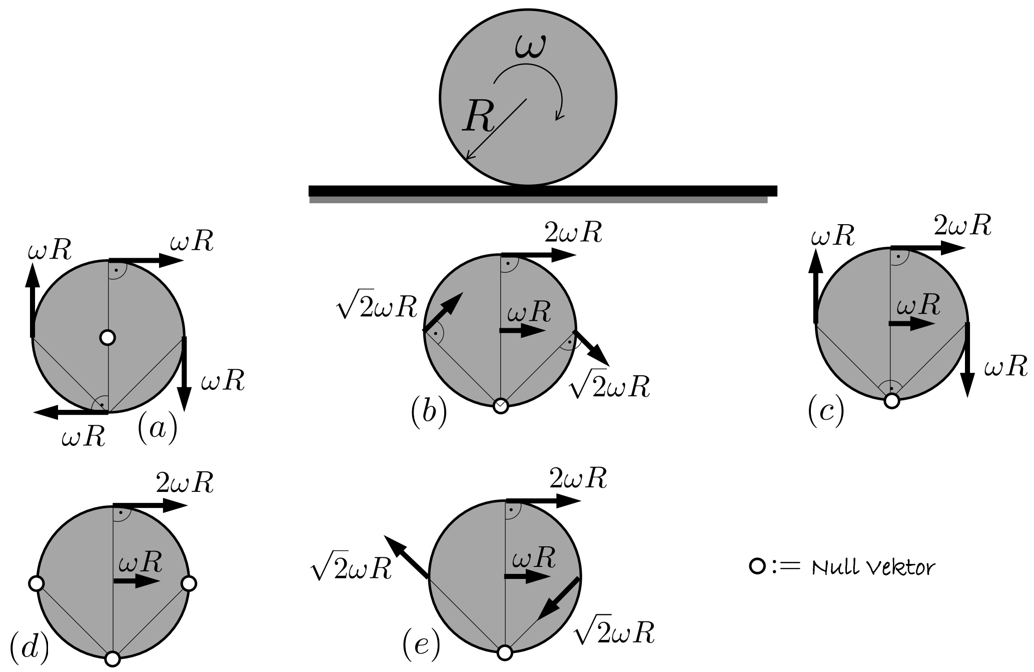
Teil I - Multiple-Choice (1 richtige Antwort)

1. Eine Scheibe mit dem Radius R rollt ohne zu gleiten auf einer horizontalen Ebene mit der Winkelgeschwindigkeit ω. Welches der folgenden Diagramme stellt die Geschwindigkeiten der markierten Punkte richtig dar? Beachten Sie, dass ein weisser Kreis den Nullvektor darstellt.



(a)

► (b)

(c)

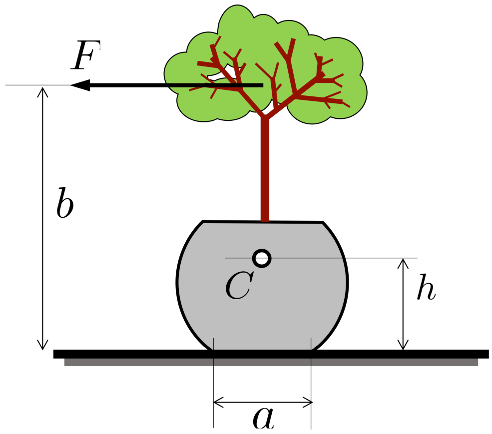
(d)

(e)

Lösung:

Die Scheibe rollt ohne zu gleiten, d.h. die Geschwindigkeit im Berührungspunkt ist null. Die übrigen Geschwindigkeiten müssen senkrecht zum Abstand mit dem Momentanzentrum sein, daher ist (b) die richtige Antwort.

2. Betrachten Sie den kleinen Baum und den Topf, die hier skizziert sind. Der Massenschwerpunkt des gesamten Systems (d.h. Topf + Baum) liegt im Punkt C, auf einer Höhe h über dem Boden. Die Breite der Basis vom Topf ist a und die Masse des gesamten Systems wird durch M bezeichnet. Der Wind übt eine horizontale Kraft F in einer Höhe b über dem Boden aus. Nehmen Sie an, dass es keine Relativbewegung zwischen dem Baum und dem Topf gibt, d.h. das ganze System verhält sich wie ein starrer Körper.



Welche Bedingung muss F erfüllen, damit das System nicht kippt?

(a) $F < Mg\dfrac{a}{b}$

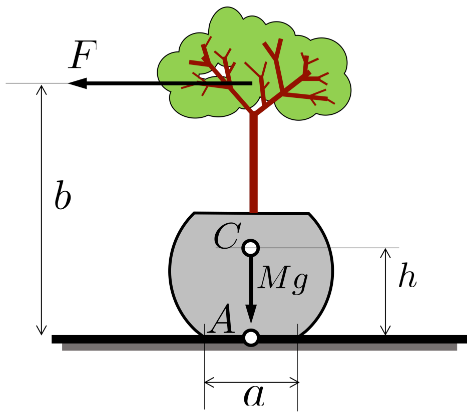
(b) $F < Mg\dfrac{hb}{a^2}$

► (c) $F < Mg\dfrac{a}{2b}$

(d) $F < Mg\dfrac{h}{b}$

(e) $F < Mg$

Lösung:

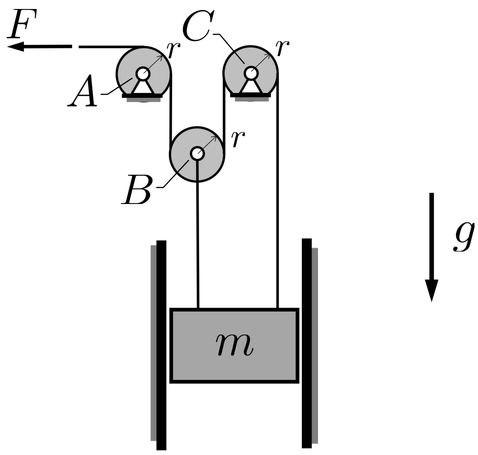


Momentenbedingung bez. A, sodass der Körper nicht kippt:

$$\begin{aligned} MB(A): \qquad & Fb - Mg\frac{a}{2} < 0 \\ & F < Mg\frac{a}{2b} \end{aligned} \tag{1}$$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

3. Das gezeigte Rollensystem wird zum Heben eines Blocks der Masse m verwendet. Alle Umlenkrollen haben den gleichen Radius r. Zwei Umlenkrollen sind in den Punkten A und C gelenkig gelagert. Der Block darf sich nur vertikal bewegen, wie gezeigt. Der Punkt B, der Mittelpunkt der entsprechenden Rolle, ist durch ein Seil mit dem Block verbunden. Die Schwerkraft g wirkt nach unten. Nehmen Sie an, dass die Seile masselos und nicht dehnbar sind und sich ohne zu gleiten um die Rollen wickeln. Die Masse der Rollen sei ebenso vernachlässigbar.



