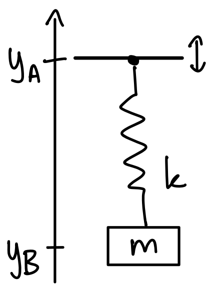
PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

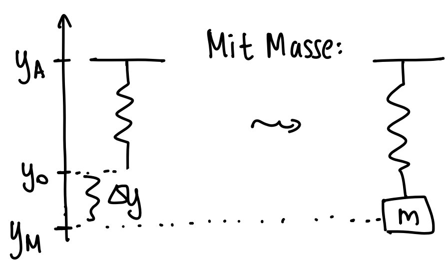
Aufgabe 1

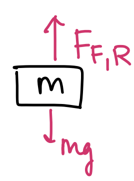


in Ruhe: $y_{A,Ruhe} - y_{B,Ruhe} = L$

a) 1. in Ruhelage:

Ohne Masse:

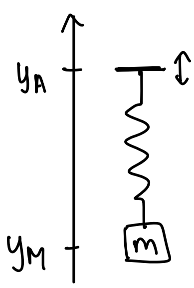


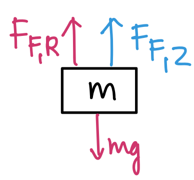


$\rightarrow m\ddot{y} = mg - F_{F,R} = 0$

$\Rightarrow F_{F,R} = mg$

2. Nicht in Ruhelage:





$F_{F,R} = mg$ (Feder ist bereits ein bisschen ausgelenkt in der Ruhelage)

$F_{F,2} = k \cdot (y_A(t) - y_M(t))$

("zusätzliche" Auslenkung durch Bewegung)

$$\Rightarrow F_F = F_{F,R} + F_{F,2} = \underline{\underline{mg + k \cdot (y_A(t) - y_M(t))}}$$

b) Newton'scher Bewegungssatz: $m\ddot{y} = \sum_i F_i = F_F - mg = \underline{\underline{k \cdot (y_A(t) - y_M(t))}}$

DGL: $\boxed{\ddot{y}_M = a y_M + b\dot{y}_M + c y_A(t) + d}$ mit $\boxed{y_A(t) = C\exp(i\Omega t)}$

c) DGL kurz umformen: $\ddot{y}_M - b\dot{y}_M - a y_M = \underbrace{c y_A(t) + d}_{\text{Inhomogenität}}$

$= w_0^2$

W_0 aus DGL ablesen: das was vor y_M (0 mal abgeleiteten Koordinate) steht ist w_0^2. $\Rightarrow w_0^2 = -a$

$\Leftrightarrow \underline{\underline{W_0 = \sqrt{-a}}}$ (d.h. a ist negativ, sonst würde es physikalisch keinen Sinn machen.)

d) z.z.: $y_M(t) = Ae^{i\Omega t} + B$ löst die DGL → d.h. einfach in die DGL einsetzen, ableiten & zeigen dass die Gleichung erfüllt ist:

$$\ddot{y}_M - b\dot{y}_M - a y_M = c y_A(t) + d$$

$$\Leftrightarrow (Ae^{i\Omega t} + B)'' - b\cdot(Ae^{i\Omega t} + B)' - a(Ae^{i\Omega t} + B) = c\cdot C\exp(i\Omega t) + d$$

$$\Leftrightarrow -\Omega^2 Ae^{i\Omega t} - b i\Omega Ae^{i\Omega t} - aAe^{i\Omega t} + aB = cC\exp(i\Omega t) + d$$

$$\Leftrightarrow (-\Omega^2 - ib - a)Ae^{i\Omega t} + aB = c\cdot C\exp(i\Omega t) + d$$

mit $aB = d \Rightarrow \underline{\underline{B = \frac{d}{a}}}$ und $(-\Omega^2 - ib - a)A = c\cdot C$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{A = \frac{-c\cdot C}{\Omega^2 + ib + a}}}$$

löst dieser Ansatz tatsächlich die DGL. □

e) $\Omega > 0$

Betrag $|A|$ wird maximal, wenn $|\Omega^2 + a + ib|^2$ minimal wird

(Da $|A|$ max. wenn $|A|^2$ max, und $|A|^2$ ist max wenn Nenner minimal).

