Click to BUY NOW! PDF-XChange Editor www.pdf-xchange.com

Aufgabe 1: Antwortblatt Verständnisfragen

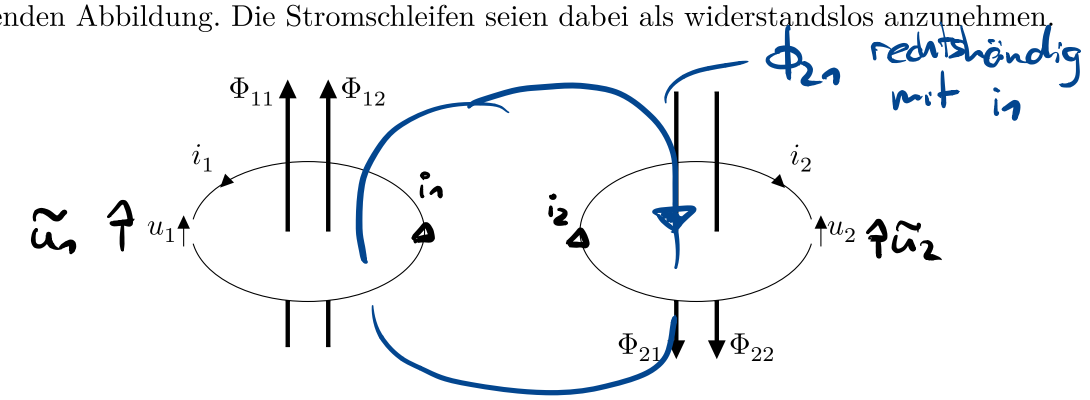
Für jede Frage ist genau **eine** Antwort richtig. Markieren Sie diese **eindeutig**.

1. A B C D
2. A B C D
3. A B C D
4. A B C D
5. A B C D
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D

Verständnisfragen

Für jede Teilfrage ist genau **eine** Antwort richtig. Markieren Sie diese **eindeutig** auf dem Antwortblatt. Bei Single-Choice Fragen (SC) ist genau eine Antwort richtig, ist mehr als eine oder keine Antwort markiert gibt es Null Punkte. Bei kPrime Fragen (kP) ist in jedem Fall richtig oder falsch zu markieren. Die volle Punktzahl gibt es dabei bei 4 korrekten Aussagen, bei 3 korrekten Aussagen gibt es die halbe Punktzahl und bei 2 oder weniger Null Punkte.

(3 P.) *SC* – Gegeben seien zwei gekoppelte Stromschleifen in einer Ebene und ihre Flüsse gemäss der folgenden Abbildung. Die Stromschleifen seien dabei als widerstandslos anzunehmen.



1. Welches Gleichungssystem beschreibt die gegebene Anordnung?

(A) $u_1 = +L_{11}\frac{di_1}{dt} + L_{12}\frac{di_2}{dt}$, $\quad u_2 = +L_{21}\frac{di_1}{dt} + L_{22}\frac{di_2}{dt}$

(B) $u_1 = +L_{11}\frac{di_1}{dt} - L_{12}\frac{di_2}{dt}$, $\quad u_2 = +L_{21}\frac{di_1}{dt} - L_{22}\frac{di_2}{dt}$

(C) $u_1 = -L_{11}\frac{di_1}{dt} - L_{12}\frac{di_2}{dt}$, $\quad u_2 = +L_{21}\frac{di_1}{dt} + L_{22}\frac{di_2}{dt}$

(D) $u_1 = +L_{11}\frac{di_1}{dt} + L_{12}\frac{di_2}{dt}$, $\quad u_2 = -L_{21}\frac{di_1}{dt} - L_{22}\frac{di_2}{dt}$

- Um die korrekte Gleichung zu finden, muss man die Vorzeichen der einzelnen Terme $\pm L_{jk}\frac{di_k}{dt}$ bestimmen.
- Dazu muss man nur bestimmen ob Φ_{jk} rechtshändig oder linkshändig mit dem Strom i_k verknüpft ist.

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

Index jk	Term	Verknüpfung	+/-	Gleichung
11	$L_{11}\frac{di_1}{dt}$	rechtshändig	+	$+L_{11}\frac{di_1}{dt} + L_{12}\frac{di_2}{dt} = \tilde{u}_1$
12	$L_{12}\frac{di_2}{dt}$	rechtshändig	+	
21	$L_{21}\frac{di_1}{dt}$	rechtshändig	+	$+L_{21}\frac{di_1}{dt} + L_{22}\frac{di_2}{dt} = \tilde{u}_2$
22	$L_{22}\frac{di_2}{dt}$	rechtshändig	+	

- Wichtig ist schliesslich, dass die Spannungen entgegengesetzt zum Strom der jeweiligen Schleife abfallen

- Die korrekt abfallende Spannung wird hier als $\tilde{u}_j$ definiert. Jetzt muss man nur das Vorzeichen von u_j überprüfen:

$$u_1 = \tilde{u}_1 = +L_{11}\frac{di_1}{dt} + L_{12}\frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = \tilde{u}_2 = +L_{21}\frac{di_1}{dt} + L_{22}\frac{di_2}{dt}$$

$\rightarrow (A)$

(3 P.) *SC* – Ein Kupferdraht ($\kappa_{\mathrm{Cu}} = 56\,\mathrm{m}/\Omega\mathrm{mm}^2$) mit der Querschnittsfläche $A_{\mathrm{Cu}} = 1\,\mathrm{mm}^2$ soll durch ein mit Salzwasser gefülltes isolierendes Rohr ersetzt werden. Das Salzwasser sei charakterisiert durch die Ionendichte von Na$^+$ und Cl$^-$, $\eta = 2.7 \cdot 10^{16}\,\mathrm{cm}^{-3}$, und der jeweiligen Beweglichkeit der Ionen, $\mu_+ \approx 5\,\mathrm{cm}^2/\Omega\mathrm{C}$ und $\mu_- \approx 8\,\mathrm{cm}^2/\Omega\mathrm{C}$ (entspricht ungefähr dem Salzgehalt im Mittelmeer).

2. Wie gross muss die Innen-Querschnittsfläche A des Rohres gewählt werden um dieselbe elektrische Leitfähigkeit wie der Kupferdraht zu erhalten?

(A) $A \approx 16\,\mathrm{m}^2$
(B) $A \approx 10\,\mathrm{m}^2$
(C) $A \approx 5\,\mathrm{m}^2$
(D) $A \approx 1\,\mathrm{m}^2$

Die Leitfähigkeit des Salzwassers ist:

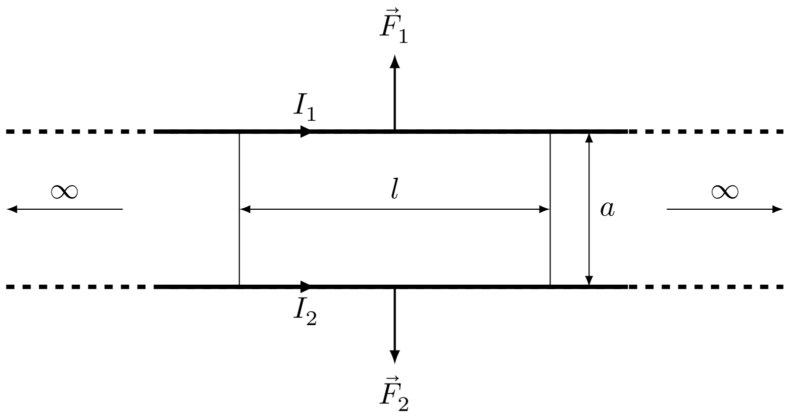
$$\kappa_1 = \eta z e (\mu_+ + \mu_-)$$

$$= 2{,}7 \cdot 10^{16}\,\mathrm{cm}^{-3} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \left(\frac{5\mathrm{m}^2}{\Omega C} + \frac{8\mathrm{cm}^2}{\Omega C}\right)$$

$$\approx 56 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\Omega\mathrm{cm}} = 5{,}6 \frac{1}{\Omega\mathrm{m}} = 56 \cdot 10^{-7} \frac{\mathrm{m}}{\Omega\mathrm{mm}^2}$$

→ Das heisst die 10^7 tiefere Leitfähigkeit muss durch einen 10^7-mal grösseren Querschnitt ausgeglichen werden, also $A = 1 \cdot 10^7\,\mathrm{mm}^2 = 10\mathrm{m}^2$!

(2 P.) *SC* – Zwei Stromsammelschienen (modelliert als zwei parallele zylindrische Leiter) sind auf Stützisolatoren im Abstand von $a = 25\,\mathrm{cm}$ zueinander installiert. Der Kurzschlussstrom sei $I_1 = I_2 = 50\,\mathrm{kA}$ und wir betrachten die wirkenden Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ auf einem Abschnitt der Länge $l = 1\,\mathrm{m}$.



3. Welche der folgenden Ausdrücke für die Kräfte stimmt?

(A) $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = 2\,\mathrm{kN}$
(B) $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = -2\,\mathrm{kN}$
(C) $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = -500\,\mathrm{N}$
(D) $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = 500\,\mathrm{N}$

• $|\vec{F}_{Leiter}| = |I\,\vec{l} \times \vec{B}| = I \cdot l \cdot B$

• $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$ (Symmetrie)

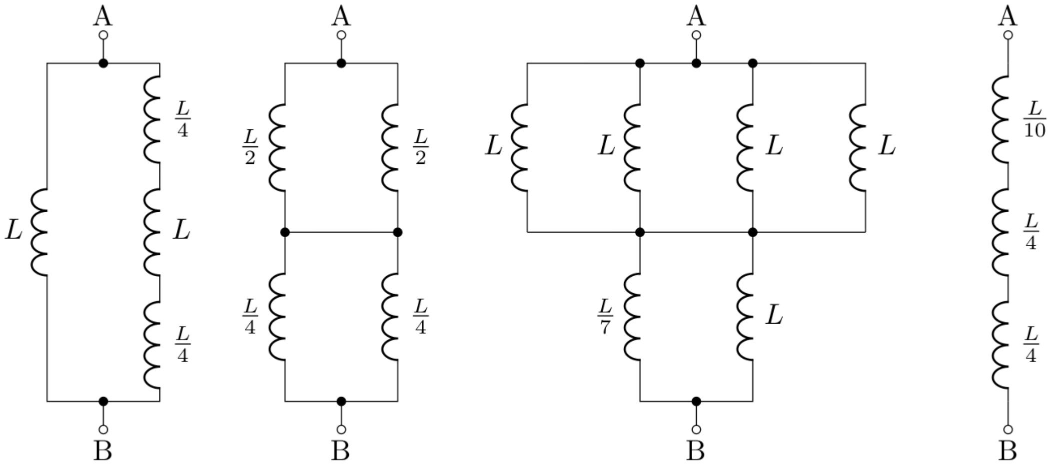
• $B_1(r) = \underbrace{\frac{I_1}{2\pi r}}_{H} \cdot \mu$

$\vec{F}_2 = l \cdot I_2 \cdot \frac{I_1}{2\pi(a)} \cdot \mu$

auf Leiter 2 Abstand r=a

• Gleich gerichtete Ströme ziehen sich an
→ $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ müssten nach innen zeigen:
→ negatives Vorzeichen → B

(3 P.) *kP* – Gegeben seien die folgenden Induktivitätsnetzwerke. Betrachtet wird hierbei die Gesamtinduktivität L_{AB} zwischen den Klemmen A und B.



