



Eidgenössische Technische Hochschule Zürich  
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

**151-0223-10 - Technische Mechanik**  
**- Basisprüfung -**  
**07. Februar 2022**  
**14:30-16:30**

Dr. Paolo Tiso

**HINWEISE:**

- Die vorliegende Prüfung umfasst 9 Seiten mit 15 Aufgaben für den Multiple-Choice-Teil und 8 Seiten mit 2 Aufgaben für den Rechenteil.
- Der Multiple-Choice-Teil enthält 15 richtige Antworten. Jede richtige Antwort wird mit 1 Punkt bewertet. Für falsche oder leere Antworten gibt es keinen Punktabzug.
- Für Bemerkungen bezüglich den MC dürfen Sie die Rückseite des Antwortblatt benutzen (wird nur im Zweifelsfall gelesen).
- Im Rechenteil können 15 Punkte erreicht werden.
- Falls Sie mehr Platz für den Rechenteil brauchen, dürfen Sie das extra Blatt auf der letzten Seite benutzen.
- Jeder Teil wird mit 50% gewichtet.
- Die Prüfungszeit beträgt 2 Stunden.
- Zugelassene Hilfsmittel: 4 doppelseitig (bzw. 8 einseitig) beschriebene A4-Blätter, **kein** Taschenrechner.
- Beantworten Sie die vorliegenden Aufgaben an den dafür vorgesehenen Stellen.
- Schalten Sie Ihr Mobiltelefon und alle weiteren elektronischen Geräte aus.
- **Das Antwortblatt sowie alle Seiten des Rechenteils sind abzugeben.**

**Viel Erfolg!**



**151-0223-10 Technische Mechanik**

Basisprüfung 07.02.2022

Dr. Paolo Tiso

**Antwortblatt**

Nachname:

Vorname:

Legi-Nummer:

**Legi-Nummer**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

**Antworten**

1.  A  B  C  D  E
2.  A  B  C  D  E
3.  A  B  C  D  E
4.  A  B  C  D  E
5.  A  B  C  D  E
6.  A  B  C  D  E
7.  A  B  C  D  E
8.  A  B  C  D  E
9.  A  B  C  D  E
10.  A  B  C  D  E
11.  A  B  C  D  E
12.  A  B  C  D  E
13.  A  B  C  D  E
14.  A  B  C  D  E
15.  A  B  C  D  E

Wie man das Antwortblatt richtig ausfüllt:

Ja:

<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
<input type="radio"/> A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E

Nein

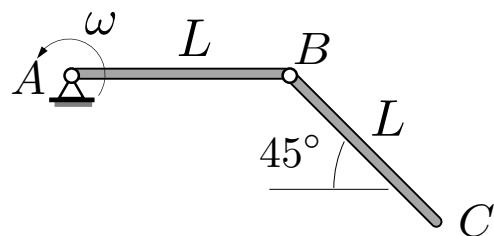
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
<input type="radio"/> A	<input checked="" type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E

**Diese Seite muss am Ende abgegeben werden!**

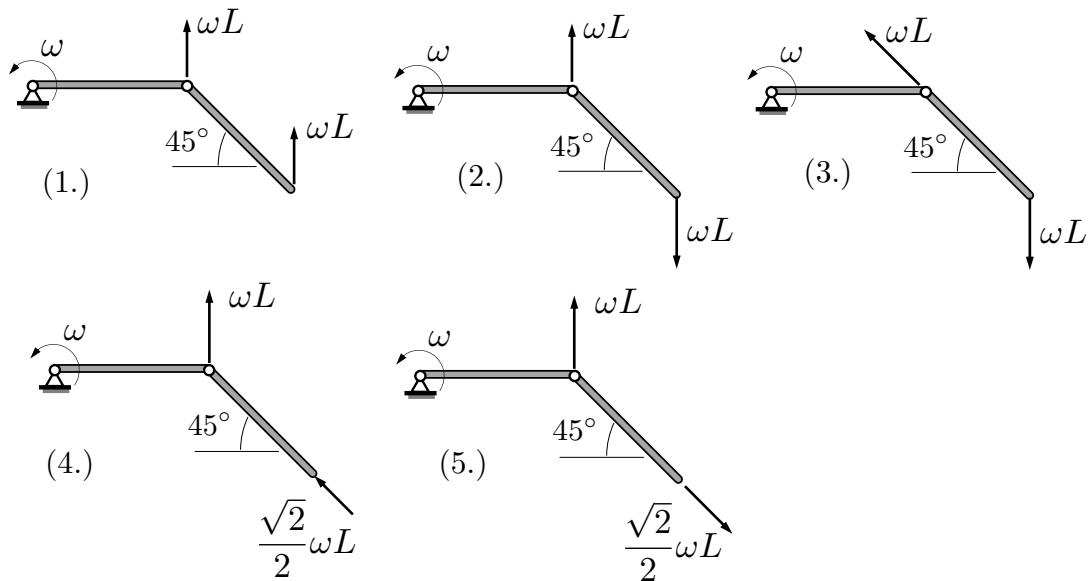
Für Bemerkungen bezüglich den MC (wird nur im Zweifelsfall gelesen)