Wie gross ist die Kraft F, die aufgebracht werden muss, um den Block mit konstanter Geschwindigkeit anzuheben?

(a) $F = \frac{mg}{2}$

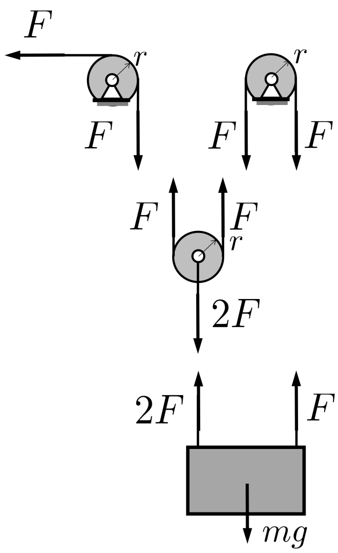
► (b) $F = \frac{mg}{3}$

(c) $F = \frac{mg}{4}$

(d) $F = 3mg$

(e) $F = mg$

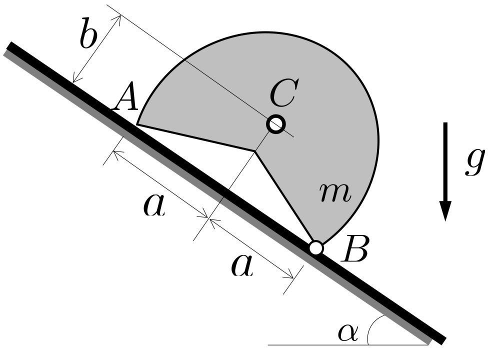
Lösung:



$$2F + F = mg \quad \Rightarrow \quad F = \frac{mg}{3} \tag{1}$$

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

4. Ein homogener Körper der Masse m liegt auf einer schiefen, reibungsfreien Ebene mit dem Neigungswinkel α und unterliegt der Schwerkraft g , wie gezeigt. Der Punkt B ist an der Ebene gelagert, während der Punkt A die Ebene berührt. Der Massenschwerpunkt C liegt in der Mitte zwischen A und B und in einer Höhe b gegenüber der Ebene, wie dargestellt. Der Abstand zwischen Punkt C und Punkt A bzw. Punkt C und Punkt B wird mit a bezeichnet.



Was ist die *allgemeinste* Bedingung, die eine positive Reaktionskraft im Punkt A zulässt?

► (a) $\tan\alpha < \dfrac{a}{b}$

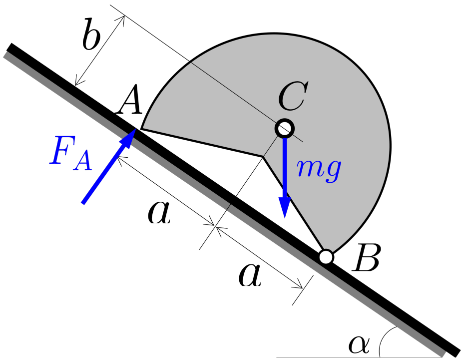
(b) $\tan\alpha < \dfrac{b}{a}$

(c) $\tan\alpha < \dfrac{b}{2a}$

(d) $\tan\alpha < \dfrac{2a}{b}$

(e) $\tan\alpha < \dfrac{a}{2b}$

Lösung:



$$MB(B): \quad 2aF_A + bmg\sin\alpha - amg\cos\alpha = 0$$

$$F_A = \frac{mg(a\cos\alpha - b\sin\alpha)}{2a} \tag{1}$$

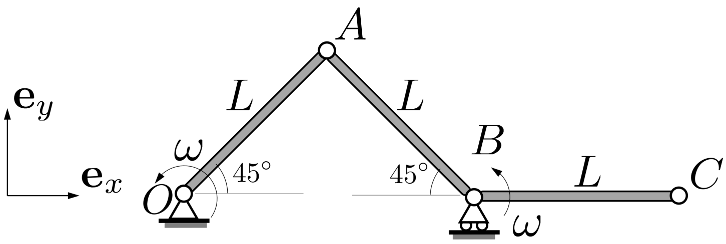
$$\frac{mg(a\cos\alpha - b\sin\alpha)}{2a} > 0 \tag{2}$$

$$a\cos\alpha - b\sin\alpha > 0 \tag{3}$$

$$\frac{a}{b} > \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \quad \Rightarrow \quad \tan\alpha < \frac{a}{b} \tag{4}$$

Click to BUY NOW! PDF-XChange Editor www.pdf-xchange.com

5. Das dargestellte System besteht aus drei Stäben gleicher Länge L, die an den Punkten A und B wie gezeigt gelenkig miteinander verbunden sind. Das System ist in Punkt O gelenkig gelagert und in Punkt B aufgelegt. Zum dargestellten Zeitpunkt stehen die Stäbe OA und AB senkrecht zueinander, während der Stab BC horizontal liegt. Die Stäbe OA und BC drehen sich mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit ω.



Was ist die Geschwindigkeit $\mathbf{v}_C$?

(a) $\mathbf{v}_C = -\sqrt{2}\omega L\mathbf{e}_x$

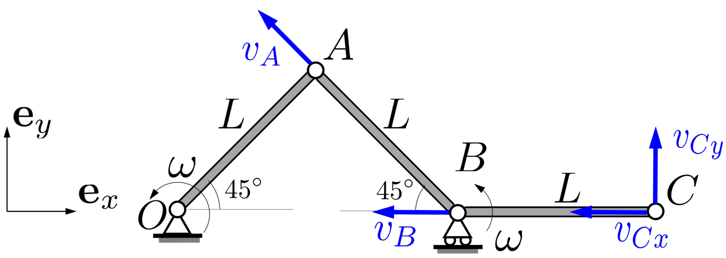
▶ (b) $\mathbf{v}_C = -\sqrt{2}\omega L\mathbf{e}_x + \omega L\mathbf{e}_y$

(c) $\mathbf{v}_C = \omega L\mathbf{e}_x + \omega L\mathbf{e}_y$

(d) $\mathbf{v}_C = \sqrt{3}\omega L\mathbf{e}_x + \sqrt{2}\omega L\mathbf{e}_y$

(e) $\mathbf{v}_C = \sqrt{2}\omega L\mathbf{e}_x - \sqrt{2}\omega L\mathbf{e}_y$

Lösung:

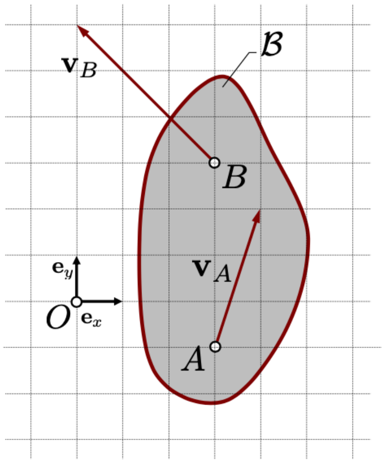


$$|\mathbf{v}_B|\cos 45^\circ = \omega L \tag{1}$$

$$|\mathbf{v}_B| = \sqrt{2}\omega L = |v_{Cx}| \tag{2}$$

$$\Rightarrow \quad v_{Cy} = \omega L; \qquad v_{Cx} = -\sqrt{2}\omega L \tag{3}$$

6. Ein starrer Körper $\mathcal{B}$ bewegt sich auf der Ebene $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y\}$. Zum dargestellten Zeitpunkt haben die Punkte A und B die Geschwindigkeiten $\mathbf{v}_A = a\mathbf{e}_x + 3a\mathbf{e}_y$ bzw. $\mathbf{v}_B = -3a\mathbf{e}_x + 3a\mathbf{e}_y$, wie dargestellt, wobei a eine Konstante der Einheit $[a] = m/s$ ist. Die Ortsvektoren $\mathbf{r}_{OA}$ und $\mathbf{r}_{OB}$ sind gegeben durch $\mathbf{r}_{OA} = 3\mathbf{e}_x - 1\mathbf{e}_y$ bzw. $\mathbf{r}_{OB} = 3\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y$.



Was ist die Lage $\mathbf{r}_{OM}$ des Momentanzentrums?

(a) $\mathbf{r}_{OM} = 1\mathbf{e}_x + 0\mathbf{e}_y$

(b) $\mathbf{r}_{OM} = 0\mathbf{e}_x + 1\mathbf{e}_y$

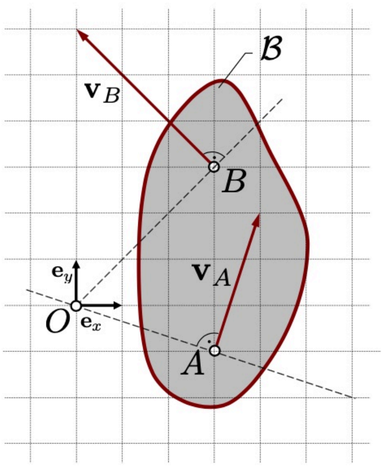
(c) $\mathbf{r}_{OM} = -1\mathbf{e}_x + 0\mathbf{e}_y$

(d) $\mathbf{r}_{OM} = 0\mathbf{e}_x - 1\mathbf{e}_y$

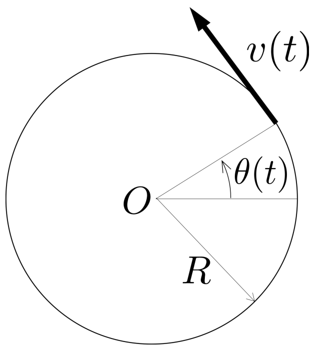
▶ (e) $\mathbf{r}_{OM} = \mathbf{0}$

Lösung:

Graphische Lösung:



7. Ein materieller Punkt durchläuft die dargestellte Kreisbahn mit dem Radius R und dem Mittelpunkt O mit einer Geschwindigkeit, deren Betrag durch die Funktion $|\mathbf{v}(\mathbf{t})| = at$ gegeben ist, wobei a eine Konstante der Einheit $[a] = m/s^2$ ist. Die Ausgangslage ($t = 0$) entspricht einem Winkel $\theta(0) = 0$.



Was ist der Betrag der radialen Beschleunigung a_ρ wenn $\theta = 2\pi$, d.h. wenn der Punkt eine ganze Umdrehung durchgeführt hat?

(a) $a_\rho = \dfrac{\pi a}{4}$

(b) $a_\rho = 2\pi a$

(c) $a_\rho = \pi a$

▶ (d) $a_\rho = 4\pi a$

(e) $a_\rho = \dfrac{\pi a}{2}$

Lösung: Die tangentielle Geschwindigkeit ist gegeben als

$$v(t) = R\dot{\theta}(t) \tag{1}$$

Setzen wir $|\mathbf{v}(\mathbf{t})| = at$ ein, so erhalten wir

$$\dot{\theta}(t) = \frac{a}{R}t; \tag{2}$$

Wir integrieren und finden

$$\theta(t) = \frac{a}{2R}t^2, \tag{3}$$

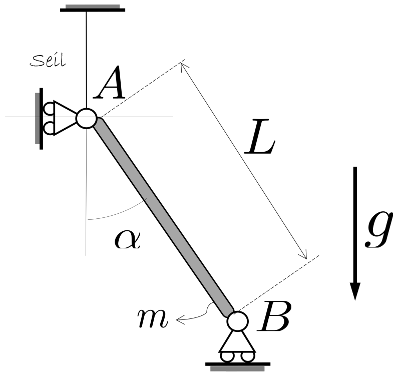
wobei wie die Anfangsbedingung $\theta(0) = 0$ benutzt haben.

Daraus finden wir, dass wenn $\theta = 2\pi$, $t = \sqrt{\dfrac{4\pi R}{a}}$. Die radiale Beschleunigung ist durch $a_\rho = \dfrac{v^2}{R}$ gegeben, also

$$a_\rho = \frac{v^2}{R} = \frac{a^2}{R}\frac{4\pi R}{a} = 4\pi a. \tag{4}$$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

8. Der Stab AB mit Länge L und Masse m steht auf einer vertikalen Ebene und unterliegt der Schwerkraft g. Die Spitzen des Stabes A und B sind verschiebbar gelagert, wobei die horizontale bzw. vertikale Bewegung eingeschränkt wird. Ausserdem wird der Punkt A durch ein vertikales Seil mit vernachlässigbarer Masse gehalten, wie gezeigt.



Wie gross ist der Betrag der Seilkraft S?