(a) **(b)** **(c)** **(d)**

Bewerten Sie die folgenden Aussagen:

4. Die Netzwerke **(a)** und **(c)** weisen die gleiche Gesamtinduktivität L_{AB} auf

   (A) Richtig (B) Falsch

5. Die Netzwerke **(c)** und **(d)** weisen die gleiche Gesamtinduktivität L_{AB} auf

   (A) Richtig (B) Falsch

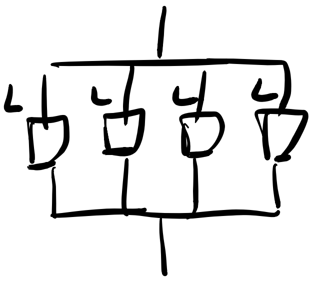
6. Die Netzwerke **(a)** und **(b)** weisen die gleiche Gesamtinduktivität L_{AB} auf

   (A) Richtig (B) Falsch

7. Die Netzwerke **(b)** und **(d)** weisen die gleiche Gesamtinduktivität L_{AB} auf

   (A) Richtig (B) Falsch

Für Parallelschaltungen: • addiere die Kehrwerte und nimm das Ergebnis hoch −1:



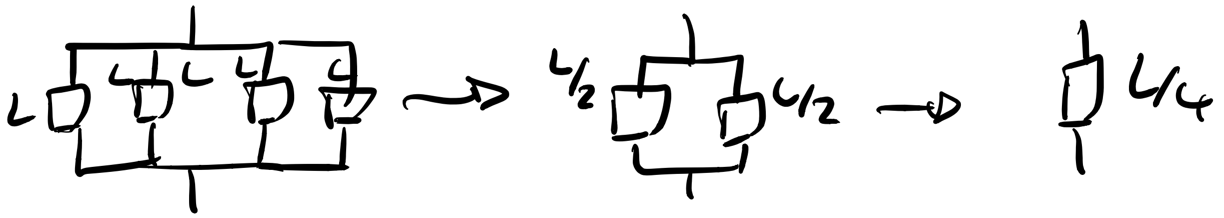
• nutze das falls $L_1 = L_2 = L$:

$$L_1 \| L_2 = L \| L = \frac{L}{2}$$

$$\Rightarrow L_{tot} = \left(\frac{1}{L}+\frac{1}{L}+\frac{1}{L}+\frac{1}{L}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{L}\right)^{-1} = \frac{L}{4}$$

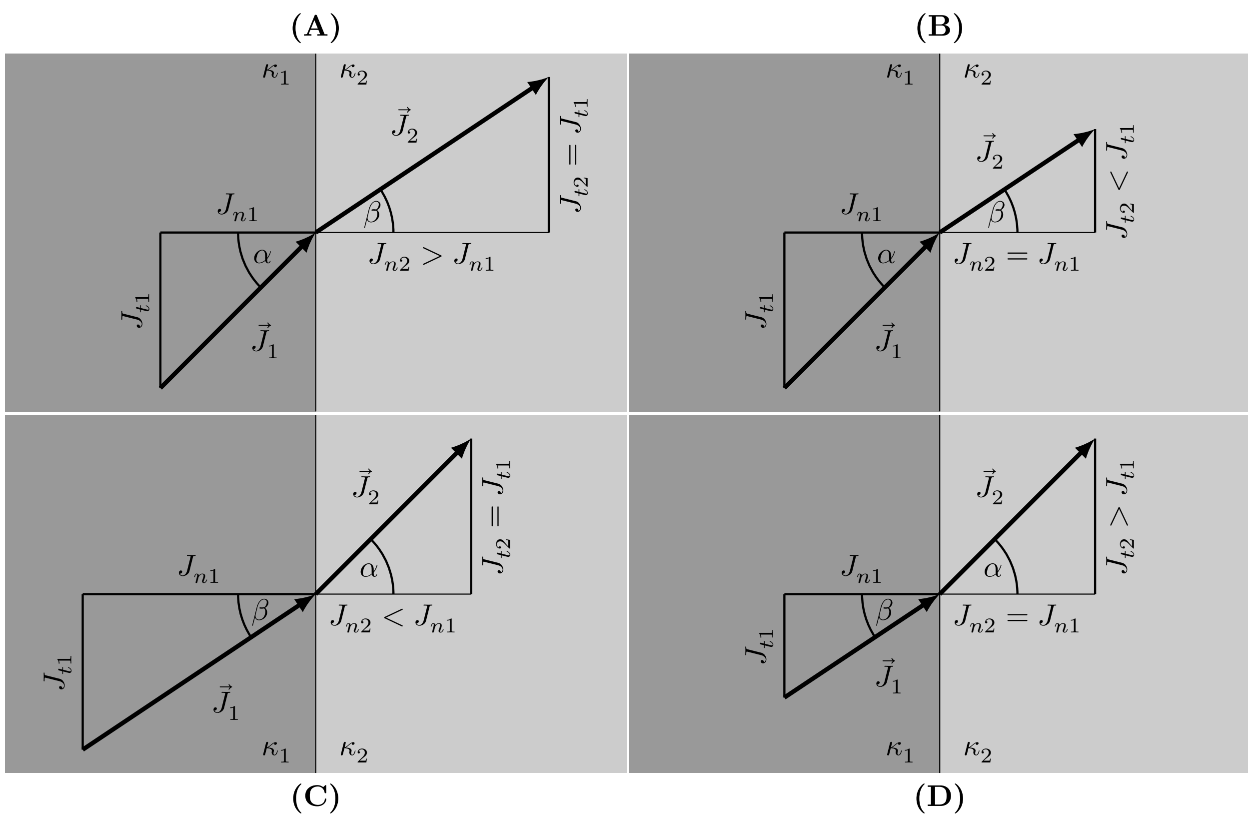
ODER:

→



→ genauso für Parallelschaltungen mit R oder Reihenschaltungen mit C

(2 P.) *SC* – Gegeben seien zwei Materialien mit Leitfähigkeiten κ_1 und κ_2, die jeweiligen Stromdichten $\vec{J}_1$ und $\vec{J}_2$ und es gelte $\kappa_1 > \kappa_2$.



8. Welcher Feldverlauf ist korrekt gezeichnet?

(A) (B) (C) (D)

Beim Grenzübergang gilt

- $J_{n1} = J_{n2}$ → A, C ausschliessen!
- $E_{t1} = E_{t2}$ → $\frac{J_{t1}}{\kappa_1} = \frac{J_{t2}}{\kappa_2}$ → $J_{t1} = \underbrace{\frac{\kappa_1}{\kappa_2}}_{>1,\ \text{da}\ \kappa_1 > \kappa_2} J_{t2}$ → $J_{t1} > J_{t2}$ → B

(3 P.) *kP* – Gegeben seien ein magnetisches Bauteil mit Permeabilität $\mu_1 = 10\,\frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{A\,m}}$, Permittivität $\varepsilon_1 = 1\,\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}$ und Volumen V_1 sowie ein dielektrisches Bauteil mit Permeabilität $\mu_2 = 1\,\frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{A\,m}}$, Permittivität $\varepsilon_2 = 1\,\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}$ und Volumen V_2. Am magnetischen Bauteil liege die homogene Feldstärke $H = 10\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$ an und am dielektrischen Bauteil die homogene Feldstärke $E = 100\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$ an. Beurteilen Sie die folgenden Aussagen:

9. Die gespeicherte Energie in den Bauteilen skaliert linear mit dem Volumen.

   (A) Richtig (B) Falsch

10. Für $V_1 = 10 \cdot V_2$ ist im dielektrischen Bauteil genau gleichviel Energie gespeichert wie im magnetischen Bauteil.

    (A) Richtig (B) Falsch

11. Für $V_1 = V_2$ ist die homogene Feldstärke H auf $\tilde{H} = \sqrt{10} \cdot 10\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$ zu erhöhen um im magnetischen Bauteil denselben Energieinhalt wie im dielektrischen zu erhalten.

    (A) Richtig (B) Falsch

12. Die gegebene Permeabilität und Permittivität der Bauteile kann mit realen Materialien unter Normalbedingungen **nicht** erreicht werden.

    (A) Richtig (B) Falsch

Energieinhalt der Felder: $W_e = \frac{1}{2}\iiint \vec{E}\cdot\vec{D}\,dV$ und

$W_m = \frac{1}{2}\iiint \vec{H}\cdot\vec{B}\,dV$

$\vec{E}\cdot\vec{E} = EE$

mit $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$ und $\vec{B} = \mu\vec{H}$: $W_e = \frac{1}{2}V\vec{E}\cdot\varepsilon\vec{E} = \frac{1}{2}V\varepsilon E^2$

$W_m = \frac{1}{2}V\vec{H}\cdot\mu\vec{H} = \frac{1}{2}V\mu H^2$

→ Energie skaliert linear mit dem Volumen aber quadratisch mit der angelegten Feldstärke

Für 12: $\varepsilon_{r1} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} \approx 1 \cdot 10^{11}$ $\quad \varepsilon_{r2} \approx 1 \cdot 10^{11}$

$\mu_{r1} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_0} \approx 8 \cdot 10^{6}$ $\quad \mu_{r2} \approx 8 \cdot 10^{5}$

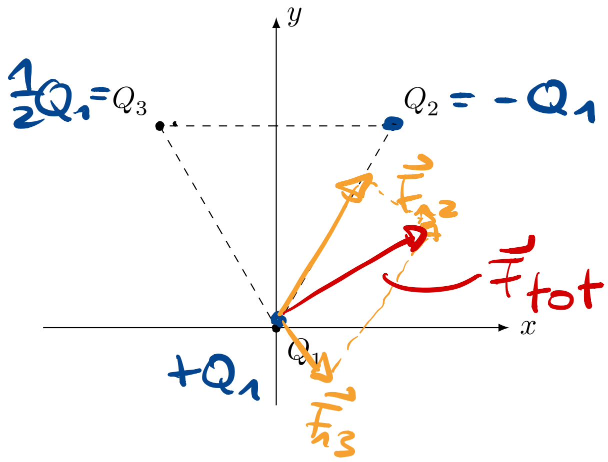
→ für reale Materialien gilt:

$$\varepsilon_r \approx 1 \ldots 1 \cdot 10^4 \quad \text{und} \quad \mu_r \approx 1 \ldots 1 \cdot 10^5$$

⇒ Bauteile aus der Aufgabe nicht realisierbar

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

(2 P.) *SC* – Gegeben seien drei Punktladung Q_1, Q_2 und Q_3 an den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks mit der Kantenlänge a. Es gelte $Q_1 = -Q_2$ und $Q_1 = 2Q_3$. Auf die Ladung Q_1 wirkt dabei die Gesamtkraft $\vec{F}_1$ verursacht durch die zwei anderen Ladungen. Die Anordung befindet sich in Vakuum und ist im folgenden schematisch dargestellt.