$\Rightarrow |\Omega^2 + a + ib|^2 = (\Omega^2 + a)^2 + b^2$

Wir suchen das Minimum → Ableiten nach Ω:

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

$$\frac{d}{d\Omega}\left((\Omega^2+a)^2+b^2\right) = 2(\Omega^2+a)\cdot 2\Omega = 4\Omega(\Omega^2+a) \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \Omega = 0 \quad \text{oder} \quad \Omega = +\sqrt{-a}$$

weil Frequenzen immer positiv

Zweite Ableitung um zu bestimmen welches Ω den Ausdruck minimiert:

$$\frac{d^2}{d\Omega^2}\left((\Omega^2+a)^2+b^2\right) = 4(\Omega^2+a) + 8\Omega^2$$

$\underline{\Omega=0}$: $4(0+a)+8\cdot 0 = 4a < 0$ (*)

(*) (da wir $a<0$ als Bedingung gestellt haben, s.d. die ganze Aufgabe physikalisch Sinn macht (Frequenz muss reell sein!))

$\underline{\Omega=\sqrt{-a}}$: $4\cdot(-a+a)+8\cdot(-a) = \underline{-8a > 0}$ (*)

$\hookrightarrow$ Minimum!

Also ist $|A|$ maximal für $\underline{\underline{\Omega=\sqrt{-a}}}$

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

Aufgabe 2:

$$\xi(x,y,t) = \frac{A}{1m^{-1}\underbrace{\sqrt{x^2+y^2}}_{=r}} \sin\left(\pi \cdot 1m^{-1} \underbrace{\sqrt{x^2+y^2}}_{=r \text{ (Radius)}} + \pi \cdot 0.5\, s^{-1} t\right), \quad A>0$$

a) harmonische Wellen haben die Form: $\xi(r,t) = A\sin(k\cdot r + w\cdot t)$

→ Wir haben es in 1D gelernt: $\xi(x,t) = A\sin(kx+wt)$, aber der Prinzip ist genau dasselbe! Wir müssen hier x mit r ersetzen. r beschreibt den Radius vom Ursprung, wir haben hier eine harmonische Kreiswelle, die sich radial nach aussen (weg vom Ursprung) ausbreitet.

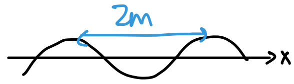
Wir lesen k und w aus der Wellenfunktion ab:

$$k = \pi\, m^{-1}, \quad w = 0{,}5\pi\, s^{-1}$$

$$\Rightarrow v = \frac{w}{k} = \frac{0{,}5\pi s^{-1}}{\pi m^{-1}} = \underline{\underline{0{,}5\, m/s}}$$

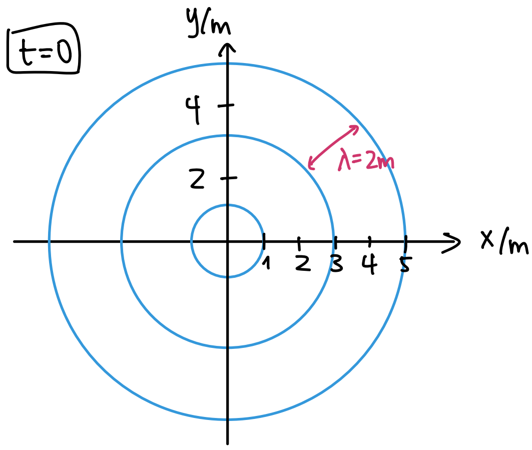
$$\Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{2\pi v}{w} = \frac{2\cancel{\pi} \times \cancel{0{,}5} m/s}{\cancel{0{,}5}\cancel{\pi} s^{-1}} = \underline{\underline{2m}}$$

b) Wellenlänge ist 2m →

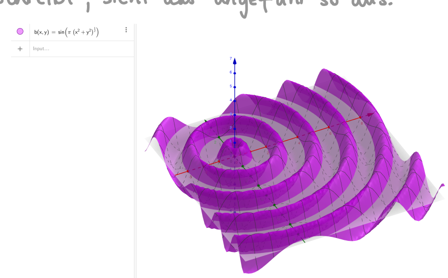


2m zwischen 2 Maxima./Minima.

bei r=0 haben wir $\xi = \frac{A}{1m^{-1}\cdot r} \sin(\pi \cdot 1m^{-1} \cdot 0) = 0$, also ein Minimum



