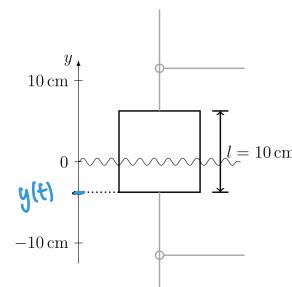


Aufgabe 1:

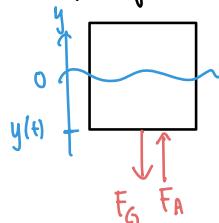


Holzwürfel:  $l = 10 \text{ cm} = 10 \times 10^{-2} \text{ m}$   
 $\rho_H = 650 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Wasser:  $\rho_W = 1 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Würfel taucht nie komplett auf & nie komplett unter.

a) Würfel freischneiden:



$$F_G = m \cdot g = \rho_H V_H g = \underline{\underline{\rho_H l^3 g}}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = \rho \cdot V$$

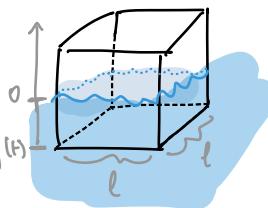
$F_A$  = Gewichtskraft des verdrängten Wassers

$$= m_{\text{W, verdrängt}} \cdot g = V_{\text{verdrängt}} \cdot \rho_W \cdot g$$

$$= \underline{\underline{l^2 \cdot (l - y(t)) \cdot \rho_W \cdot g}}$$

Verdrängtes Volumen:

$$0 - y(t) = -y(t)$$



$$= \underline{\underline{-y(t)l^2 \rho_W g}}$$

b) Newton'scher Bewegungsgesetz:  $\ddot{m}y = \sum_i F_i$

Kraft (-komponenten) in Richtung der Koordinate y

Masse des Würfels

$$\Rightarrow \ddot{m}y = F_A - F_G = -yl^2 \rho_W g - \rho_H l^3 g \quad | \div m$$

$$\Leftrightarrow \ddot{y} = -\frac{l^2 \rho_W g}{m} y - \frac{\rho_H l^3 g}{m} \quad | m = \rho_H \cdot V_H = \rho_H l^3$$

$$\Leftrightarrow \ddot{y} = -\frac{l^2 \rho_W g}{\rho_H l^3} - \frac{\rho_H l^3 g}{\rho_H l^3} = -\frac{\rho_W g}{\rho_H l} - g = -\alpha y - \beta$$

$\alpha := \frac{\rho_W g}{\rho_H l}$        $\beta := g$

$$\text{nach } \alpha = \frac{\rho_W g}{\rho_H l} = \frac{1 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 9.81 \text{ m/s}^2}{650 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 10 \times 10^{-2} \text{ m}} = \underline{\underline{151 \text{ s}^{-2}}}$$

$$\text{und } \beta = g = \underline{\underline{9.81 \text{ m/s}^2}}$$



c) Wir haben eine DGL der Form:  $\ddot{y} + \alpha y = -\beta$  lin. DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten

$w_0$  aus DGL ablesen: Das was vor  $y$  steht mit  $w_0^2$  ersetzen!  
(bzw. das als  $w_0^2$  definieren.)

$$\Rightarrow \text{da } \alpha = -\frac{p_w \cdot q}{p_h \cdot l} \Rightarrow w_0^2 = \alpha = -\frac{p_w \cdot q}{p_h \cdot l}$$
$$\Leftrightarrow w_0 = \sqrt{-\frac{p_w \cdot q}{p_h \cdot l}} = \sqrt{151 \text{ s}^{-2}} = \underline{\underline{12,3 \text{ Hz}}}$$

+ da eine negative Kreisfrequenz phys. keinen Sinn macht

$$T_0 = \frac{1}{f_0} = \frac{2\pi}{w_0} = \frac{2\pi}{12,3 \text{ Hz}} = \underline{\underline{0,511 \text{ s}}}$$
$$w_0 = 2\pi f_0 \Leftrightarrow f_0 = \frac{w_0}{2\pi}$$

d) In Ruhelage gilt:  $\vec{R} = 0$ , bzw:  $\ddot{y} = 0$  (keine Beschleunigung):

$$\Rightarrow \ddot{y}_{ggw} = -\alpha y_{ggw} - \beta \stackrel{!}{=} 0$$
$$\Leftrightarrow \alpha y_{ggw} = -\beta$$
$$\Leftrightarrow y_{ggw} = -\frac{\beta}{\alpha} = \frac{-9,81 \text{ m/s}^2}{151 \text{ s}^{-2}} = -0,065 \text{ m} = \underline{\underline{-6,5 \text{ cm}}}$$

e) Anfangsbedingungen:  $\begin{cases} y(0) = y_0 \\ \dot{y}(0) = 0 \end{cases}$  DGL lösen:  $\ddot{y} = -\alpha y - \beta$