13. Welche Bedingung gilt für die Kraft $\vec{F}_1 = \binom{F_{1x}}{F_{1y}}$?

(A) $F_{1x} > 0$ und $F_{1y} < 0$
(B) $F_{1x} > 0$ und $F_{1y} > 0$
(C) $F_{1x} < 0$ und $F_{1y} > 0$
(D) $F_{1x} < 0$ und $F_{1y} < 0$

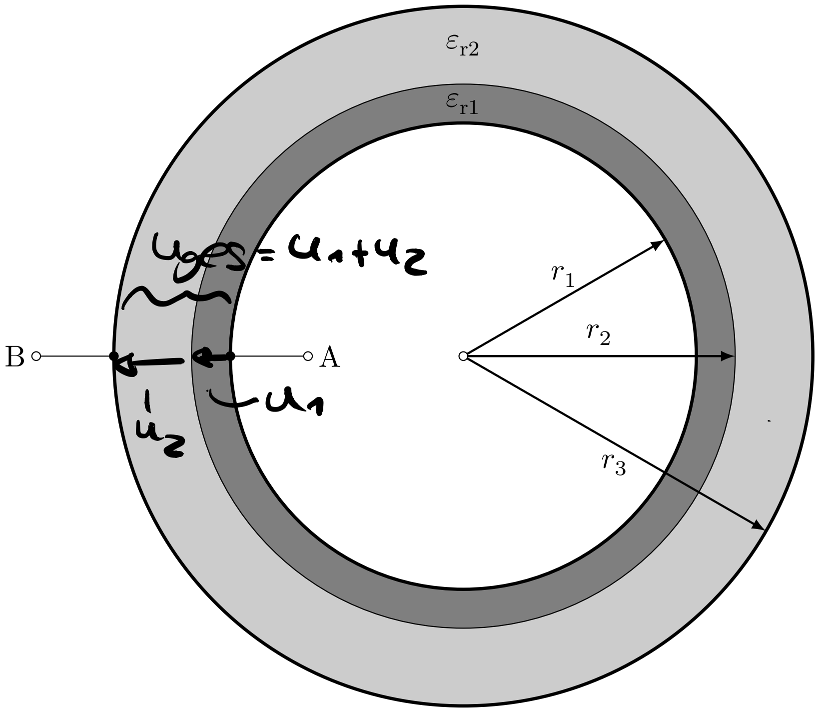
- Nehmt einfach eine Ladung an z.B. $Q_1 > 0$
  → entscheidend sind die Verhältnisse der Ladungen zueinander

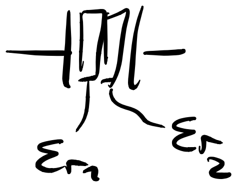
- Ladungsverhältnisse einzeichnen
  → $\vec{F}_{ik} \propto Q_i Q_k$
  ⇒ $|\vec{F}_{12}| > |\vec{F}_{13}|$

- Vektoraddition (graphisch) → (B)

Aufgabe 2: Kugelkondensator

(18 P.) Zwischen zwei konzentrisch angeordneten, dünnwandigen Hohlkugeln aus Metall befinden sich nach **Abb. 1** zwei ideale Isolationsschichten mit den Permittivitätszahlen $\varepsilon_{r1} = 4.5$ und $\varepsilon_{r2} = 2.5$. Für die Radien gilt allgemein $r_1 \leq r_2 \leq r_3$.





$\varepsilon_{r2} < \varepsilon_{r1}$

Abbildung 1: Kondensator mit kugelförmigen Elektroden und geschichtetem Dielektrikum

a)✓ (1 P.) Wie gross muss r_2 in der Anordnung gewählt werden um die Kapazität zu maximieren?

$$C_{Kugel} = 4\pi\varepsilon \frac{ba}{b-a}$$

→ Kapazität skaliert mit ε,

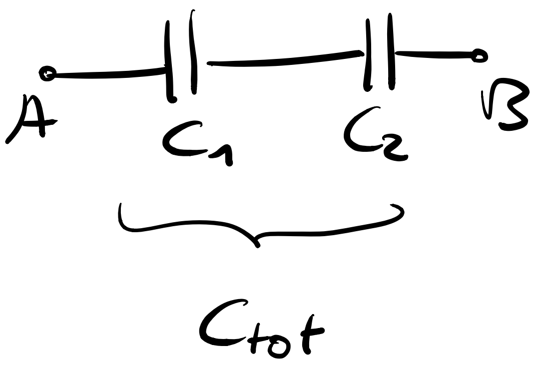
da $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ wollen wir möglichst

viel von Material 1

$\rightarrow r_2 = r_3$

b)✓ (1 P.) Zeichnen Sie ein äquivalentes Ersatzschaltbild der Anordnung zwischen den Punkten A und B.

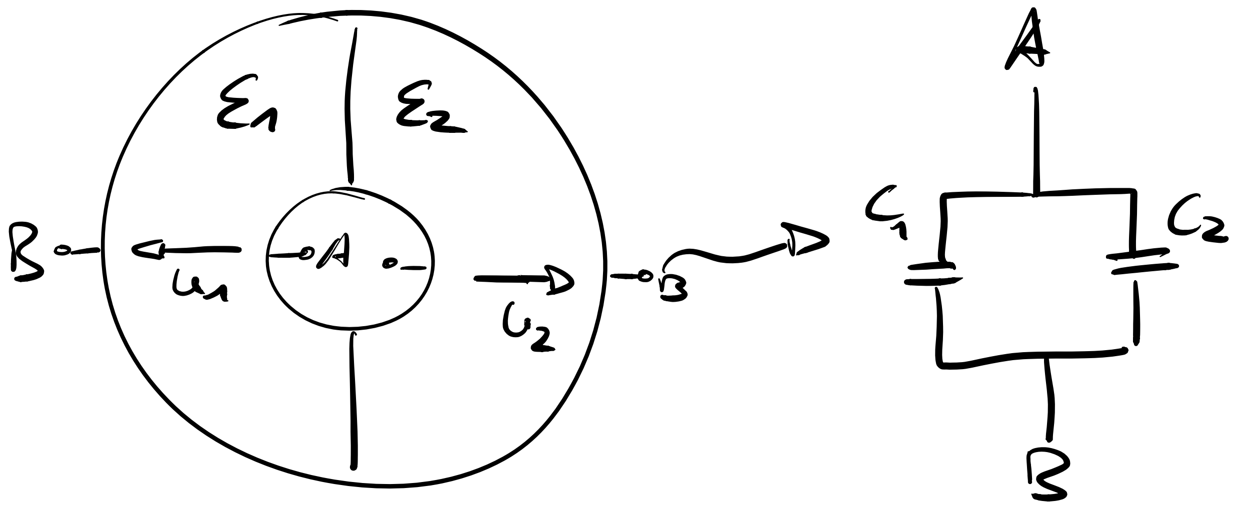
☑ Reihenschaltung



→ Überlegt ob U parallel über beide Materialien abfällt oder in Reihe

$U_{ges} = U_1 + U_2$ → Reihenschaltung

Anderes Beispiel



→ Oberflächen werden als perfekt leitend angenommen und besitzen überall das gleiche Potential

→ Die Spannung fällt also von innen nach aussen parallel über beide Materialien ab

→ $U_{ges} = U_1 = U_2$ → parallel

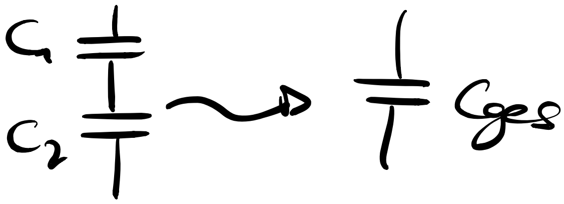
Für die Radien gelten im weiteren Lauf der Aufgabe die folgenden Werte: $r_1 = 6\,\mathrm{cm}$, $r_2 = 7\,\mathrm{cm}$ und $r_3 = 9\,\mathrm{cm}$.

c) (4 P.) Berechnen Sie die Kapazität der gegebenen Anordnung aus **Abb. 1** zwischen den Punkten A und B.

Hinweis: Die Kapazität eines Kugelkondensators ist gegeben als $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{ba}{b-a}$ mit dem Innenradius a und dem Aussenradius b.

$$C_1 = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r_1} \cdot \frac{r_2 \cdot r_1}{r_2 - r_1} = 210\,\mathrm{pF}$$

$$C_2 = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r_2} \frac{r_2 r_3}{r_3 - r_2} = 87.6\,\mathrm{pF}$$



$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$C_{ges} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

$$= 61.8\,\mathrm{pF}$$

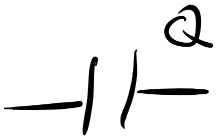
PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

d) (2 P.) Der gegebene Kugelkondensator wird mit der Spannung $U_{\mathrm{AB}} = 10\,\mathrm{kV}$ geladen. Wie gross ist die gespeicherte elektrische Energie?

$$W_e = \frac{1}{2} C_{ges} \cdot U_{AB}^2 = 3.1\,\mathrm{mJ}$$

e) (3 P.) Wie gross ist die Oberflächenladungsdichte σ_1 auf der inneren Elektrode bei r_1 für die geladene Anordnung gemäss Teilaufgabe d)?

