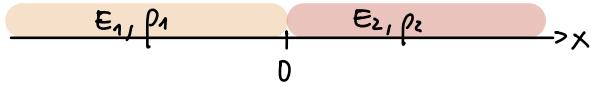


Disclaimer: Diese Bearbeitung der Prüfung ist ein Lösungsvorschlag.
Es besteht keine Garantie auf Korrektheit !

Bitte schreibe mir eine E-Mail falls du einen Fehler bemerkst:

l.dewindt @ ethz.ch

Lina De Windt

Aufgabe 1:

Werte

$$\left\{ \begin{array}{l} S = 0.2 \text{ cm}^2 \stackrel{\otimes}{=} 0.2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ p_1 = 9 \text{ g/cm}^3 = \frac{9 \times 10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} = 9 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{⊗ In SI-Einheiten: (immer gut sofort umzuwandeln :))} \\ E_1 = 144 \text{ GPa} = 144 \times 10^9 \text{ Pa} \\ p_2 = 20 \text{ g/cm}^3 = \frac{20 \times 10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} = 20 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ E_2 = 80 \text{ GPa} = 80 \times 10^9 \text{ Pa} \end{array} \right.$$

$$\xi_{\text{in}}(x,t) = A e^{i \omega \left(\frac{x}{v_1} - t \right)} \quad \leftarrow \text{Von links einfallende Longitudinalwelle}$$

Kreisfrequenz

$\text{Re}\{\xi_{\text{in}}(x,t)\}$ = longitudinale Auslenkung A

a.) Wir haben für longitudinale Wellen in kontinuierlichen Medien:

$$v = \pm \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Da die Welle nach rechts (also in die positive x-Richtung) geht, haben wir:

$$v_1 = + \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}} = \sqrt{\frac{144 \times 10^9 \text{ Pa}}{9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}} = \underline{\underline{4000 \text{ m/s}}}$$

$$v_2 = + \sqrt{\frac{E_2}{\rho_2}} = \sqrt{\frac{80 \times 10^9 \text{ Pa}}{20 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}} = \underline{\underline{2000 \text{ m/s}}}$$

b) $A = 10 \mu\text{m}$

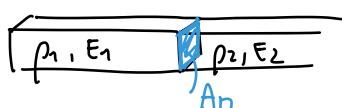
$$\omega = 2\pi f, f = \frac{1}{\pi} \text{ kHz}$$

$$\langle P(\xi_{\text{in}}) \rangle ?$$

Wir haben für die Leistung von longitudinalen Wellen folgende Formel:

$$\langle P \rangle = \langle \iint_{A_D} I \cdot dA \rangle \stackrel{\uparrow}{=} \langle I \rangle A_D = \frac{1}{2} \rho w^2 A^2 v \cdot A_D$$

I gleichmäßig in A_D



Also haben wir für die mittlere Leistung, die von ξ_{in} transportiert wird:

$$\langle P(\xi_{in}) \rangle = \frac{1}{2} \rho_1 w^2 A^2 v_1 A_D =$$

// $v_1 = 4000 \text{ m/s}$ aus a)
 A_D (Querschnitt) $= S = 0.2 \text{ cm}^2$

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \left(2\pi \cdot \frac{1}{10^3} \text{ Hz} \right)^2 \times \left(10 \times 10^{-6} \text{ m} \right)^2 \times 4000 \text{ m/s} \times 0.2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ = \underline{\underline{1444 \text{ mW}}}$$

c) $\xi_{in} = A e^{i\omega \left(\frac{x}{v_1} - t \right)}$

ξ_r geht in die entgegengesetzte Richtung wie ξ_{in}

Reflektierter Anteil: $\xi_r(x, t) = r \cdot A e^{i\omega \left(-\frac{x}{v_1} - t \right)}$

Reflexionskoeffizient

Geschwindigkeit ändert sich nicht nach Reflexion

ξ_t geht in die gleiche Richtung wie ξ_{in}

Transmittierter Anteil: $\xi_t(x, t) = t \cdot A e^{i\omega \left(\frac{x}{v_2} - t \right)}$

Transmissionskoeffizient

Geschwindigkeit ändert sich im Medium 2!