$$\text{Homogener Teil: } \ddot{y} + \alpha y = 0 \Leftrightarrow \ddot{y} + w_0^2 y = 0 \Rightarrow y_h(t) = A \cos(w_0 t) + B \sin(w_0 t)$$

$$\text{Partikulärer Teil: } \ddot{y} + w_0^2 y = -\beta \Rightarrow \text{Ansatz: } y_p(t) = C$$
$$\Leftrightarrow C'' + w_0^2 C = -\beta \quad \begin{matrix} \uparrow \\ \text{Konstante} \end{matrix}$$
$$\Leftrightarrow w_0^2 C = -\beta \Leftrightarrow C = -\frac{\beta}{w_0^2}$$

$$\text{Folglich erhalten wir: } y(t) = y_h(t) + y_p(t) = A \cos(w_0 t) + B \sin(w_0 t) - \frac{\beta}{w_0^2} \quad (\text{allgemeine Lsg})$$



Wir verwenden die AB um die spezifische LÖ zu bestimmen:

$$y(0) = A - \frac{\beta}{\omega_0^2} = y_0 \Leftrightarrow A = y_0 + \frac{\beta}{\omega_0^2}$$

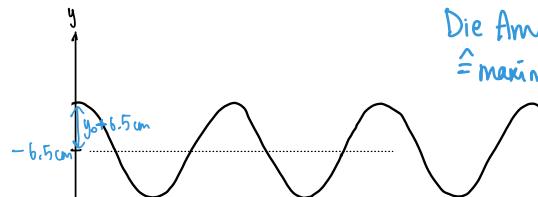
$$\dot{y}(0) = \omega_0 B = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$\frac{\beta}{\omega_0^2} = \frac{9.81 \text{ m/s}^2}{151 \text{ s}^{-2}} = 6.5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow y(t) = \left(y_0 + \frac{\beta}{\omega_0^2}\right) \cos(\omega_0 t) - \frac{\beta}{\omega_0^2} = (y_0 + 6.5 \text{ cm}) \cos(\omega_0 t) - 6.5 \text{ cm}$$

Die Amplitude der Schwingung  
= maximale Auslenkung!

Schwingung ist um so viel "versetzt"



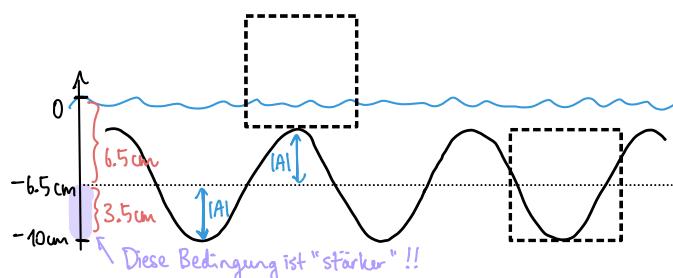
Würfel darf nie komplett eintauchen oder auftauchen:

$$\text{d.h. } |A| < 3.5 \text{ cm} \Leftrightarrow |y_0 + 6.5 \text{ cm}| < 3.5 \text{ cm}$$

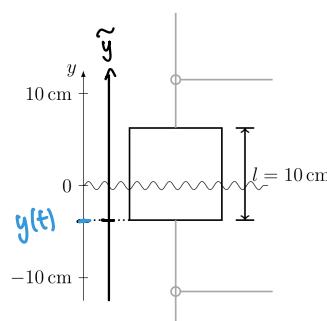
$$\Leftrightarrow -3.5 \text{ cm} < y_0 + 6.5 \text{ cm} < 3.5 \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow -10 \text{ cm} < y_0 < -3 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{y_0 \in (-10 \text{ cm}, -3 \text{ cm})}}$$



f)



Wir definieren  $\tilde{y}$  so, dass es bei der Gleichgewichts-

$$\text{lage } \tilde{y} = 0 \text{ gilt} = \underline{\underline{\tilde{y} = y - y_{ggw} = y + 6.5 \text{ cm}}}$$

Check: DGL wird zu:  $\tilde{y} = \tilde{y} + y_{ggw}$   $y_{ggw} = -6.5 \text{ cm}$

$$\ddot{y} + \alpha y = -\beta \Rightarrow (\tilde{y} + y_{ggw}) + \alpha \cdot (\tilde{y} + y_{ggw}) = -\beta$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\tilde{y}} + \alpha \tilde{y} + \alpha y_{ggw} = -\beta$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\tilde{y}} + \alpha \tilde{y} = -\beta - \alpha y_{ggw} \quad / \text{aus d: } y_{ggw} = -\frac{\beta}{\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\tilde{y}} + \alpha \tilde{y} = -\beta + \alpha \cdot \frac{\beta}{\alpha} = -\beta + \beta = 0 \quad \text{homogen :)}$$



g) neue DGL:  $\ddot{\tilde{y}} = -\alpha \tilde{y} - \gamma \dot{\tilde{y}} \Leftrightarrow \ddot{\tilde{y}} + \gamma \dot{\tilde{y}} + \alpha \tilde{y} = 0$

