PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

Aufgabe 1: Antwortblatt Verständnisfragen

Für jede Frage ist genau **eine** Antwort richtig. Markieren Sie diese **eindeutig**.

1. A B C D
2. A B C D
3. A B C D
4. A B C D
5. A B C D
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D
14. A B C D
15. A B C D
16. A B C D
17. A B C D

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

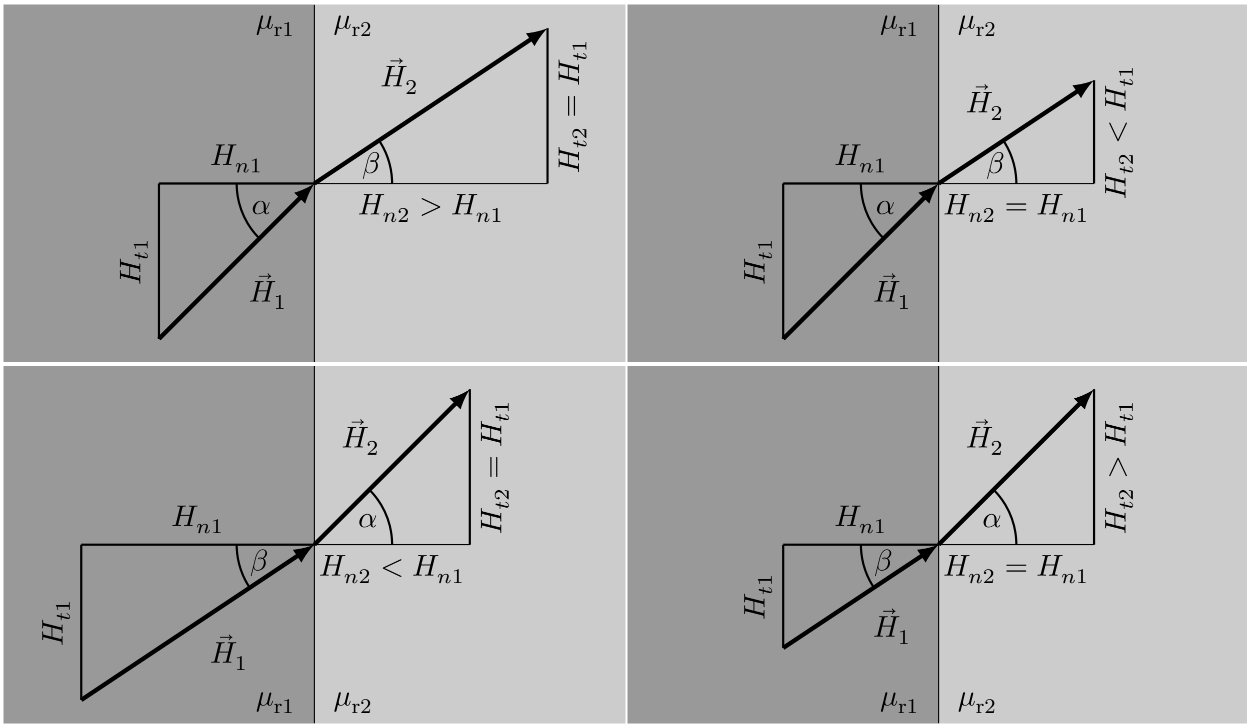
PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

Verständnisfragen

Für jede Teilfrage ist genau **eine** Antwort richtig. Markieren Sie diese **eindeutig** auf dem Antwortblatt. Bei Single-Choice Fragen (SC) ist genau eine Antwort richtig, ist mehr als eine oder keine Antwort markiert gibt es Null Punkte. Bei kPrime Fragen (kP) ist in jedem Fall richtig oder falsch zu markieren. Die volle Punktzahl gibt es dabei bei 4 korrekten Aussagen, bei 3 korrekten Aussagen gibt es die halbe Punktzahl und bei 2 oder weniger Null Punkte.

