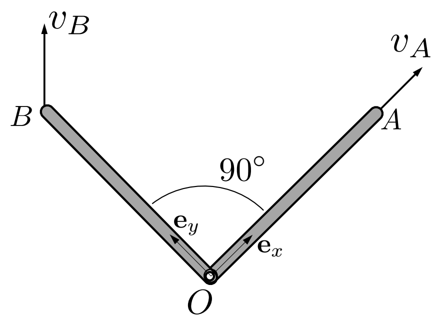
Teil I - Multiple-Choice **(1 richtige Antwort)**

1. Zwei starre Stäbe gleicher Länge L schliessen einen Winkel von 90° miteinander ein. In der dargestellten Momentankonfiguration haben die Spitzen A und B jeweils die Geschwindigkeiten $\mathbf{v}_A = v\mathbf{e}_x$ und $\mathbf{v}_B = v\mathbf{e}_x + v\mathbf{e}_y$.



Was ist die Geschwindigkeit $\mathbf{v}_O$ des Punktes O?

(a) $\mathbf{v}_O = 2v\mathbf{e}_x - v\mathbf{e}_y$

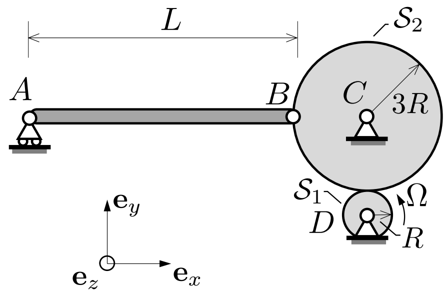
(b) $\mathbf{v}_O = v\mathbf{e}_x + v\mathbf{e}_y$

(c) $\mathbf{v}_O = v\mathbf{e}_y$

(d) $\mathbf{v}_O = v\mathbf{e}_x$

(e) $\mathbf{v}_O = \mathbf{0}$

2. Zwei Scheiben $\mathcal{S}_1$ und $\mathcal{S}_2$ mit den Radien R bzw. $3R$ sind in ihren Mittelpunkten C und D gelenkig gelagert und rollen ohne zu gleiten in ihrem Berührungspunkt. Ein Stab der Länge L ist an einem seiner Enden B an $\mathcal{S}_2$ gelenkig gelagert, wie gezeigt. Das andere Ende des Stabes A wird durch ein Auflager gehalten. In der gezeigten Konfiguration ist der Stab horizontal und $\mathcal{S}_1$ dreht sich gegen den Uhrzeigersinn mit der Winkelgeschwindigkeit Ω.



Was ist die momentane Geschwindigkeit $\mathbf{v}_A$ des Punktes A?

(a) $\mathbf{v}_A = \Omega R \mathbf{e}_x$

(b) $\mathbf{v}_A = -3\Omega R \mathbf{e}_x$

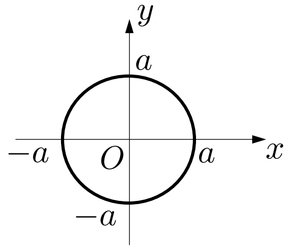
(c) $\mathbf{v}_A = \frac{1}{3}\Omega R \mathbf{e}_x$

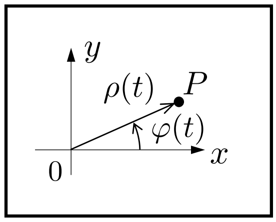
(d) $\mathbf{v}_A = \Omega R \mathbf{e}_y$

(e) $\mathbf{v}_A = \mathbf{0}$

3. Die Bahnkurve eines Punktes P ist durch einen Kreis mit dem Radius a und dem Mittelpunkt O gegeben, wie abgebildet. Betrachten Sie die folgenden Parametrisierungen als Funktion der Zeit $t > 0$:

1. $\rho(t) = a$, $\varphi(t) = t$;
2. $\rho(t) = a$, $\varphi(t) = 2t$;
3. $\rho(t) = a$, $\varphi(t) = t^2$.





Welche dieser Parametrisierung(en) entspricht der gegebenen Bahkurve? (Die Definition der Polarkoordinaten ist in der Abbildung angegeben.)

(a) Nur 2.

(b) Nur 1.

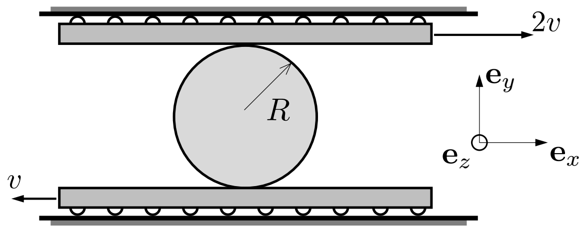
(c) Nur 3.

(d) Alle.

(e) Keine.

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

4. Eine Scheibe mit dem Radius R rollt ohne zu gleiten auf zwei Blöcken, die sich mit den Geschwindigkeiten $2v\mathbf{e}_x$ und $-v\mathbf{e}_x$ horizontal bewegen, wie gezeigt.