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$



$$Q = C_{ges} \cdot U_{AB} = 61.8\,\mathrm{pF} \cdot 10\,\mathrm{kV} = 618\,\mathrm{nC}$$

- Ladung verteilt sich gleichmässig auf der Oberfläche A_1

$$A_1 = 4\pi r_1^2 \rightarrow \sigma_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{618\,\mathrm{nC}}{452\,\mathrm{cm}^2} = 1.3 \cdot 10^{-5}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}$$

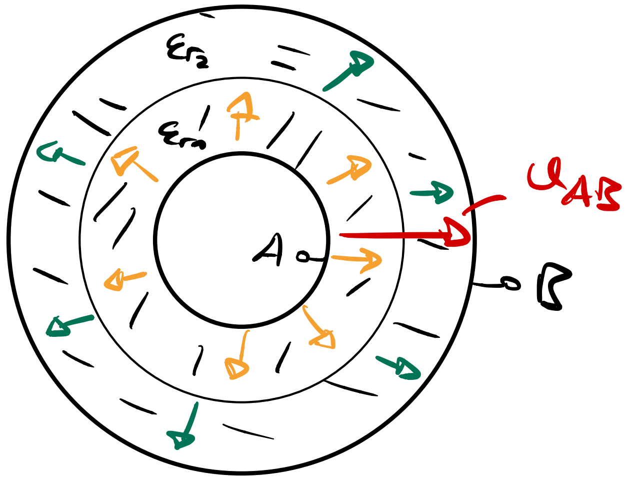
PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

f)✓ (4 P.) Leiten sie mit Hilfe des Hüllflächenintegrals eine analytische Gleichung für die elektrische Feldstärke $\vec{E}(\vec{r}, Q)$ für den Raum zwischen den Radien r_1 und r_3 gemäss **Abb. 1** her.

Hinweis: Nutzen sie die Symmetrieeigenschaften der gegebenen Anordnung aus.

• Richtung vom E-Feld bestimmen

$\vec{E} = \vec{e}_r \cdot E$



• Grenzfläche bei r_2

$\vec{E}$ steht normal (senkrecht) auf Grenzfläche

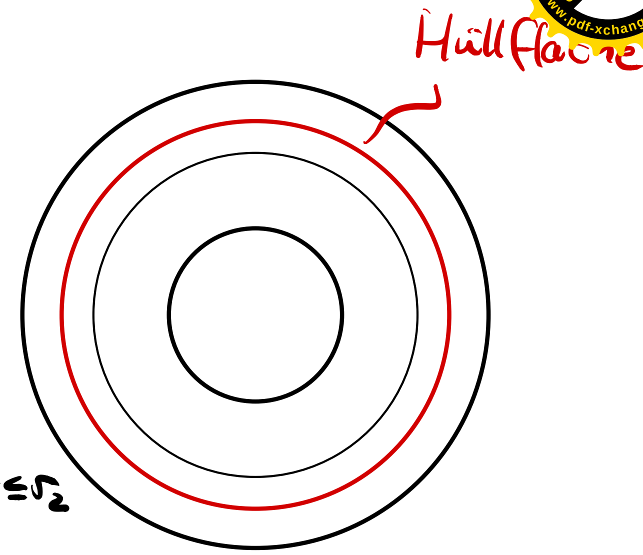
$D_{n1} = D_{n2} \rightarrow \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} E_{n1} = \varepsilon_0 \varepsilon_{r2} E_{n1} \rightarrow E_{n1} \neq E_{n2}$

müssen E-Feld in jedem Teilbereich separat berechnen.

- $$Q = \oint\!\!\oint_A \vec{D}\, d\vec{A}(r) =$$

$$= D \cdot A(r) =$$

$$= \begin{cases} \varepsilon_0 \varepsilon_{r_1} E_1 \cdot 4\pi r^2 & r_1 \leq r \leq r_2 \\ \varepsilon_0 \varepsilon_{r_2} E_2 \cdot 4\pi r^2 & r_2 \leq r \leq r_3 \end{cases}$$



- Nach E auflösen:

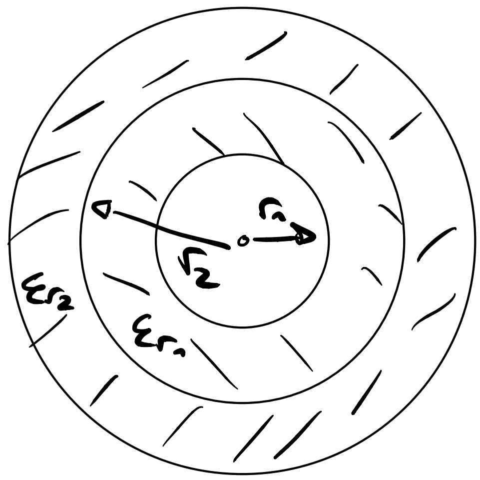
$$\vec{E}(\vec{r}) = \begin{cases} 0 & r < r_1 \quad \} \text{ nicht verlangt} \\ \dfrac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r_1} 4\pi r^2} \vec{e}_r & r_1 \leq r < r_2 \\ \dfrac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r_2} 4\pi r^2} \vec{e}_r & r_2 < r \leq r_3 \\ 0 & r > r_3 \quad \} \text{ nicht verlangt} \end{cases}$$

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

g) (3 P.) Bei welchem Radius r, mit $r_1 \leq r \leq r_3$, ist die elektrische Feldstärke $E(r)$ am grössten?

Hinweis: Auch lösbar ohne Teilaufgaben a) bis d)

$$E \propto \frac{1}{\varepsilon_{r_i} \cdot r^2}$$



einsetzen

$$E(r_1) \propto \frac{1}{\varepsilon_{r_1} r_1^2} = \frac{1}{162}$$

$$E(r_2) \propto \frac{1}{\varepsilon_{r_2} r_2^2} = \frac{1}{122.5}$$

$\rightarrow$ E-Feld ist bei $r = r_2$ maximal

Aufgabe 3: Akkumulator im Pufferbetrieb

(14 P.) Ein Akkumulator (Leerlaufspannung $U_{q1} = 12.0\,\mathrm{V}$, Innenwiderstand $R_{i1} = 0.06\,\Omega$) ist im sogenannten Pufferbetrieb mit einem Ladegerät (Leerlaufspannung $U_{q2} = 14.7\,\mathrm{V}$, Innenwiderstand $R_{i2} = 0.3\,\Omega$) verbunden. Dabei speisen die beiden parallel geschalteten Quellen gemäss **Abb. 2** einen Verbraucher mit dem Lastwiderstand von $R_L = 4.1\,\Omega$.

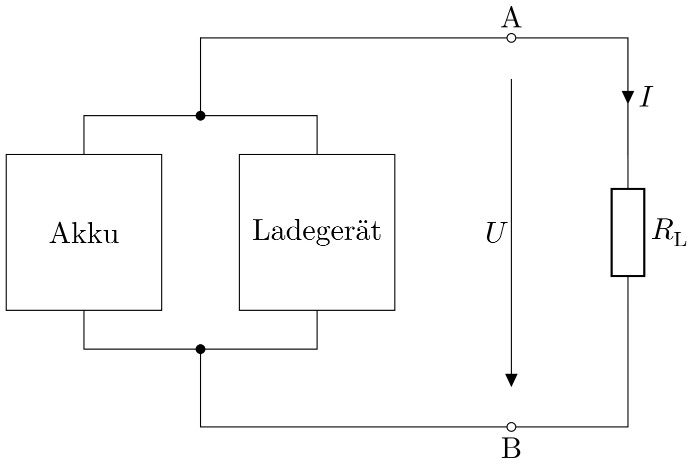
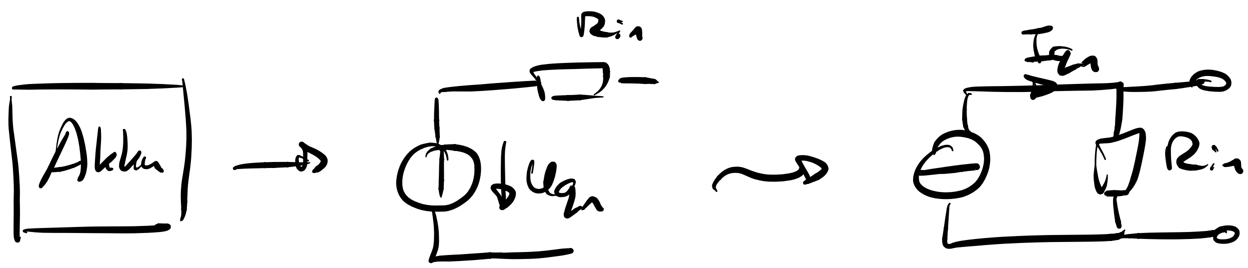
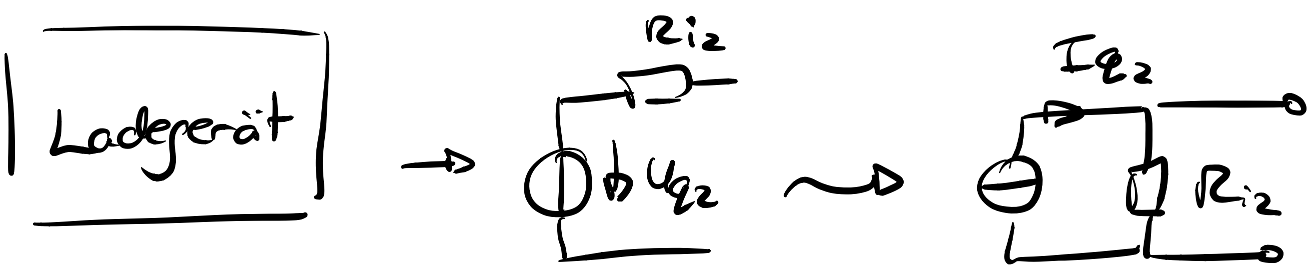