(2 P.) *kP* – Gegeben seien zwei Materialien mit unterschiedlichen relativen Permeabilitäten μ_{r1} und μ_{r2}. Auf der Grenzfläche seien keine Ströme vorhanden und es gelte $\mu_{r1} > \mu_{r2}$.

(a) **(b)**



(c) **(d)**

Bewerten Sie die folgenden Aussagen:

Bei Grenzflächen gilt:

1. Der Feldverlauf in **(a)** ist korrekt gezeichnet.

   (A) Richtig (B) Falsch

$\cdot\ H_{t1} = H_{t2}$

2. Der Feldverlauf in **(b)** ist korrekt gezeichnet.

   (A) Richtig (B) Falsch

$\cdot\ B_{n1} = B_{n2}$

$\Leftrightarrow \mu_1 H_{n1} = \mu_2 H_{n2}$

3. Der Feldverlauf in **(c)** ist korrekt gezeichnet.

   (A) Richtig (B) Falsch

$\rightarrow H_{n1} = \underbrace{\frac{\mu_2}{\mu_1}}_{<1 \text{ da } \mu_{r1} > \mu_{r2}} H_{n2}$

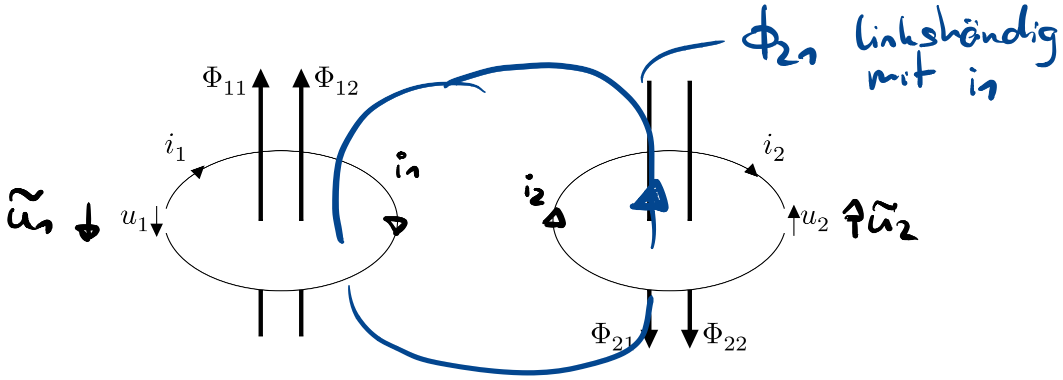
4. Der Feldverlauf in **(d)** ist korrekt gezeichnet.

   (A) Richtig (B) Falsch

$\rightarrow H_{n1} < H_{n2}$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

(3 P.) *SC* – Gegeben seien zwei gekoppelte Stromschleifen in einer Ebene und ihre Flüsse gemäss der folgenden Abbildung. Die Stromschleifen seien dabei als widerstandslos anzunehmen.



5. Welches Gleichungssystem beschreibt die gegebene Anordnung?

(A) $u_1 = -L_{11}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - L_{12}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$, $\quad u_2 = +L_{21}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_{22}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$

(B) $u_1 = -L_{11}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_{12}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$, $\quad u_2 = -L_{21}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_{22}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$

(C) $u_1 = +L_{11}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_{12}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$, $\quad u_2 = -L_{21}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - L_{22}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$

(D) $u_1 = +L_{11}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - L_{12}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$, $\quad u_2 = +L_{21}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - L_{22}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$

- Um die korrekte Gleichung zu finden, muss man die Vorzeichen der einzelnen Terme $\pm L_{jk}\frac{di_k}{dt}$ bestimmen.
- Dazu muss man nur bestimmen ob Φ_{jk} rechtshändig oder linkshändig mit dem Strom i_k verknüpft ist.