Randbedingungen bei $x=0$:
1) Stetigkeit: $\xi_{in}|_{x=0} + \xi_r|_{x=0} \stackrel{!}{=} \xi_t|_{x=0}$
2) Energieerhaltung: $\langle P_{in} \rangle = \langle P_r \rangle + \langle P_t \rangle$

$$\Rightarrow 1) \quad A e^{i\omega \left(\frac{x}{v_1} - t \right)}|_{x=0} + r \cdot A e^{i\omega \left(-\frac{x}{v_1} - t \right)}|_{x=0} \stackrel{!}{=} t \cdot A e^{i\omega \left(\frac{x}{v_2} - t \right)}|_{x=0}$$

$$\Leftrightarrow A e^{-i\omega t} + r \cdot A e^{-i\omega t} = t \cdot A e^{-i\omega t} \quad / \div A e^{-i\omega t}$$

$$\Leftrightarrow 1+r=t \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\Rightarrow 2) \quad \langle P_{in} \rangle = \langle P_r \rangle + \langle P_t \rangle \quad / \langle P \rangle = \frac{1}{2} \rho w^2 A^2 A_D$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \rho_1 v_1 w^2 A^2 A_D = \frac{1}{2} \rho_1 v_1 w^2 (r \cdot A)^2 A_D + \frac{1}{2} \rho_2 v_2 w^2 (t \cdot A)^2 A_D \quad / \div A^2, \div \frac{1}{2}, \div A_D, \div w^2$$

$$\Leftrightarrow \rho_1 v_1 = \rho_1 v_1 r^2 + \rho_2 v_2 t^2 \quad / \div \rho_1 v_1 \quad (\text{möglich, da } \rho_1 v_1 \neq 0 \checkmark)$$

$$\Leftrightarrow 1 = r^2 + \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1} t^2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{ in } \textcircled{2} \text{ einsetzen: } 1-r^2 = \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1} \cdot (1+r)^2$$

$$\Leftrightarrow (1+r)(1-r) = \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1} \cdot (1+r)^2 \quad | \div (1+r) \quad (\text{möglich, da } (1+r) \neq 0 \quad \checkmark)$$

$$\Leftrightarrow 1-r = \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1} (1+r)$$

$$\Leftrightarrow 1-r = \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1} + \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1} r$$

$$\Leftrightarrow r + \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1} r = 1 - \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1}$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{1 - \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1}}{\frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1} + 1} = \frac{\frac{\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2}{\rho_1 v_1}}{\frac{\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1}{\rho_1 v_1}} \cdot \frac{\rho_1 v_1}{\rho_1 v_1}$$

$\times 1$ -Trick

$$\Rightarrow r = \frac{\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2}{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2} = \frac{9 \cdot 10^3 \cdot 4000 - 20 \cdot 10^3 \cdot 2000}{9 \cdot 10^3 \cdot 4000 + 20 \cdot 10^3 \cdot 2000} = -\frac{1}{19} \underset{=====}{\approx} -0,053$$

$$\Rightarrow t = 1+r = 1 + \frac{\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2}{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2} = \frac{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2 + \rho_1 v_1 - \rho_2 v_2}{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2} = \frac{2\rho_1 v_1}{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2}$$

$$t = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^3 \cdot 4000}{9 \cdot 10^3 \cdot 4000 + 20 \cdot 10^3 \cdot 2000} = \underline{\underline{0,947}}$$

(Check: $|r|, |t| < 1 \quad \checkmark$
 $r+1 = -0,053+1 = 0,947 = t \quad \checkmark$)

d) Intensität von I_r relativ zu Intensität von I_{in}

$$\text{Erinnerung: } \langle I \rangle = \frac{1}{2} \rho v w^2 A^2$$

$$\Rightarrow \langle I_{in} \rangle = \frac{1}{2} \rho_1 v_1 w^2 A^2 \quad \Rightarrow \frac{\langle I_r \rangle}{\langle I_{in} \rangle} = r^2 = \left(\frac{\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2}{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2} \right)^2$$

$$\langle I_r \rangle = \frac{1}{2} \rho_1 v_1 w^2 (rA)^2$$

$$\Rightarrow I_{in} \text{ dB: } 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\langle I_r \rangle}{\langle I_{in} \rangle} \right) \text{ dB} = 10 \cdot \log_{10} \left(\left(\frac{\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2}{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2} \right)^2 \right) = 10 \cdot \log_{10} \left(\left(-\frac{1}{19} \right)^2 \right)$$

Achtung $10x$ in Ph! 1

$$= 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{1}{361} \right) \underset{\text{TR}}{\approx} \underline{\underline{-25,6 \text{ dB}}}$$

(Bem: Keine Ahnung was man hier mit $\log_{10}(2)$ annähern kann...)

