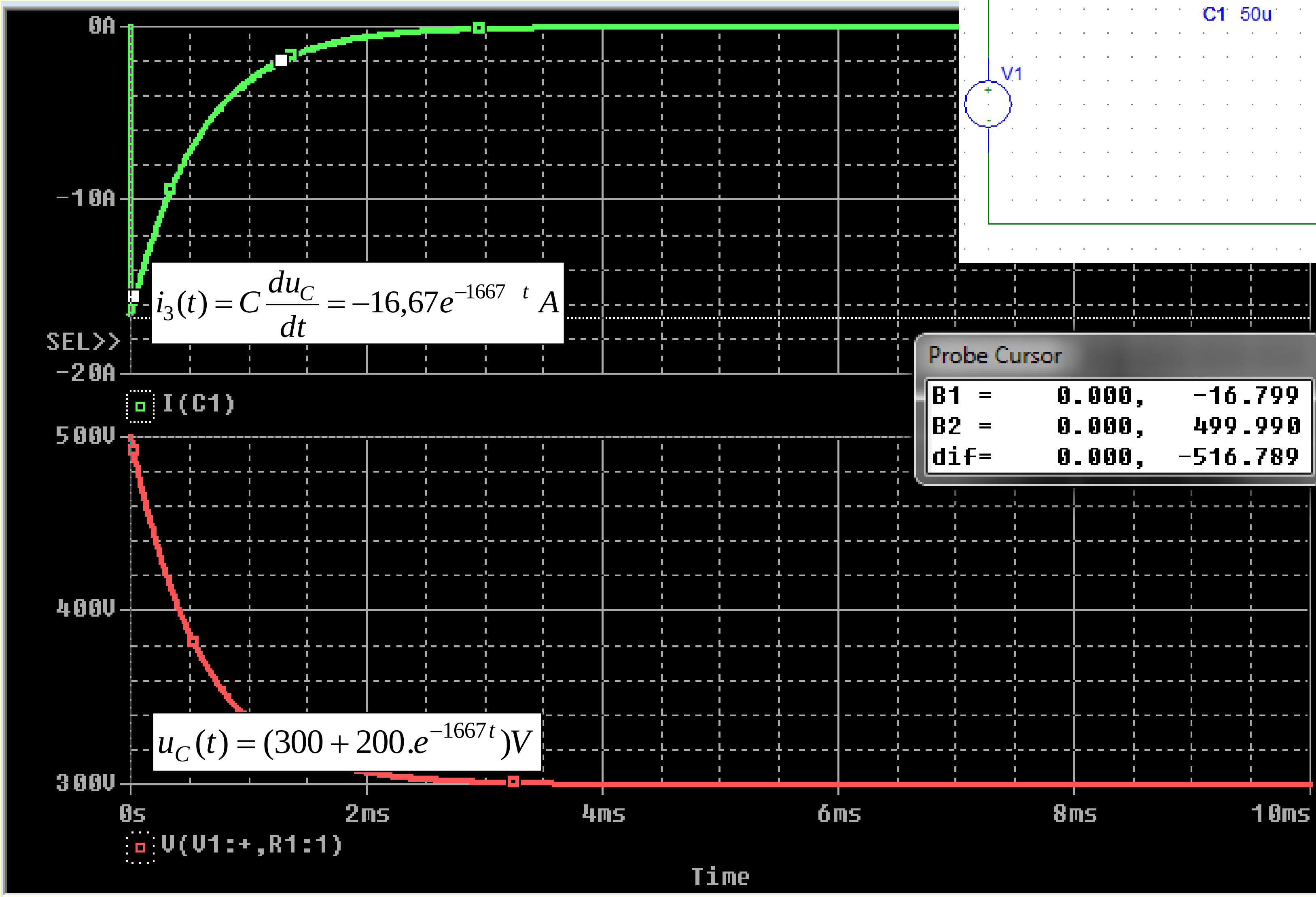
$$\boxed{u_C(t)=(300+200.e^{-1667t})V}$$

$$\boxed{i_2(t)=\frac{u_C}{R_2}}=\frac{300+200.e^{-1667t}}{30}=(10+6{,}7.e^{-1667t})A$$

$$\boxed{i_3(t)=C\frac{du_C}{dt}}=50.10^{-6}.\frac{d}{dt}(300+200.e^{-1667t})=50.10^{-6}.200.(-1667.e^{-1667t})=-16{,}67e^{-1667t}A$$

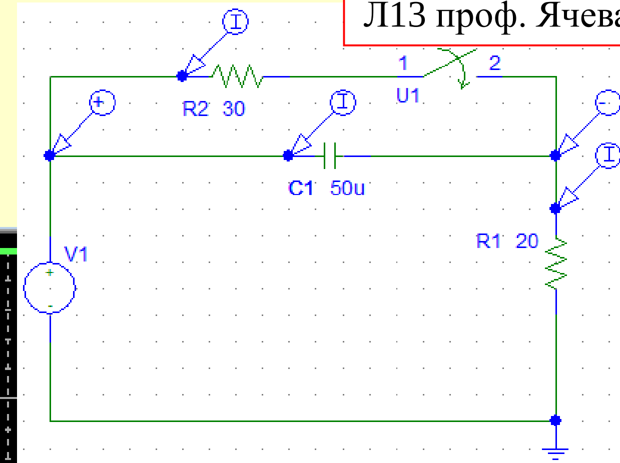
$$\boxed{i_1(t)=i_2(t)+i_3(t)}=(10+6{,}7.e^{-1667t})+(-16{,}67.e^{-1667t})=(10-10.e^{-1667t})A$$