Was ist die Rotationsgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$ des Rades?

(a) $\boldsymbol{\omega} = -\dfrac{3v}{2R}\mathbf{e}_z$

(b) $\boldsymbol{\omega} = \dfrac{v}{R}\mathbf{e}_z$

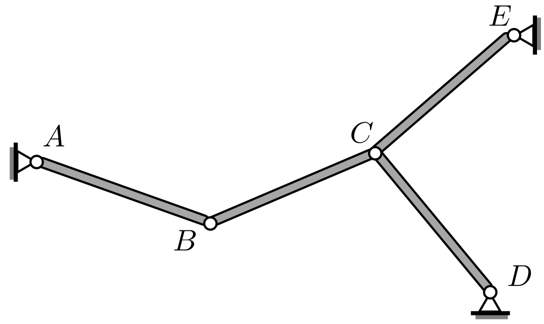
(c) $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}$

(d) $\boldsymbol{\omega} = -\dfrac{2v}{3R}\mathbf{e}_z$

(e) $\boldsymbol{\omega} = -\dfrac{v}{3R}\mathbf{e}_z$

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

5. Das abgebildete ebene System besteht aus vier starren Stäben, die an ihren Spitzen gelenkig miteinander verbunden sind. Die Punkte A, D und E sind, wie gezeigt, am Boden angelenkt.



Was ist der Freiheitsgrad f des Systems?

(a) $f = 4$

(b) $f = 0$

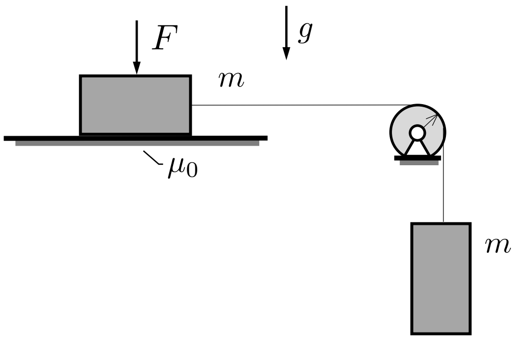
(c) $f = 1$

(d) $f = 3$

(e) $f = 2$

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

6. Zwei Blöcke gleicher Masse m sind durch ein undehnbares, masseloses Seil verbunden, das um eine Rolle gewickelt ist. Ein Block liegt auf einer horizontalen Fläche mit Haftreibungskoeffizient μ_0 und wird durch eine zusätzliche Kraft F nach unten gedrückt, während der andere Block, wie gezeigt, am Seil hängt. Die Erdbeschleunigung g wirkt nach unten.



Was ist der minimale Betrag der Kraft F, sodass das System in Ruhe ist?

(a) $F = \dfrac{1+\mu_0}{2\mu_0} mg$

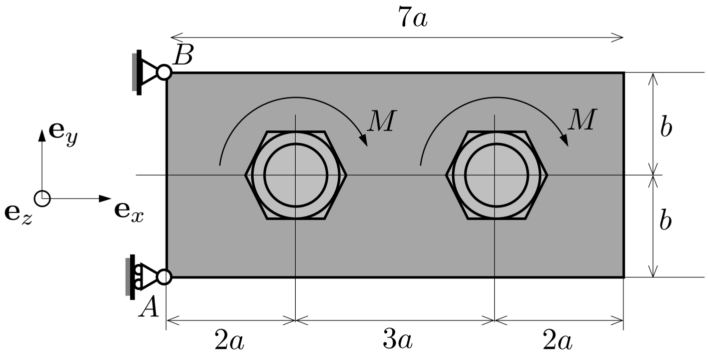
(b) $F = \dfrac{1-\mu_0}{\mu_0} mg$

(c) $F = 0$

(d) $F = \mu_0\, mg$

(e) $F = mg$

7. Ein Block mit den Seiten $7a$ und $2b$ ist im Punkt B gelenkig verbunden und im Punkt A mit einem Auflager gelagert, wie gezeigt. An dem Block sind zwei Bolzen befestigt, deren Lage in der Abbildung angegeben ist. Auf beide Bolzen wird ein Moment M aufgebracht.



Was sind die Reaktionskräfte $\mathbf{R}_A$ und $\mathbf{R}_B$ auf A und B?

(a) $\mathbf{R}_A = \frac{M}{b}\mathbf{e}_x, \ \mathbf{R}_B = -\frac{M}{b}\mathbf{e}_x + \frac{M}{4a}\mathbf{e}_y$

(b) $\mathbf{R}_A = \frac{3Ma}{b^2}\mathbf{e}_x, \ \mathbf{R}_B = -\frac{3Ma}{b^2\mathbf{e}_x}$