Schwache Dämpfung:  $\frac{\gamma}{2} < \omega_0 \quad / \omega_0 = \sqrt{\alpha}$

$$\Leftrightarrow \frac{\gamma}{2} < \sqrt{\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{\gamma < 2\sqrt{\alpha}}} \quad (= 2 \cdot 92,3 \text{ Hz} = 24,6 \text{ Hz}) \text{ weiß nicht ob da Werte verlangt sind}$$

h)  $\tilde{y}(t)$  bestimmen für Fall der schwachen Dämpfung, d.h.  $\gamma < 2\sqrt{\alpha}$

AB:  $\begin{cases} \tilde{y}(0) = \tilde{y}_0 \\ \dot{\tilde{y}}(0) = 0 \end{cases}$  DGL lösen:  $\ddot{\tilde{y}} + \gamma \dot{\tilde{y}} + \alpha \tilde{y} = 0$  Ansatz:  $\tilde{y}(t) = e^{\lambda t}$

$$\Rightarrow \text{Chp}(\lambda): \lambda^2 + \gamma \lambda + \alpha = 0$$

$$\Rightarrow \lambda_{1,2} = \frac{-\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - 4\alpha}}{2} \text{ negativ, da } \gamma < 2\sqrt{\alpha} \Rightarrow \gamma^2 < 4\alpha$$

$$= \frac{-\gamma \pm \sqrt{(-1) \cdot (4\alpha - \gamma^2)}}{2} \text{ jetzt positiv.}$$

$$= \frac{-\gamma \pm i\sqrt{4\alpha - \gamma^2}}{2}$$

$$\Rightarrow \tilde{y}(t) = A e^{\frac{-\gamma + i\sqrt{4\alpha - \gamma^2}}{2} t} + B e^{\frac{-\gamma - i\sqrt{4\alpha - \gamma^2}}{2} t}$$

$$= e^{-\frac{\gamma}{2}t} \left( A e^{i \frac{\sqrt{4\alpha - \gamma^2}}{2} t} + B e^{-i \frac{\sqrt{4\alpha - \gamma^2}}{2} t} \right) := \delta \quad (\text{um Schreibarbeit zu reduzieren :})$$

$$= e^{-\frac{\gamma}{2}t} \cdot \left\{ A(\cos(\delta t) + i \sin(\delta t)) + B(\cos(\delta t) - i \sin(\delta t)) \right\}$$

$$= e^{-\frac{\gamma}{2}t} \left\{ \underbrace{(A+B)}_{:= \tilde{A}} \cos(\delta t) + \underbrace{i(A-B)}_{:= \tilde{B}} \sin(\delta t) \right\}$$

mit  $\tilde{A}, \tilde{B} \in \mathbb{R}$  (In Physik suchen wir nur nach reellen Lösungen!)

$$= e^{-\frac{\gamma}{2}t} (\tilde{A} \cos(\delta t) + \tilde{B} \sin(\delta t))$$

Anfangsbedingungen einsetzen:

$$\tilde{y}(0) = \tilde{A} = \tilde{y}_0$$

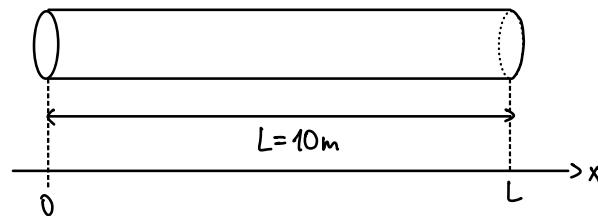
$$\dot{\tilde{y}}(0) = -\frac{\gamma}{2} e^{-\frac{\gamma}{2}t} \left( \tilde{A} \cos(\delta t) + \tilde{B} \sin(\delta t) \right) + e^{-\frac{\gamma}{2}t} (-\delta \tilde{A} \sin(\delta t) + \delta \tilde{B} \cos(\delta t)) \Big|_{t=0} =$$



$$\begin{aligned} -\frac{\gamma}{2}\tilde{A} + \delta\tilde{B} &= 0 \quad \Rightarrow \quad \tilde{B} = \frac{\gamma}{2\delta}\tilde{A} = \frac{\gamma}{2}\cdot\frac{z}{\sqrt{4\alpha-\gamma^2}} \cdot \tilde{y}_0 = \frac{\gamma}{\sqrt{4\alpha-\gamma^2}} \tilde{y}_0 \\ \delta &= \sqrt{\frac{4\alpha-\gamma^2}{2}} = \sqrt{\alpha - \frac{\gamma^2}{4}} \quad \text{r} \quad \tilde{A} = \tilde{y}_0 \\ \Rightarrow \tilde{y}(t) &= \tilde{y}_0 e^{-\frac{\gamma}{2}t} \left\{ \cos\left(\sqrt{\alpha - \frac{\gamma^2}{4}} t\right) + \frac{\gamma}{\sqrt{4\alpha-\gamma^2}} \sin\left(\sqrt{\alpha - \frac{\gamma^2}{4}} t\right) \right\} \end{aligned}$$