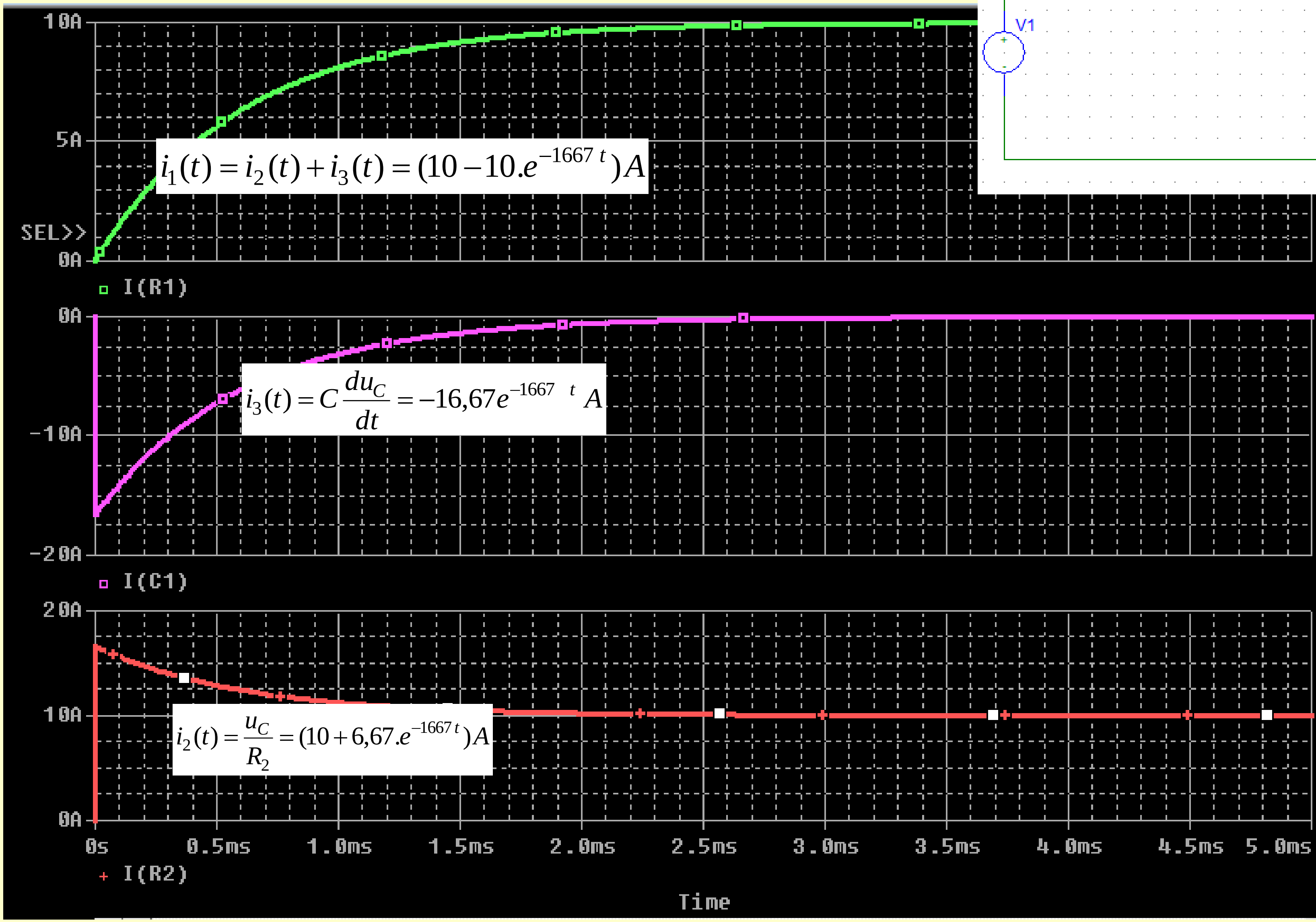




$$i_3(t) = C\frac{du_C}{dt} = -16{,}67e^{-1667\,t}\,A$$

$$u_C(t) = (300 + 200.e^{-1667\,t})V$$



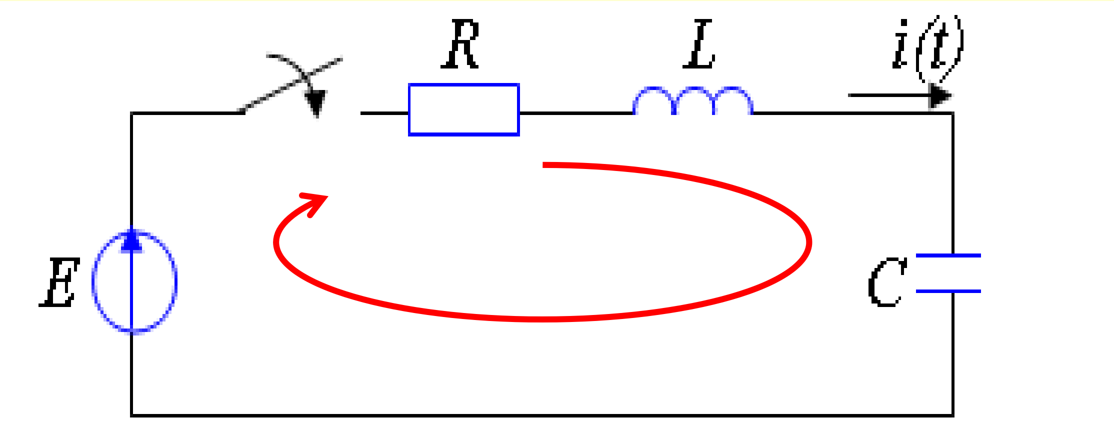


$$i_1(t) = i_2(t) + i_3(t) = (10 - 10.e^{-1667\,t})A$$

$$i_3(t) = C\frac{du_C}{dt} = -16{,}67e^{-1667\,t}\,A$$

$$i_2(t) = \frac{u_C}{R_2} = (10 + 6{,}67.e^{-1667\,t})A$$

Преходни процеси в последователен RLC двуполюсник. Включване към източник на постоянно напрежение.



E = const
$i(t) = ?$

1. **ННУ**

$$i(0-) = i(0+) = 0\,A$$
$$u_C(0-) = u_C(0+) = 0\,V$$

2. **Система ДУ**

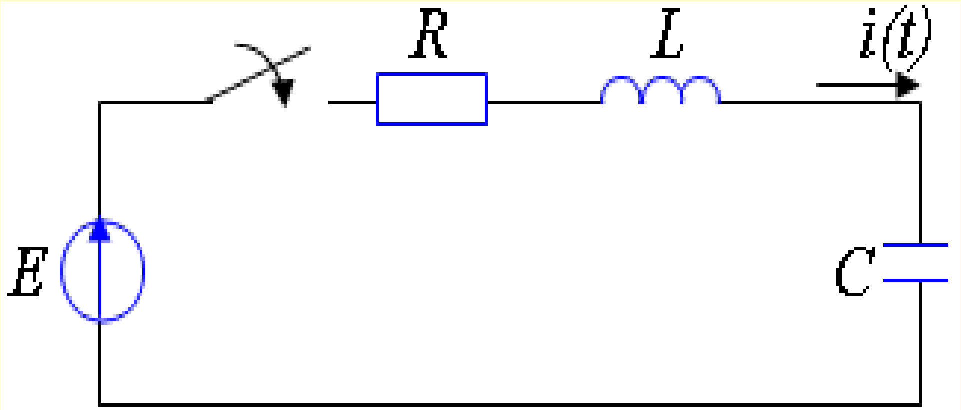
$$u_R + u_L + u_C = E$$

$$u_R = i(t).R$$

$$u_L = L\frac{di}{dt}$$

$$u_C = \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

$$\boxed{i(t).R + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt = E}$$



$$i(t).R + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt = E$$

3. ДУ

$$R.\frac{di}{dt} + L\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{C}i(t) = 0$$

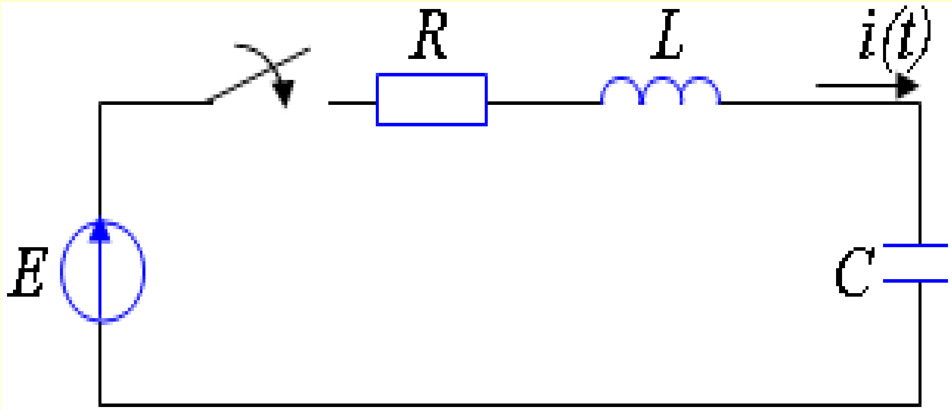
Характеристично уравнение:

$$R.k + L.k^2 + \frac{1}{C} = 0$$

$$k_{12} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\Delta}$$

$$\Delta = (\frac{R}{2L})^2 - \frac{1}{LC}$$

Характеристичното уравнение има два корена:



$$k_{12} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\Delta}$$

$$\Delta = \left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC} > 0$$

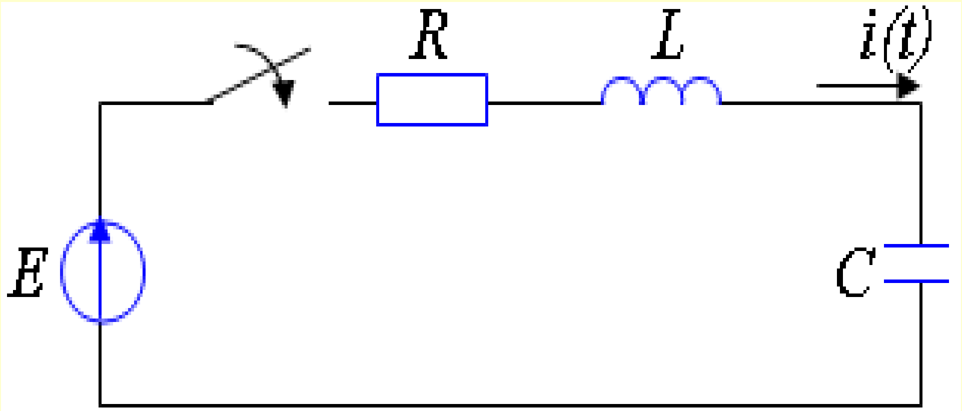
а) два различни реални **отрицателни** корена

$$k_1 \neq k_2; \quad k_1 < 0 \;\; и \quad k_2 < 0$$

Апериодичен процес

$$i_{св}(t) = A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}$$

Характеристичното уравнение има два корена:



$$k_{12} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\Delta}$$

$$\Delta = \left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}$$ **= 0**

б) два равни реални **<u>отрицателни</u>** корена

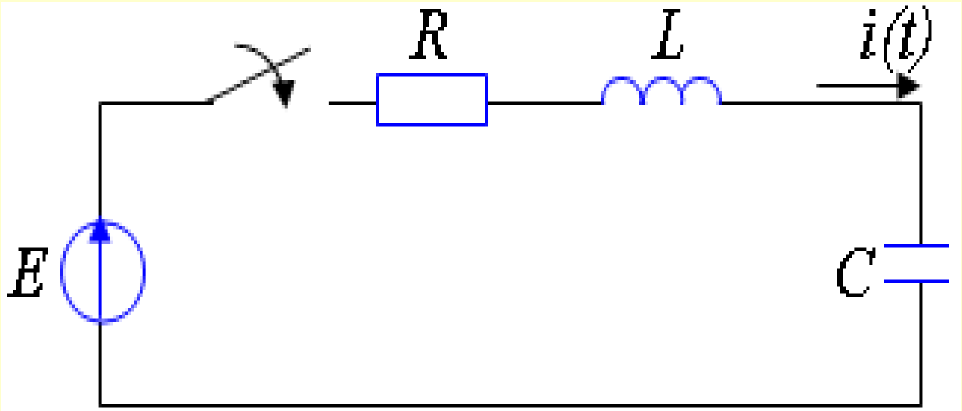
$$k_1 = k_2 = k \quad и \quad k < 0$$

<u>Критично-Апериодичен</u>

процес

$$i_{св}(t) = (A_1 + A_2.t)e^{kt}$$

Характеристичното уравнение има два корена:



$$k_{12} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\Delta}$$

$$\Delta = \left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}$$ **< 0**

в) два ***комплексно спрегнати*** корена

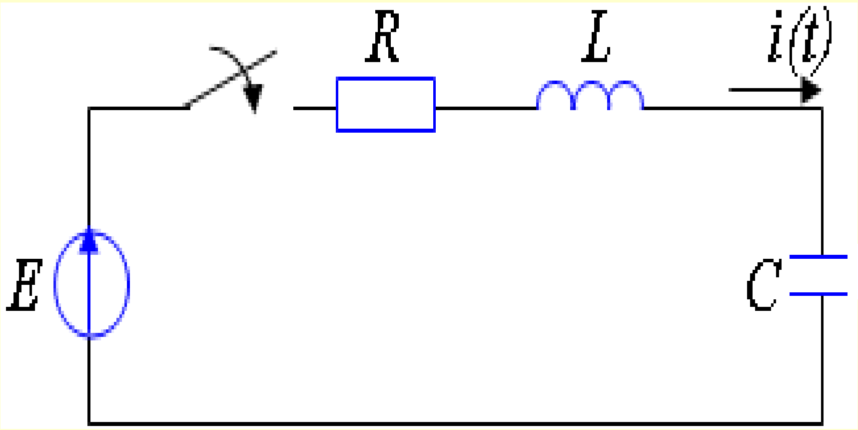
$$k_{12} = \alpha \pm j\beta \quad и \quad \alpha < 0$$

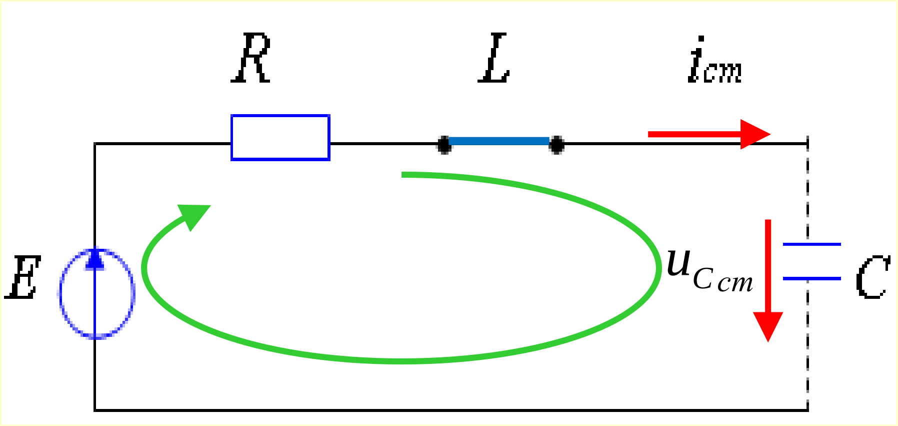
Псевдо-периодичен ***процес***

$$i_{св}(t) = (A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t)e^{\alpha t}$$

5. Стационарен ток $i_{cm} = ?$ от веригата **дълго след** комутацията ($t \to \infty$):

$t \to \infty \quad E = const$





$$\boxed{i_{cm} = 0} \qquad \boxed{u_{C\,cm} = E}$$

$$\boxed{\cancel{u_R}^{\,0} + \cancel{u_L}^{\,0} + u_C = E}$$

6. Търсеният ток по време на преходния процес се определя от сумата:

$$i(t) = \cancelto{0}{i_{ст}(t)} + i_{св}(t)$$

$$i_{св}(t)$$ *Определя се от корените на* ***характеристичното*** *уравнение* $\rightarrow$

$$k_{12} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\Delta}$$

- вариант „**а**" от точка 4 на алгоритъма:

Δ >0 $\quad k_1 \neq k_1; \quad k_1 < 0; \quad k_2 < 0$

$$i_{св}(t) = A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}$$

Апериодичен процес

$$\boxed{i(t) = A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}}$$

7.<u>Определяне на интеграционните константи ***A₁*** и ***A₂***</u> – на базата на НУ в момента $t = 0+$

$$i(0+) = ?$$

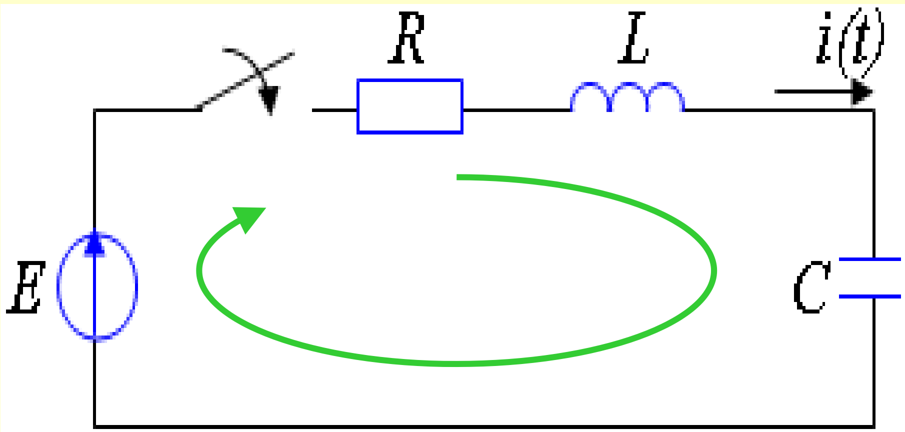
$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = ?$$

НУ в момента $t = 0+$

$i(0+) = ?$ → $i(0+) = 0$ -- ННУ

$\left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+} = ?$ → -- ЗНУ

*веригата **след** комутация*



<u>за момента</u> $t = 0+$

$$R.i(0+) + L\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} + u_C(0+) = E$$

ННУ

$$i(0-) = i(0+) = 0\,A$$

$$u_C(0-) = u_C(0+) = 0\,V$$

$$\Rightarrow \left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{E - \cancelto{0}{R.i(0+)} - \cancelto{0}{u_C(0+)}}{L} = \frac{E}{L}$$

Определяне на интеграционните константи A_1 и A_2 $\quad t = 0+$

$$i(t) = A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}$$

$$i(0+) = 0$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{E}{L}$$

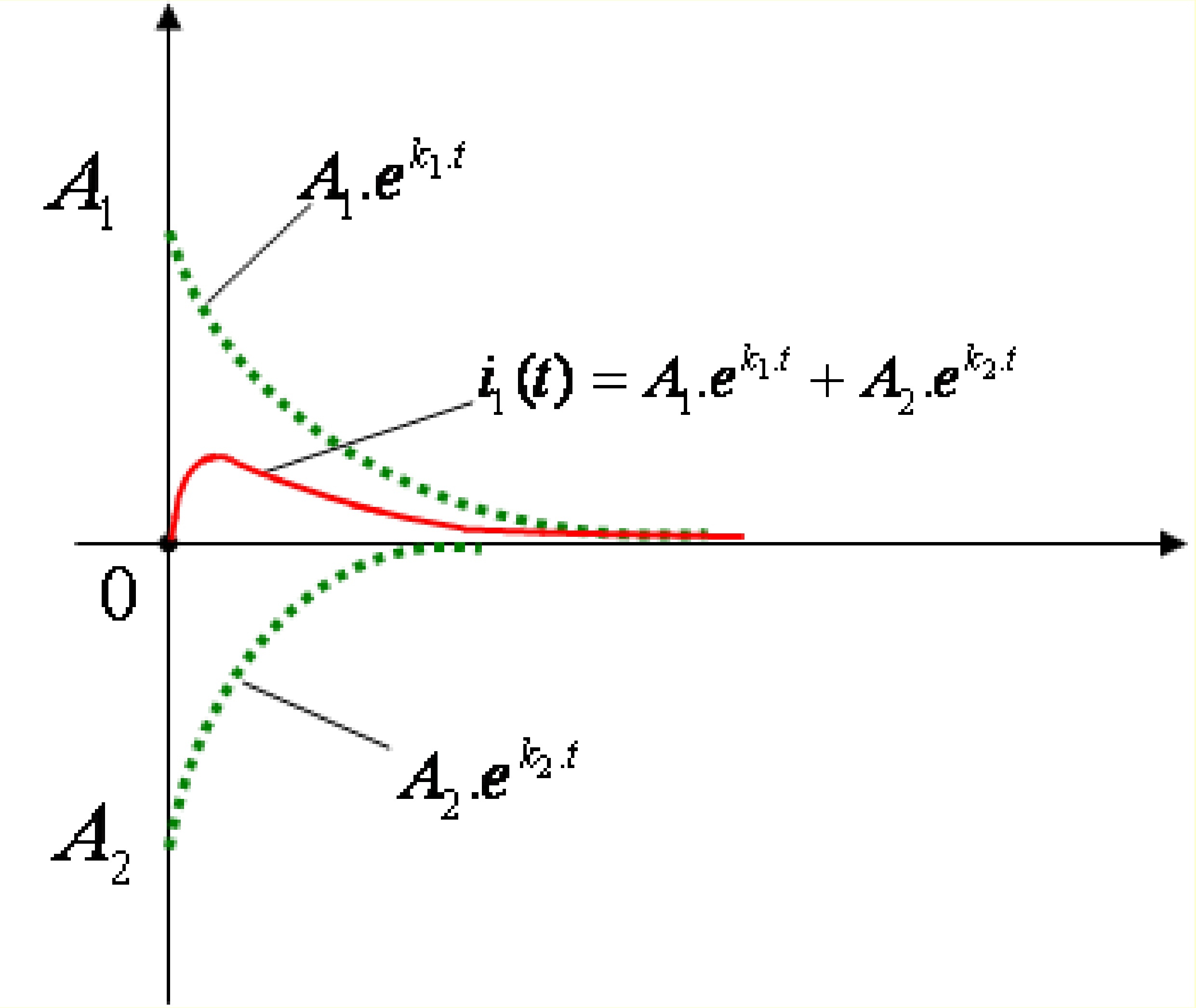
$$\frac{di}{dt} = A_1.k_1 e^{k_1 t} + A_2.k_2 e^{k_2 t}$$

$$i(0+) = 0 = A_1.e^{k_1 0} + A_2.e^{k_2 0} = A_1 + A_2$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{E}{L} = k_1 A_1.e^{k_1 0} + k_2 A_2.e^{k_2 0} = k_1 A_1 + k_2 A_2.$$

$$A_1 = -A_2$$

$$A_1 = \frac{E}{L(k_2 - k_1)}; \quad A_2 = \frac{E}{L(k_1 - k_2)}$$


A_1
$A_1.e^{k_1.t}$
$i_1(t) = A_1.e^{k_1.t} + A_2.e^{k_2.t}$
0
$A_2.e^{k_2.t}$
A_2

$$i_{св}(t)$$

Определя се от корените на ***характеристичното*** *уравнение*

$$k_{12} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\Delta}$$

- вариант „**б**" от точка 4 на алгоритъма:

Δ =0 $\quad k_1 = k_2 = k; \quad k < 0;$

$$i_{св}(t) = (A_1 + A_2 t).e^{kt}$$

Критично-апериодичен процес

$$\boxed{i(t) = (A_1 + A_2 t).e^{kt}}$$

<u>Определяне на интеграционните константи ***A₁*** и ***A₂***</u> $\quad t = 0+$

$$\left| \begin{array}{l} i(t) = (A_1 + A_2 t).e^{kt} \\ i(0+) = 0 \\ \left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+} = \dfrac{E}{L} \end{array} \right.$$

$$t = 0+ \left| \begin{array}{l} i(0+) = 0 \\ \left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+} = \dfrac{E}{L} \\ i(t) = (A_1 + A_2 t).e^{kt} \end{array} \right.$$

0

$$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}(A_2 t).e^{kt} = A_2 . \frac{d}{dt}(t.e^{kt})$$

$$= A_2(1.e^{kt} + ke^{kt}.t) = A_2.e^{kt} + A_2 ke^{kt}.t$$

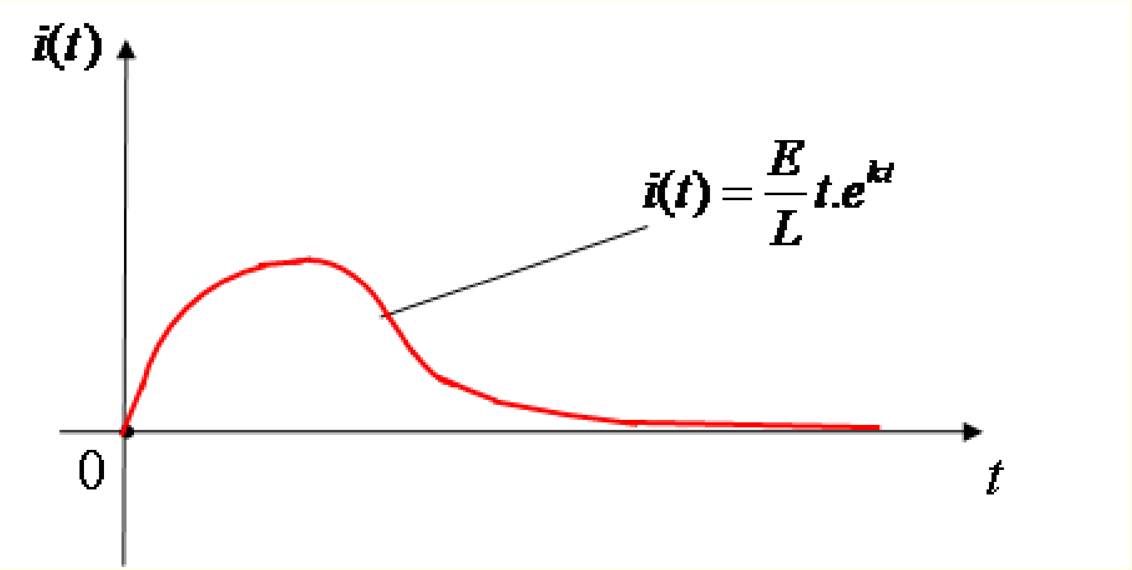
$$\boxed{\frac{di}{dt} = A_2.e^{kt} + A_2 ke^{kt}.t}$$

$$i(0+) = 0 = (A_1 + A_2 0).e^{k0} = A_1 \quad \Rightarrow A_1 = 0 \quad \text{и} \quad i(t) = A_2 t.e^{kt}$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{E}{L} = A_2.e^{k0} + A_2.ke^{k0}.0 = A_2$$

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{L} t.e^{kt}}$$

$$i(t)=\frac{E}{L}t.e^{kt}$$



$i_{св}(t)$ → Определя се от корените на ***характеристичното*** *уравнение* → $k_{12} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\Delta}$

- вариант „**в**” от точка 4 на алгоритъма:

$\Delta < 0 \qquad k_{12} = \alpha \pm j\beta$

$i_{св}(t) = (A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t).e^{\alpha t}$

Псевдопериодичен процес

$i(t) = (A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t).e^{\alpha t}$

Определяне на интеграционните константи ***A₁*** и ***A₂*** $\qquad t = 0+$

$$\left| \begin{array}{l} i(t) = (A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t).e^{\alpha t} \\ i(0+) = 0 \\ \left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{E}{L} \end{array} \right.$$

$$i(t) = (A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t).e^{\alpha t}$$

$$i(0+) = 0$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{E}{L}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}[(A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t).e^{\alpha t}]$$

$$= [A_1(-\sin\beta t) + A_2\beta\cos\beta t].e^{\alpha t}$$

$$+ \alpha.e^{\alpha t}(A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t)$$

$$i(0+) = 0 = (A_1 \cos 0 + A_2 \sin 0).e^{0} = A_1 \quad \Rightarrow A_1 = 0 \quad \text{и} \quad i(t) = A_2 \sin\beta t.e^{\alpha t}$$

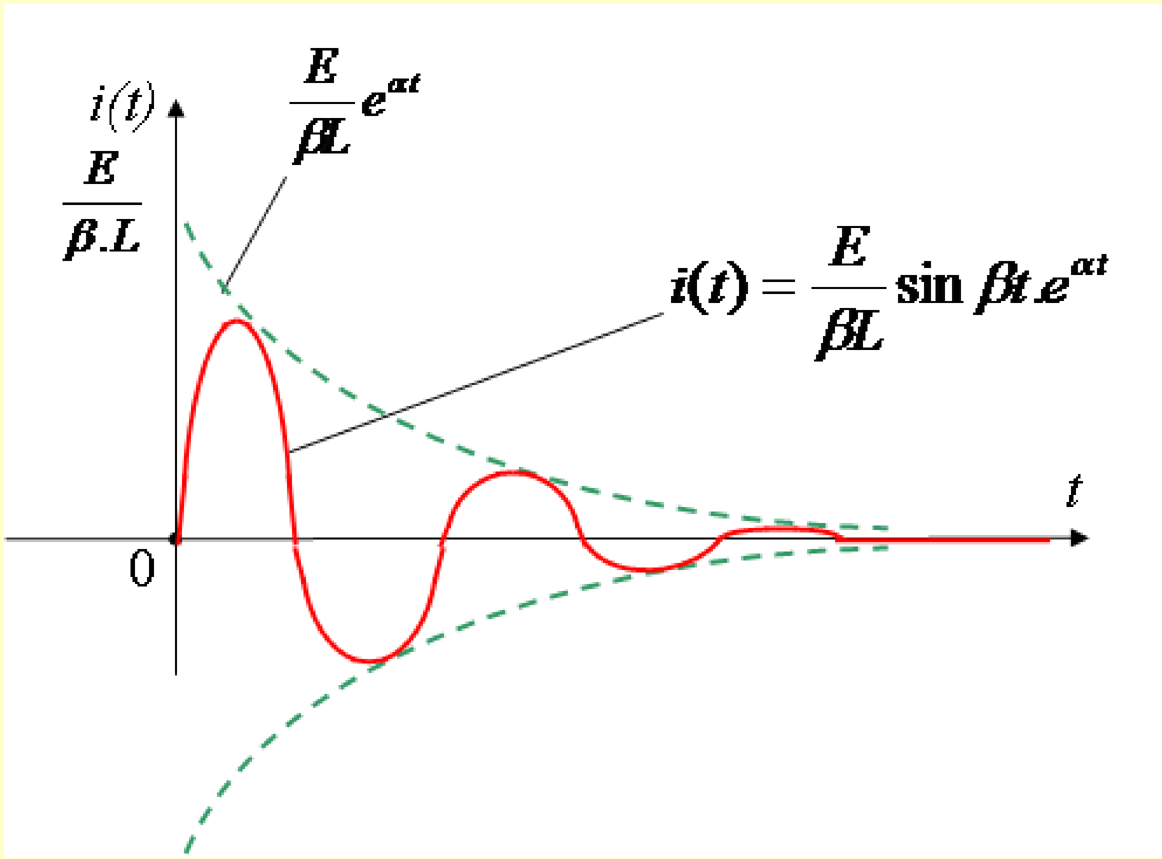
$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{E}{L} = A_2.(\beta\cos 0.e^{0} + \alpha.\sin 0 e^{0}) = A_2.\beta \quad \Rightarrow A_2 = \frac{E}{\beta.L}$$