## Teil I - Multiple-Choice (1 richtige Antwort)

1. Das abgebildete System besteht aus zwei Stäben  $AB$  und  $BC$  von gleicher Länge  $L$ . Der Endpunkt  $A$  ist am Boden angelenkt, während  $AB$  und  $BC$  im Punkt  $B$  gelenkig verbunden sind. Zum dargestellten Zeitpunkt ist  $AB$  horizontal gerichtet und rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ . Der Stab  $BC$  schliesst einen Winkel von  $45^\circ$  mit der Horizontalen ein.

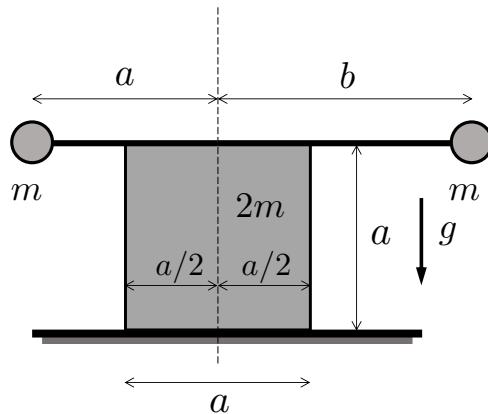


Welche(r) der folgenden Fälle stellt/stellen mögliche korrekte Geschwindigkeitsvektoren von  $B$  und  $C$  dar? Alle Pfeile zeigen positive Richtungen an.



- (a) Nur 1. und 4.
- (b) Alle.
- (c) Nur 1.
- (d) Nur 1. und 5.
- (e) Nur 2. und 3.

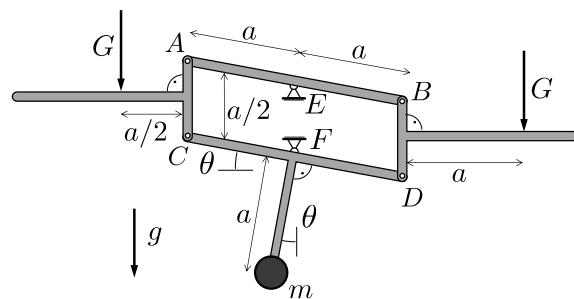
2. Ein Block der Masse  $2m$  mit den Seiten der Länge  $a$  liegt auf einem horizontalen, reibungsfreien Boden. Zwei gleiche Punktmassen  $m$  sind an der Oberseite des Blocks in den Abständen  $a$  bzw.  $b$  von der Mittellinie des Blocks starr befestigt, wie gezeigt. Die Schwerkraft  $g$  wirkt nach unten.



Was ist der maximale Wert für  $b$ , damit der Block nicht kippt?

- (a)  $b = \frac{3}{2}a$
- (b)  $b = a$
- (c)  $b = 3a$
- (d)  $b = \frac{5}{2}a$
- (e)  $b = 2a$

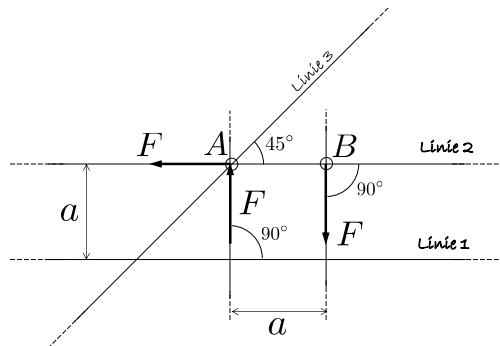
3. Die dargestellte parallele Waage besteht aus vier masselosen Elementen, die an den Punkten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  gelenkig verbunden sind. Das System ist dann an den Punkten  $E$  und  $F$  am Boden angelenkt. Eine Punktmasse  $m$  ist im Abstand  $a$  vom Gelenk  $F$  am unteren Element starr befestigt. Zwei gleiche, nach unten wirkende Kräfte  $G$  werden im Abstand  $a/2$  bzw.  $a$  auf die horizontalen Elemente ausgeübt. Die Schwerkraft  $g$  wirkt nach unten.



Wie gross ist der Winkel  $\theta$  beim Gleichgewicht? ( Hinweis: Wenden Sie das PdvL an)

- (a)  $\theta = \arcsin \frac{1}{2}$
- (b)  $\theta = \arctan \frac{1}{4}$
- (c)  $\theta = 0$
- (d)  $\theta = \arccos \frac{2}{3}$
- (e)  $\theta = \arccos \frac{1}{2}$

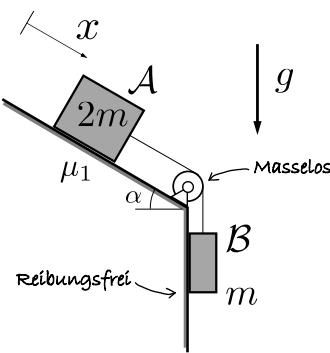
4. Die gezeigte Kraftgruppe besteht aus drei Kräften gleicher Betrags  $F$ . Zwei dieser Kräfte wirken im Punkt  $A$  und die dritte im Punkt  $B$ , und sind wie gezeigt horizontal und vertikal ausgerichtet. Der Abstand zwischen den Punkten  $A$  und  $B$  wird mit  $a$  bezeichnet.