Bem: Ich glaube, man darf auch direkt den Ansatz für schwache Dämpfungen verwenden ( $\tilde{y}(t) = (C_1 \cos(\omega_0 t) + C_2 \sin(\omega_0 t)) e^{-\frac{\gamma}{2}t}$ ), dann geht es schneller :)

## Aufgabe 2:



Schallwelle:  $v_s = 343 \text{ m/s}$

⚠ longitudinal!

$$\text{Schallauslenkung: } \xi(x,t) = A \cos(kx) \cos(2\pi ft - \psi)$$

a) Beide Enden geöffnet:

$$\text{Randbedingungen: } |\xi(0,t)| = |\xi(L,t)| = A_{\max}(t)$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow \xi(0,t) = |A \cos(2\pi ft - \psi)| \stackrel{!}{=} A_{\max}(t)$$

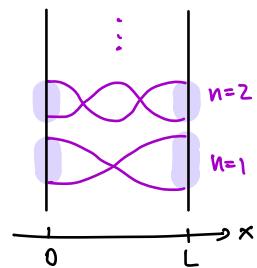
maximal wenn  $= \pm 1$

eigentlich nicht so wichtig,  $\psi$  muss man ja nicht bestimmen in dieser Aufgabe  
⇒ d.h. diese Randbedingung bringt uns nicht weiter!

Muss maximal sein  $\underline{At}$ , insbesondere auch für  $t=0 \rightarrow$  Wähle  $t=0$  und setze ein, so kann man  $\psi$  bestimmen :

$$\Rightarrow |\cos(-\psi)| \stackrel{!}{=} 1$$

$$\Rightarrow -\psi = n\pi, n \in \mathbb{Z}$$



$$\textcircled{2} \Rightarrow \xi(L,t) = |A \cos(kL) \cos(2\pi ft - n\pi)| \stackrel{!}{=} A_{\max}(t)$$

$$\Rightarrow |\underbrace{\cos(kL)}_{= \pm 1} \cos(2\pi ft - n\pi)| \stackrel{!}{=} 1$$

da wir den maximalen Wert wollen!

$$\Rightarrow \cos(kL) \stackrel{!}{=} \pm 1 \Rightarrow kL = n\pi \Rightarrow k = \frac{n\pi}{L}$$

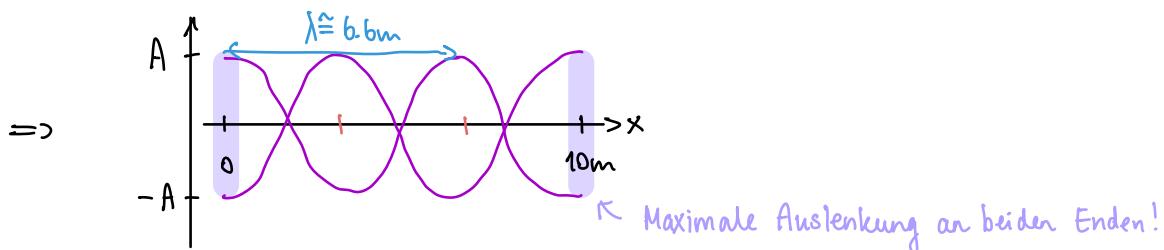
$$\underline{\underline{b) f_n = \frac{v \cdot k_n}{2\pi}}}$$

$$\text{Zahlenwert für Fall } k = \frac{2\pi}{L} : f = \frac{v \cdot 2\pi}{2\pi L} = \frac{v}{L} = \frac{343 \text{ m/s}}{10 \text{ m}} = \underline{\underline{34.3 \text{ Hz}}}$$

$$v(\text{Schall}) = 343 \text{ m/s}$$

c)  $k = \frac{3\pi}{L} \Rightarrow f = \frac{v - 3\pi}{2\pi L} = \frac{3}{2} \frac{v}{L} =$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{v}{\frac{3}{2} \frac{v}{L}} = \frac{2}{3} L = \frac{2}{3} \cdot 10 \text{ m} \approx 6.6 \text{ m}$$



d) Katze kann nur  $f > 45 \text{ Hz}$  wahrnehmen



$$v = 343 \text{ m/s}, L = 10 \text{ m}$$

i) Grundschwingung:  $n=1 \Rightarrow f = \frac{v}{2L} = 17.15 \text{ Hz}$  ↗ zu tief