(a) $S = \dfrac{mg}{3}$

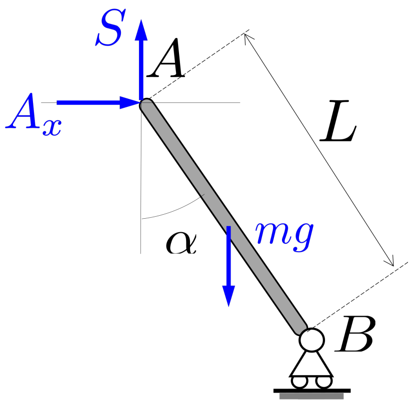
(b) $S = \dfrac{mg}{4}$

(c) $S = 0$

▶ (d) $S = \dfrac{mg}{2}$

(e) $S = mg$

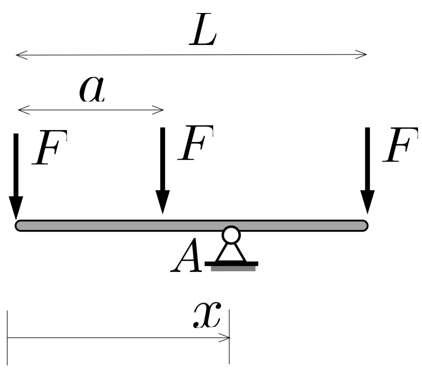
Lösung:



$$KB(x): \qquad A_x = 0 \tag{1}$$

$$MB(B): \qquad \frac{L}{2} mg \sin\alpha - LS \sin\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad S = \frac{mg}{2} \tag{2}$$

9. Drei Kräfte der gleichen Grösse F wirken vertikal auf einen horizontalen Balken. Die Lagen der Angriffspunkte sind auf der Abbildung dargestellt.



In welchem Abstand x von der linken Spitze des Balkens muss ein Auflager angebracht werden, um das Gleichgewicht zu gewährleisten?

(a) $x = \dfrac{L-a}{3}$

(b) $x = \dfrac{L}{2}$

(c) $x = \dfrac{L+a}{2}$

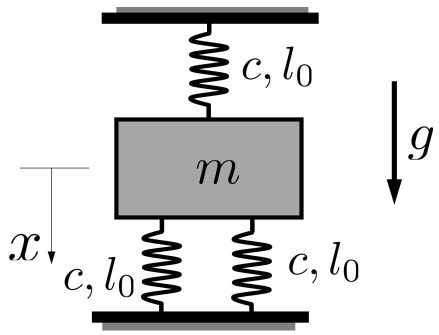
(d) $x = \dfrac{L-a}{2}$

► (e) $x = \dfrac{L+a}{3}$

Lösung:

$$
\begin{aligned}
MB(A): \quad & Fx + F(x-a) - F(L-x) = 0 \\
& F(3x - (L+a)) = 0 \\
& x = \frac{L+a}{3}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

10. Ein Block der Masse m befindet sich in der vertikalen Ebene. Er ist an drei Federn mit Elastizitätskonstante c und ungestreckter Länge l_0 aufgehängt. Die Position des Blockes wird mit x bezeichnet; *bei* $x = 0$ *sind alle Federn ungespannt.* Die Schwerkraft g wirkt nach unten.



Wie lautet die Bewegungsgleichung des Systems?

(a) $m\ddot{x} + 3c(x - l_0) = 0$

(b) $m\ddot{x} - cl_0 + 3cx = mg$

(c) $m\ddot{x} - c(x + l_0) = 3mg$

(d) $m\ddot{x} - cx = mg$

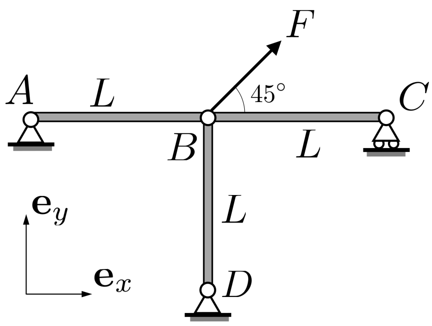
► (e) $m\ddot{x} + 3cx = mg$

Lösung:

$$m\ddot{x} = mg - 3cx \tag{1}$$

$$m\ddot{x} + 3cx = mg \tag{2}$$

11. Das folgende System besteht aus drei masselosen Stäben gleicher Länge L, die im Punkt B gelenkig miteinander verbunden sind. Das System ist in Punkt A bzw. in Punkt D gelenkig gelagert, während es in Punkt C aufgelegt ist. Auf B wirkt eine Kraft des Betrags F, die mit der horizontalen einen Winkel von 45° einschliesst, wie gezeigt.



Was ist die Reaktionskraft $\mathbf{R}_C$ in C?

▶ (a) $\mathbf{R}_C = \mathbf{0}$

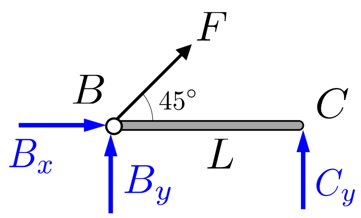
(b) $\mathbf{R}_C = -F\frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{e}_y$

(c) $\mathbf{R}_C = \frac{F}{2}\mathbf{e}_x + \frac{F}{2}\mathbf{e}_y$

(d) $\mathbf{R}_C = -F\mathbf{e}_y$

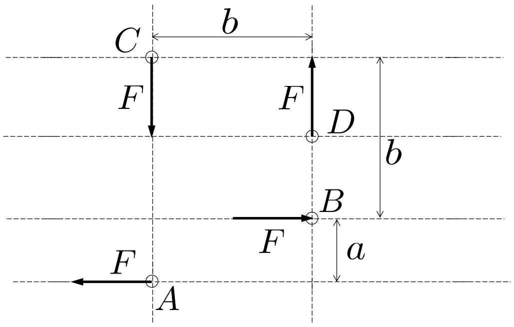
(e) $\mathbf{R}_C = \frac{F}{2}\mathbf{e}_y$

Lösung:



$$MB(B): \quad C_y L = 0 \quad \Rightarrow \quad C_y = 0$$
$$\Rightarrow \quad R_C = C_y = 0 \tag{1}$$

12. Die gezeigte Kräftegruppe besteht aus vier Kräften gleiches Betrags F, deren Wirkungslinien vertikal und horizontal liegen, wie dargestellt. Die Abstände zwischen den Wirkungslinien der Kräfte sind aus der Abbildung ersichtlich.



Welche Beziehung muss zwischen a und b bestehen, damit der Dyname $\mathcal{D}$ der Kräftegruppe für jeden Punkt in der Ebene $\mathcal{D} = \{\mathbf{0}, \mathbf{0}\}$ ist?

► (a) $a = b$

(b) $a = 2b$

(c) $a = b/2$

(d) $a = 0;\ b \neq 0$

(e) $a = 3b/2$

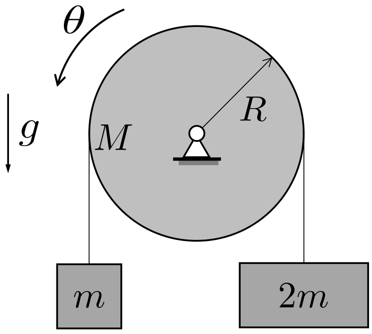
Lösung:

Die Kräftegruppe besteht aus 2 Kräftepaare, dessen Resultierende immer null ist. Um ein nulles Gesamtmoment zu erzeugen, müsse die Summe der zu den Kräftepaare äquivalenten Momente verschwinden:

$$Fb - Fa = 0 \quad \Rightarrow \quad a = b \tag{1}$$

Click to BUY NOW! PDF-XChange Editor www.pdf-xchange.com

13. Eine homogene Kreisscheibe von Masse M und Radius R ist in ihrem Zentrum fest gelagert. Zwei Blöcke der Masse m bzw. $2m$ sind an einem um die Scheibe gewickelten Seil befestigt. Die positive Drehrichtung θ ist in der Abbildung angegeben; die Schwerkraft g wirkt nach unten, wie gezeigt.