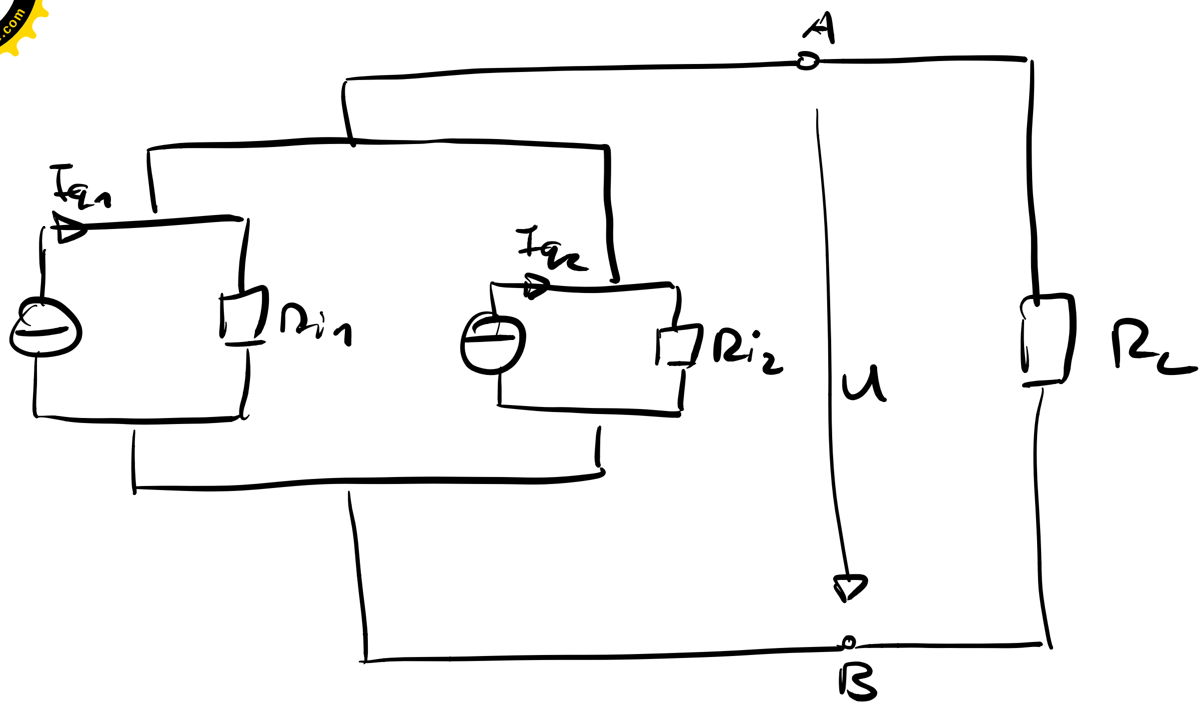
Abbildung 2: Pufferbetrieb eines Akkumulators

a)✓ (5 P.) Stellen sie den Akku und das Ladegerät mit Ersatzstromquellen dar und zeichnen sie die resultierende Schaltung. Berechnen sie ebenfalls die Werte aller verwendeten Ersatzgrössen.





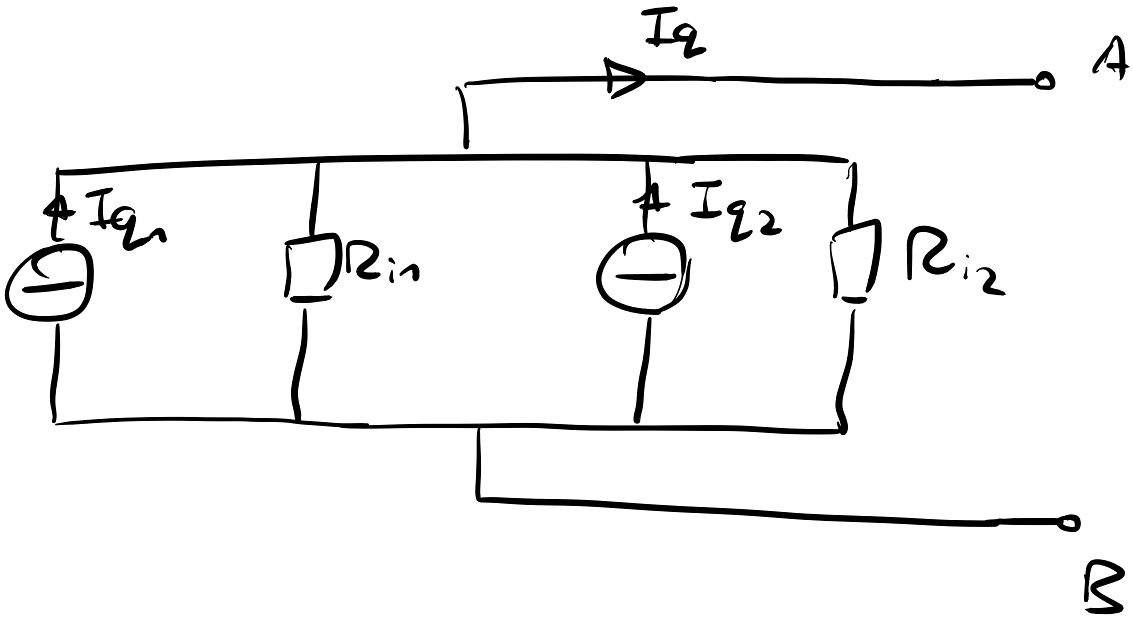
PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com



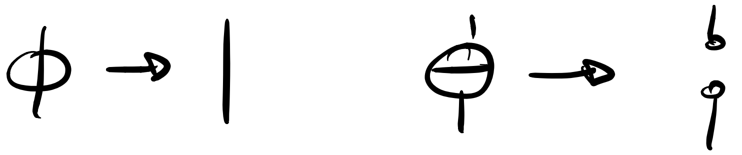
$$I_{q1} = \frac{U_{q1}}{R_{i1}} = \frac{12.0\,V}{0.06\,\Omega} = 200\,A$$

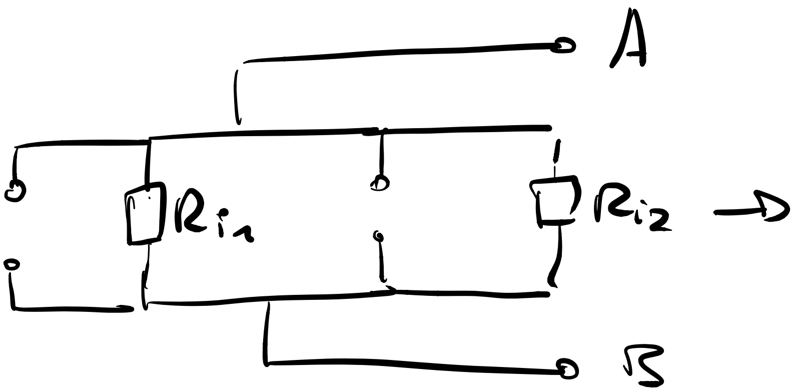
$$I_{q2} = \frac{U_{q2}}{R_{i2}} = \frac{14.7\,V}{0.3\,\Omega} = 49\,A$$

b) (3 P.) Fassen sie nun die beiden Quellen in einer Ersatzstromquelle zusammen, skizzieren sie die Schaltung und berechnen sie die neuen Ersatzgrössen.



1. Ri berechnen:

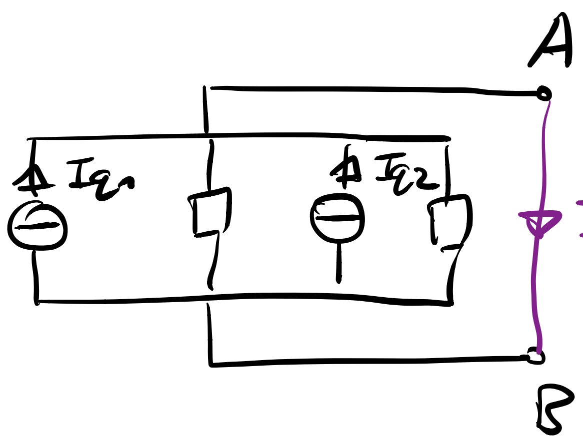




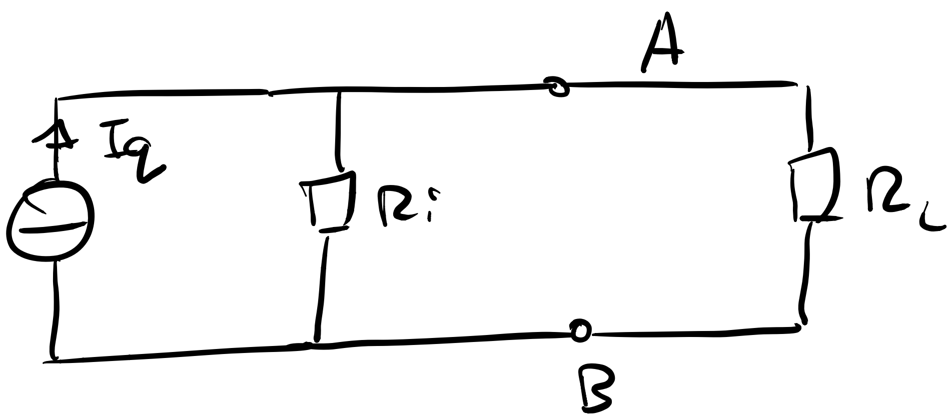
$$R_i = \frac{R_{i1} \cdot R_{i2}}{R_{i1} + R_{i2}}$$

$$= 0.05\,\Omega$$

2. I_q berechnen $\rightarrow$ I_k zwischen A, B



$$I_k = I_{q1} + I_{q2} = 249\,A$$



PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

c) (3 P.) Wie gross ist die umgesetzte Leistung P_{L} im Verbraucher mit dem Widerstand R_{L}?

$$P_L = R_L \cdot I_{R_L}^2 \leftarrow I_{R_L} = I_q \cdot \frac{R_i}{R_i + R_L}$$

$$= 3\,A$$

$$\rightarrow P_L = 36.9\,W$$

d) (3 P.) Wie müsste der Verbraucher dimensioniert sein um die Leistungsaufnahme zu maximieren? Berechnen sie ebenfalls die nun umgesetzte Leistung $P_{\mathrm{L,max}}$.

$$R_i = R_L$$

$$P_{L,max} = R_i \cdot \left(\frac{I_q}{2}\right)^2 = 775\,W$$

Aufgabe 4: Netzwerkanalyse

(17 P.) Das in Abbildung 3 dargestellte Netzwerk sei gegeben durch zwei Spannungsquellen und fünf Widerstände.