Index jk	Term	Verknüpfung	+/-	Gleichung
11	$L_{11}\frac{di_1}{dt}$	linkshändig	−	$-L_{11}\frac{di_1}{dt}+L_{12}\frac{di_2}{dt}=\tilde{u}_1$
12	$L_{12}\frac{di_2}{dt}$	rechtshändig	+	
21	$L_{21}\frac{di_1}{dt}$	linkshändig	−	$-L_{21}\frac{di_1}{dt}+L_{22}\frac{di_2}{dt}=\tilde{u}_2$
22	$L_{22}\frac{di_2}{dt}$	rechtshändig	+	

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com
PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

- Wichtig ist schliesslich, dass die Spannungen entgegengesetzt zum Strom der jeweiligen Schleife abfallen

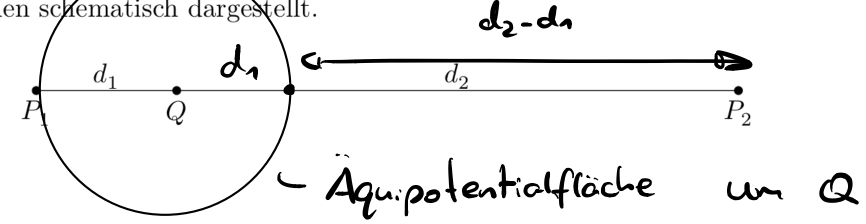
- Die korrekt abfallende Spannung wird hier als $\tilde{u}_j$ definiert. Jetzt muss man nur das Vorzeichen von u_j überprüfen:

$$
\left.
\begin{aligned}
u_1 &= \tilde{u}_1 = -L_{11}\frac{di_1}{dt} + L_{12}\frac{di_2}{dt} \\
u_2 &= \tilde{u}_2 = -L_{21}\frac{di_1}{dt} + L_{22}\frac{di_2}{dt}
\end{aligned}
\right\} \rightarrow (B)
$$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

(3 P.) *SC* – Gegeben sei eine Punktladung $Q = 10^{-8}\,\mathrm{A\,s}$, sowie zwei Punkte P_1 und P_2 im Abstand von $d_1 = 25\,\mathrm{cm}$ und $d_2 = 100\,\mathrm{cm}$. Die Anordung befindet sich in Öl ($\varepsilon_r = 3.6$) und ist im Folgenden schematisch dargestellt.



6. Welche Potentialdifferenz besteht zwischen den Punkten P_1 und P_2 ?

(A) $\Delta\varphi \approx 270\,\mathrm{V}$ (B) $\Delta\varphi \approx 75\,\mathrm{V}$ (C) $\Delta\varphi \approx 125\,\mathrm{V}$ (D) $\Delta\varphi \approx 35\,\mathrm{V}$

$$\Delta\varphi = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E}\,d\vec{s} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} Q \int_{d_1}^{d_2} \frac{1}{r^2}\,dr = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} Q \left[\frac{1}{r}\right]_{d_1}^{d_2}$$

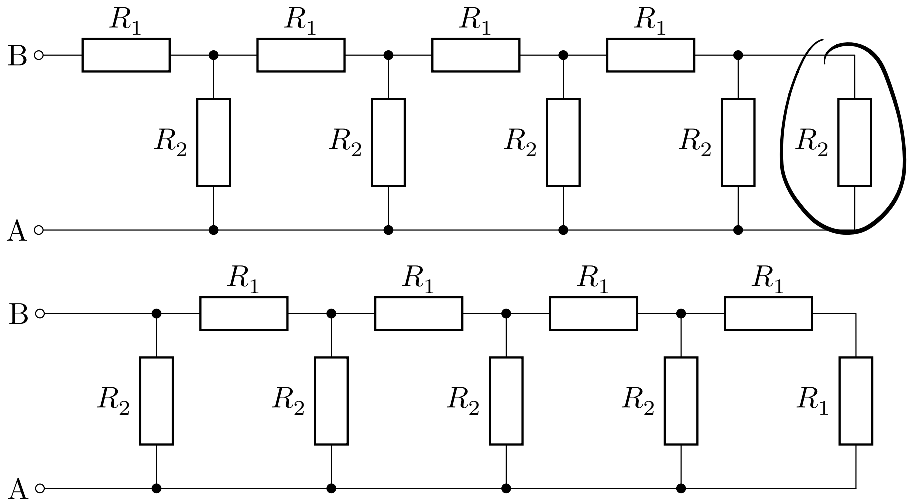
$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} Q \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}\right) \approx 75\,V$$

Die Potentialdifferenz der Punkte hängt nur vom Abstand von der Punktladung ab, die Punkte können beliebig auf ihren Äquipotentialflächen verschoben werden.