Bem: Wir schauen hier von oben auf die xy-Ebene runter. Deswegen sieht das Ganze so "flach" aus. Wenn die z-Achse die Auslenkung der Welle beschreibt, sieht das ungefähr so aus:



PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

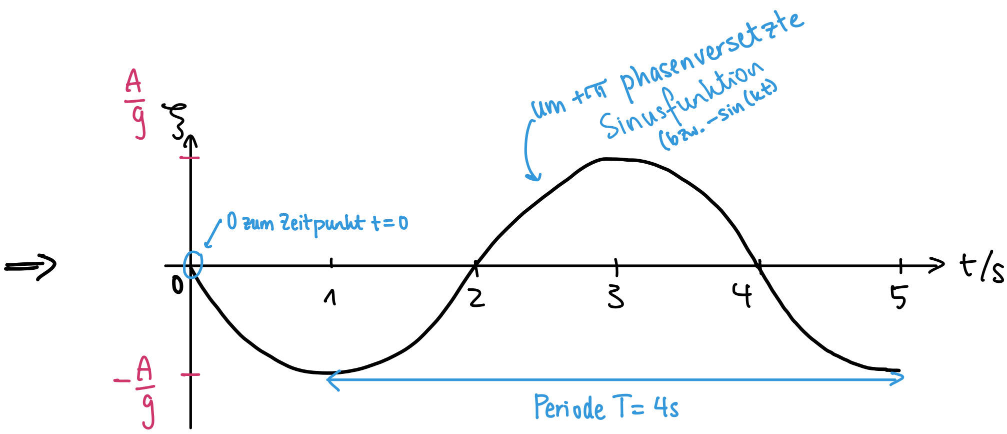
c) $x=0,\ y=9m\ ,\ 0 \le t \le s$

$$\rightarrow \xi(x=0, y=9m, t) = \overset{\text{Amplitude}}{\frac{A}{9}} \sin\left(9\pi + 0.5s^{-1}\pi t\right) = \frac{A}{9}\sin(\overset{\text{Phase}}{\pi} + kt) = -\frac{A}{9}\sin(kt)$$

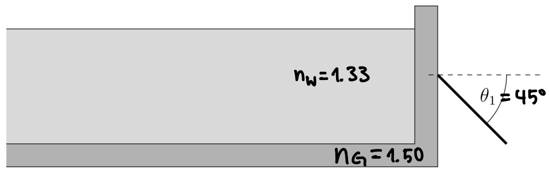
als 1. Schritt wollen wir die Periode bestimmen: $T = \frac{\lambda}{v} = \frac{2m}{0.5m/s} = 4s$

Dann bestimmen wir die Amplitude zum Zeitpunkt $t=0$:

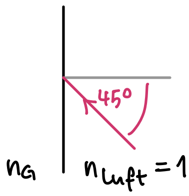
$$\xi(x=0, y=9, t=0) = \frac{A}{9}\sin(9\pi) = \frac{A}{9}\sin(\pi) = 0$$



Aufgabe 3



a) 1. Grenzfläche:

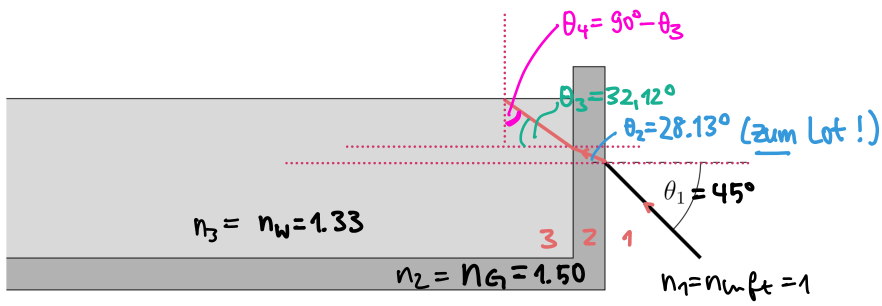


← ich weiss noch, an der Prüfung hat jemand gefragt was der Brechungsindex von Luft ist (weil es steht nirgends). Dann wurde gesagt "Das solltet ihr aus den Serien wissen" und es wurde einfach nicht verraten. Das war sehr asi. Merkt euch deswegen diesen Brechungsindex / schreibt es euch auf die Zusammenfassung.