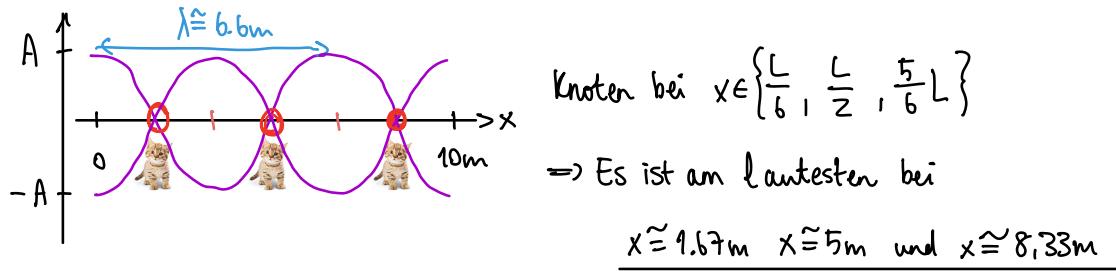
ii) 1. Oberschwingung:  $n=2 \Rightarrow f = \frac{2v}{2L} = 34.3 \text{ Hz}$  ↗ zu tief

iii) 2. Oberschwingung:  $n=3 \Rightarrow f = \frac{3v}{2L} = 51.45 \text{ Hz}$  ✓ Katze kann einen Ton wahrnehmen!

Das Gehör nimmt Druckänderungen wahr. D.h. die Lautstärke ist bei den Knoten der Auslenkung am grössten. Why? → ⚡

Bei der 2. Oberschwingung haben wir:

$$\lambda = \frac{2L}{3} = \frac{2}{3} L \rightarrow \text{genau das was wir in c) skizziert haben!}$$



(\*) Skript S.99:

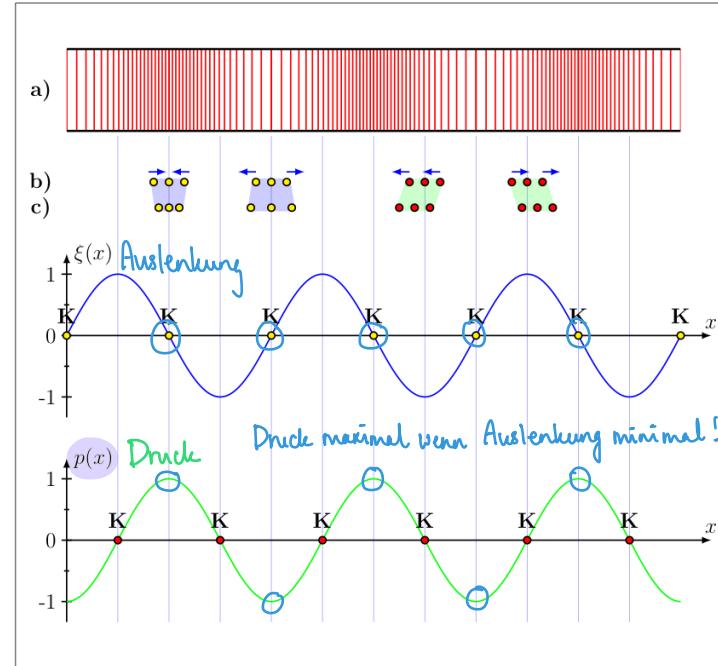
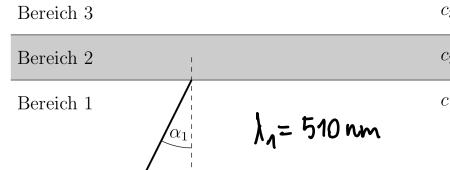


Abbildung 2.35: Druck- und Amplitudenverteilung einer stehenden Schallwelle in einem Gas zu einem festgelegten Zeitpunkt: a) Dichteausbreitung des Gases, b) Ruhelagen einiger ausgewählter Moleküle (dargestellt durch die Kugeln in der oberen Reihe) mit Richtung ihrer Auslenkung gemäß  $\xi(x)$  (dargestellt durch die Pfeile und die neuen Positionen der Kugeln in der unteren Reihe). Jedes der vier Beispiele entspricht einem Ort gemäß der  $x$ -Achsen in c). Insbesondere treten die blau hinterlegten Szenarien an den Orten auf, bei denen  $\xi(x)$  einen Nulldurchgang hat (Extrema des Drucks), während die grün hinterlegten an den Orten der Nulldurchgänge von  $p(x)$  (Extrema der Dichte) auftreten. c) Verlauf der Auslenkung  $\xi(x)$  und des Drucks  $p(x)$  über dem Ort.



### Aufgabe 3:

Im Bereich 1 und 3 sei die Lichtgeschwindigkeit  $c_1 = c_3 = 2 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ , im Bereich 2 sei sie  $c_2 = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ .



- a)  $\alpha$  kleiner  $\rightarrow$  licht bricht zum Lot hin  
 $\alpha$  grösser  $\rightarrow$  licht bricht vom Lot weg } Why?  $\rightarrow \star$

$$\begin{aligned} \text{Da } c_1 < c_2 &\Rightarrow \alpha_1 < \alpha_2 \\ c_2 > c_3 &\Rightarrow \alpha_2 > \alpha_3 \\ c_1 = c_3 &\Rightarrow \alpha_1 = \alpha_3 \end{aligned}$$

- (a) Was gilt für den Winkel  $\alpha_2$  des Lichtstrahls im Bereich 2 und für den Winkel  $\alpha_3$  im Bereich 3?
- $\alpha_2 < \alpha_1$  und  $\alpha_3 < \alpha_1$
  - $\alpha_2 < \alpha_1$  und  $\alpha_3 = \alpha_1$
  - $\alpha_2 < \alpha_1$  und  $\alpha_3 > \alpha_1$
  - $\alpha_2 = \alpha_1$  und  $\alpha_3 < \alpha_1$
  - $\alpha_2 = \alpha_1$  und  $\alpha_3 = \alpha_1$
  - $\alpha_2 = \alpha_1$  und  $\alpha_3 > \alpha_1$
  - $\alpha_2 > \alpha_1$  und  $\alpha_3 < \alpha_1$
  - $\alpha_2 > \alpha_1$  und  $\alpha_3 = \alpha_1$
  - $\alpha_2 > \alpha_1$  und  $\alpha_3 > \alpha_1$

$\star$  Why?  $c_2$  kleiner als  $c_1$ :  $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{c_1}{c_2} < 1 \Leftrightarrow \sin \theta_1 < \sin \theta_2 \Rightarrow \theta_1 < \theta_2$   
 $c_2$  grösser als  $c_1$ :  $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{c_1}{c_2} > 1 \Leftrightarrow \sin \theta_1 > \sin \theta_2 \Rightarrow \theta_1 > \theta_2$   
geht da  $\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$  ✓

b) Totalreflexion: Wenn  $\sin \alpha_2 = \sin \alpha_1 \frac{c_2}{c_1} > 1 \Rightarrow \sin \alpha_1 \frac{c_2}{c_1} > 1$

$$\Leftrightarrow \alpha_1 > \arcsin \left( \frac{c_1}{c_2} \right) = \arcsin \left( \frac{2 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \right) \approx \underline{\underline{41.8^\circ}}$$

- (b) Ab welchem Winkel tritt an der Grenzfläche zwischen Bereich 1 und Bereich 2 Totalreflexion auf?

- $\alpha_1 = 30^\circ$
- $\alpha_1 \approx 42^\circ$
- $\alpha_1 = 45^\circ$
- $\alpha_1 \approx 48^\circ$
- $\alpha_1 = 60^\circ$
- Es ist keine Totalreflexion möglich.

c) Wellenlänge:  $\lambda_{\text{medium}} = \frac{v_{\text{medium}}}{f}$  und f ändert sich nicht bei Reflexion / Transmission:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\frac{v_2}{f}}{\frac{v_1}{f}} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{c_2}{c_1} \cdot \lambda_1 = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \times 510 \text{ nm} = \underline{\underline{765 \text{ nm}}}$$

- (c) Welche Wellenlänge  $\lambda_2$  hat das Licht im Bereich 2?
- $\lambda_2 = 255 \text{ nm}$
  - $\lambda_2 = 340 \text{ nm}$
  - $\lambda_2 = 510 \text{ nm}$
  - $\lambda_2 = 612 \text{ nm}$
  - $\lambda_2 = 765 \text{ nm}$
  - $\lambda_2 = 1020 \text{ nm}$



d) Wenn  $\alpha_1 = 0$ :  $A_{1,\text{reflektiert}} = 0.2 \times A_1$

Leistung ist proportional zum Quadrat der Amplitude.

$$\Rightarrow P_1 \propto A_1^2, P_{1,\text{reflektiert}} \propto (A_{1,\text{reflektiert}})^2$$

$$\Rightarrow \frac{P_{1,\text{reflektiert}}}{P_1} = \frac{(A_{1,\text{reflektiert}})^2}{A_1^2} = \frac{(0.2 \times A_1)^2}{A_1^2} = 0.04$$

$$\Rightarrow \text{In dB: } 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{P_{1,\text{reflektiert}}}{P_1} \right) \text{dB} = 10 \cdot \log_{10}(0.04) \approx -14 \text{ dB}$$

In Physik  $10 \cdot \log_{10}(1x)$  ! (NusII  $20 \cdot \log_{10}(1x)$ )

- (d) Der Betrag der Amplitude der an der ersten Grenzschicht reflektierten Welle ist im Fall  $\alpha_1 = 0$  gleich 20% des Betrages der Amplitude der einfallenden Welle. Geben Sie für diesen Fall die Leistung der reflektierten Welle in dB bezogen auf die ursprüngliche Leistung an.

- ungefähr -28 dB  
 ungefähr -14 dB  
 ungefähr -7 dB  
 ungefähr -3 dB  
 ungefähr 3 dB  
 ungefähr 7 dB  
 ungefähr 14 dB  
 ungefähr 28 dB

e)  $c_1 = c_3 = 3 \times 10^8 \text{ m/s}, c_2 = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$

Totalreflexion:  $\sin \theta_t = \sin \theta_i \frac{v_t}{v_i} > 1$       i: einfallend, t: transmittiert

$\frac{c_2}{c_1} < 1, \quad \frac{c_3}{c_2} > 1$       nur möglich, wenn  $\frac{v_t}{v_i} > 1$ , da  $\sin \theta_i \leq 1$ !  
und  $\sin(\theta_i)$  sollte auch ausreichend gross sein  $\rightarrow \theta_i$  ausreichend gross.