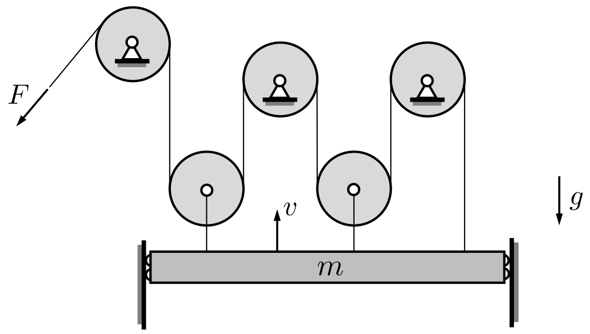
(c) $\mathbf{R}_A = \frac{M}{b}\mathbf{e}_x, \ \mathbf{R}_B = -\frac{M}{b}\mathbf{e}_x$

(d) $\mathbf{R}_A = \frac{2M}{b}\mathbf{e}_x, \ \mathbf{R}_B = -\frac{M}{a}\mathbf{e}_x$

(e) $\mathbf{R}_A = \frac{5M}{b}\mathbf{e}_x, \ \mathbf{R}_B = -\frac{5M}{b}\mathbf{e}_x$

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

8. Das in der Abbildung gezeigte Flaschenzugsystem besteht aus fünf masselosen Rollen mit gleichem Radius. Die drei oberen Rollen sind in ihren Zentren gelenkig gelagert, während die beiden unteren in ihren Zentren mit einem Block der Masse m durch nicht dehnbare, masselose Seile verbunden sind. Das um die Rollen gewickelte Seil ist masselos und rutscht nicht.



Wie gross ist die Kraft F, die am Ende des Seils aufgebracht werden muss, damit sich der Block mit einer konstanten Geschwindigkeit v nach oben bewegt (reine Translation)?

(a) $F = \dfrac{mg}{4}$

(b) $F = \dfrac{mg}{5}$

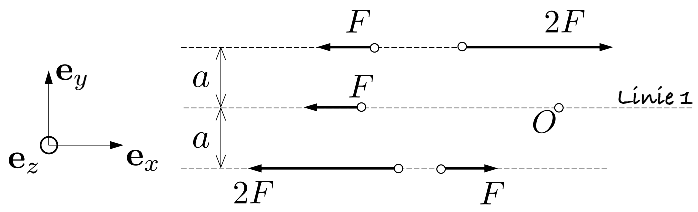
(c) $F = 3mg$

(d) $F = \dfrac{mg}{3}$

(e) $F = \dfrac{mg}{2}$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

9. Betrachten Sie das unten dargestellte parallele Kräftesystem. Alle Kräfte sind in der Richtung $\mathbf{e}_x$ ausgerichtet. Ihre Beträge und der relative Abstand der Wirkungslinien sind angegeben. Der Punkt O liegt an einer beliebige Lage auf Linie 1.



Was ist das Moment $\mathbf{M}_O$ bezüglich Punkt O ?

(a) $\mathbf{M}_O = -Fa\mathbf{e}_z$

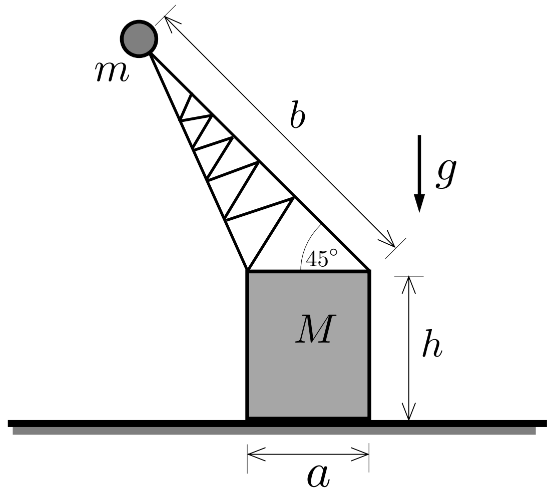
(b) $\mathbf{M}_O = 3Fa\mathbf{e}_z$

(c) $\mathbf{M}_O = Fa\mathbf{e}_z$

(d) $\mathbf{M}_O = \mathbf{0}$

(e) $\mathbf{M}_O = -2Fa\mathbf{e}_z$

10. Das dargestellte System besteht aus einem homogenen Block (Masse M und Seitenlängen a und h). Eine zusätzliche Masse m wird, wie gezeigt, in einem Abstand b mit einem Winkel von 45° vom rechten oberen Eckpunkt des Blocks durch eine masselose Fixierung befestigt.



Wie gross ist der Grenzwert von m, damit das System nicht kippt?

(a) $m = 0$

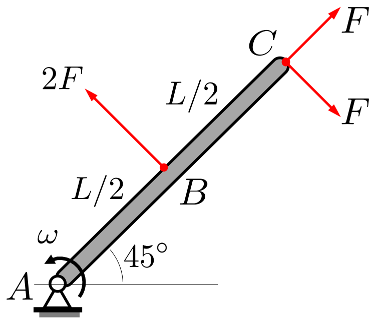
(b) $m = \dfrac{M}{b - 2a}$

(c) $m = \dfrac{Ma}{b\sqrt{2} - h}$

(d) $m = \dfrac{Ma}{b\sqrt{2}}$

(e) $m = \dfrac{Ma}{b\sqrt{2} - 2a}$

11. Ein Stab der Länge L dreht sich in einer Ebene mit der Winkelgeschwindigkeit ω um den Punkt A, der am Boden gelenkig gelagert ist. Senkrecht auf den Stab wirken zwei Kräfte mit den Beträgen $2F$ und F in einem Abstand von $L/2$ bzw. L. Eine dritte Kraft mit Betrag F, die in Richtung des Stabes gerichtet ist, wirkt auf das Ende C. In der momentanen Konfiguration schliesst der Stab einen Winkel von 45° mit der Horizontalen ein.