In Bezug auf welche(n) Punkt(e) ist die dargestellte Kraftgruppe eine Einzelkraft?

- (a) Bezuglich aller Punkte auf der Linie 3.
- (b) Bezuglich aller Punkte auf der Linie 2.
- (c) Nur bezüglich  $B$ .
- (d) Bezuglich aller Punkte auf der Linie 1.
- (e) Nur bezüglich  $A$ .

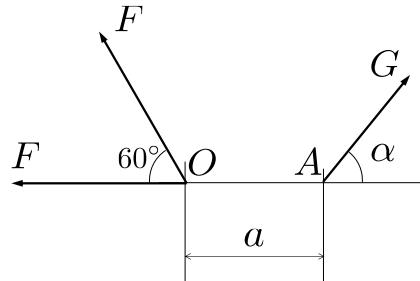
5. Ein Block  $\mathcal{A}$  der Masse  $2m$  gleitet auf einer schiefen, rauen Ebene mit dem Gleitreibungskoeffizienten  $\mu_1$  und dem Neigungswinkel  $\alpha$ . Der Block  $\mathcal{A}$  ist mit einem zweiten Block  $\mathcal{B}$  der Masse  $m$  durch ein masseloses, nicht dehnbare Seil verbunden. Das Seil ist, wie gezeigt, auf eine masselose Rolle gewickelt. Der Block  $\mathcal{B}$  gleitet auf einer vertikalen, reibungsfreien Wand. Die Schwerkraft  $g$  wirkt nach unten. Die Koordinate  $x$  gibt die Lage von  $\mathcal{A}$  auf der schiefen Ebene an.



Wie gross ist die Beschleunigung  $\ddot{x}$ ?

- (a)  $\ddot{x} = \frac{g(1+\mu_1 \cos \alpha + \sin \alpha)}{3}$
- (b)  $\ddot{x} = \frac{g(1-2\mu_1 \cos \alpha + 2 \sin \alpha)}{3}$
- (c)  $\ddot{x} = \frac{g(1+2 \sin \alpha)}{2}$
- (d)  $\ddot{x} = \frac{g(1-2\mu_1 \sin \alpha + 2 \cos \alpha)}{3}$
- (e)  $\ddot{x} = \frac{g(1-\mu_1 \cos \alpha)}{3}$

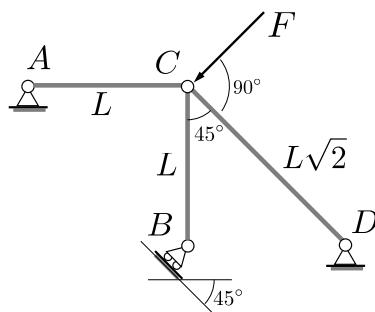
6. Die dargestellte Kräftegruppe besteht aus drei Kräften. Zwei Kräfte wirken im Punkt  $O$ , haben den gleichen Betrag  $F$  und ihre Wirkungslinien umschließen einen Winkel von  $60^\circ$ , wie dargestellt. Eine dritte Kraft von Betrag  $G$  wirkt auf den Punkt  $A$ , der in einem horizontalen Abstand  $a$  von  $O$  liegt. Der von  $G$  eingeschlossene Winkel gegenüber der Horizontalrichtung ist mit  $\alpha$  bezeichnet.



Was sind die Werte von  $G$  und  $\alpha$ , so dass die resultierende Kraft gleich Null ist?

- (a)  $G = Fa$ ,  $\alpha = -\pi/6$
- (b)  $G = \sqrt{3}Fa$ ,  $\alpha = -\pi/3$
- (c)  $G = F$ ,  $\alpha = -\pi/3$
- (d)  $G = \sqrt{3}F$ ,  $\alpha = -\pi/6$
- (e)  $G = \sqrt{3}F$ ,  $\alpha = 0$