Eine Totalreflexion wäre also (wenn sie überhaupt auftritt) nur bei der Grenzfläche 2→3 möglich. Aber:

2→3:  $\sin \alpha_3 = \sin \alpha_2 \frac{c_3}{c_2} > 1$       Bedingung für Totalreflexion

einsetzen

1→2:  $\sin \alpha_2 = \sin \alpha_1 \frac{c_2}{c_1}$        $\Rightarrow \sin \alpha_1 \cdot \frac{c_2}{c_1} \cdot \frac{c_3}{c_2} = \sin \alpha_1 \frac{c_3}{c_1} = \sin \alpha_1 > 1$



Diese Bedingung ist nie erfüllt, da  $\sin \in [-1, 1]$  !  
(D.h. in Worten,  $\alpha_2$  wird nie gross genug sein s.d. eine Totalreflexion auftritt).

Von nun an werde eine modifizierte Anordnung betrachtet, bei der  $c_1 = c_3 = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$  und  $c_2 = 2 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$  gilt. Der Lichtstrahl falle wie zuvor aus dem Bereich 1 kommend mit einem Winkel  $\alpha_1$  ein.

- (e) Wo und wann kann bei dieser modifizierten Anordnung Totalreflexion auftreten?
- An der Grenzfläche zwischen 1 und 2, wenn  $\alpha_1$  ausreichend klein ist.
  - An der Grenzfläche zwischen 1 und 2, wenn  $\alpha_1$  ausreichend gross ist.
  - An der Grenzfläche zwischen 2 und 3, wenn  $\alpha_1$  ausreichend klein ist.
  - An der Grenzfläche zwischen 2 und 3, wenn  $\alpha_1$  ausreichend gross ist.
  - Es ist keine Totalreflexion möglich.

### Aufgabe 4:



a) Gerade schweben System muss im Gleichgewicht sein:



$$F_G = (m + m_{\text{Luftfüllung}}) \cdot g = (m + \rho' \cdot V_{\text{Ballon}}) g$$

$$\begin{aligned} F_A &= M_{\text{Luft, verdrängt}} \cdot g \\ &= \rho \cdot \underbrace{V_{\text{Luft, verdrängt}}} \cdot g \\ &= V_{\text{Ballon}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{gerade schweben: } F_G \stackrel{!}{=} F_A$$

$$\Leftrightarrow m + \rho' V_{\text{Ballon}} = \rho V_{\text{Ballon}}$$

$$\Leftrightarrow \rho' = \rho - \frac{m}{V_{\text{Ballon}}}$$

b) Verwenden  $pV = \tilde{n}RT$  (idealer Gas),  $M = \frac{m}{\tilde{n}}$   $\Leftrightarrow \tilde{n} = \frac{m}{M}$ ,  $m = \rho \cdot V$

$$\Leftrightarrow pV = \frac{m}{M_{\text{Luft}}} RT = \frac{\rho \cdot V}{M_{\text{Luft}}} RT$$

$$\Leftrightarrow \rho = \frac{P \cdot M_{\text{Luft}}}{R T}$$

c) gerade schweben  $\rightarrow$  in a) bestimmt:  $\rho' = \rho - \frac{m}{V_{\text{Ballon}}}$

$$\text{b)} \Rightarrow \left[ \frac{P' M_{\text{Luft}}}{R T'} \right] = \frac{P M_{\text{Luft}}}{R T} - \frac{m}{V_{\text{Ballon}}} = \frac{P M_{\text{Luft}} V_B - m R T}{R T V_B}$$

Hinweis verwenden:  $P'$  (Druck im Ballon) =  $P$  (Druck in Umgebung), da die Ballonhülle unter einer Öffnung hat!



$$\Leftrightarrow T^1 = \frac{p \cdot M_{\text{Luft}}}{R} \cdot \frac{RTV_B}{pM_{\text{Luft}}V_B - mRT} = \frac{p \cdot M_{\text{Luft}}TV_B}{pM_{\text{Luft}}V_B - mRT}$$

Werte einsetzen:  $m = 800 \text{ kg}$   
 $V = 4000 \text{ m}^3$   
 $T = 293 \text{ K}$   
 $p = 1020 \times 10^{-3} \times 10^5 \text{ Pa} = 1020 \times 10^2 \text{ Pa}$   
 $M_{\text{Luft}} = 29 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$   
 $R = 8.315 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

$$\Rightarrow T^1 = \frac{1020 \times 10^2 \times 29 \times 10^{-3} \times 293 \times 4000}{1020 \times 10^2 \times 29 \times 10^{-3} \times 4000 - 800 \times 8.315 \times 293} \text{ K} = \underline{\underline{350,8 \text{ K}}}$$

d)  $T'' = 360 \text{ K}$

$$c_{\text{Luft}} = 1.01 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

benötigte Energie:  $Q' = m \cdot c_{\text{Luft}} \cdot \Delta T = \frac{p M_{\text{Luft}} V_B}{R T''} c_{\text{Luft}} \cdot (T'' - T) =$