Was ist die Gesamtleistung P der Kräfte?

(a) $P = 2F\omega L$

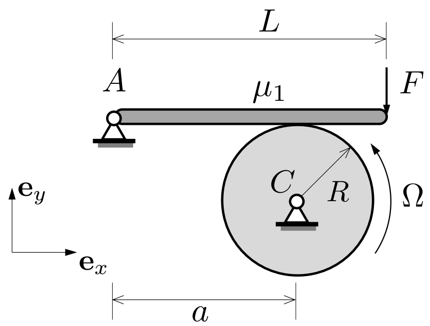
(b) $P = FL$

(c) $P = -F\omega L$

(d) $P = 0$

(e) $P = 3F\omega L$

12. Eine Scheibe mit dem Radius R dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit Ω um einen festen Mittelpunkt C. Die Scheibe hat Kontakt mit einem Balken der Länge L, der im Punkt A gelenkig gelagert ist. Der Abstand zwischen dem Berührungspunkt und A ist a. Eine Kraft F wirkt senkrecht nach unten auf das andere Ende des Balkens. Der Gleitreibungskoeffizient ist μ_1.



Was ist die Reaktionskraft $\mathbf{R}_C$, die auf die Scheibe in C ausgeübt wird?

(a) $\mathbf{R}_C = -\mu_1 F \frac{a}{L}\mathbf{e}_x + F\frac{a}{L}\mathbf{e}_y$

(b) $\mathbf{R}_C = \mu_1 F \mathbf{e}_x$

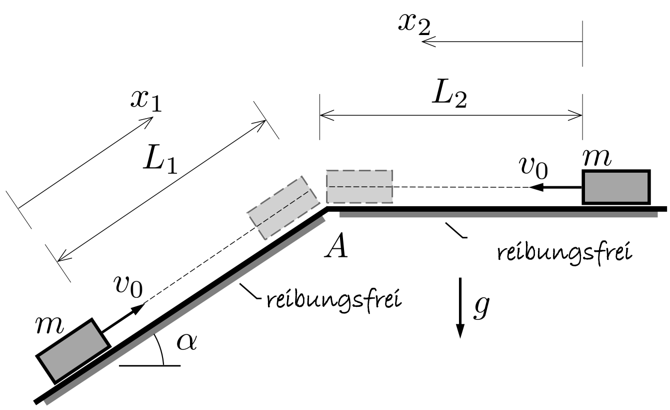
(c) $\mathbf{R}_C = -\mu_1 F \frac{L}{a}\mathbf{e}_x + F\frac{L}{a}\mathbf{e}_y$

(d) $\mathbf{R}_C = -\mu_1 F \frac{L}{a}\mathbf{e}_x$

(e) $\mathbf{R}_C = \mu_1 F \frac{L}{a}\mathbf{e}_x - F\mathbf{e}_y$

Click to BUY NOW! PDF-XChange Editor www.pdf-xchange.com

13. Zwei Blöcke der Masse m und vernachlässigbarer Dimensionen werden mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 auf einer reibungsfreien Fläche in Bewegung gesetzt. Ein Block bewegt sich auf einer Steigung mit dem Neigungswinkel α nach oben, während sich der andere Block auf einer horizontalen Fläche bewegt. Der Scheitelpunkt der Fläche wird mit A bezeichnet, während L_1 und L_2 die Abstände der beiden Massen von A zum Zeitpunkt $t = 0$ sind, wie dargestellt. Die Schwerkraft wirkt nach unten. Die Koordinaten $x_1(t)$ und $x_2(t)$ zeigen die Lage der beiden Blöcke. Bei $t = 0$ ist $x_1(0) = 0$ und $x_2(0) = 0$.



Was ist das Verhältnis zwischen L_1 und L_2, so dass sich die beiden Massen im Punkt A treffen?