$$A_1 = 0$$

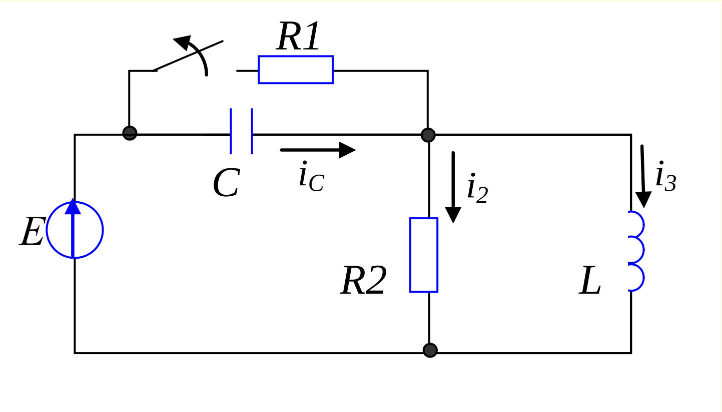
$$A_2 = \frac{E}{\beta L}$$

$$\Rightarrow i(t) = \frac{E}{\beta L}\sin\beta t.e^{\alpha t}$$

$$i(t) = \frac{E}{\beta L} \sin \beta t . e^{\alpha t}$$



Пример: Анализ на преходен процес във верига от **втори ред**



Параметрите на веригата са:

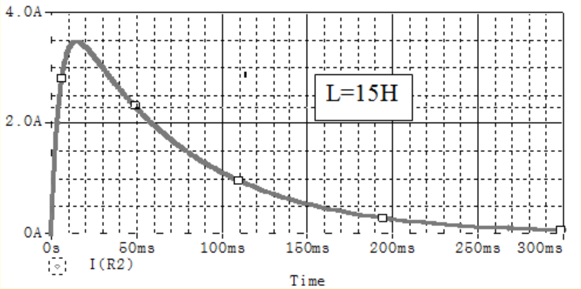
R1=50Ω, R2=200Ω,
C =25μF, E= 200V

Да се анализират три варианта:

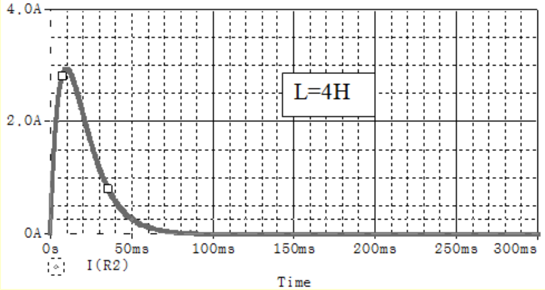
a) L=15H;
b) L=4H;
c) L=0,1H.

$i_2(t)$ =?

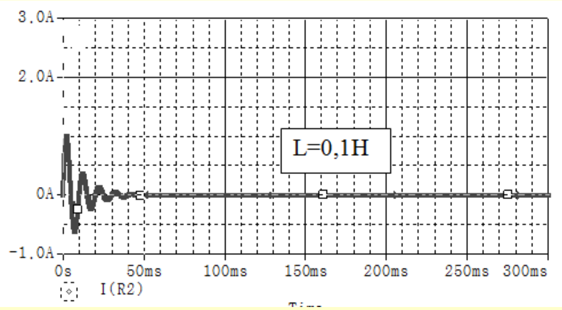
Апериодичен процес



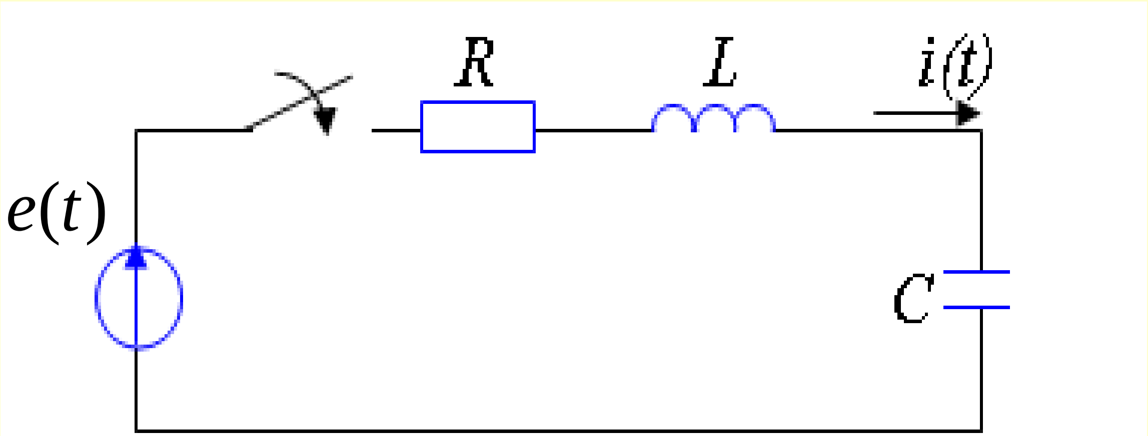
Критично-апериодичен процес



Псевдопериодичен процес



Преходни процеси в последователен RLC двуполюсник. Включване към източник на *синусоидално* напрежение.



$$e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_e)$$

i(t)=?

1. **ННУ**

$$i(0-) = i(0+) = 0\,A$$

$$u_C(0-) = u_C(0+) = 0\,V$$

2. **Система ДУ**

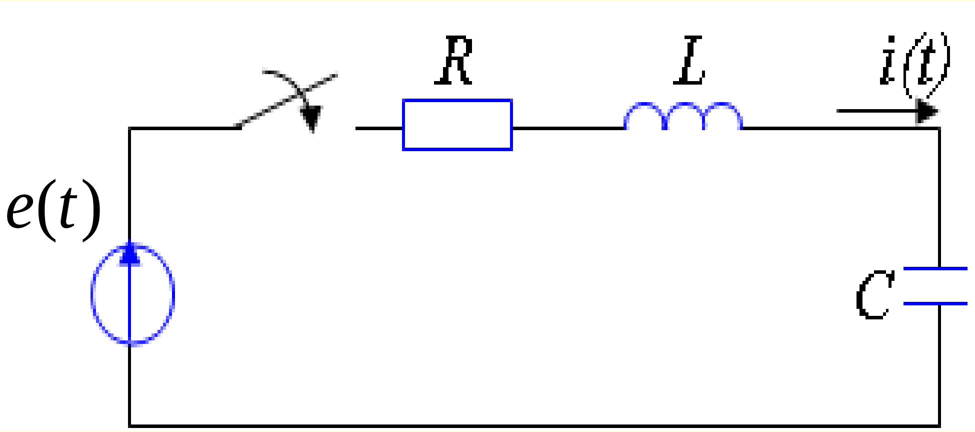
$$u_R + u_L + u_C = e(t)$$

$$u_R = i(t).R$$

$$u_C = \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

$$u_L = L\frac{di}{dt}$$

$$\boxed{i(t).R + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt = e(t)}$$



$$i(t).R + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt = e(t)$$

3. ДУ

$$R.\frac{di}{dt} + L\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{C}i(t) = \overset{0}{\cancel{\frac{de(t)}{dt}}}$$