Was ist die Winkelbeschleunigung $\ddot{\theta}$?

(a) $\ddot{\theta} = \dfrac{mg}{(M+2m)R}$

(b) $\ddot{\theta} = -\dfrac{g}{R}$

(c) $\ddot{\theta} = \dfrac{Mg}{3mR}$

(d) $\ddot{\theta} = -\dfrac{(2m+M)g}{mR}$

► (e) $\ddot{\theta} = -\dfrac{2mg}{MR}$

Lösung: Der Drallsatz bezüglich dem Mittelpunkt ist gegeben als

$$\frac{MR^2}{2}\ddot{\theta} = mgR - 2mgR; \tag{1}$$

daraus erhalten wir

$$\ddot{\theta} = -\frac{2mg}{MR}. \tag{2}$$

14. Ein materieller Punkt bewegt sich entlang eine Bahn mit einer Geschwindigkeit, die durch die Funktion $\mathbf{v} = at\,\mathbf{e}_x + b\omega\cos\omega t\,\mathbf{e}_y$ gegeben ist, wobei a bzw. b zwei Konstanten mit der Einheit $[a] = m/s^2$ bzw. $[b] = m/rad$ sind. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist die Position des Punktes gegeben als $\mathbf{r}(t = 0) = \big(0, 0\big)^T$.

Zu welchem Zeitpunkt $t_n > 0$ ist die y-Komponente der Bewegungsbahn $r_y = 0$?

(a) $t_n = \dfrac{\pi}{(a+b)\omega}n$ mit $n = 1, 2...$

(b) $t_n = \dfrac{a\pi}{\omega}n$ mit $n = 1, 2...$

(c) $t_n = \dfrac{\pi}{b\omega}n$ mit $n = 1, 2...$

(d) $t_n = \dfrac{a\pi}{b\omega}n$ mit $n = 1, 2...$

► (e) $t_n = \dfrac{\pi}{\omega}n$ mit $n = 1, 2...$

Lösung: Wir integrieren die y-Koordinate der Geschwindigkeit und erhalten

$$r_y = b\sin(\omega t) = 0 \tag{1}$$

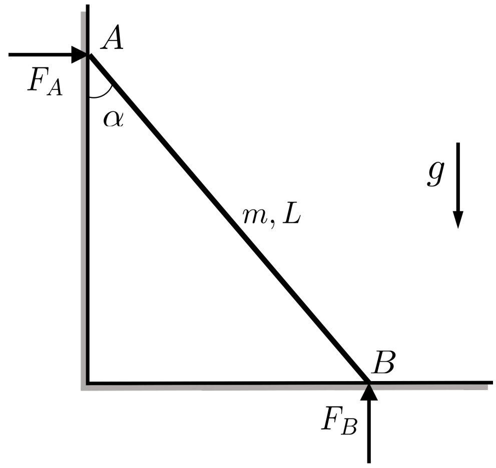
wobei wir die Anfangsbedingung $r_y(0) = 0$ benutzt haben.

$$\sin(\omega t) = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega t = n\pi \tag{2}$$

$$t_n = \frac{\pi}{\omega}n. \tag{3}$$

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

15. Ein homogener Stab mit der Masse m und der Länge L stützt sich an den Punkten A bzw. B auf eine glatte Wand bzw. auf eine glatte Ebene. Der Stab bildet einen Winkel α mit der Wand, und die Schwerkraft g wirkt nach unten, wie gezeigt. Die Reaktionskräfte an den Punkten A und B sind auf der Abbildung dargestellt.



Welche der unteren Bedingungen muss für die Beträge der Reaktionskräfte $|\mathbf{F}_A|$ bzw. $|\mathbf{F}_B|$ gelten, damit sich das System im Gleichgewicht befindet?

(a) Nur wenn $|\mathbf{F}_B| = mg$ und $|\mathbf{F}_A| = 0$.

(b) Nur wenn $|\mathbf{F}_B| = \frac{mg}{2}$ und $|\mathbf{F}_A| = \frac{mg}{2}\tan\alpha$.

(c) Nur wenn $|\mathbf{F}_B| = mg$.

▶ (d) Das System befindet sich unter *keiner* Bedingung im Gleichgewicht.

(e) Nur wenn $|\mathbf{F}_A| = |\mathbf{F}_B|$, mit $|\mathbf{F}_A| \neq 0$ und $|\mathbf{F}_B| \neq 0$.

Lösung:

$$KB(x): \qquad F_A = 0 \tag{1}$$

$$KB(y): \qquad F_B = mg \tag{2}$$

$$MB(A): \qquad mgL\sin\alpha - F_B L\sin\alpha = 0$$
$$\Rightarrow \quad F_B = \frac{mg}{2} \quad \rightarrow \quad \text{Widerspruch!} \tag{3}$$