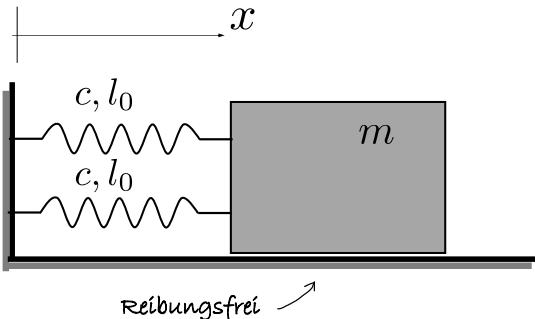
7. Das dargestellte Fachwerk besteht aus drei Stäben  $AC$ ,  $CB$  und  $CD$ , der Länge  $L$ , bzw.  $L$  und  $\sqrt{2}L$ . Die Stäbe sind an ihren Spitzen im Punkt  $C$  gelenkig verbunden. Die Bindungen an den Punkten  $A$  und  $B$  sind drehbare Gelenke, während sich Punkt  $B$  auf einer schiefen Ebene mit einem Neigungswinkel von  $45^\circ$  bewegen kann, wie gezeigt. Am Punkt  $C$  wirkt eine Kraft  $F$ , die orthogonal zu  $CD$  steht.



Was ist der Betrag  $S_{CB}$  der inneren Kraft vom Stab  $CB$ ?

- (a)  $S_{CB} = 0$
- (b)  $S_{CB} = \frac{F}{\sqrt{2}}$
- (c)  $S_{CB} = 2F$
- (d)  $S_{CB} = \frac{F}{2}$
- (e)  $S_{CB} = \frac{4F}{\sqrt{3}}$

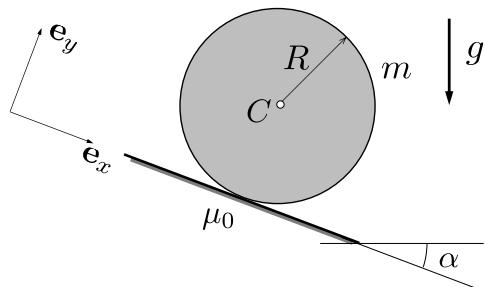
8. Ein Block der Masse  $m$  ist durch zwei Federn mit Elastizitätskonstante  $c$  und ungedehnten Länge  $l_0$  an einer Wand befestigt und gleitet auf einer horizontalen, reibungsfreien Ebene. Bezeichnen Sie mit  $x$  die Position der Masse.



Wie lautet die Bewegungsgleichung des Systems?

- (a)  $m\ddot{x} - cx = l_0$
- (b)  $2m\ddot{x} + cx = 0$
- (c)  $m\ddot{x} - 2cx = 0$
- (d)  $m\ddot{x} + 2cx = 2cl_0$
- (e)  $m\ddot{x} + cx = cl_0$

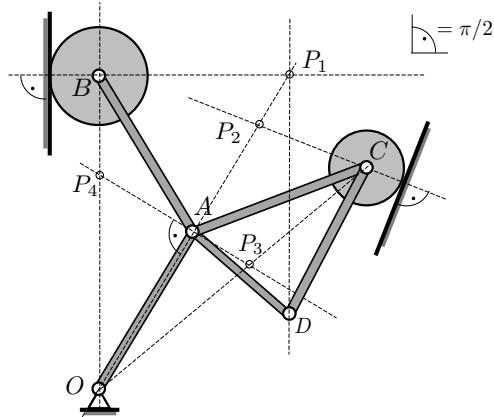
9. Eine homogene Scheibe von Masse  $m$  und Radius  $R$  rollt ohne zu gleiten auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel  $\alpha$ . Die Scheibe wird aus der Ruhelage gelöst und bewegt sich unter der Wirkung der Schwerkraft  $g$  nach unten. Der Haftreibungskoeffizient zwischen der Ebene und der Scheibe ist  $\mu_0$ .



Was ist der minimale Wert von  $\mu_0$ , damit Rollen ohne Gleiten gewährleistet ist?

- (a)  $\mu_0 = \frac{1}{3} \tan \alpha$
- (b)  $\mu_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \tan \alpha$
- (c)  $\mu_0 = 1$
- (d)  $\mu_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \alpha$
- (e)  $\mu_0 = \frac{1}{2} \cos \alpha$

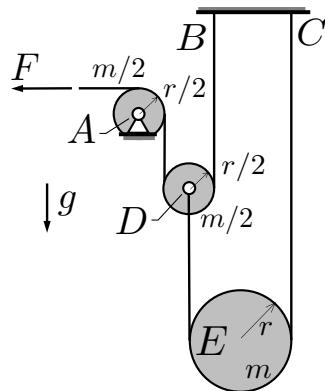
10. Das gezeigte System besteht aus fünf Stäben und zwei Scheiben, die gelenkig miteinander verbunden sind, wie abgebildet. Die beiden Scheiben rollen ohne zu gleiten auf den entsprechenden festen Wänden.



Was ist das Momentanzentrum des Stabes  $CD$ ?