(a) $L_1 = L_2 - \dfrac{g \sin\alpha}{2v_0^2} L_2^2$

(b) $L_1 = L_2$

(c) $L_1 = L_2 - \dfrac{2g \tan\alpha}{v_0^2} L_2^2$

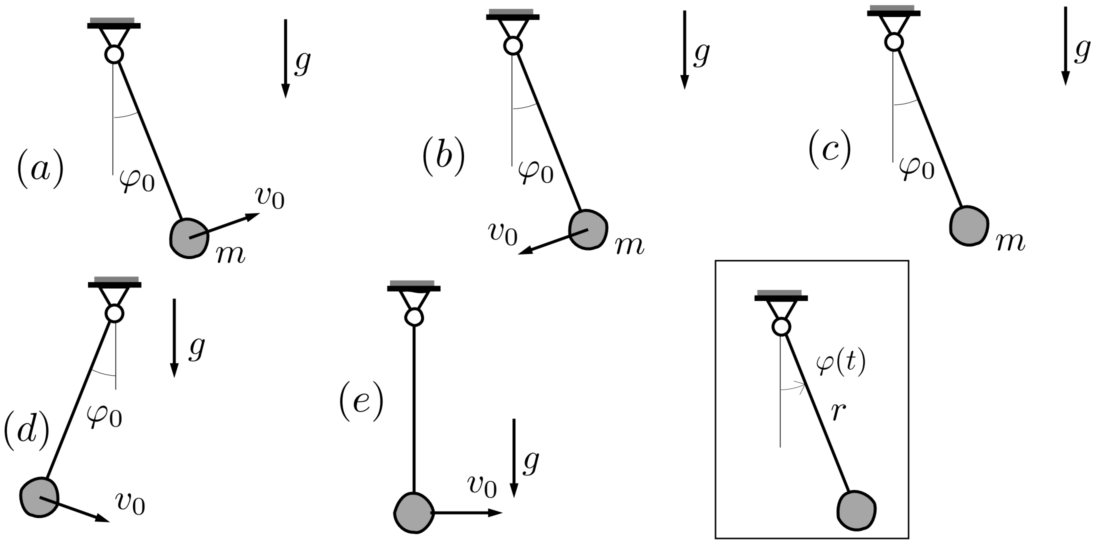
(d) $L_1 = L_2 + \dfrac{g \sin\alpha}{v_0^2} L_2^2$

(e) $L_1 = L_2 - \dfrac{g}{2v_0^2} L_2^2$

14. Ein Pendel besteht aus einem Teilchen der Masse m, das an einem Seil der Länge r befestigt ist. Das andere Ende des Seils ist gelenkig gelagert (siehe Skizze). Die Bewegungsgleichung des Pendels für kleine Schwingungswinkel ist gegeben durch

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos(\omega t) - \frac{v_0}{r\omega} \sin \omega t,$$

wobei $\omega = \sqrt{\frac{g}{r}}$, φ_0 und v_0 der Winkel in Bezug auf die vertikale Richtung und die Geschwindigkeit des Teilchens bei $t = 0$ sind. Die Erdbeschleunigung ist mit g angegeben. Die positive Richtung des Winkels $\varphi(t)$ ist in der eingerahmten Abbildung angegeben.



cm!
Welche der oben dargestellten Abbildungen stellt die richtigen Anfangsbedingungen dar?

(a)

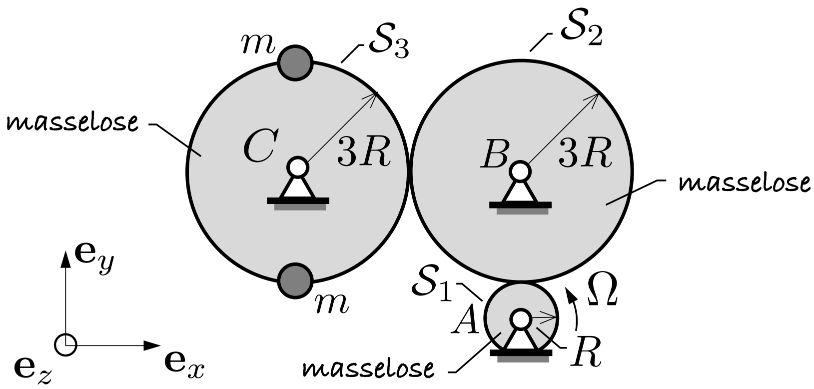
(b)

(c)

(d)

(e)

15. Drei masselose Scheiben $\mathcal{S}_1$, $\mathcal{S}_2$ und $\mathcal{S}_3$ mit den Radien R, $3R$ bzw. $3R$ sind an ihren Mittelpunkten A, B und C gelenkig gelagert. Sie rollen ohne an den Berührungspunkten zu rutschen. Zwei Punktmassen der Masse m sind im Abstand $6R$ voneinander starr mit $\mathcal{S}_3$ verbunden, wie gezeigt. Die Scheibe $\mathcal{S}_1$ rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega} = \Omega \mathbf{e}_z$. Was ist der Drall $\mathbf{L}_C$ des Systems bezüglich C?