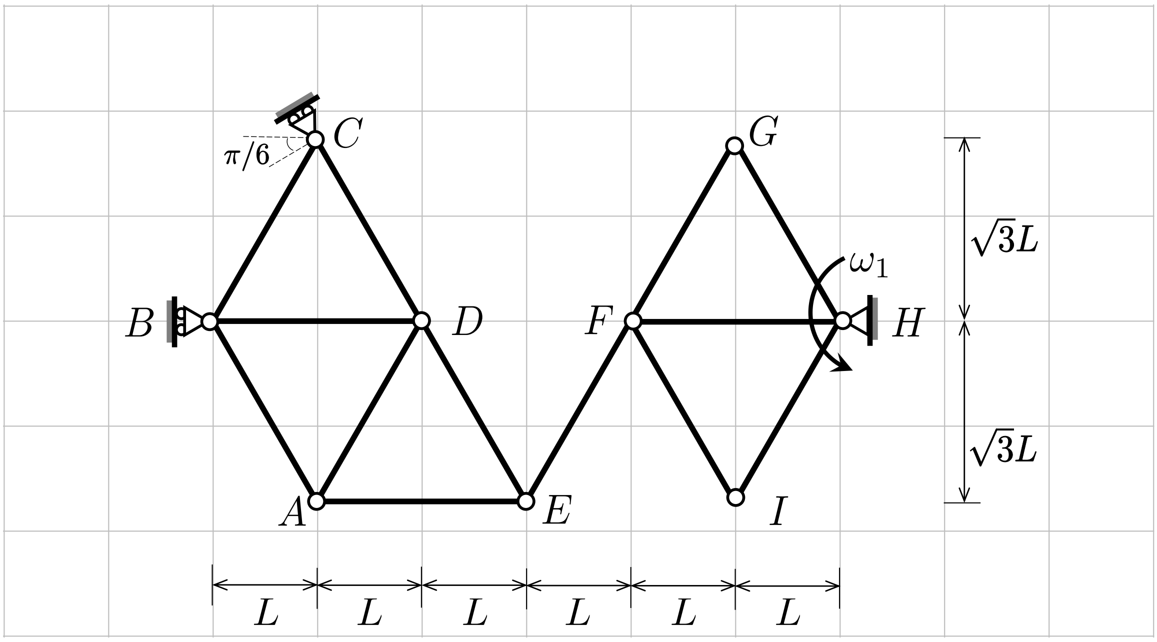
Lösung Version n. 1

1. b
2. c
3. b
4. a
5. b
6. e
7. d
8. d
9. e
10. e
11. a
12. a
13. e
14. e
15. d

Teil II - Rechenteil

Aufgabe 1. *[7 Punkte]*

Betrachten Sie das abgebildete Fachwerk, das aus masselosen, miteinander gelenkig verbundenen Stäben mit gegebener Länge $2L$ besteht. Alle Stäbe schliessen einen Winkel von $\pi/3$ ein. Im Punkt H ist das Fachwerk fest gelagert, im Punkt B ist es vertikal verschiebbar, während es im Punkt C durch ein verschiebbares Auflager gelagert ist, wobei es einen Winkel von $\pi/6$ mit der Horizontalen einschliesst. Die Winkelgeschwindigkeit ω_1 sei gegeben.



1. Berechnen Sie den Freiheitsgrad des Fachwerks (geben Sie die Anzahl der Körper und Bindungen genau an). *[1 Punkt]*

   Anzahl Körper:

   $$n = 3 \cdot 3 = 9 \tag{4}$$

   Anzahl Bindungen:

   $$b = 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 = 8 \tag{5}$$

   $$\Rightarrow \quad f = n - b = 1$$

Diese Seite muss am Ende abgegeben werden!

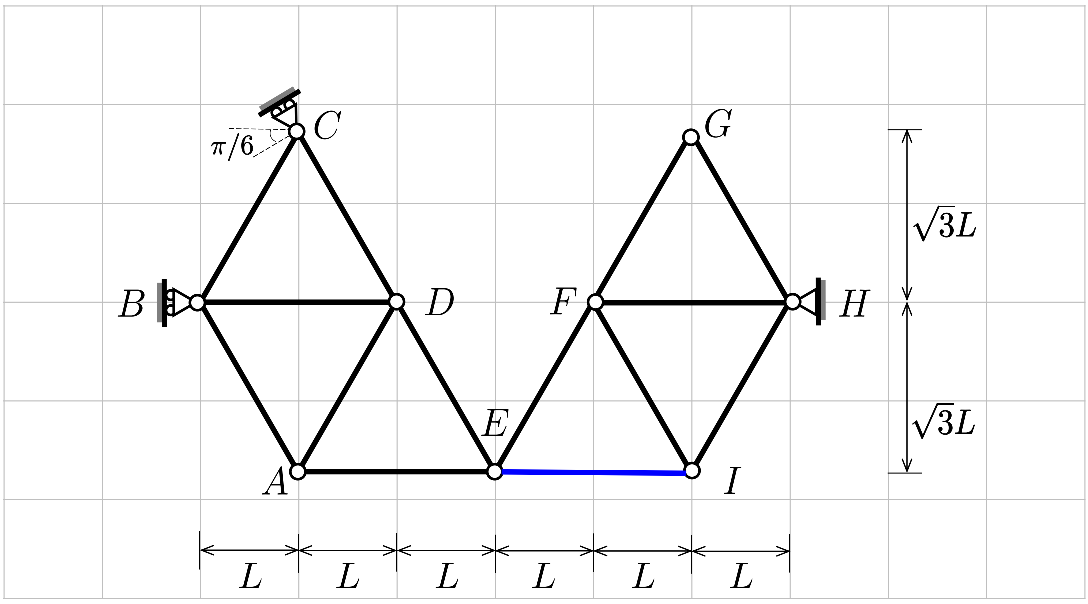
PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

2. Finden Sie die Momentanzentren und Winkelgeschwindigkeiten aller starren Körper, aus den das Fachwerk besteht. *[1.5 Punkte]*

Starrkörper	**Momentanzentrum**	**Winkelgeschwindigkeit**
$FGHI$	H	ω_1
$ABCDE$	D	$\omega_2 = \omega_1$
EF	D	$\omega_3 = \omega_1$

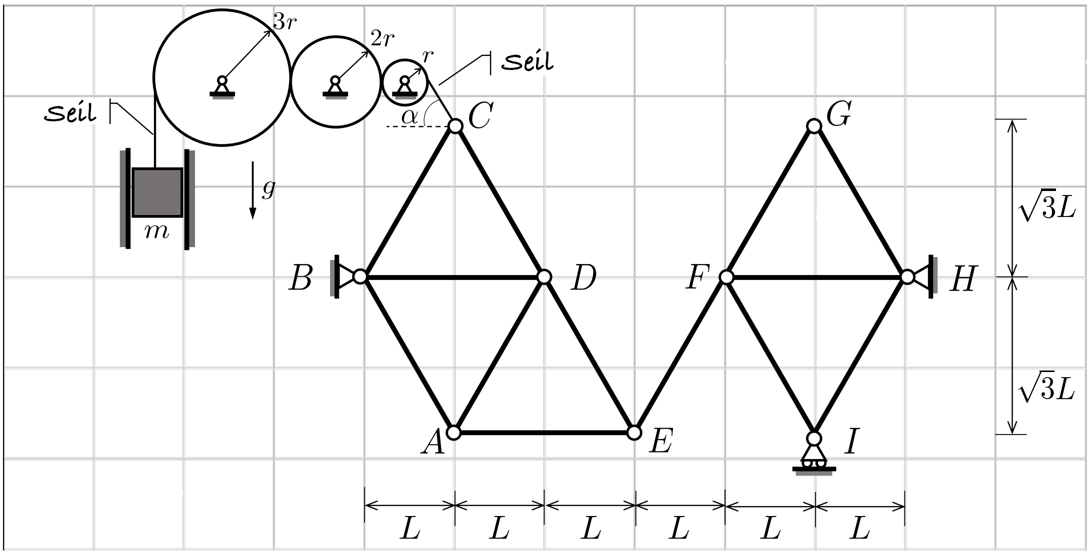
3. Nehmen Sie an, Sie haben einen zusätzlichen Stab der Länge $2L$, den Sie dem System hinzufügen können. *Der Stab kann nur zwischen den Knotenpunkten des Fachwerks verbunden werden.*
   Wo sollte er angebracht werden, um das System zu blockieren? Zeichnen Sie es auf der Skizze ein und begründen Sie Ihre Antwort.