- (a)  $P_1$
- (b)  $P_2$
- (c)  $P_3$
- (d)  $P_4$
- (e)  $P_5$

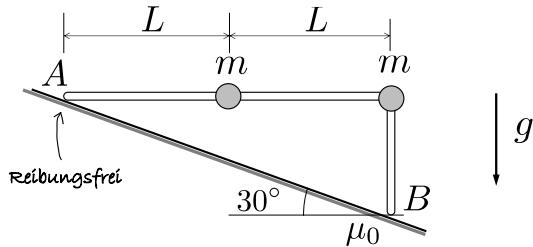
11. Das dargestellte System besteht aus drei Rollen mit den Radien  $r$  und  $r/2$ , und Masse  $m/2$  und  $m$ , die durch undehnbare Seile verbunden sind. Die Seile sind um die Rollen gewickelt und rutschen nicht. Die obere Rolle ist in ihrem Mittelpunkt  $A$  gelenkig gelagert, während die Seile in den Punkten  $B$  und  $C$  an der Decke befestigt sind. Die Schwerkraft  $g$  wirkt nach unten.



Wie gross ist der Betrag der Kraft  $F$ , die auf das Seil ausgeübt werden muss, so dass das Gleichgewicht erfüllt ist?

- (a)  $F = 2mg$
- (b)  $F = mg$
- (c)  $F = \frac{mg}{4}$
- (d)  $F = \frac{mg}{3}$
- (e)  $F = \frac{mg}{2}$

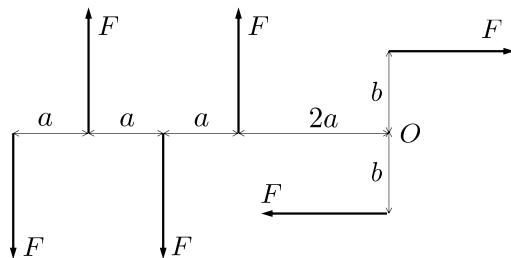
- 12.** Zwei Punktmassen gleicher Masse  $m$  sind wie gezeigt an einem starren, masselosen Rahmen befestigt. Der Rahmen liegt auf einer schiefen Ebene mit einem Neigungswinkel von  $30^\circ$ . Im Punkt  $A$  ist der Kontakt reibungsfrei, während der Kontakt im Punkt  $B$  einen Haftreibungskoeffizienten von  $\mu_0$  hat. Die Schwerkraft wirkt nach unten.



Was ist der minimale Wert von  $\mu_0$ , um das Gleichgewicht zu erzwingen?

- (a)  $\mu_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$
- (b)  $\mu_0 = \frac{1}{2}$
- (c)  $\mu_0 = \frac{2}{3\sqrt{3}}$
- (d)  $\mu_0 = \frac{4}{3\sqrt{3}}$
- (e)  $\mu_0 = 0$

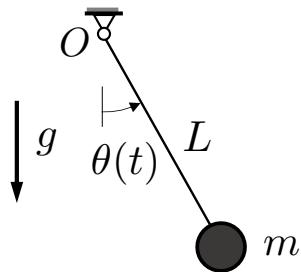
- 13.** Betrachten Sie die abgebildete ebene Kräftegruppe. Alle Kräfte haben den gleichen Betrag  $F$  und sind entweder horizontal oder vertikal gerichtet, wie gezeigt. Die Abstände zwischen ihren Angriffspunkten sind aus der Figur zu entnehmen.



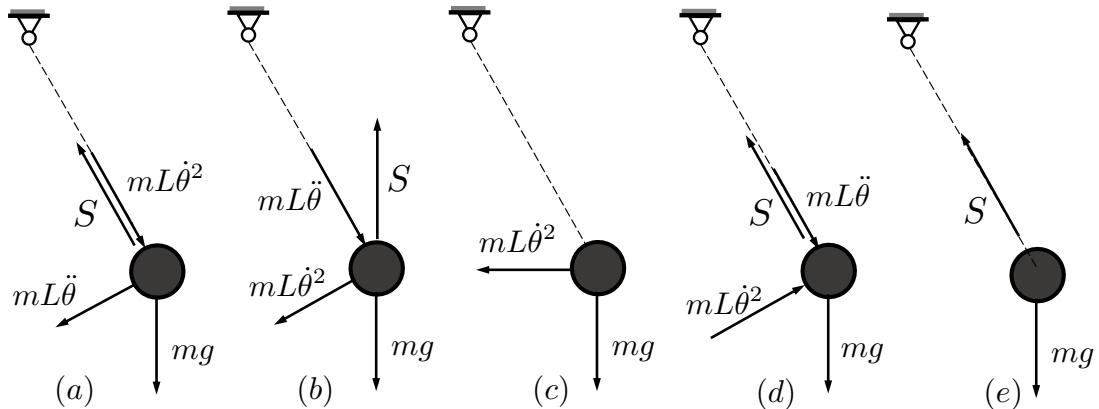
Unter welcher Bedingung ist die Dyname  $\mathcal{D}$  im Bezug auf Punkt  $O$   $\mathcal{D} = \{\mathbf{0}, \mathbf{0}\}$ ?