Aufgabe 2:

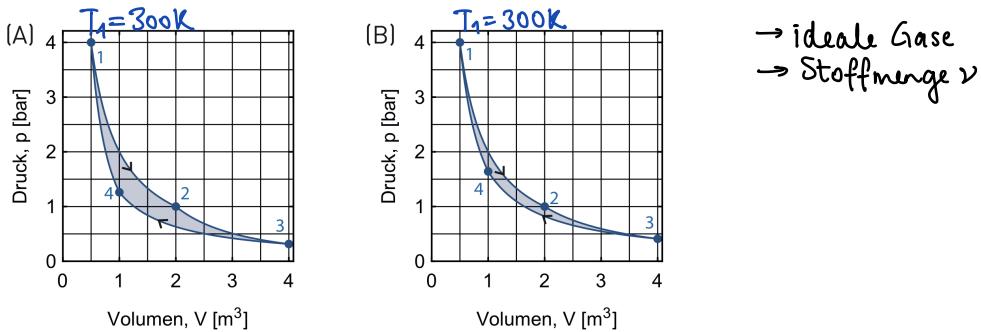


Abbildung 1 – Druck-Volumen-Diagramme zweier Carnot-Prozesse (A) und (B).

$$a) \underset{(\hat{n})}{\downarrow} pV = nRT$$

Im Prozess A), Zustand ① ist p, V, T bekannt SI-Einheiten!

$$\Rightarrow p_1 V_1 = nRT_1 \Leftrightarrow n = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{4 \text{ bar} \times 0.5 \text{ m}^3}{8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 300 \text{ K}} = \frac{4 \times 10^5 \text{ Pa} \times 0.5 \text{ m}^3}{8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 300 \text{ K}} \approx 80 \text{ mol}$$

b) am System verrichtet: $W^<$

\Rightarrow negativ (Da die im Uhrzeigersinn orientiert eingeschlossene Fläche im pV-Diagramm entspricht der Arbeit, welche die Maschine in die Umgebung (also $W^>$)

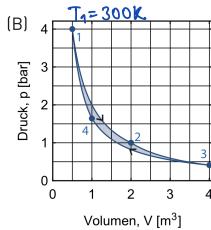
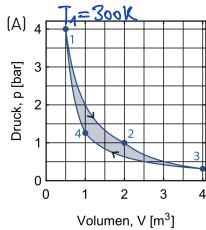
$$\text{Mathematisch: } W^< = - \int_{V_A}^{V_E} p dV = - \underbrace{\int_{1}^{2} p dV}_{>0} - \underbrace{\int_{2}^{3} p dV}_{>0} - \underbrace{\int_{3}^{4} p dV}_{<0} - \underbrace{\int_{4}^{1} p dV}_{<0}$$

$$\Leftrightarrow W^< = - \underbrace{\left(\int_{1}^{2} p dV + \int_{2}^{3} p dV \right)}_{\text{größere Fläche}} + \underbrace{\left(\int_{3}^{4} p dV + \int_{4}^{1} p dV \right)}_{\text{kleinere Fläche}} < 0 //$$

c) Adiabatenkoeffizient: $\kappa = \frac{f+2}{f}$ wobei f = Freiheitsgrad der Atome im Gas

\rightarrow Da beide Gase identisch sind, ist der Adiabatenkoeffizient für beide Gase A und B identisch.

d)



A) ① → ②: isotherm, da $p_1V_1 = p_2V_2$

Abbildung 1 – Druck-Volumen-Diagramme zweier Carnot-Prozesse (A) und (B).

(d) Welche der folgenden Aussagen trifft zu?