   [1.5 Punkte]



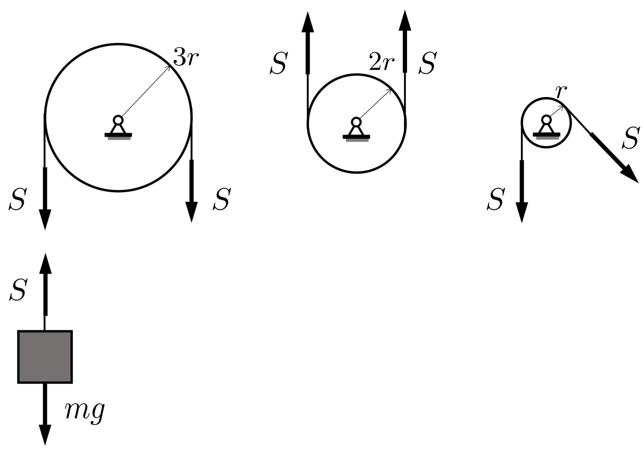
Wenn man einen Stab der Länge $2L$ zwischen E und I platziert, wird die Geschwindigkeit im Punkt E null, d.h. $v_E = 0$ und das System ist somit blockiert. Würde man den Stab zwischen D und F platzieren, dann könnten sich die beiden starren Körper um D bzw. H drehen.

Betrachten Sie nun das geänderte System, das aus zwei Teilen besteht, nämlich aus einem Fachwerk und einer Gruppe von Rollen. In den Punkten B bzw. H ist das Fachwerk fest gelagert, während es in I horizontal verschiebbar gelagert ist. Im Punkt C ist es mit der Gruppe von Rollen durch ein Seil verbunden, wobei das Seil einen Winkel $\alpha = \pi/3$ mit der Horizontalen einschliesst. Dieses Teilsystem besteht aus drei masselosen Rollen mit Radius r, $2r$ bzw. $3r$. Eine dimensionslose Masse, die sich nur vertikal bewegen kann, ist über ein zweites Seil mit der grössten Rolle verbunden. Beide Seile sind dimensionslos und wickeln sich um die Rolle ohne zu gleiten.



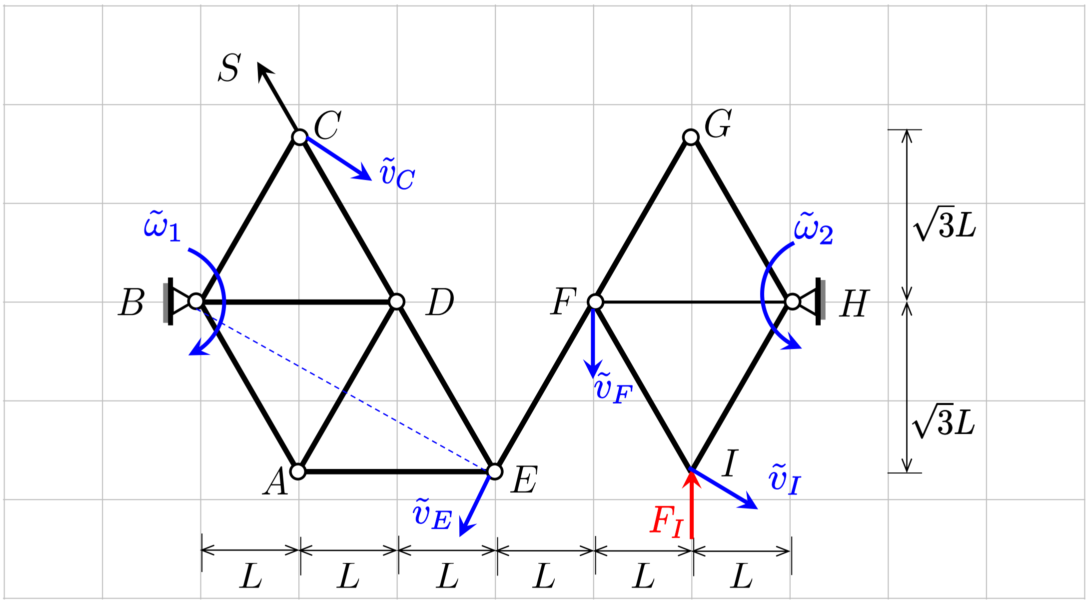
4. Finden Sie die Seilkraft, die im Punkt C auswirkt. *[1 Punkt]*
Hinweis: Betrachten Sie nur die Gruppe von Rollen.

$$S = mg \tag{6}$$



Diese Seite muss am Ende abgegeben werden!

5. Finden Sie die Reaktionskraft im Punkt I mit dem PdvL. *[2 Punkte]*



Wir führen eine virtuelle Winkelgeschwindigkeit $\tilde{\omega}_1$ in B ein.
Daraus folgt:

$$\tilde{v}_C = 2L\tilde{\omega}_1 \tag{7}$$

$$\tilde{v}_E = \frac{3\tilde{L}\omega_1}{\cos 30^\circ} = \tilde{v}_F \cos 30^\circ \qquad \rightarrow \qquad \tilde{v}_F = 4L\tilde{\omega}_1 \tag{8}$$

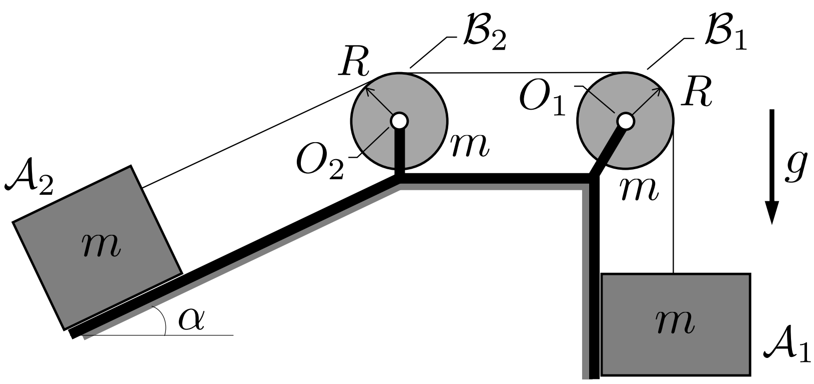
$$2L\tilde{\omega}_2 = 4L\tilde{\omega}_1 \quad \rightarrow \quad \tilde{\omega}_2 = 2\tilde{\omega}_1 \qquad \rightarrow \quad \tilde{v}_I = 4L\tilde{\omega}_1 \tag{9}$$