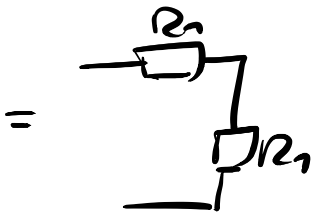
(3 P.) *SC* – Gegeben seien die folgenden zwei Widerstandsnetzwerke. Betrachtet wird hierbei der Gesamtwiderstand R_{AB} zwischen den Klemmen A und B, es gilt dabei $R_2 = 2R_1$ wobei die Widerstände grösser als Null seien.

(a)

(b)



=

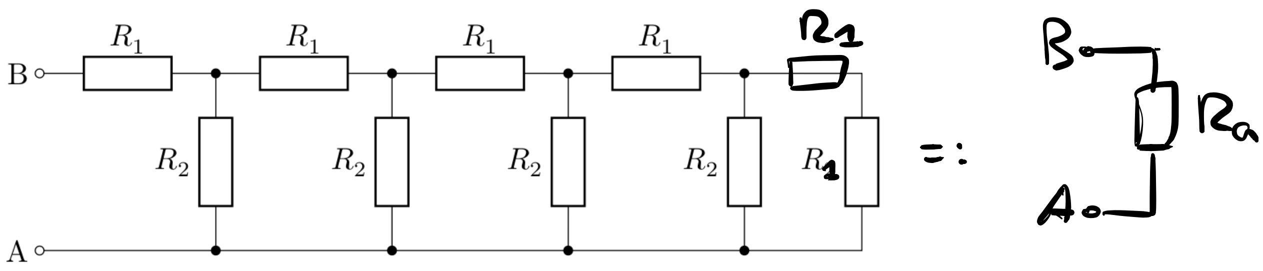


$2R_1 = R_2$

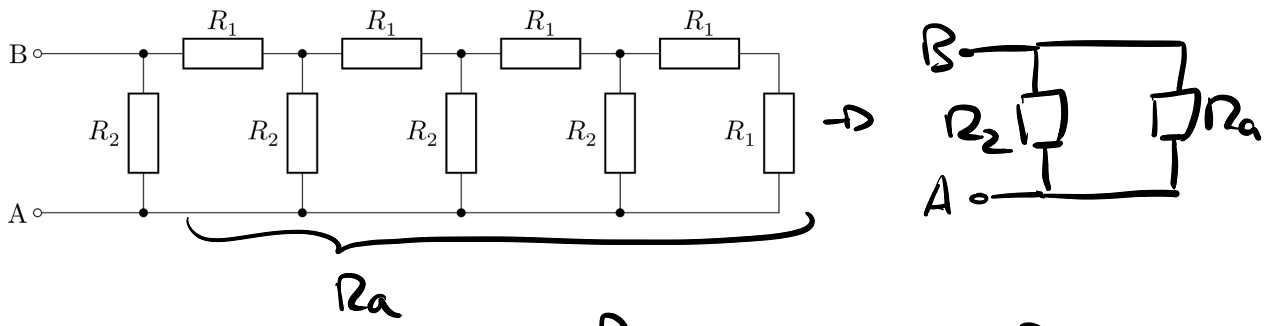
7. Der Gesamtwiderstand R_{AB} vom Widerstandsnetzwerk **(a)** ist:

   (A) **immer kleiner** als derjenige vom Netzwerk **(b)**.
   (B) **immer gleichgross** wie derjenige vom Netzwerk **(b)**.
   (C) **immer grösser** als derjenige vom Netzwerk **(b)**.
   (D) nur in **Abhängigkeit** von R_1 und/oder R_2 vergleichbar mit Netzwerk **(b)**.

a)



b)



$R_b = R_2 \| R_a < R_a$

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

(2 P.) *SC* – Ein Elektron ($m_0 = 9.1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$) wird von der Ruheposition aus im Vakuum durch eine Potentialdifferenz von $U = 1\,\mathrm{MV}$ beschleunigt.