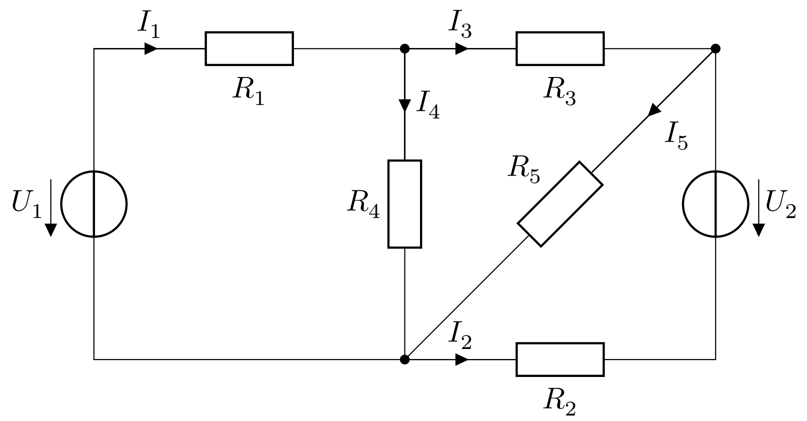
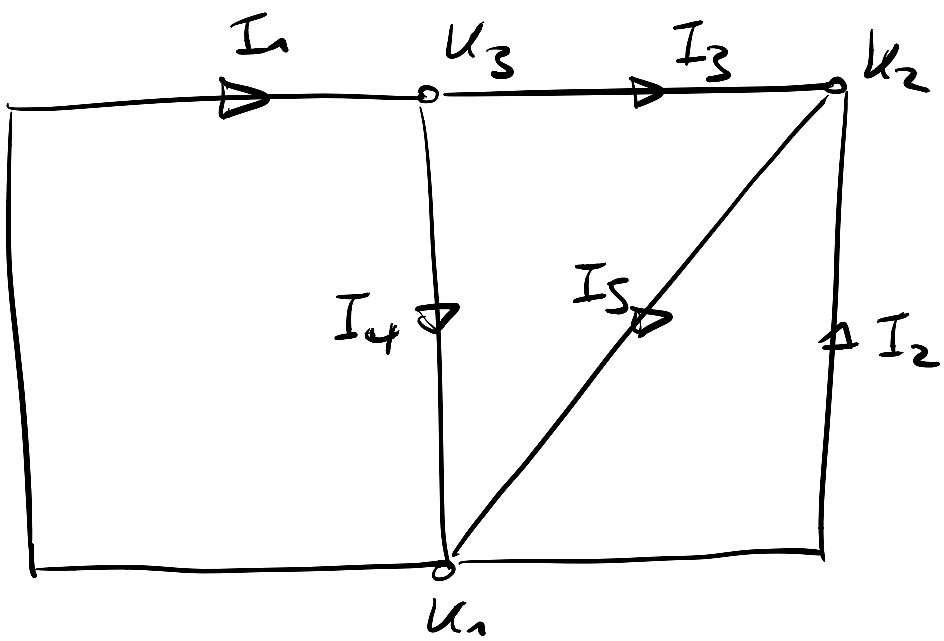


Abbildung 3: Netzwerk aus zwei Spannungsquellen

Stellen Sie das Gleichungssystem zur Lösung des Netzwerkes auf, gesucht seien dabei die fünf Teilströme I_1 bis I_5. **Folgen Sie dabei den einzelnen Teilaufgaben!**

a)✓ (3 P.) Zeichnen sie den vollständigen Netzwerkgraphen und benennen Sie alle Knoten.



b)✓ (4 P.) Stellen sie alle Knotengleichungen auf und verweisen sie auf den entsprechenden Knoten. Wieviele Knotengleichungen können für das Gleichungssystem verwendet werden? Kennzeichnen sie diese.

$K_3: \quad -I_1 + I_3 + I_4 = 0$

$\Rightarrow K_2: \quad -I_2 - I_3 + I_5 = 0$

$\Rightarrow K_1: \quad I_1 + I_2 - I_4 - I_5 = 0$

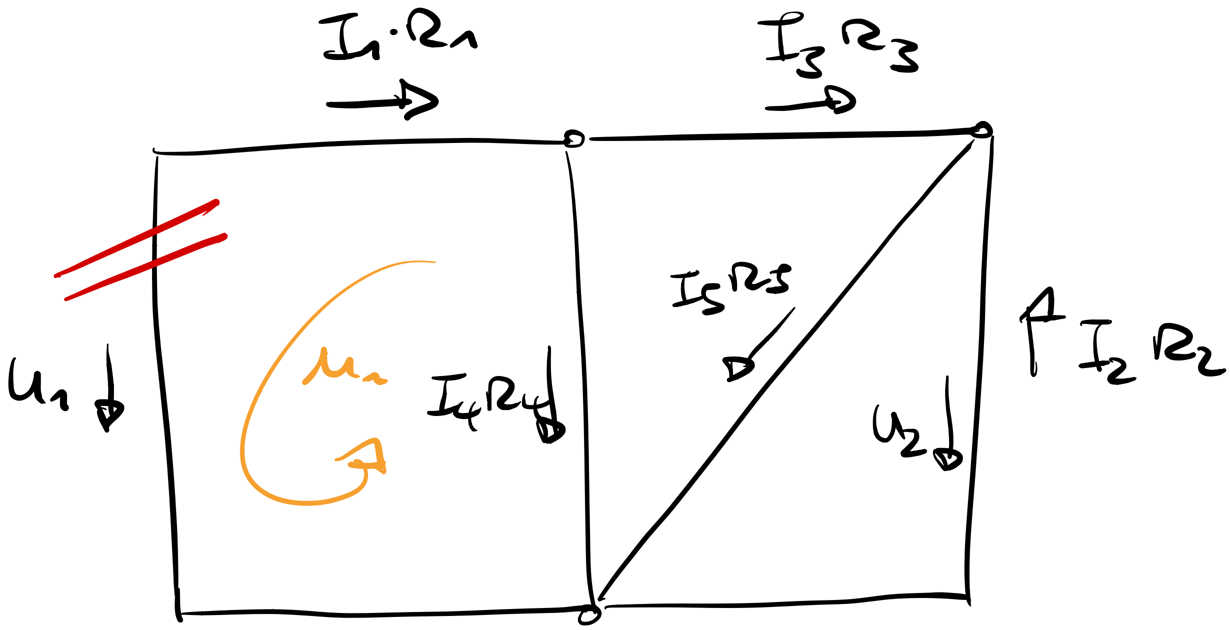
$2 = K - 1 \rightarrow$ linear unabhängige Gleichungen

c) (7 P.) Wieviele Maschengleichungen werden noch benötigt, um das Gleichungssystem aufzustellen? Stellen sie diese Maschengleichungen mit der Methode des vollständigen Baums **oder** dem Auftrennen der Maschen auf. Dokumentieren Sie ihre Vorgehensweise **schrittweise** unter zur Hilfenahme von Netzwerkgraphen.

- Brauchen $z = 5$ Gleichungen
- Benötigen $z - (k-1) = 3$ Maschengleichungen

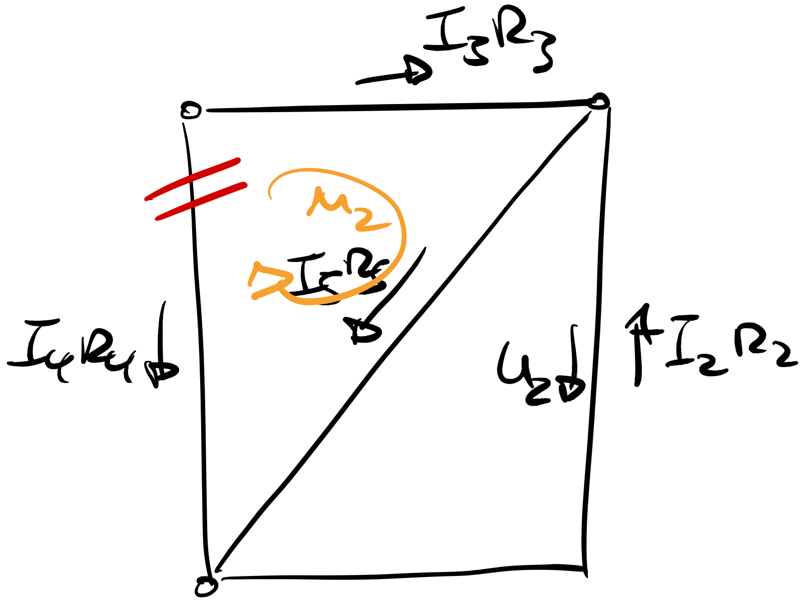
1. Auftrennung der Maschen /
2. vollständiger Baum

nsatz ①:

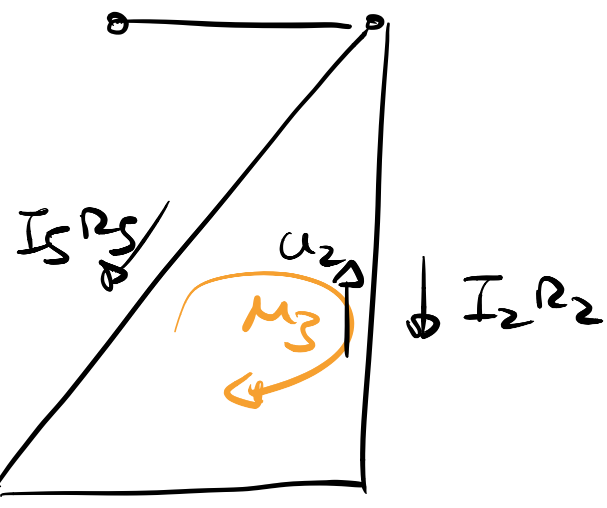


$$M_1: \quad U_1 - I_4 R_4 - I_1 R_1 = 0$$

$$I_1 R_1 + I_4 R_4 = U_1$$



$$M_2: \quad I_3R_3 - I_4R_4 + I_5R_5 = 0$$



$$U_2 - I_2R_2 - I_5R_5 = 0$$

$$\rightarrow I_2R_2 + I_5R_5 = U_2$$

d) (3 P.) Stellen Sie aus den zuvor aufgestellten Gleichungen ein Gleichungssystem auf. Nutzen Sie die Matrixschreibweise.

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ R_1 & 0 & 0 & R_4 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & -R_4 & R_5 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \\ 0 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

Aufgabe 5: Magnetischer Kreis

(16 P.) Der mittlere Schenkel 2 eines E-Kernes aus Dynamoblech trägt eine Wicklung mit N Windungen. Der magnetische Kreis wird durch einen Anker aus Gusseisen geschlossen (siehe **Abb. 4**). E-Kern und Anker besitzen die gleiche Dicke d. Die magnetischen Materialien sind als linear, d. h. mit aussteuerungsunabhängig konstanter Permeabilität anzunehmen.