Хомогенно ДУ

$$R.\frac{di}{dt} + L\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{C}i(t) = 0$$

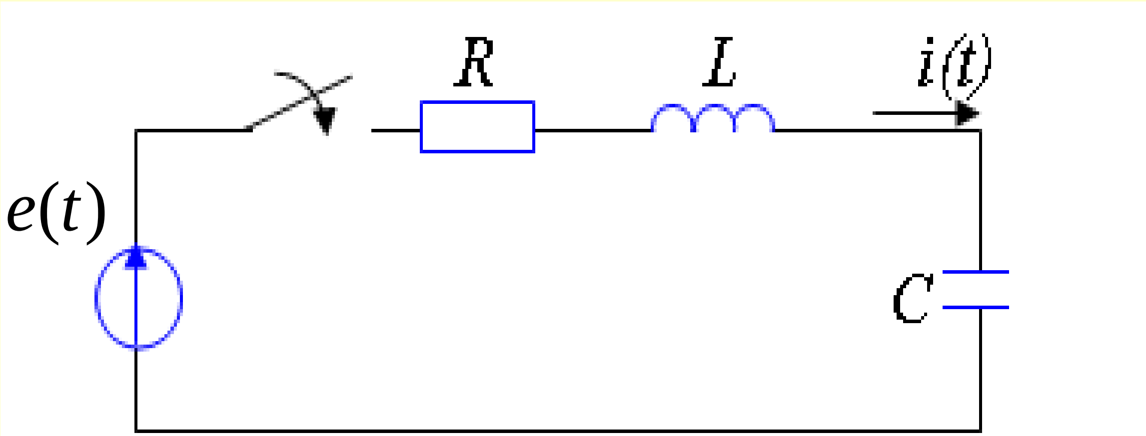
Характеристично уравнение:

$$R.k + L.k^2 + \frac{1}{C} = 0$$

$$k_{12} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\Delta}$$

$$\Delta = \left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}$$

Характеристичното уравнение има два корена:



$$k_{12} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\Delta}$$

$$\Delta = \left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC} > 0$$

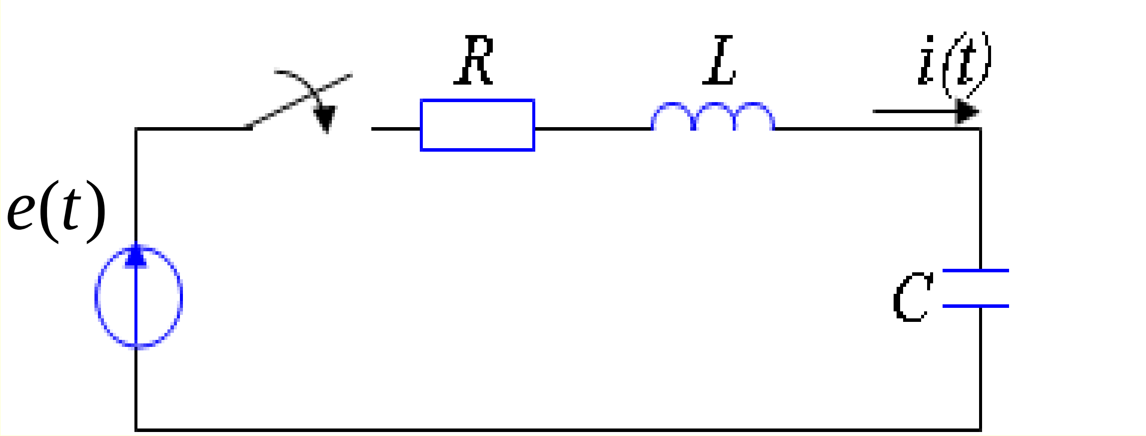
а) два различни реални **отрицателни** корена

$$k_1 \neq k_2; \quad k_1 < 0 \;\; и \quad k_2 < 0$$

Апериодичен режим

$$i_{св}(t) = A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}$$

Характеристичното уравнение има два корена:



$$k_{12} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\Delta}$$

$$\Delta = \left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC} \quad \mathbf{= 0}$$

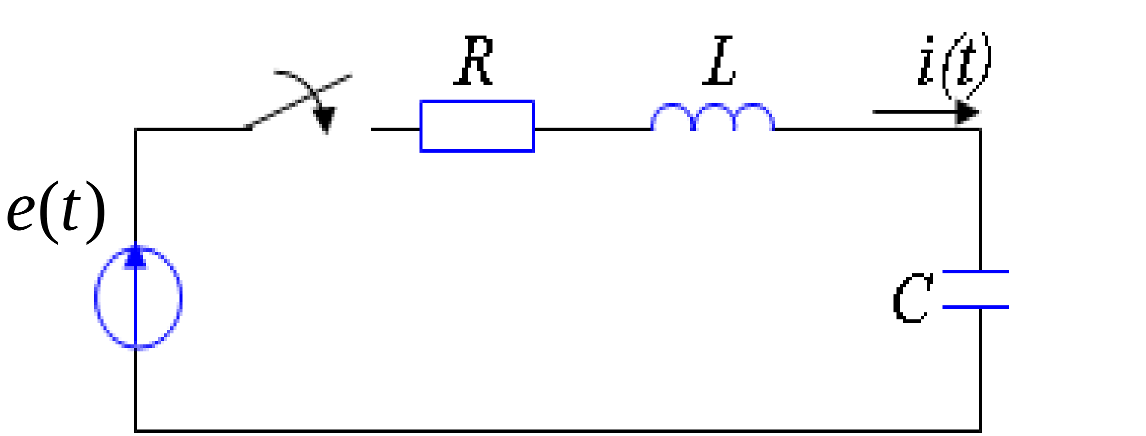
б) два равни реални **отрицателни** корена

$$k_1 = k_2 = k \;\; и \quad k < 0$$

Критично - ***апериодичен*** режим

$$i_{св}(t) = (A_1 + A_2.t)e^{kt}$$

Характеристичното уравнение има два корена:



$$k_{12} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\Delta}$$

$$\Delta = \left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC} \quad < 0$$

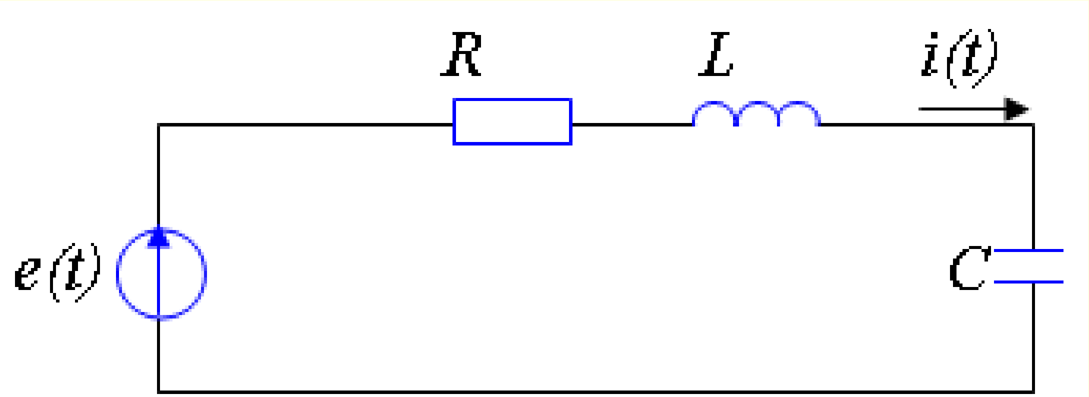
в) два комплексно спрегнати корена

$$k_{12} = \alpha \pm j\beta \qquad и \qquad \alpha < 0$$

Псевдопериодичен режим

$$i_{св}(t) = (A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t)e^{\alpha t}$$