8. Welche Geschwindigkeit v erreicht das Elektron?

   (A) $v \approx 1.7 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$
   (B) $v \approx 6 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$
   (C) $v \approx 2.1 \cdot 10^9\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$
   (D) Diese Rechnung müsste relativistisch durchgeführt werden

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot e}{m_0}} \approx 600.000\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}} \approx 2 \cdot c$$

→ hier muss relativistisch gerechnet werden

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

(2 P.) *kP* – Gegeben sei ein Materialübergang bestehend aus zwei Materialien mit unterschiedlichen Leitfähigkeiten κ_1 und κ_2 und die jeweiligen Stromdichten $\vec{J}_1$ und $\vec{J}_2$. Die Grenzfläche sei ladungsfrei. Bewerten Sie die folgenden Aussagen:

9. Für $\kappa_1 \to \infty$ steht $\vec{J}_2$ **senkrecht** auf der Grenzfläche.

   (A) Richtig (B) Falsch

10. Für $\kappa_2 \to 0$ verläuft $\vec{J}_1$ **tangential** zur Grenzfläche.

   (A) Richtig (B) Falsch

11. Der Betrag der Stromdichte ist im leitfähigeren Material **grösser**, es gilt also $\kappa_1 > \kappa_2 \Rightarrow |\vec{J}_1| > |\vec{J}_2|$.

   (A) Richtig (B) Falsch

12. Die Bedingung $\kappa_1 > \kappa_2$ ist erfüllt mit den Materialien Gold und Eisen falls $\kappa_1 = \kappa_{\text{Gold}}$.

   (A) Richtig (B) Falsch

(3 P.) *kP* – An einem Kondensator C_1 liegt die Spannung U_1 an, an einem zweiten Kondensator C_2 die Spannung $U_2 = 2U_1$. Bewerten Sie die folgenden Aussagen:

13. Wenn $C_1 = 2C_2$ ist, dann ist die in C_2 gespeicherte Energie genau **doppelt** so gross wie die in C_1 gespeicherte.

   (A) Richtig (B) Falsch

14. Wenn $C_2 = 2C_1$ ist, dann ist die in C_1 gespeicherte Energie genau **doppelt** so gross wie die in C_2 gespeicherte.

   (A) Richtig (B) Falsch

15. Wenn $C_1 = 4C_2$ ist, dann ist die in C_1 gespeicherte Energie genau **gleich** gross wie die in C_2 gespeicherte.

   (A) Richtig (B) Falsch

16. Wenn $C_2 = 4C_1$ ist, dann ist die in C_1 gespeicherte Energie genau **16** mal so gross wie die in C_2 gespeicherte.

   (A) Richtig (B) Falsch

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

Fall 1: $W_{e1} = \frac{1}{2} C_1 U_1^2 = \frac{1}{2} 2 C_2 \left(\frac{U_2}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} C_2 U_2^2 = \frac{1}{2} W_{e2}$

$\rightarrow$ richtig

Fall 2: $W_{e1} = \frac{1}{2} C_1 U_1^2 = \frac{1}{2} \frac{C_2}{2} \left(\frac{U_2}{2}\right)^2 = \frac{1}{16} C_2 U_2^2 = \frac{1}{8} W_{e2}$

$\rightarrow$ falsch

Fall 3: $W_{e1} = \frac{1}{2} C_1 U_1^2 = \frac{1}{2} 4 C_2 \left(\frac{U_2}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} C_2 U_2^2 = W_{e2}$