(a) $\mathbf{L}_C = -mR^2\Omega\mathbf{e}_z$

(b) $\mathbf{L}_C = 2mR^2\Omega\mathbf{e}_z$

(c) $\mathbf{L}_C = 6mR^2\Omega\mathbf{e}_z$

(d) $\mathbf{L}_C = 18mR^2\Omega\mathbf{e}_z$

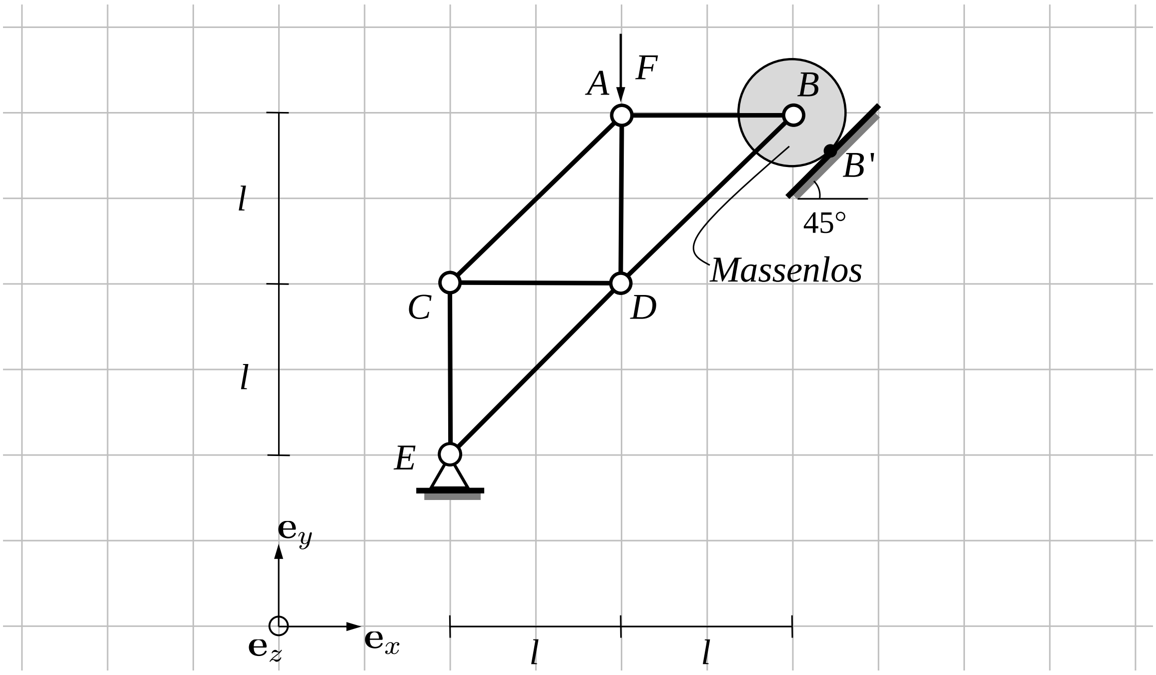
(e) $\mathbf{L}_C = -4mR^2\Omega\mathbf{e}_z$

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

Teil II - Rechenteil

Aufgabe 1 *[7 Punkte]*

Das unten abgebildete System besteht aus 7 masselosen Stäben, die gelenkig miteinander verbunden sind. Das Fachwerk ist im Punkt E gelenkig gelagert und wird im Punkt B durch ein homogenes masseloses Rad gelenkig verbunden. Das Rad rollt ohne zu gleiten auf einer um 45° geneigten Ebene und kann nicht abheben (siehe Skizze). Der Punkt E kann als Koordinatenursprung genommen werden und alle Längen können der Skizze entnommen werden. Die Kraft F wirkt im Punkt A in negativer $\mathbf{e}_y$ Richtung.