Masse der Luft, welcher im Ballon eingebracht wird:  $m = p \cdot V = \frac{p M_{\text{Luft}} V_B}{R T''}$

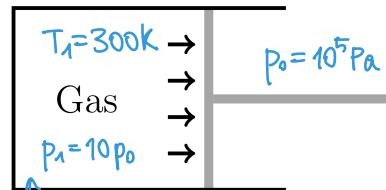
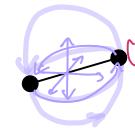
$$= \frac{1020 \times 10^2 \times 29 \times 10^{-3} \times 4000}{8.315 \times 360} \times 1.01 \times 10^3 \times (360 - 293) \text{ J} = \underline{\underline{267 \text{ kJ}}}$$

## Aufgabe 4:

a) Ideales Gas  $\Rightarrow$  Freiheitsgrade sind nur Translation ( $x, y, z$ -Richtung) und Rotation.

Freiheitsgrad  $f = 5 \Rightarrow$  Es ist ein 2-atomiges Gas.

(Molekül ist Rotationssymmetrisch um eine Achse.)



Gas wird expandiert  $\Rightarrow$  leistet mechanische Arbeit.

Zu bestimmen:  $U'$  (Energie die dem Energiespeicher entnommen wird)

Isotherme Expansion bis  $p_1 \rightarrow p_2 = p_0$

$$b) W' = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\tilde{n}RT_1}{V} dV = \tilde{n}RT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \tilde{n}RT_1 \ln\left(\frac{\frac{\tilde{n}RT_1}{P_2}}{\frac{\tilde{n}RT_1}{P_1}}\right) = \tilde{n}RT_1 \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

$pV = \tilde{n}RT$  (ideales Gas)

mechanische Arbeit pro Kubikmeter Anfangsvolumen:

$$\frac{W'}{V_1} = \frac{\tilde{n}RT_1 \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)}{V_1} = \frac{\tilde{n}RT_1 \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)}{\frac{\tilde{n}RT_1}{P_1}} = P_1 \ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right) = 10 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot \ln(10) = \underline{\underline{2,3 \text{ MJ}}}$$

$pV = \tilde{n}RT$

$P_2 = P_0$

$P_1 = 10P_0$

c) T konstant halten: Isotherme Expansion:  $Q' - W' \stackrel{!}{=} 0$

$$\Rightarrow \frac{Q'}{V_1} = \frac{W'}{V_1} = \underline{\underline{2,3 \text{ MJ}}}$$

$\Rightarrow$  Das System ist ein schlechter Energiespeicher, da er für die Speicherung der Energie ( $\Delta U = 0$ ) eine riesige Wärmezufuhr brauchen würde.

Nun Adiabatische Expansion bis  $p_1 \rightarrow p_2 = p_0$

$$d) \text{ Poisson: } T_1^\gamma p_1^{1-\gamma} \stackrel{!}{=} T_2^\gamma p_2^{1-\gamma}$$



$$\Leftrightarrow T_2^Y = T_1^Y \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\gamma-1}$$

$/ P_2 = P_0 \text{ und } (\dots)^{\frac{1}{\gamma}} \text{ auf beiden Seiten}$

$$\Leftrightarrow T_2 = T_1 \left( \frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}-1} \quad \gamma = \frac{f+2}{f} = \frac{7}{5} \quad P_1 = 10 P_0$$
$$\Rightarrow T_2 = 300K \cdot (10)^{\frac{5}{7}-1} = \underline{\underline{155K}}$$

e) Innere Energie: adiabatische Expansion:  $\Delta U = \Delta W^\leftarrow = \tilde{n} c_V \Delta T = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma-1}$

$$\Rightarrow \frac{W'}{V_1} = - \frac{W^\leftarrow}{V_1} = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{V_1(\gamma-1)} = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_1 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}}}{V_1(\gamma-1)} = \frac{P_1 - P_2 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}}}{\gamma-1} =$$

$\uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow$

$$P_2 = P_0 \qquad \qquad \qquad P_1 = 10 \cdot P_0$$
$$\Leftrightarrow V_2 = V_1 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$
$$= \frac{10 \cdot 10^5 Pa - 10^5 Pa \cdot (10)^{\frac{5}{7}}}{\frac{7}{5}-1} = \underline{\underline{1.21 MJ}}$$

$\Rightarrow$  Das Gas gibt 1.21 MJ pro Kubikmeter Anfangsvolumen in die Umgebung ab.

Macht auch intuitiv Sinn, da durch die Expansion des Gas kälter wird

$\Rightarrow$  diese vom Gas "verlorene" Wärme wurde in mechanische Arbeit umgewandelt um den Kolben zu drücken und zu expandieren.