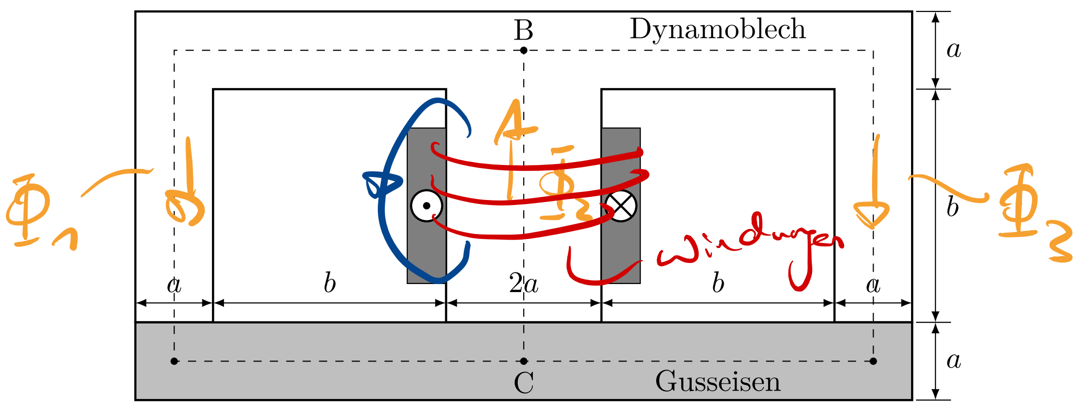


Abbildung 4: E-Kern aus Dynamoblech mit Anker aus Gusseisen

Gegeben sind folgende Parameterwerte:

Spulenstrom I_S	200 mA
Windungszahl N der Wicklung	1000
Relative Permeabilität Dynamoblech μ_{rD}	2000
Relative Permeabilität Gusseisen μ_{rG}	250
Breite a E-Kern und Anker	20 mm
Abstand b der Schenkel	80 mm
Dicke d E-Kern und Anker	50 mm

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

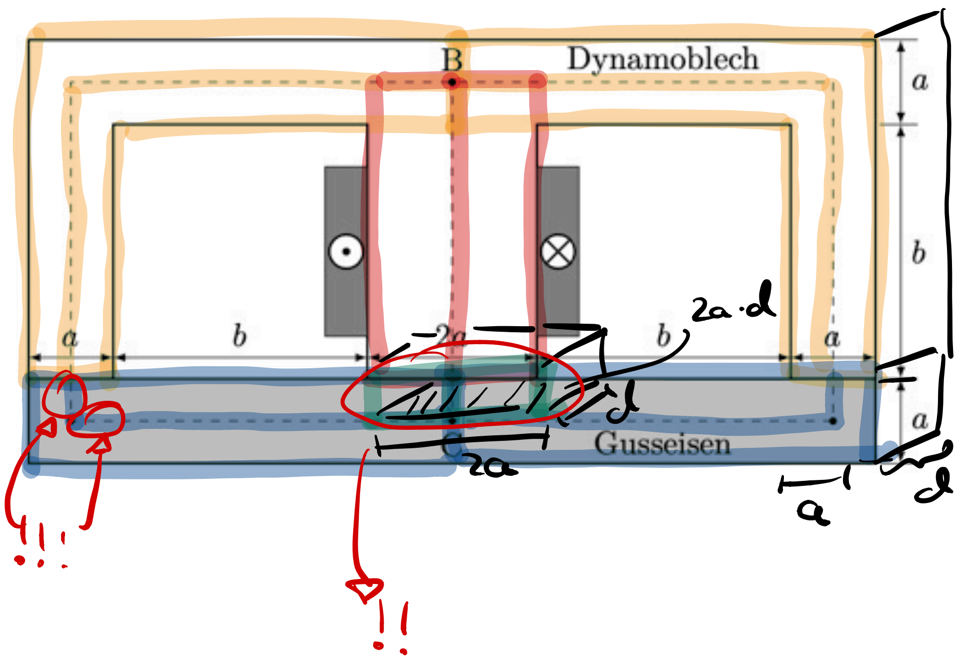
a)✓ (2 P.) Zeichnen Sie die magnetischen Flüsse in **Abb. 4** ein. Wie gross ist der Fluss im mittleren Schenkel im Vergleich zum linken Schenkel?

Knotengleichung: $\Phi_2 = \Phi_1 + \Phi_3 = 2\Phi_1$

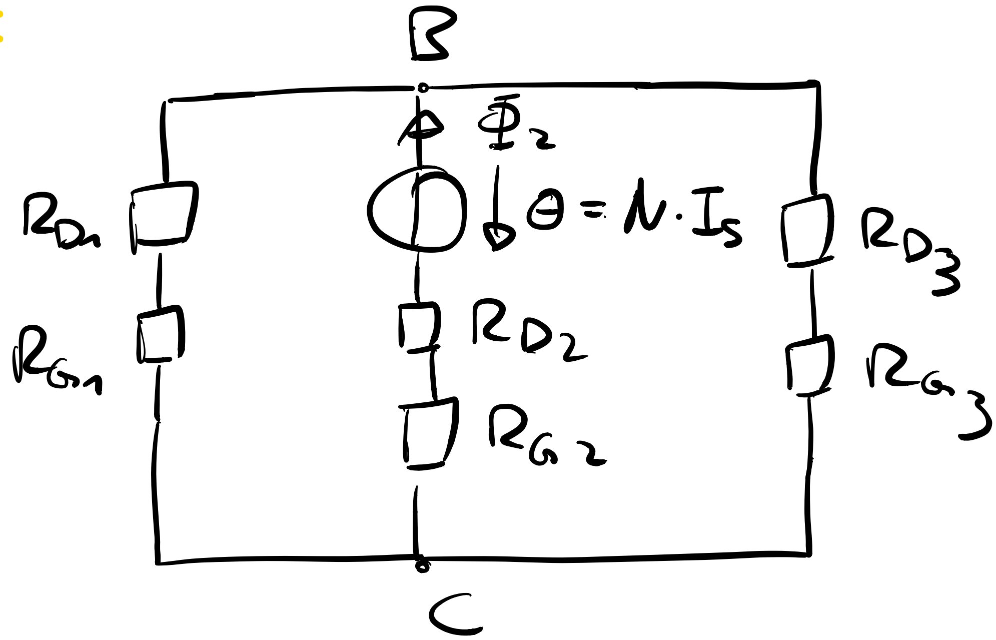
da $\Phi_3 = \Phi_1$

$\Rightarrow \Phi_2 = 2\Phi_1$

b)✓ (4 P.) Zeichnen Sie das magnetische Ersatzschaltbild.
Hinweis: Teilen Sie die Widerstände sinnvollerweise nach Materialien auf und erhalten Sie die Knoten B und C.



PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com



c) (5 P.) Berechnen Sie die einzelnen Ersatzkomponenten, welche im Ersatzschaltbild vorkommen.
Hinweis: Die effektiven Weglängen seien durch die gestrichelten Linien in **Abb. 4** gegeben.

$$\Theta = N \cdot I_S = 1000 \cdot 200\,mA = 200\,A$$

$$R = \frac{l}{\mu A} \rightarrow$$ für jede Reluktanz musst ihr l, μ, A bestimmen

$$R_{G1} = R_{G3} = \frac{\frac{a}{2} + \frac{a}{2} + b + a}{\mu_0 \mu_{rG} \cdot a \cdot d} = 381.97 \cdot 10^3 \, \frac{1}{H}$$

$$R_{G2} = \frac{\frac{a}{2}}{2 \mu_0 \mu_{rG} a d} = 15.92 \cdot 10^3 \, \frac{1}{H}$$

$$R_{D_1} = R_{D_3} = \frac{b + \frac{a}{2} + \frac{a}{2} + b + a}{\mu_0 \mu_{rD} \cdot a \cdot d} = 79.58 \cdot 10^{3} \frac{1}{H}$$

$$R_{D_2} = \frac{b + \frac{a}{2}}{2 \mu_0 \mu_{rD} a d} = 17.91 \cdot 10^{3} \frac{1}{H}$$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

d) (3 P.) Berechnen Sie die magnetische Spannung zwischen den Punkten B und C

Schenkel 1:

$$R_{S_1} = R_{D_1} + R_{G_1}$$

$$R_{S_3} = R_{D_3} + R_{G_3}$$

$$\rightarrow R_{S_1} = R_{S_3} = 79.6 \cdot 10^3 \frac{1}{H} + 381.9 \cdot 10^3 \frac{1}{H}$$

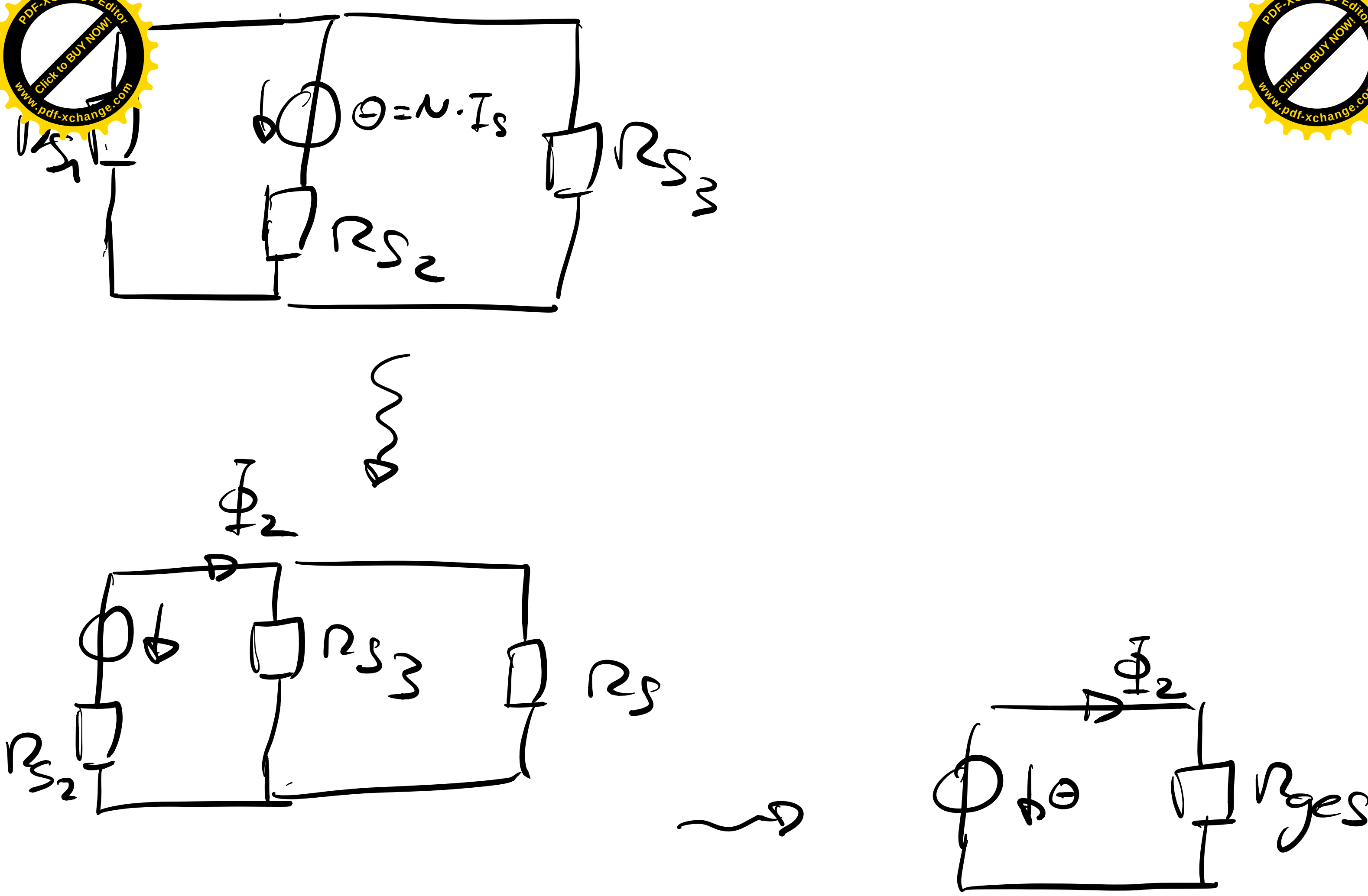
Schenkel 2:

$$R_{S_2} = R_{D_2} + R_{G_2} = 17.9 \cdot 10^3 \frac{1}{H} + 15.9 \cdot 10^3 \frac{1}{H}$$

$$= 33.83 \cdot 10^3 \frac{1}{H}$$

→ nicht verlangt aber vereinfacht die nachfolgenden Rechnungen

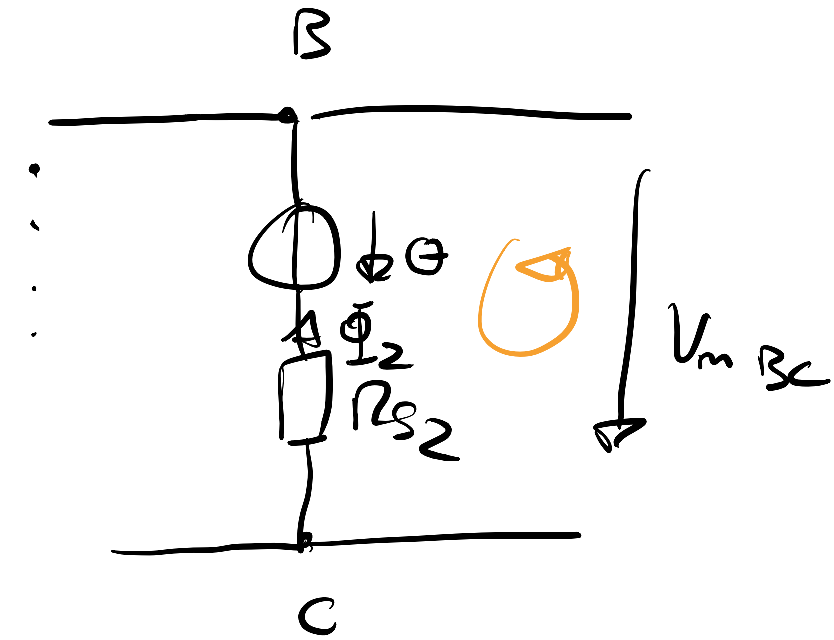
PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com



$$R_{ges} = R_{S3} \parallel R_{S1} + R_{S2} = 264.61 \cdot 10^3 \ \frac{1}{H}$$

$$\Phi_2 = \frac{\Theta}{R_{ges}} = 755.83\,\mu Wb$$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com



$$\rightarrow \quad V_{mBC} = \Theta - \Phi_2 \cdot R_{S2} = 174.45\,A$$

e) (2 P.) Berechnen Sie die Induktivität der Anordnung.

$$L = \frac{\Phi}{I_S} = \frac{N \cdot \Phi_A}{I_S} = \frac{N \cdot \Phi_2}{I_S} = 3.78\,H$$

Aufgabe 6: Drahtrahmen im Magnetfeld

(7 P.) Eine Leiterschleife nach **Abb. 5** mit den Abmessungen $a = 40\,\mathrm{mm}$, $b = 60\,\mathrm{mm}$ und $c = 40\,\mathrm{mm}$ wird mit der Geschwindigkeit $v = 0.1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ aus einem Magnetfeld der Flussdichte $B = 0.1\,\mathrm{T}$ gezogen.
Es ist für $t \geq t_0$ die in die Leiterschleife induzierte Spannung u in Abhängigkeit von der Zeit t zu ermitteln, wenn die Anordnung zum Zeitpunkt $t_0 = 0\,\mathrm{s}$ die in **Abb. 5** angegebene Lage mit $d = 20\,\mathrm{mm}$ hat. Das Ergebnis ist ebenfalls grafisch darzustellen.

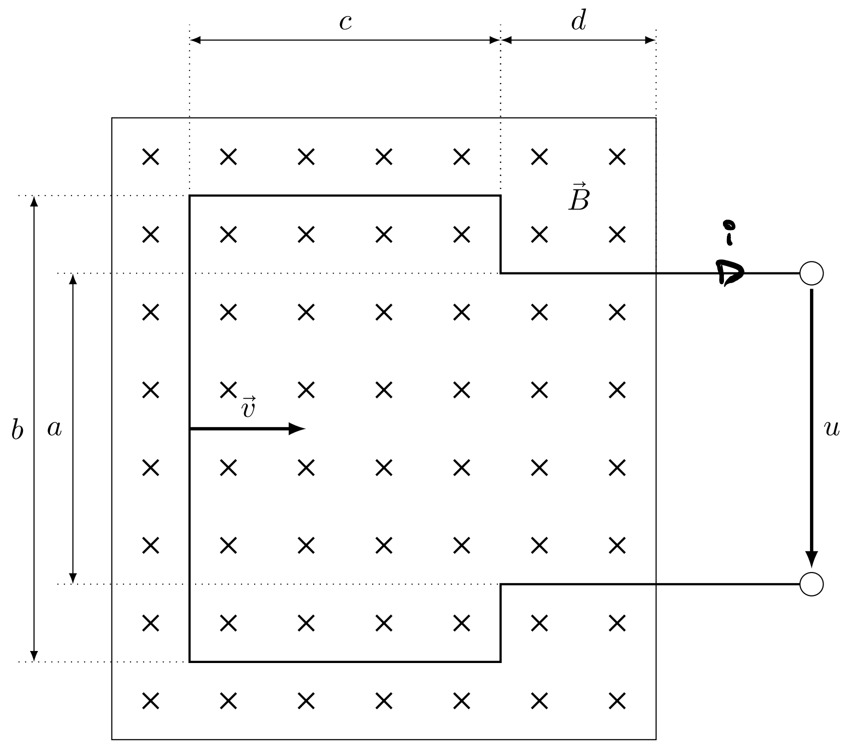


Abbildung 5: Lage des Drahtrahmen zum Zeitpunkt t_0 im Magnetfeld

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

- Unterscheiden zwei Phasen:
  - Herausziehen der Länge d
    → braucht $t_1 = \frac{d}{v}$
  - Herausziehen der Länge $c+d$
    → zum Zeitpunkt $t_2 = \frac{c+d}{v}$
    ist der Leiter vollständig aus $\vec{B}$ herausgetreten

Betrachte: $0 < t < t_1$

Zum Zeitpunkt $t=0$ ist eine Fläche von

$A_0 = c \cdot b + d \cdot a$ in $\vec{B}$

$$\Phi(t) = B \cdot A(t) = B \cdot (A_0 - a \cdot (v \cdot t))$$

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = +u(t) = -\frac{d\phi}{dt} = B \cdot a \cdot v = 400 \mu V$$

siehe Anhang für Vorzeichen

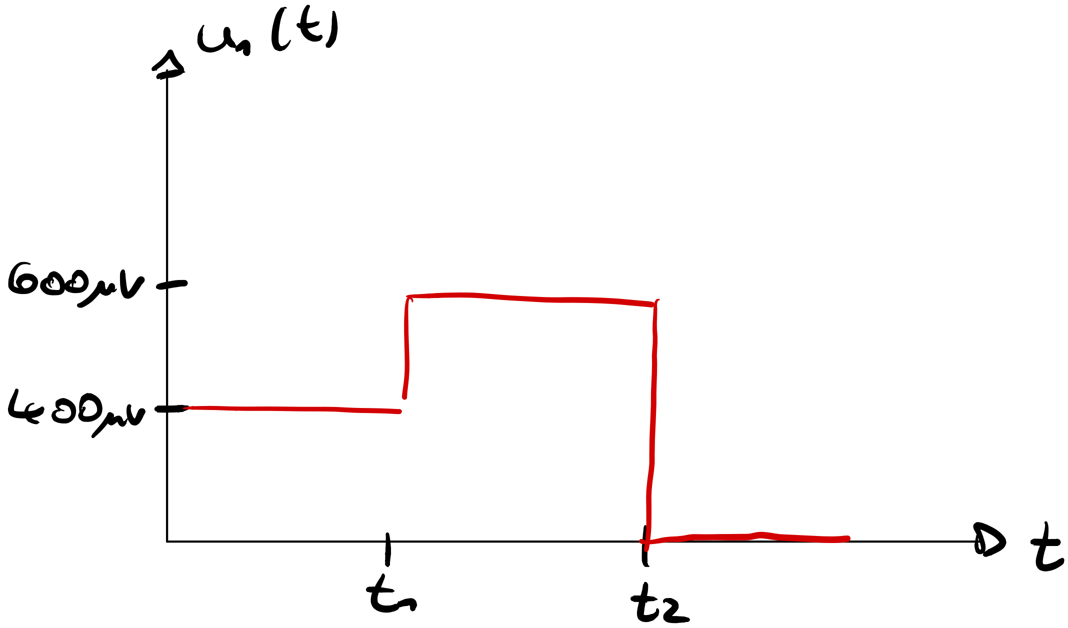
Betrachte: $t_1 < t < t_2$

$A_1 = b \cdot c$ in $\vec{B}$

$$\Phi(t) = B \cdot (A_1 - bvt)$$

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = +u(t) = -\frac{d\phi}{dt} = B \cdot b \cdot v = 600 \mu V$$

$t > t_2 \rightarrow u(t) = 0$


$u_1(t)$
600mV
400mV
t_1
t_2
t

[illegible](t): VORZEICHEN

$$\oint_C \vec{E}\, d\vec{s} = -\frac{d\phi}{dt} \Rightarrow \text{gilt immer}$$

- Kontur rechtshändig verknüpft mit vorhandenem Fluss.

- Spannung werden positiv/negativ gezählt entspr. Zählrichtung der Kontur

- gleichsetzen mit $\oint_C \vec{E}\, d\vec{s} = -\frac{d\phi}{dt} = \pm u(t)$