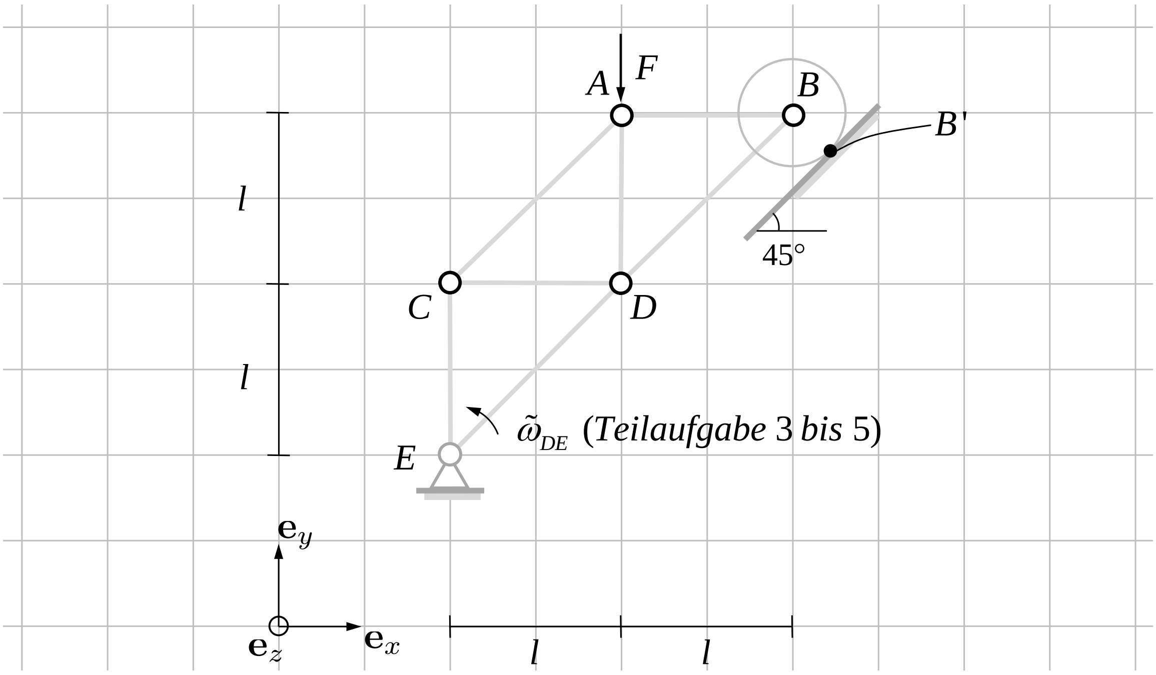


1. Berechnen Sie den Freiheitsgrad des Systems (geben Sie die Anzahl der Körper und Bindungen genau an). *[1 Punkt]*

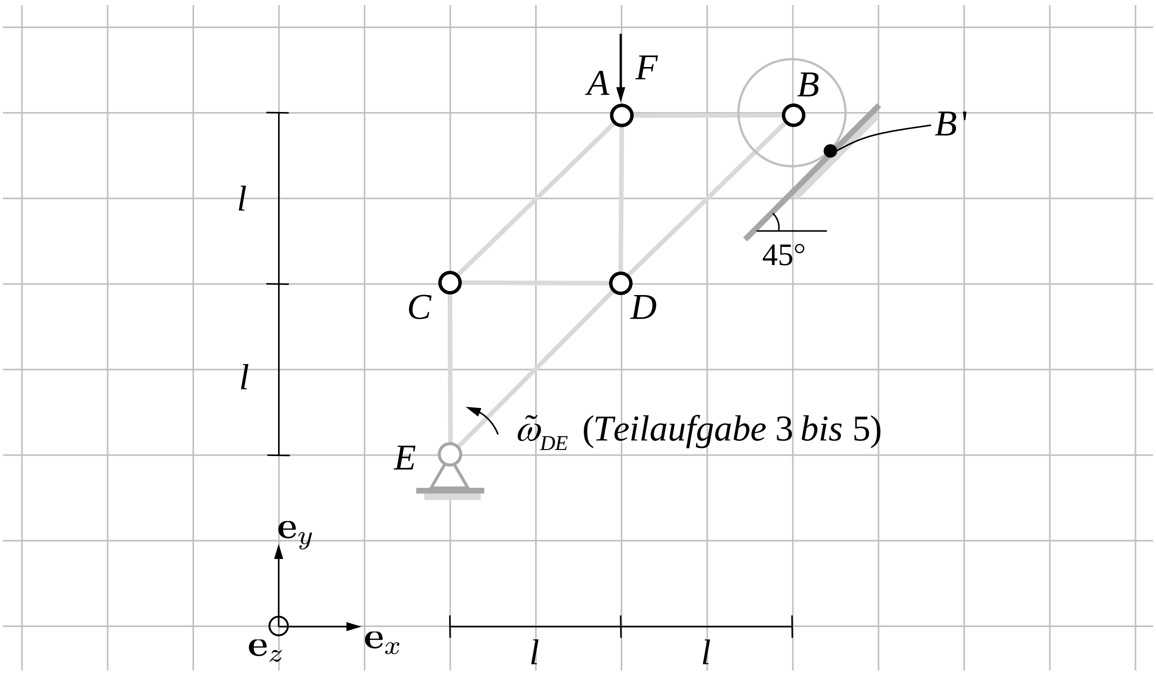
Diese Seite muss am Ende abgegeben werden!

Hilfsskizzen für Teilaufgaben 2 bis 5

Die folgenden Teilaufgaben 2 bis 5 können algebraisch ODER graphisch in der unten stehenden Figur gelöst werden. Bei einer graphischen Lösung müssen Betrag und Richtung der Vektoren (d.h. auch Winkel) klar und sauber dargestellt werden. Wird die Aufgabe sowohl graphisch als auch algebraisch gelöst und unterscheiden sich die Ergebnisse, so resultiert dies in 0 Punkten. Unlesbare Antworten werden auch mit 0 Punkten bewertet.



Reserveskizze (Falsche Skizze klar durchstreichen):



2. Berechnen Sie die Reaktionskräfte im Punkt E und B'. *[1 Punkt]*

In den folgenden Teilaufgaben 3, 4 und 5 wird die Stabskraft im Stab CD mittels PdvL berechnet.

3. Löschen Sie den Stab CD und führen Sie eine virtuelle Winkelgeschwindigkeit $\tilde{\omega}_{DE}$ im Punkt E ein. Berechnen Sie in dem neu erstellten Mechanismus die Winkelgeschwindigkeiten und Momentanzentren aller Körper (ohne das Rad). *[2 Punkte]*

4. Berechnen Sie die Geschwindigkeit an den Punkten A, C und D mit Hilfe der in Teilaufgabe 3 berechneten Winkelgeschwindigkeiten und Momentanzentren.