$\rightarrow$ richtig

Fall 4: $W_{e1} = \frac{1}{2} C_1 U_1^2 = \frac{1}{2} \frac{C_2}{4} \left(\frac{U_2}{2}\right)^2 = \frac{1}{32} C_2 U_2^2 = \frac{1}{16} W_{e2}$

$\rightarrow$ falsch

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

(2 P.) *SC* – Zwei planparallele Metallplatten sind durch ein 200 µm starkes Dielektrikum ($\varepsilon_r = 3$) voneinander isoliert. Die Durchschlagsfestigkeit des Dielektrikums sei 15 $\frac{\text{kV}}{\text{mm}}$ und Randeffekte seien zu vernachlässigen.

17. Welche Spannung U darf maximal an den Platten anliegen ohne einen Durchschlag zu erhalten?

(A) $U = 1\,\text{kV}$ (B) $U = 3\,\text{kV}$ (C) $U = 9\,\text{kV}$ (D) $U = 30\,\text{kV}$

Durchschlagsfestigkeit = E_{max} ab dem, bei der vorliegenden Dicke des Dielektrikums, es zum Durchschlag kommt

$$U_{max} = E_{max} \cdot d = 15\,\frac{\text{kV}}{\text{mm}} \cdot 200\,\mu\text{m} = 3\,\text{kV}$$

→ ε_r braucht ihr hier nicht!

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

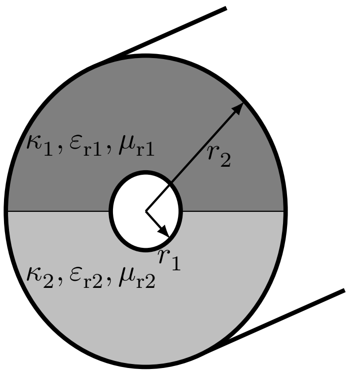
PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

Aufgabe 2: Elektrische Felder

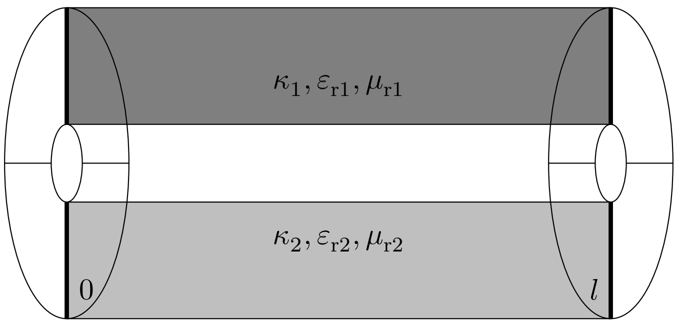
(20 P.) Zwischen zwei nach Abbildung 1.a koaxial angeordneten, dünnwandigen Metallrohren mit den Radien $r_1 = 10\,\mathrm{mm}$ und $r_2 = 25\,\mathrm{mm}$ der Länge $l = 5\,\mathrm{cm}$ befinden sich zwei verschiedene Materialien. Die Materialparameter sind in der Tabelle 1 definiert. Die beiden Materialien sind durch dünne Isolierschichten voneinander getrennt.

Tabelle 1: Materialparameter

Parameter	Wert
κ_1	$2.0 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{\Omega\,\mathrm{m}}$
α_1	$4 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$
μ_{r1}	$0.999\,75$
$\varepsilon_{\mathrm{r1}}$	2.3
κ_2	$5.0 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{\Omega\,\mathrm{m}}$
α_2	$4 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$
μ_{r2}	1.0001
$\varepsilon_{\mathrm{r2}}$	5.6



1.a. Anordnung 1 - koaxial Anordnung: Elektroden bei r_1 und r_2



1.b. Anordnung 2 - Zylinder: Elektroden auf den Stirnflächen bei 0 und l

Hinweis: Die Aufgabenteile können unabhängig voneinander gelöst werden!

a)✓ (2 P.) Ordnen Sie die beiden Materialien ihrer magnetischen Eigenschaft zu. Markieren Sie Ihre Antwort eindeutig mit einem Kreuz (**X**) in folgender Tabelle:

Materialeigenschaft:	diamagnetisch	paramegnetisch	ferromagnetisch
Material 1	x		
Material 2		x	

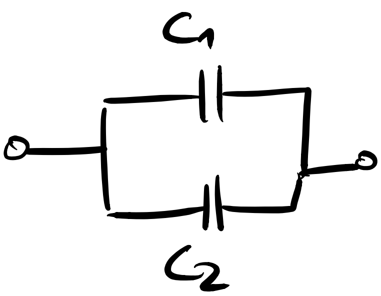
$\rightarrow \mu_{r_1} < 1$

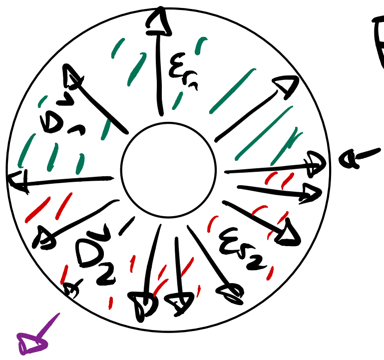
$\rightarrow \mu_{r_2} > 1$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

b)✓ (10 P.) Berechnen Sie die Kapazität der Anordnung aus Abbildung 1.a zwischen den Elektroden r_1 und r_2. Geben Sie zusätzliche ein elektrisches Ersatzschaltbild an und skizzieren Sie die elektrische Flussdichte qualitativ in einer eigenen Skizze. Gehen Sie davon aus, dass das Potential an der Elektrode r_1 höher ist als das an Elektrode r_2.





Feldlinien verlaufen tangential zur Grenzfläche

$E_{t_1} = E_{t_1} \rightarrow D_{t_1} \neq D_{t_2}$

$\rightarrow D_1 = \varepsilon_1 E$

$\rightarrow D_2 = \varepsilon_2 E$

verhält sich in beiden Materialien gleich

$\varepsilon_{r_2} > 2 \cdot \varepsilon_{r_1} \rightarrow$ Dichte in Material 2 mehr als doppelt so hoch

Zylindrische Hüllfläche

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\oiint_A \vec{D}\, d\vec{A}}{\int \vec{E}\, d\vec{s}} = \frac{\iint_A \vec{D}_1\, d\vec{A}}{\int \vec{E}\, d\vec{s}} + \frac{\iint_A \vec{D}_2\, d\vec{A}}{\int \vec{E}\, d\vec{s}}$$

$$= \frac{Q_1}{U} + \frac{Q_2}{U}$$

denkt darüber nach

$$\iint_A \vec{D}_1\, d\vec{A} = \int_0^l \int_0^{\pi} \varepsilon_1 \cdot \vec{E} \cdot \vec{e}_\rho \underbrace{\rho\, d\varphi\, dz}_{=: dA \text{ für Mantelfläche}} =$$

$$= \rho l \cdot \pi\, \varepsilon_1 \cdot E(\rho) = Q_1$$

Ladungen Q: erstmal annehmen → kürzen sich nachher heraus

$$\iint_A \vec{D}_2\, d\vec{A} = \rho l \cdot \pi \cdot \varepsilon_2 E(\rho) = Q_2$$

$$\vec{E}(\rho) = \vec{e}_\rho \underbrace{\frac{Q_1}{\rho l \cdot \pi \cdot \varepsilon_1}}_{①} = \vec{e}_\rho \underbrace{\frac{Q_2}{\rho l \cdot \pi \varepsilon_2}}_{②}$$