- (a)  $b = 0$
- (b)  $b = 4a$
- (c)  $b = a$
- (d)  $b = \frac{a}{2}$
- (e)  $b = 2a$

14. Das dargestellte Pendel besteht aus einer Punktmasse  $m$ , die an einem nicht dehnbaren, masselosen Seil der Länge  $L$  an einem festen Punkt  $O$  hängt. Die Bewegung des Pendels wird mit dem Winkel  $\theta(t)$  bezeichnet. Das Pendel erhält beliebige Anfangsbedingungen und schwingt unter der Wirkung der Schwerkraft  $g$ .

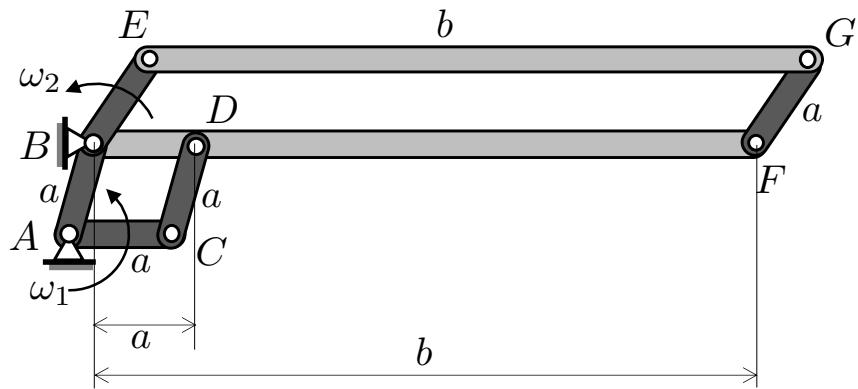


Der Betrag der Seilkraft ist mit  $S$  bezeichnet. Welche der folgenden Abbildungen stellt die auf die Masse wirkenden äusseren Kräfte und Trägheitskräfte richtig dar?



- (a)
- (b)
- (c)
- (d)
- (e)

15. Das dargestellte ebene System besteht aus fünf Stäben der Länge  $a$  (dunkel dargestellt) bzw. zwei Stäbe der Länge  $b$  (hell dargestellt). Alle Stäbe sind miteinander gelenkig verbunden. Das System ist dann an den Punkten  $A$  und  $B$  am Boden gelagert. Betrachten Sie zwei Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_1$  und  $\omega_2$ , die auf die Stäbe  $AC$  bzw.  $BE$  wirken, und bezeichnen Sie mit  $\mathbf{v}_P$  den Geschwindigkeitsvektor eines beliebigen Punktes  $P$  des Systems.



Welche der folgenden Aussagen ist *nicht* richtig?

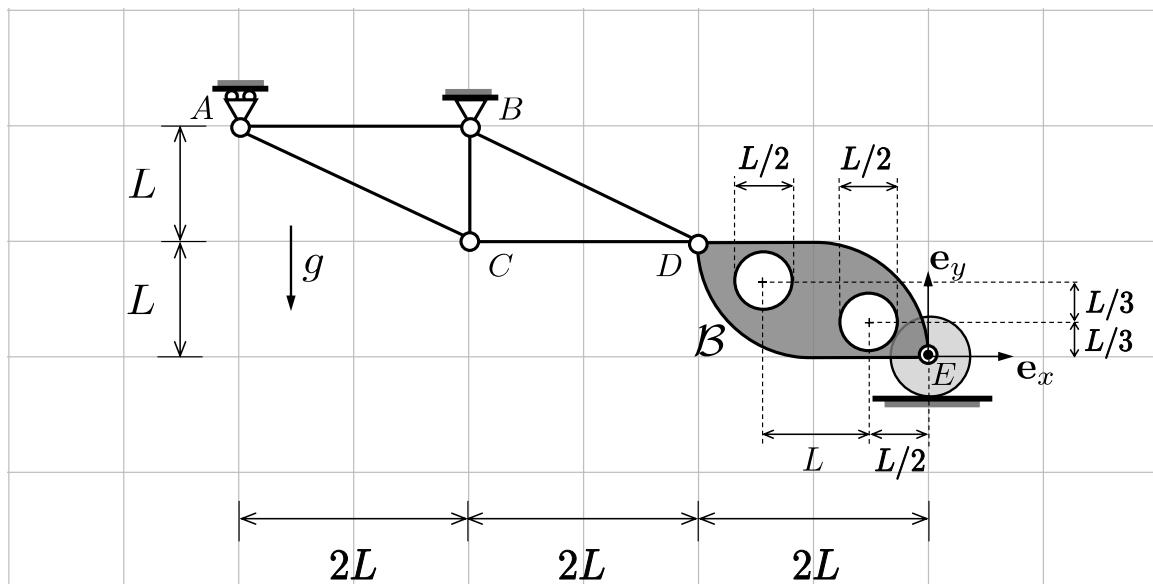
- (a)  $|\mathbf{v}_F| = \omega_1 b$
  - (b)  $|\mathbf{v}_D| = \omega_1 a$
  - (c)  $\mathbf{v}_C = \mathbf{v}_D$
  - (d)  $|\mathbf{v}_E| = \omega_2 a$
  - (e)  $\mathbf{v}_F = \mathbf{v}_G$