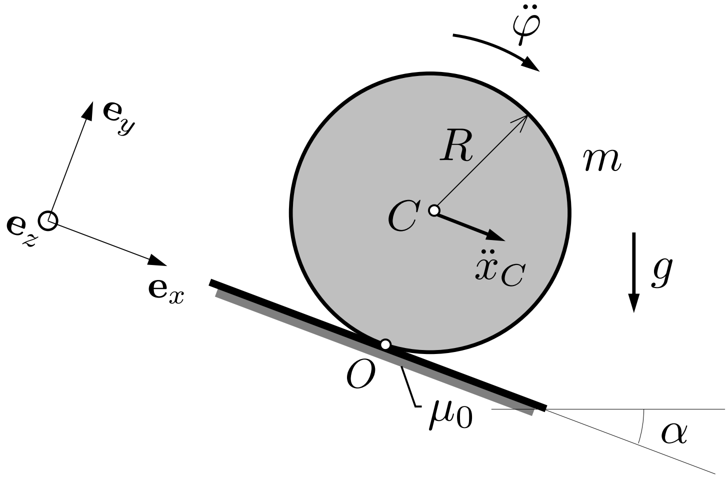
   [1.5 Punkte]

5. Berechnen Sie die Stabkraft im Stab CD durch Anwendung des PdvL und des in Teilaufgabe 3 und 4 erstellten Mechanismus. Handelt es sich um einen Druck- oder Zugstab? *[1.5 Punkte]*

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

Aufgabe 2 *[8 Punkte]*

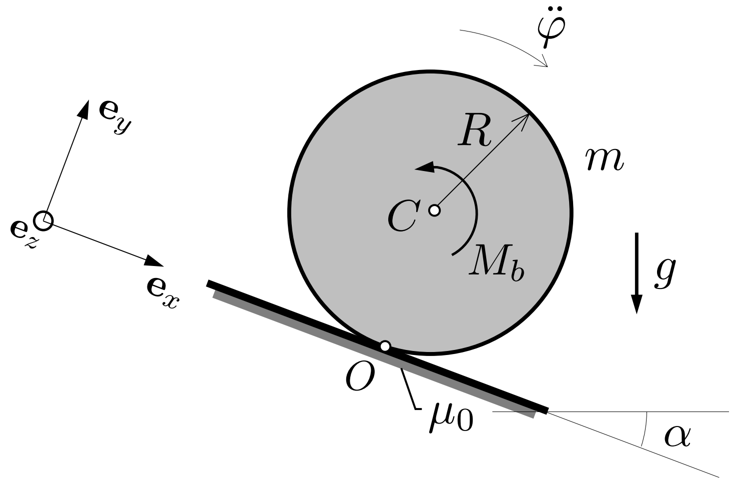
Betrachten Sie eine homogene Scheibe mit dem Radius R, der Masse m und dem Trägheitsmoment $I_C = \frac{1}{2}mR^2$ bezüglich ihres Schwerpunkts C. Die Scheibe rollt ohne zu gleiten auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel α und Haftreibungskoeffizient μ_0. Die Schwerkraft wirkt nach unten. Die Winkelbeschleunigung ist im Uhrzeigersinn als positiv angenommen, sodass $\ddot{x}_C = R\ddot{\varphi}$, wo $\ddot{x}_C$ die Beschleunigung des Schwerpunktes C ist.



1. Bestimmen Sie durch Anwendung des Drallsatzes bezüglich des Berührungspunktes O die Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ der Scheibe. *[2 Punkte]*

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

In den folgenden Teilaufgaben wirkt ein zusätzliches Bremsmoment $\mathbf{M}_b$ (bzw. $2\mathbf{M}_b$ für die Teilaufgaben 3, 4 und 5) auf die Scheibe. Das Bremsmoment greift im Punkt C an (siehe Skizze).



2. Bestimmen Sie das Moment $\mathbf{M}_b = M_b \mathbf{e}_z$, das auf die Scheibe ausgeübt werden muss, damit die Winkelgeschwindigkeit konstant bleibt. *[1 Punkt]*

Click to BUY NOW! PDF-XChange Editor www.pdf-xchange.com

3. Das Bremsmoment wird nun auf $2\mathbf{M}_b$ erhöht. Was ist die resultierende Winkelbeschleunigung? *[1 Punkt]*

4. Betrachten Sie nun eine Anfangsgeschwindigkeit $\dot{\boldsymbol{\varphi}}(0) = -\Omega_0 \mathbf{e}_z$ und das in Teilaufgabe 3 eingeführte Bremsmoment $2\mathbf{M}_b$. Wie lange dauert es, bis die Scheibe zum Stillstand kommt? *[2 Punkte]*

5. Wie lautet bei dem in Teilaufgabe 3 eingeführten Bremsmoment $2\mathbf{M}_b$ die Bedingung für μ_0 (Haftreibungskoeffizient zwischen Scheibe und Ebene), damit Rollen ohne Gleiten gewährleistet ist? *[2 Punkte]*