- Alle vier Prozessabschnitte verlaufen jeweils isotherm. → falsch, da bei A) ② → ③: $p_2V_2 \neq p_3V_3 \Rightarrow$ nicht isotherm
- Prozessabschnitte 2 → 3 und 4 → 1 sind jeweils adiabatisch. Die anderen beiden Prozessabschnitte sind isotherm.
- Prozessabschnitte 2 → 3 und 4 → 1 sind jeweils isotherm. Die anderen beiden Prozessabschnitte sind adiabatisch. → falsch da bei A) ② → ③: $p_2V_2 \neq p_3V_3 \Rightarrow$ nicht isotherm
- Alle vier Prozessabschnitte verlaufen adiabatisch. → falsch, da bei A) ① → ②: $p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow$ isotherm
→ \exists mind. 1 nicht adiabatisch

e)

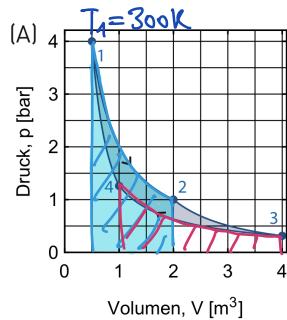
Die innere Energie des Gases U ist ...

- an Punkt 1 und an Punkt 2 identisch. → Richtig da bei isothermen Prozessen gilt $\Delta U = 0$
- an Punkt 3 kleiner als an Punkt 4.
- an Punkt 4 grösser als an Punkt 2.

f)

Betrachten Sie den Fall A. Wie gross ist die dem System während eines Zyklus zugeführte Wärmemenge? Verwenden Sie dazu, die in der Graphik angegebenen Drücke und Volumina für Ihre Abschätzung.

- $\approx +100 \text{ kJ}$
- $\approx +10 \text{ kJ}$
- $\approx -10 \text{ kJ}$
- $\approx -100 \text{ kJ}$



$$\begin{aligned}
 Q^{\leftarrow} &= Q_{1 \rightarrow 2}^{\leftarrow} + Q_{2 \rightarrow 3}^{\leftarrow} + Q_{3 \rightarrow 4}^{\leftarrow} + Q_{4 \rightarrow 1}^{\leftarrow} \\
 &= -W_{1 \rightarrow 2}^{\leftarrow} - W_{3 \rightarrow 4}^{\leftarrow} \quad \text{bei isothermen Prozessen ist } Q^{\leftarrow} = -W^{\leftarrow} \\
 &= -\left(-\int_{V_1}^{V_2} p dV\right) - \left(-\int_{V_3}^{V_4} p dV\right) \\
 &= \int_{V_1}^{V_2} p dV + \int_{V_3}^{V_4} p dV \\
 &\quad \text{<0 (negative Fläche → verwirrend :/)} \\
 &= \int_{V_1}^{V_2} p dV - \int_{V_4}^{V_3} p dV \\
 &\quad \text{>0 (positive Fläche :)}
 \end{aligned}$$

⇒ Bestimme anhand Graphik (Fläche !)

$$Q^{\leftarrow} \approx 11(0.5 \text{ bar} \times 0.5 \text{ m}^3) - 6(0.5 \text{ bar} \times 0.5 \text{ m}^3) = 125 \text{ kJ} \approx \underline{\underline{+100 \text{ kJ}}}$$

ungefähr 11 Kästchen ungefähr 6 Kästchen

g) Carnot - Wirkungsgrad: $\eta = \frac{\text{gewonnene Arbeit}}{\text{zugeführte Arbeit}} = \frac{\sum W^{\uparrow}}{\sum Q^{\leftarrow}}$

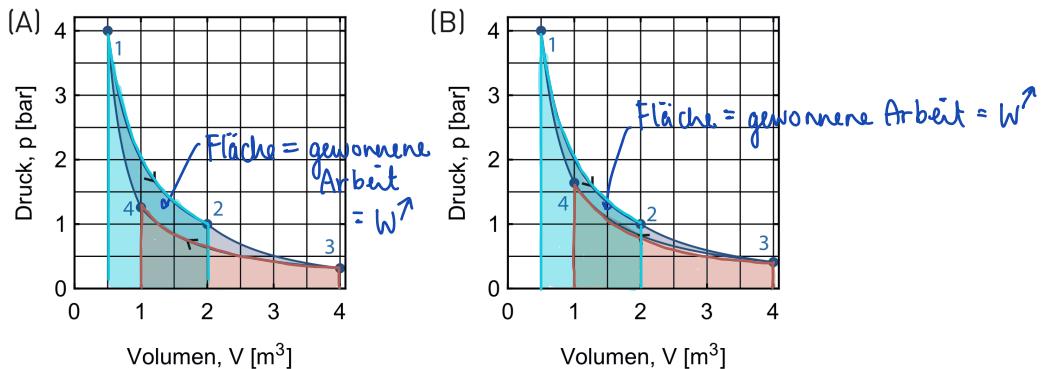


Abbildung 1 – Druck-Volumen-Diagramme zweier Carnot-Prozesse (A) und (B).