## Teil II - Rechenteil

### AUFGABE 1.

[7 Punkte]

Betrachten Sie das abgebildete System, das aus masselosen, miteinander gelenkig verbundenen Stäben mit gegebener Länge besteht. Im Punkt  $B$  ist das System fest gelagert, während es in  $A$  horizontal verschiebbar gelagert ist. Im Punkt  $D$  sind die Stäbe mit einem starren Körper  $\mathcal{B}$  von homogener Dichte  $\rho = 2m/(L^2\pi)$  [kg/m<sup>2</sup>] verbunden, wobei  $m$  ein gegebener Kennwert mit der Einheit [kg] ist. Der Körper besteht aus zwei zusammengesetzten Viertelkreisen mit dem Radius  $L$ , und hat zwei Löcher mit dem Radius  $L/4$ , deren Mittelpunkte bei  $(-L/2, L/3)$  bzw.  $(-3/2L, 2/3L)$  liegen. Zusätzlich ist er im Punkt  $E$  mit einem homogenen, masselosen Rad gelenkig verbunden, das auf der gezeichneten Ebene rollt ohne zu gleiten. Die Schwerkraft  $g$  wirkt nach unten, wie gezeigt.



1. Berechnen Sie den Freiheitsgrad des Systems (geben Sie die Anzahl der Körper und Bindungen genau an). [1 Punkt]

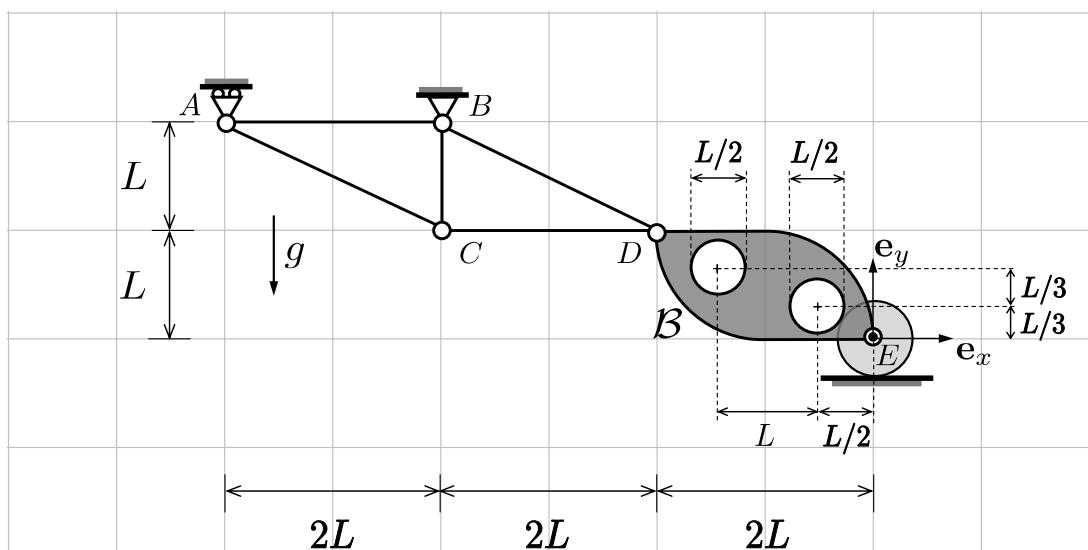
2. Zeigen Sie, dass die Masse und Schwerpunkt vom Körper  $\mathcal{B}$  sind

$$M = \frac{3}{4}m; \quad (x_s, y_s) = \left(-L, \frac{L}{2}\right)$$

Hinweis: Sie dürfen Ihre Antwort mit Symmetrien begründen. [2 Punkte]

3. Finden Sie die Stabkraft  $BC$  und geben Sie an, ob es sich um eine Zug- oder Druckstab handelt. (Hinweis: Benutzen Sie den PdvL.) [2 Punkte]

Platz für Berechnungen auf der nächste Seite!