Snell: $\frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \theta_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin(\theta_1)\right)$

$$\theta_{Glas} = \arcsin\left(\frac{n_{Luft}}{n_G}\cdot\sin(45°)\right) = \arcsin\left(\frac{1}{1{,}5}\cdot\sin(45°)\right) = \underline{\underline{28{,}13°}}$$

b)



c) nun $n_G = 1{,}50$ zu $n_w = 1.33$

$$\frac{\sin(\theta_2)}{\sin(\theta_3)} = \frac{n_3}{n_2} \rightarrow \theta_3 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_3}\sin(\theta_2)\right) = \arcsin\left(\frac{1.5}{1.33}\cdot\sin(28.13°)\right) = \underline{\underline{32{,}12°}}$$

d) 3. Grenzfläche: Wasser → Luft

Totalreflexion nur möglich, wenn $\frac{n_{1.Medium}}{n_{2.Medium}} > 1$

Wir haben hier $\frac{n_{Wasser}}{n_{Luft}} = 1{,}33 > 1$ also ist Totalreflexion theoretisch möglich. Wir untersuchen auch, ob der Einfallswinkel θ_4 jemals so gross sein kann, dass Totalreflexion auftritt:

$$\theta_{4,\text{kritisch}} = \arcsin\left(\frac{n_{\text{Luft}}}{n_{\text{Wasser}}}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{1.33}\right) = 48{,}75°$$

→ Also muss $\theta_4 > 48{,}75°$ sein damit Totalreflexion stattfindet.

D.h. $\theta_4 = 90° - \theta_3 > 48.75° \iff \theta_3 < 90° - 48.75° = 41.25°$

Nun ist $\theta_3 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_3}\sin(\theta_2)\right) = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_3}\sin\left(\arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\cdot\sin(\theta_1)\right)\right)\right) =$

$$= \arcsin\left(\frac{\cancel{n_2}}{n_3}\cdot\frac{n_1}{\cancel{n_2}}\sin(\theta_1)\right) = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_3}\sin(\theta_1)\right) = \arcsin\left(\frac{1}{1.33}\sin(\theta_1)\right) < 41.25°$$

$$\iff \frac{1}{1.33}\sin(\theta_1) < \sin(41.25°)$$

$$\iff \theta_1 < \arcsin(1.33 \times \sin(41.25°)) = 59°$$

möglich !

⟹ Da es einen Winkel θ_1 existiert, s.d. der Einfallswinkel an der 3. Grenzfläche den kritischen Winkel überschreitet, ist Totalreflexion möglich. //

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

Aufgabe 4

a) $f = 380\,Hz$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{343\,m/s}{380\,Hz} \approx 0{,}903\,m \rightarrow \text{ungefähr } \underline{\underline{90\,cm}}$$

v = Schallgeschwindigkeit = $343\,m/s$

b)

$\boxed{A} \rightarrow$ $f = 380\,Hz$

$\circ$ P $f_A = 370\ Hz$

$\boxed{B} \rightarrow$ $f = 380\,Hz$

Wir wissen schon mal, dass es nach links fährt, da $f_A < f$

v bestimmen: $$f_A = f \cdot \frac{v_s}{v_s + v} \Leftrightarrow v_s + v = \frac{f}{f_A} \cdot v_s \Leftrightarrow v = v_s \cdot \left(\frac{f}{f_A} - 1\right)$$

A entfernt sich von P!

$$\Rightarrow v = 343\,m/s \cdot \left(\frac{380\,Hz}{370\,Hz} - 1\right) = 9{,}27\,m/s = 33{,}4\,km/h$$

$m/s \xrightarrow{\cdot 3{,}6} km/h$, $km/h \xrightarrow{\div 3{,}6} m/s$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{\text{mit } |v| \approx 33{,}4\,km/h \text{ nach links}}}$

c) Wir wissen schon mal, dass sich eine Schwebung ergibt, weil hier eine Überlagerung von 2 Wellen verschiedener, aber ähnlicher Frequenz stattfindet.