Q^{\leftarrow} : Wie in f überlegen: Fläche – Fläche

Bei B) ist W^{\uparrow} deutlich kleiner als bei A).

Gleichzeitig ist Q^{\leftarrow} bei beiden Fällen fast gleich (bei B) ein bisschen kleiner, aber nicht so viel kleiner wie W^{\uparrow}).

Folglich ist der Wirkungsgrad im Fall A grösser als im Fall B.

→ nicht 100% sicher

h) Welche der folgenden Aussagen ist in beiden Fällen korrekt?

- Die Entropie des Gases bleibt während des gesamten Kreisprozesses unverändert.
- Die Entropie des Gases nimmt beim Übergang von Punkt 2 nach Punkt 3 zu.
- Die Entropie des wärmeren der beiden Reservoirs nimmt während eines Zyklus des Kreisprozesses zu.
- Die Zunahme der Entropie des kälteren Reservoirs während eines Zyklus ist mindestens so gross wie die Abnahme der Entropie des wärmeren Reservoirs.

→ falsch. Bei den isothermen Prozessen ändert sich die entropie

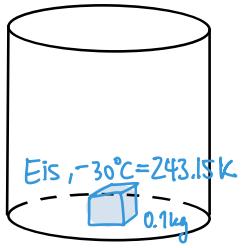
falsch da ② → ③ ist ein adiabatischer Prozess $\rightarrow \Delta S = 0$

Macht keinen Sinn, woher soll die Wärme kommen? \rightarrow Maschine entzieht Wärme aus dem Wärmereservoir um daraus mechanische Arbeit zu erzeugen!

korrekt da bei Carnotprozessen gilt $\Delta S = 0$ über einen ganzen Zyklus, sowohl für die Maschine als auch für die Umgebung.

(D.h. es ist eigentlich sogar $\Delta S(\text{kalter Reservoir}) = -\Delta S(\text{wärmer Reservoir})$)

Aufgabe 3:



$$\lambda_{\text{schnelz}} \approx 330 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{für Übergang Eis} \rightarrow \text{Wasser})$$

$$c_{\text{Wasser}} \approx 4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$c_{\text{Eis}} \approx 2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

a) $Q^L = \underbrace{m \cdot c_{\text{Eis}} \cdot \Delta T}_{\substack{\text{benötigte Wärme} \\ \text{bis das Eis } 0^\circ\text{C erreicht}}} + \underbrace{m \cdot \lambda_{\text{schnelz}}}_{\substack{\text{benötigte Wärme} \\ \text{für das Schmelzen} \\ \text{vom Eis}}} = m \cdot (c_{\text{Eis}} \cdot (T_{\text{Ende}} - T_{\text{Anfang}}) + \lambda_{\text{schnelz}}) =$

$$= 0.1 \text{ kg} \cdot \left(2 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (273.15 \text{ K} - 243.15 \text{ K}) + 330 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right) =$$

$$= \underline{\underline{39 \text{ kJ}}}$$

b) 1 kg Wasser

Das ganze Eis muss schmelzen. T_{min} , s.d. es genau schmilzt (und keine Wärme "übrig" ist):

$$Q_{\text{Wasser}}^{\uparrow} = -m_{\text{Wasser}} \cdot c_{\text{Wasser}} \cdot \Delta T_{\text{min}} \stackrel{!}{=} 39 \text{ kJ} = Q_{\text{Eis}}^L$$

Wärme, die von Wasser entnommen wird

$$\Leftrightarrow \Delta T_{\text{min}} = \frac{-Q^{\uparrow}}{m_w \cdot c_w} = \frac{-39 \text{ kJ}}{1 \text{ kg} \times 4 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = -9.75 \text{ K}$$