5. Стационарен ток - от веригата дълго след комутацията ($t\to\infty$):



$$e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

$$i_{cm}(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi)$$

$$i_m = \frac{e_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$\varphi = arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

6. Търсеният ток по време на преходния процес се определя от сумата:

$$i(t) = i_{ст}(t) + i_{св}(t)$$

$$i_{ст}(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi)$$

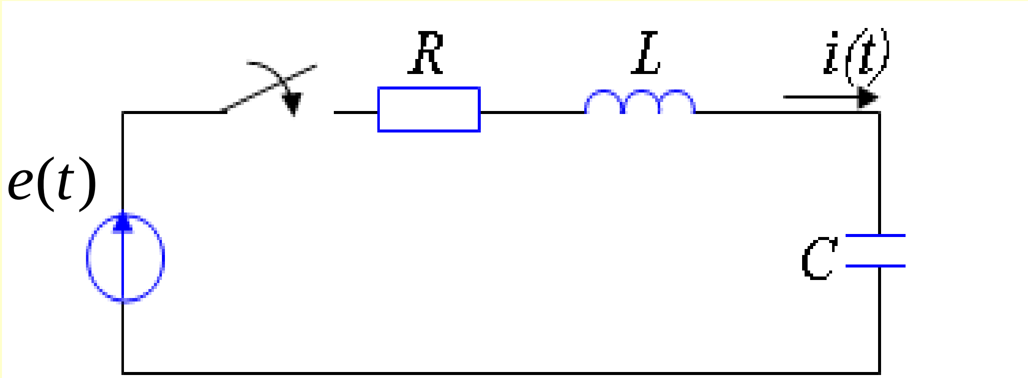
Апериодичен режим

$$k_1 \neq k_1;$$

$$k_1 < 0; \quad k_2 < 0$$

$$i_{св}(t) = A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}$$

$$\boxed{i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}}$$



$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}$$

7.<u>Определяне на интеграционните константи ***A₁*** и ***A₂***</u> – на базата на НУ в момента $t = 0+$

$i(0+) = ?$ — ННУ → $i(0+) = 0$

$\left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+} = ?$ — ЗНУ →

$$R.i(0+) + L\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} + u_C(0+) = e(0+) = e_m \sin(\psi_u)$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{e_m \sin(\psi_u) - R.i(0+) - u_C(0+)}{L} = \frac{e_m \sin(\psi_u)}{L}$$

Определяне на интеграционните константи A_1 и A_2 $\quad t = 0+$

$$\begin{cases} i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t} \\ i(0+) = 0 \\ \left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+} = \dfrac{e_m \sin(\psi_u)}{L} \end{cases}$$

Определяне на интеграционните константи *A*₁ и *A*₂ $t = 0+$

$$\begin{cases} i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t} \\ i(0+) = 0 \\ \left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+} = \dfrac{e_m \sin(\psi_u)}{L} \end{cases}$$

$$\frac{di}{dt} = \omega i_m \cos(\omega t + \psi_u - \varphi) + k_1 A_1.e^{k_1 t} + k_2 A_2.e^{k_2 t}$$

$$i(0+) = 0 = i_m \sin(\psi_u - \varphi) + A_1.e^{k_1 0} + A_2.e^{k_2 0} = i_m \sin(\psi_u - \varphi) + A_1 + A_2$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{e_m \sin(\psi_u)}{L} = \omega i_m \cos(\psi_u - \varphi) + k_1 A_1.e^{k_1 0} + k_2 A_2.e^{k_2 0} = \omega i_m \cos(\psi_u - \varphi) + k_1 A_1 + k_2 A_2.$$

- вариант „**б**” от точка 4 на алгоритъма:

$$k_1 = k_2 = k; \quad k < 0;$$

$$i_{св}(t) = (A_1 + A_2 t).e^{kt}$$

Критично апериодичен режим

$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + (A_1 + A_2 t).e^{kt}$$

<u>Определяне на интеграционните константи ***A₁*** и ***A₂***</u> $t = 0+$

$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + (A_1 + A_2 t).e^{kt}$$

$$i(0+) = 0$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{e_m \sin\psi_u}{L}$$

$$t = 0+$$

$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + (A_1 + A_2 t).e^{kt}$$

$$i(0+) = 0$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{e_m \sin\psi_u}{L}$$

$$\frac{di}{dt} = i_m \omega \cos(\omega t + \psi_u - \varphi) + A_2.e^{kt} + k(A_1 + A_2 t)e^{kt}$$

$$i(0+) = 0 = i_m \sin(\psi_u - \varphi) + (A_1 + A_2 0).e^{k0} = i_m \sin(\psi_u - \varphi) + A_1$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{e_m \sin(\psi_u)}{L} = i_m \omega \cos(\psi_u - \varphi) + A_2.e^{0t} + k(A_1 + A_2 0)e^{k0} = i_m \omega \cos(\psi_u - \varphi) + A_2 + kA_1$$

- вариант „**в**” от точка 4 на алгоритъма:

$$k_{12} = \alpha \pm j\beta$$

$$i_{св}(t) = (A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t).e^{\alpha t}$$

Псевдопериодичен режим

$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + (A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t).e^{\alpha t}$$

Определяне на интеграционните константи ***A₁*** и ***A₂*** $t = 0+$

$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + (A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t).e^{\alpha t}$$

$$i(0+) = 0$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{e_m \sin\psi_u}{L}$$

Определяне на интеграционните константи A_1 и A_2 $\quad t = 0+$

$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + (A_1 \cos \beta t + A_2 \sin \beta t).e^{\alpha t}$$

$$i(0+) = 0$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{e_m \sin \psi_u}{L}$$

$$\frac{di}{dt} = i_m \omega \cos(\omega t + \psi_u - \varphi) + (-A_1.\beta \sin \beta t + A_2.\beta \cos \beta t).e^{\alpha t} + \alpha.e^{\alpha t}(A_1 \cos \beta t + A_2.\sin \beta t)$$

$$i(0+) = 0 = i_m \sin(\psi_u - \varphi) + (A_1 \cos 0 + A_2 \sin 0).e^0 = i_m \sin(\psi_u - \varphi) + A_1$$

$$\Rightarrow A_1 = -i_m \sin(\psi_u - \varphi)$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{e_m \sin \psi_u}{L} = i_m \omega \cos(\psi_u - \varphi) + A_2.\beta \cos 0.e^0 + \alpha.e^0 A_1 \cos 0 = i_m \omega \cos(\psi_u - \varphi) + A_2.\beta + \alpha.A_1$$


Благодаря за вниманието
проф. д-р Илона Ячева