Frequenz der Schwebung : $f_s = |f_A - f_B|$

$$f_B = f \cdot \frac{v_s}{v_s - v} = 380\,Hz \cdot \frac{343\,m/s}{343\,m/s - 9{,}27\,m/s} \approx 390\,Hz$$

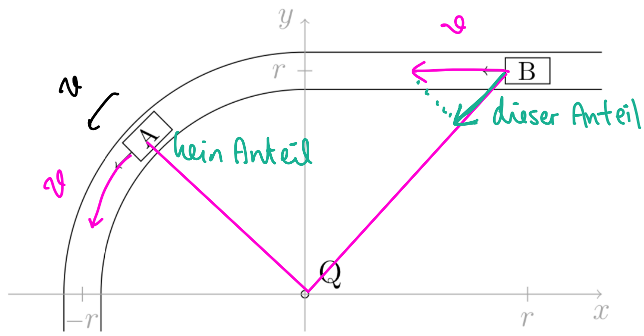
achtung Einheiten gleich machen

$\Rightarrow f_s \approx 20\,Hz$ ← das ist die Frequenz der Intensität (bzw. Lautstärke!)

(Definitionsgemäss : Schwebungsfrequenz = Frequenz der Intensität)

☒ Es ergibt sich eine Schwebung, wobei die Lautstärke ungefähr 20 mal pro Sekunde ihr Maximum erreicht.

d)



Nur der Anteil von v, der auf der Verbindungslinie von Quelle und Beobachter liegt, trägt zum Dopplereffekt bei!

B nähert sich Q → $\tilde{f}_B > f$

A gleich wie der Zustand "in Ruhe" (nähert / entfernt sich nicht von Q) → $\tilde{f}_A = f$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\tilde{f}_B > \tilde{f}_A = f}}$$

e) Distanzen bestimmen:

$\overline{QA} = r$

$\overline{QB} = \sqrt{2} \cdot r$

Kugelwellen: Aus $I \propto \frac{1}{r^2}$ (aus Zusammenfassung) und $I \propto A^2$ folgt

$$I \propto A^2 \propto \frac{1}{r^2} \rightarrow A \propto \frac{1}{r}$$

Also is $A_A \propto \frac{1}{r}$ und $A_B \propto \frac{1}{\sqrt{2}r}$ $\Rightarrow \underline{\underline{\frac{A_A}{A_B} = \sqrt{2}}}$

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

Aufgabe 5

Tipp: sofort in SI-Einheiten umwandeln.

$m_W = 500\,g = 0{,}5\,kg$

$m_S = 200\,g = 0.2\,kg$

$T_{S,A} = 77K$ ($\hat{=}$ Siedepunkt)

$M_S = 28\,g/mol = 0.028\,kg/mol$

$\lambda_D = 200\,kJ/kg = 200 \times 10^3\,J/kg$

$c_{m,Wasser} = 4{,}18 \times 10^3 \frac{J}{kg \cdot K}$

$R = 8.315 \frac{J}{mol \cdot K}$

aus 1. Seite der Prüfung

a) vollständig verdampfen: latente Wärme zufügen:

$$Q_D = m_S \lambda_D = 0.2\,kg \times 200 \times 10^3\,J/kg = \underline{\underline{40\,kJ}}$$

b) $Q^{\nearrow} = -m c_m \Delta T \quad \Leftrightarrow \quad \Delta T = -\frac{Q^{\nearrow}}{m\,c_{m,W}} = \frac{-40 \times 10^3\,J}{0{,}5\,kg \times 4{,}18 \times 10^3 \frac{J}{kg \cdot K}} = \underline{\underline{-19{,}14\,K}}$

c) $N_2 \rightarrow$ 2 atomiges Molekül

$\Rightarrow$ <u>5 Freiheitsgrade</u> (3 Translatorisch + 2 Rotationen)

spezifische molare Wärmekapazität bei konstantem Druck:

$$C_p = \frac{f+2}{2} \cdot R = \frac{5+2}{2} \times 8{,}315 \frac{J}{mol \cdot K} = \underline{\underline{29.1 \frac{J}{mol \cdot K}}}$$