Da $\Delta T_{\text{min}} = T_{\text{Ende}} - T_{\text{Anfang, min}}$
 \uparrow $0^\circ\text{C} = 273.15 \text{ K}$ $\uparrow ?$

$$\rightarrow T_{\text{Anfang, min}} = T_{\text{Ende}} - \Delta T_{\text{min}} = 273.15 \text{ K} + 9.75 \text{ K} = 282.9 \text{ K} = \underline{\underline{9.75^\circ\text{C}}}$$

c) Gesamtsystem Eis und Wasser:

\Rightarrow Die Entropie hat sich erhöht, da nun mehr Unordnung im System herrscht (Entropie $\hat{=}$ Mass der Unordnung). Man kann auch argumentieren, dass

Eis eine feste Zustandsordnung ist (Teilchen sind in gitterförm angeordnet und können sich kaum bewegen) wobei sich die Teilchen im Wasser viel freier bewegen können. D.h. die im System involvierten Teilchen können sich nach dem vollständigen Schmelzen des Eis viel freier bewegen als am Anfang, wo das System aus Eis und Wasser bestand. Folglich können mehr Zustände der Teilchen auftreten \rightarrow Entropie hat sich erhöht



(statistische Definition der Entropie)

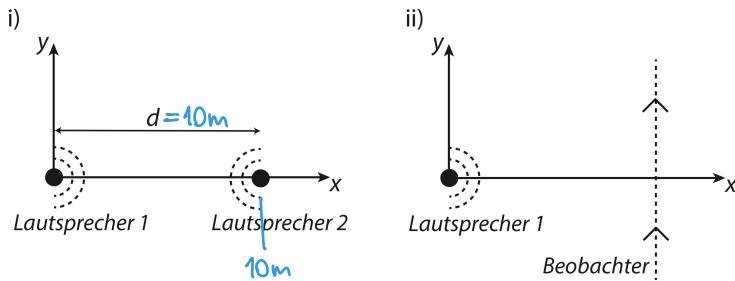
Mathematischer Ausdruck:

$$\begin{aligned}\Delta S_{\text{System}} &= \Delta S_{\text{Eis}} + \Delta S_{\text{Wasser}} = \int \frac{1}{T_{\text{Eis}}} dQ'_{\text{Eis}} - \int \frac{1}{T_{\text{Wasser}}} dQ'_{\text{Wasser}} \\ &\quad \alpha \int_{\text{Tiefang}}^{\text{Tende}} \frac{1}{T_{\text{Eis}}} dT - \int_{\text{Tiefang}}^{\text{Tende}} \frac{1}{T_{\text{Wasser}}} dT = \\ &\quad \text{da } Q \propto T \quad \int_{-30^\circ\text{C}}^{0^\circ\text{C}} \frac{1}{T} dT - \int_{9,75^\circ\text{C}}^{0^\circ\text{C}} \frac{1}{T} dT \\ &= \ln\left(\frac{273,15}{243,15}\right) - \ln\left(\frac{273,15}{282,9}\right) > 0\end{aligned}$$

□

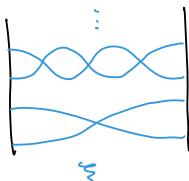
Aufgabe 4: $f = 343 \text{ Hz}$

$v = 343 \text{ m/s}$ (Schall)

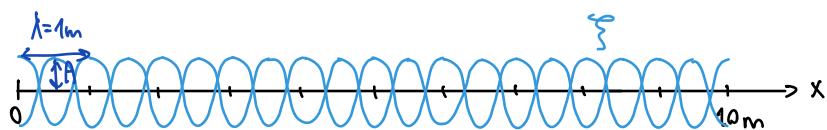


a) Die Wellenlänge beider Wellen ist: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{343 \text{ m/s}}{343 \text{ Hz}} = 1 \text{ m}$

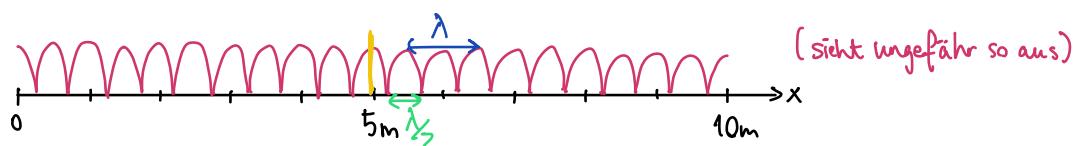
Wir haben stehende Wellen (da beide Quellen haben gleiches A, f, φ) mit 2 freien Enden, also in folgender Form:



Da aber $\lambda = 1 \text{ m}$, sieht die Welle so aus:



Wir wollen uns aber die Intensität anschauen: $I \propto A^2$

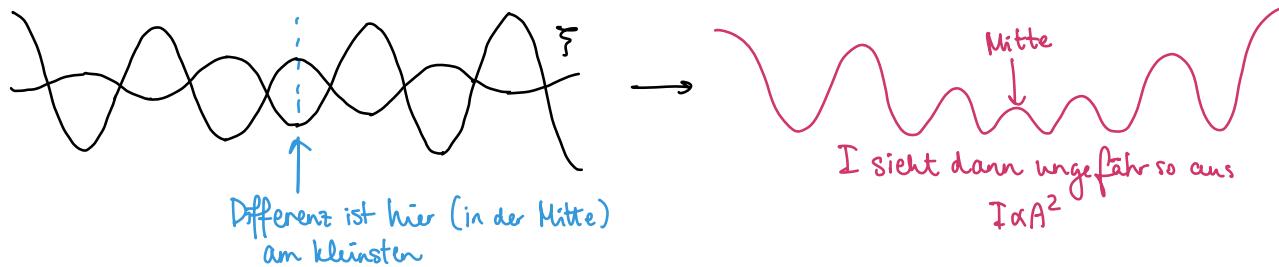


Wir sehen, dass sich in der Mitte der Verbindungsgeraden zwischen den beiden Lautsprecher ein Maximum befindet und der Abstand zwischen 2 Intensitätsminima ist $\frac{\lambda}{2}$. Folglich ist die Anzahl Minima $= \frac{d}{(\frac{\lambda}{2})} = 20$

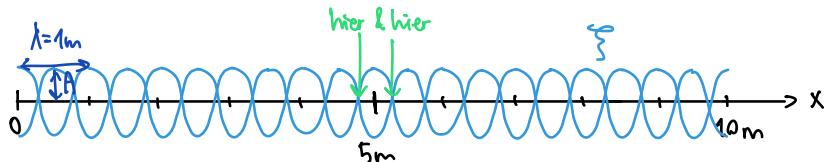
b) $A \propto \frac{1}{r^2}$ - D.h. je weiter von der Quelle entfernt, desto kleiner die Amplitude.

Die effektive Amplitude der stehenden Welle ist dort am kleinsten, wo die $\hookrightarrow A_{\text{eff}} = [A_1 - A_2]$

Differenz der beiden Amplituden am kleinsten ist. Dies ist in der Mitte

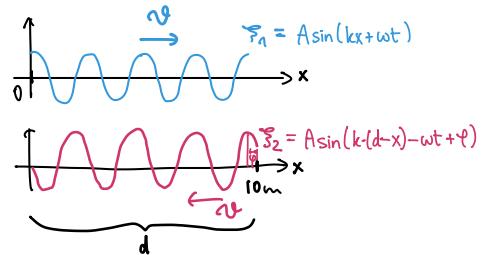


der Verbindungsstrecke der Fall. Da die Intensitätsminima aus a) symmetrisch um den Streckenmittelpunkt der beiden Quellen liegen, sind die beiden Minima bei $x=4.75 \text{ m}$ und $x=5.25 \text{ m}$ am ausgeprägtesten.



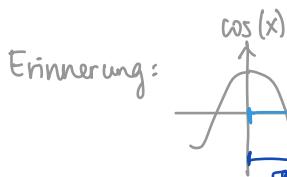
c) destruktive Interferenz:

$$\xi_{\text{tot}} = \xi_1 + \xi_2 = A \sin(kx + \omega t) + A \sin(k \cdot (d-x) - \omega t + \varphi)$$



$$@ x=5,1: \xi_{\text{tot}} = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(k \cdot (d-x) - \omega t + \varphi) \stackrel{!}{=} 0 \quad | :A$$

$$\Leftrightarrow \sin(kx - \omega t) = -\sin(k \cdot (d-x) - \omega t + \varphi)$$