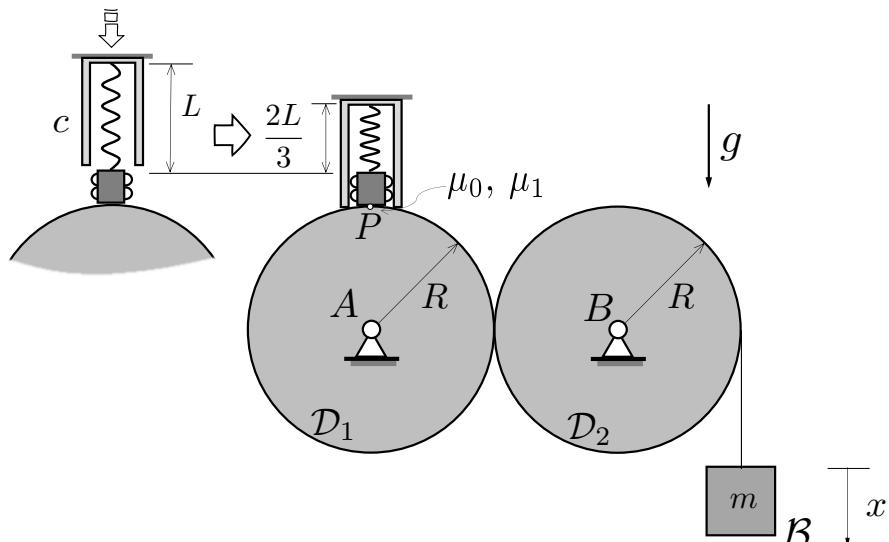
Platz für Teilaufgabe 3

4. Geben Sie die Reaktionskräfte im Punkt  $E$  vektoriell an. *[1 Punkt]*

AUFGABE 2.

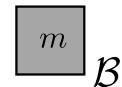
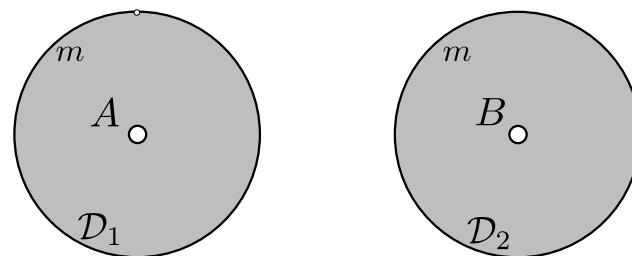
[8 Punkte]

Das abgebildete ebene System besteht aus zwei Kreisscheiben  $\mathcal{D}_1$  und  $\mathcal{D}_2$  mit Radius  $R$  und Masse  $m$ , deren Mittelpunkten  $A$  bzw.  $B$  gelenkig gelagert sind. Die Scheiben berühren sich und sind wie zwei Zahnräder verbunden, d.h. es kann gleiten, aber nicht rutschen. Über  $\mathcal{D}_2$  wird ein masseloses, undehnbares Seil geführt, an dessen Ende ein Block von Masse  $m$  befestigt ist. Zudem befindet sich  $\mathcal{D}_1$  in Kontakt mit einem masselosen beweglichen Block, der mit einer Feder mit der elastischen Konstante  $c$  verbunden ist. Die Feder ist so zusammengedrückt, dass sie eine Länge von  $\frac{2L}{3}$  hat, wobei die ungedehnte Länge der Feder  $L$  beträgt. Der Scheibe  $\mathcal{D}_1$  und der masselosen Block berühren sich mit dem gegebenen Haftreibungskoeffizienten  $\mu_0$  und Gleitreibungskoeffizienten  $\mu_1$ . Die Schwerkraft  $g$  wirkt nach unten.



- Schneiden Sie das System frei und führen Sie alle Reaktionskräfte in der folgenden Abbildung ein. [1 Punkte]

*Hinweis: Beim oberen Block sind nur die Reaktionskräfte bezüglich des Rad nötig (Interaktion zwischen Block, Feder und Halterung kann vernachlässigt werden).*



2. Wie gross muss die Federkonstante  $c_0$  mindestens sein, damit das System in Ruhe bleibt? [2 Punkte]

3. Jetzt wird die Feder durch eine schwächere ersetzt, und der Mechanismus setzt sich in Bewegung. Der Gleitreibungskoeffizient  $\mu_1 < \mu_0$  und die neue Federkonstante  $c_1 = \frac{mg}{\mu_1 L}$  sind gegeben. Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf.

*Hinweis: Zwei Gleichungen können mit dem Drallsatz und eine mit dem Impulsatz bestimmt werden. Der Trägheitsmoment einer homogenen Scheibe ist als  $I = \frac{mR^2}{2}$  gegeben.* [3 Punkte]

Mehr Platz auf die Rückseite

Extra Platz für Teilaufgabe 3

4. Berechnen Sie die Seilkraft für den Fall mit der schwachen Feder (benutzen sie dafür die Gleichungen aus der Teilaufgabe 3). *[1 Punkt]*

Mehr Platz auf die nächste Seite

Extra Platz für Teilaufgabe 4

5. Geben Sie die Geschwindigkeit von Körper  $\mathcal{B}$  abhängig von der Zeit  $t$  an. Es wird den Fall mit der schwache Feder berücksichtigt. Benutzen Sie die Seilkraft aus Teilaufgabe 4, falls Sie es nicht gelöst haben, lassen Sie die Seilkraft als unbekannte  $S$ . Das System befindet sich in Ruhe bei  $t = 0$  und  $x = 0$ .

*[1 Punkt]*

Extra Platz für Skizzen / Berechnungen.