$$\tilde{P} = -S2L\tilde{\omega}_1 \cos 30^\circ - F_I 4L\tilde{\omega}_1 \cos 60^\circ = 0 \tag{10}$$

$$\boxed{\mathrm{F}_I = -\frac{\sqrt{3}}{2}S = -\frac{\sqrt{3}}{2}mg} \tag{11}$$

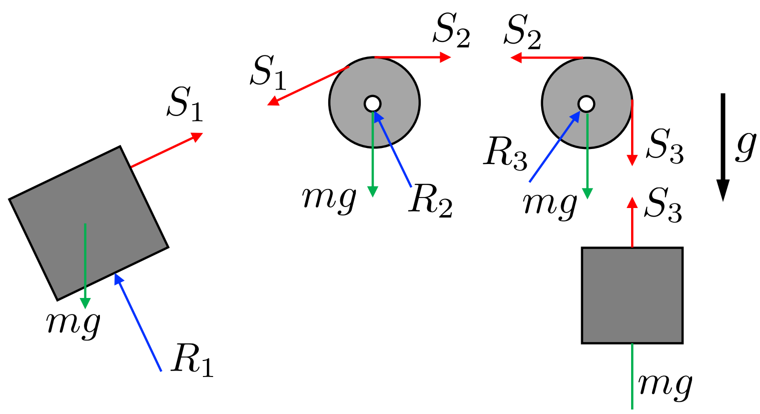
AUFGABE 2. *[8 Punkte]*

Das abgebildete ebene System besteht aus zwei Kreisscheiben $\mathcal{B}_1$ und $\mathcal{B}_2$ mit gleichem Radius R und gleicher Masse m, deren Mittelpunkte O_1 bzw. O_2 gelenkig gelagert sind. Mit den beiden Scheiben sind zwei Blöcke $\mathcal{A}_1$ und $\mathcal{A}_2$ der Masse m über ein massloses undehnbares Seil verbunden. Nehmen Sie an, es tritt keine Reibung zwischen den Blöcken und der Ebene auf, und das Seil gleitet nicht auf den Scheiben. Die Schwerkraft g wirkt nach unten.



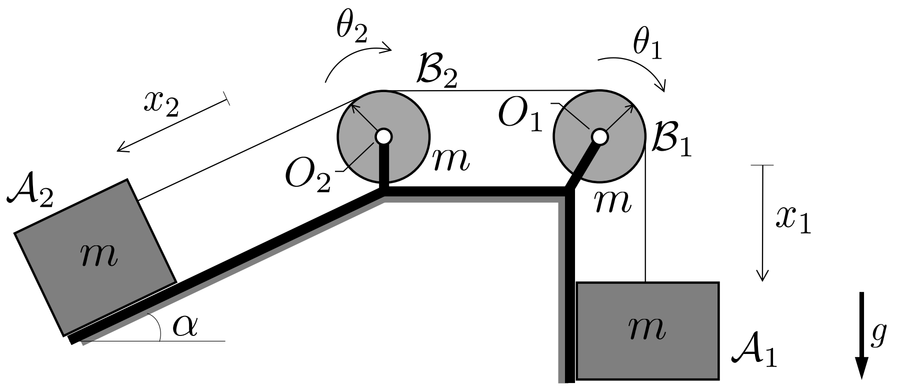
1. Führen Sie alle Reaktionskräfte in der folgenden Abbildung ein.

[1 Punkt]



2. Stellen Sie den Impulssatz für die Massen $\mathcal{A}_1$ bzw. $\mathcal{A}_2$ und den Drallsatz bezüglich O_1 und O_2 für $\mathcal{B}_1$ bzw. $\mathcal{B}_2$ auf. Benutzen Sie die Koordinate x_1, x_2, θ_1 bzw. θ_2, um die Bewegung von $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{B}_1$ bzw. $\mathcal{B}_2$ zu beschreiben. Ihre positive Richtung ist aus der Skizze tu entnehmen.

[2 Punkte]



$$\mathcal{A}_1: \qquad m\ddot{x}_1 = mg - S_3 \tag{1}$$

$$\mathcal{A}_2: \qquad m\ddot{x}_2 = mg\sin\alpha - S_1 \tag{2}$$

$$\mathcal{B}_1: \qquad \frac{mR^2}{2}\ddot{\theta}_1 = (S_3 - S_2)R \tag{3}$$

$$\mathcal{B}_2: \qquad \frac{mR^2}{2}\ddot{\theta}_2 = (S_2 - S_1)R \tag{4}$$

3. Bestimmen Sie die kinematischen Beziehungen zwischen $x_2, \theta_2, x_1, \theta_1$. *[1 Punkt]*

$$x_1 = R\theta_2 = R\theta_1$$

$$R\theta_2 = R\theta_1 \quad \rightarrow \quad \theta_2 = \theta_1 \quad \rightarrow \quad \theta_1 = \theta_2 = \frac{x_1}{R}$$

$$x_2 = -R\theta_1 = -x_1$$

4. Verwenden Sie 2) und 3), um die Differentialgleichung zu bestimmen, die die Bewegung des Systems beschreibt. Drücken Sie alle Variablen als Funktionen von $x_1(t)$ aus.

[2 Punkte]

$$\mathcal{A}_1 \quad \rightarrow \quad S_3 = m(g - \ddot{x}_1) \tag{5}$$

$$\mathcal{A}_2 \quad \rightarrow \quad -m\ddot{x}_1 = mg\sin\alpha - S_1 \quad \Rightarrow \quad S_1 = m(g\sin\alpha + \ddot{x}_1) \tag{6}$$

$$\mathcal{B}_1 \quad \rightarrow \quad \frac{mR}{2}\ddot{x}_1 = (S_3 - S_2) \quad \Rightarrow \quad S_2 = m(g - \frac{3}{2}\ddot{x}_1) \tag{7}$$

$$\mathcal{B}_2 \quad \rightarrow \quad \frac{mR}{2}\ddot{x}_1 = m(g - \frac{3}{2}\ddot{x}_1 - g\sin\alpha - \ddot{x}_1) \tag{8}$$

$$\Rightarrow \quad 3m\ddot{x}_1 = mg(1 - \sin\alpha) \tag{9}$$

5. Berechnen Sie die Beschleunigung $\ddot{x}_1$.

[1 Punkt]

$$\ddot{x}_1 = \frac{g(1 - \sin\alpha)}{3}$$

6. Finden Sie die Seilkraft, die auf Masse $\mathcal{A}_1$ auswirkt.

[1 Punkt]

$$S_3 = m(g - \ddot{x}_1) = \frac{mg}{3}(2 + \sin\alpha)$$