$$\begin{aligned} \sin(x+2\pi) &= \cos(x) \\ \sin(x+\pi) &= -\cos(x) \\ \sin \text{ is } 2\pi\text{-periodisch } n \in \mathbb{Z} \quad & \\ \Rightarrow \sin(x) &= -\sin(x+\pi) = -\sin(x+\pi+2n\pi) = -\sin(x+(2n+1)\pi) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sin(x) = -\sin(x+(2n+1)\pi), \quad n \in \mathbb{Z}$$

ungerade Zahl

d.h. also: Wenn wir $\sin(\alpha) = -\sin(\beta)$ haben, ist $\beta - \alpha = (2n+1)\pi, n \in \mathbb{Z}$

\Rightarrow Verwende Erinnerung in Gleichung: $kx + \omega t$ an der Stelle von α , $k \cdot (d-x) - \omega t + \varphi$ an der Stelle von β

$$\Rightarrow k(d-x) - wt + \varphi - kx + wt \stackrel{!}{=} (2n+1)\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow kd - kx - wt + \varphi - kx + wt = (2n+1)\pi$$

$$\Leftrightarrow -2kx + kd + \varphi = (2n+1)\pi$$

$$\Leftrightarrow k(d-2x) + \varphi = (2n+1)\pi$$

$$k = \frac{2\pi f}{v} = \frac{2\pi \cdot 343 \text{ Hz}}{343 \text{ m/s}} = 2\pi \text{ m}^{-1}$$

$$d = 10 \text{ m}, x = 5.1 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \varphi = (2n+1)\pi - k(d-2x) = (2n+1)\pi - 2\pi \cdot (10 - 2 \cdot 5.1)$$

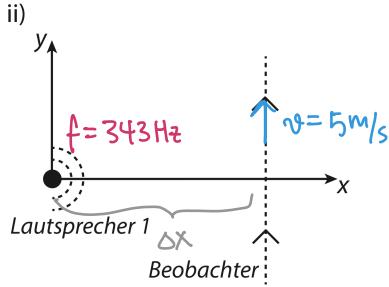
$$\Leftrightarrow \varphi = (2n+1 - 20 + 20.4)\pi = (2n+1.4)\pi$$

Da $\varphi \stackrel{!}{\in} [0, 2\pi]$, muss $2n+1.4 \stackrel{!}{\in} [0, 2)$ sein

$$n \text{ schätzen: } n=0 : 2 \cdot 0 + 1.4 = 1.4 \in [0, 2) \quad \checkmark$$

Folglich haben wir $\varphi = 1.4\pi$

d)

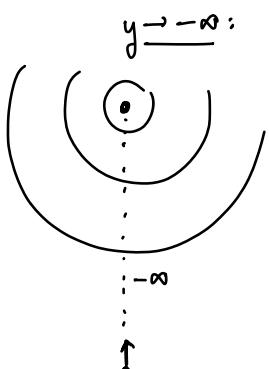


$$y=0: \quad \bullet)) \quad \uparrow v=5 \text{ m/s}$$

Dopplereffekt wird berechnet mit der Geschwindigkeitskomponente in Richtung der Verbindungslinie zwischen Quelle und Beobachter.

Bei $y=0$: keine solche Geschwindigkeitskomponente

$$\Rightarrow f_B = f_Q = \underline{\underline{343 \text{ Hz}}}$$



$y \rightarrow -\infty$: Dann ist Δy so viel grösser als Δx , das wir annähernd sagen können, dass der Beobachter sich direkt in Richtung der Quelle bewegt.

$$\Rightarrow f_B = f_Q \cdot \frac{v_s + v_B}{v_s} = 343 \text{ Hz} \cdot \frac{343 \text{ m/s} + 5 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s}} = \underline{\underline{348 \text{ Hz}}}$$

Quelle in Ruhe,
Beobachter bewegt sich in Richtung der Quelle

$$\underline{\underline{y \rightarrow +\infty}}: \text{Gleiche Überlegungen wie } y \rightarrow -\infty. \quad f_B = f_Q \cdot \frac{v_s - v_E}{v_s} = 343 \text{ Hz} \cdot \frac{343 \text{ m/s} - 5 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s}} = \underline{\underline{338 \text{ Hz}}}$$

Quelle in Ruhe, Beobachter entfernt sich von Quelle