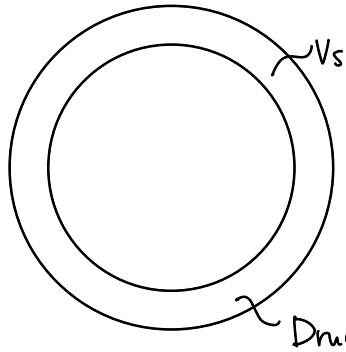
d) $T_{S,E} = 293\,K$

$\tilde{n} = \frac{m_S}{M_S}$

$$\Rightarrow Q^{\swarrow} = \tilde{n} c_p \Delta T = \tilde{n} c_p \cdot (T_E - T_A) = \frac{m_S}{M_S} \cdot c_p \cdot (T_E - T_A) =$$

$$= \frac{0.2\,kg}{0.028\,kg/mol} \times 29{,}1 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot (293\,K - 77\,K) = \underline{\underline{44.9\,kJ}}$$

Aufgabe 6



$V_S = 2\ell = 2000\ cm^3 = 0.002\ m^3$ konstant

Umgebung: $p_0 = 1\ bar$

$T = 293{,}15K$

$f = 5$

ideales Gas

$\kappa = 1.4$

Druck: $p_0 \rightsquigarrow p_2 = 4\ bar$

a) Der Druck im Reifen steig von p_0 auf p_1. Um diese Druckänderung zu erzeugen, wurde eine Luftmenge, der ursprünglich den Volumen V_1 hatte, in den Schlauch "reingequetscht".

adiabatische Zustandsänderung $\Rightarrow$ verwende Poisson:

$$p_0 V_1^\kappa = p_2 V_0^\kappa \iff V_1 = V_0 \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = 2\ell \cdot \left(\frac{4\cancel{bar}}{1\cancel{bar}}\right)^{\frac{1}{1.4}} \approx \underline{\underline{5{,}38\ \ell}}$$

b) Verwende wieder Poisson: (Anfangstemperatur T_0 = Umgebungstemperatur $= 293.15K$)

$$T_0^\kappa p_0^{1-\kappa} = T_2^\kappa p_2^{1-\kappa}$$

$$\iff T_2^\kappa = T_0^\kappa \left(\frac{p_0}{p_2}\right)^{1-\kappa} \qquad / (\ldots)^{\frac{1}{\kappa}}$$

$$\iff T_2 = T_0 \cdot \left(\frac{p_0}{p_2}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = 293.15K \cdot \left(\frac{1bar}{4bar}\right)^{\frac{1-1.4}{1{,}4}} = \underline{\underline{435{,}62K}}$$

c) kühlt langsam wieder auf $T_0 = 293.15\ K$ ab

ideale Gasgleichung: $pV = \tilde{n}RT$

Nach Ende der adiabatischen Kompression: $p_2 V_S = \tilde{n} R T_1$

Nach Abkühlen: $p_3 V_S = \tilde{n} R T_0$

$$\Rightarrow \frac{p_3 V_S}{p_2 V_S} = \frac{\cancel{\tilde{n}R} T_0}{\cancel{\tilde{n}R} T_2} = \frac{T_0}{T_2} \Rightarrow p_3 = p_2 \cdot \frac{T_0}{T_2} = 4bar \times \frac{273.15K}{435.62K} = \underline{\underline{2{,}5\ bar}}$$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

d) Gleichverteilungssatz: $U = \frac{f}{2} pV$

während der Abkühlung: $\Delta U = \frac{f}{2} \Delta p V_s = \frac{f}{2} \cdot (p_3 - p_2) V_s =$

$$= \frac{5}{2} \cdot (2{,}5 \times 10^5 \, Pa - 4 \times 10^5 \, Pa) \cdot 0{,}002 \, m^3 =$$

$$= -750$$

$\Rightarrow$ Es wird $\underline{\underline{750 \, J \text{ abgegeben}}}$

Da bei adiabatischen Zustandsänderungen $\Delta Q = 0$ gilt, entspricht die Wärme, die bei der Abkühlung abgegeben wird, der Arbeit, die Anfangs beim Aufpumpen am Gas verrichtet wurde.

Also $W^{\swarrow} = \underline{\underline{750 \, J}}$

e) Im allgemeinen findet keine adiabatischen Zustandsänderung statt. Man kann argumentieren, dass bereits während der Kompression eine Abkühlung des Gases stattfindet, also wird T_2 kleiner sein bei Ende der Kompression. Folglich wird $p_3 = p_2 \cdot \frac{T_0}{T_2 \downarrow}$ grösser sein in einem realistischeren Modell. //