E verhält sich in beiden Materialien gleich

→ aber wir können es unterschiedlich ausdrücken

$$\rightarrow U = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E}(\rho)\, d\vec{\rho} = \int_{r_1} E(\rho)\, \cancel{\vec{e}_\rho} \cancel{\vec{e}_\rho}\, d\rho =$$

$$\overset{①}{=} \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q_1}{l\pi \cdot \varepsilon_1} \cdot \frac{1}{\rho}\, d\rho = \frac{Q_1}{l\pi \cdot \varepsilon_1} [\ln \rho]_{r_1}^{r_2} =$$

$$= \frac{Q_1}{l\pi \cdot \varepsilon_1} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

oder

$$\overset{②}{=} \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q_2}{l\pi \cdot \varepsilon_2} \cdot \frac{1}{\rho}\, d\rho = \frac{Q_2}{l\pi \cdot \varepsilon_2} [\ln \rho]_{r_1}^{r_2} =$$

$$= \frac{Q_2}{l\pi \varepsilon_2} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

U auch in beiden Hälften gleich

$$\rightarrow U = \underbrace{\frac{Q_1}{l\pi \varepsilon_1} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}_{①} = \underbrace{\frac{Q_2}{l\pi \varepsilon_2} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}_{②}$$

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com
PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

$$C_1 = Q_1 \cdot \frac{1}{U} \overset{①}{=} \cancel{Q_1} \cdot \frac{l\, \pi\, \varepsilon_1}{\cancel{Q_1}} \frac{1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} =$$

$$= l \cdot \pi \cdot \varepsilon_0\, \varepsilon_{r1} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

→ nutzt die Form von U wodurch sich Q_i kürzt

$$= 5\,\text{cm} \cdot \pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 2{,}3 \cdot \frac{1}{\ln \frac{25\,\text{mm}}{10\,\text{mm}}} = 3.49\ \text{pF}$$

$$C_2 = Q_2 \cdot \frac{1}{U} \overset{②}{=} \cancel{Q_2} \cdot \frac{l \cdot \pi \cdot \varepsilon_2}{\cancel{Q_2}} \frac{1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} =$$

$$= l \cdot \pi \cdot \varepsilon_2 \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

$$= 5\,\text{cm} \cdot \pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 5{,}6 \cdot \frac{1}{\ln \frac{25\,\text{mm}}{10\,\text{mm}}} = 8.50\ \text{pF}$$

$$C = C_1 + C_2 = 3.49\ \text{pF} + 8.50\ \text{pF} = \underline{\underline{11.99\ \text{pF}}}$$

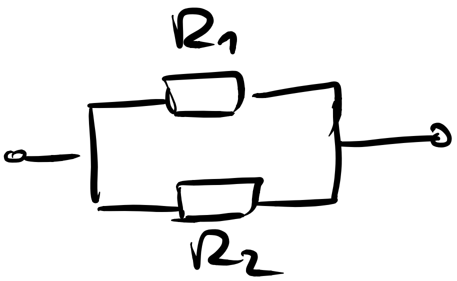
$$C_1 \| C_2 = C_1 + C_2$$

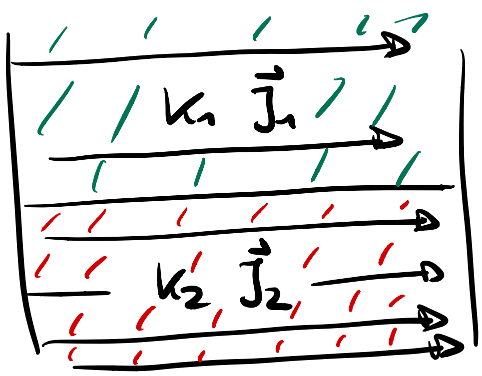
PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

Nun werden die Elektroden bei r_1 und r_2 entfernt und neue Elektroden auf die Stirnflächen des Zylinders angebracht. Eine Seitenansicht des Zylinders ist in Abbildung 1.b dargestellt.

c)✓ (5 P.) Berechnen Sie den elektrischen Widerstand der Anordnung, welche in Abbildung 1.b dargestellt ist, zwischen den Elektroden auf den Stirnflächen. Geben Sie ein elektrisches Ersatzschaltbild an und zeichnen Sie qualitativ das elektrische Strömungsfeld in einer eigenen Skizze ein. Gehen Sie davon aus, dass die Elektrode bei Position 0 gegenüber der Elektrode bei Position l ein höheres Potential hat.



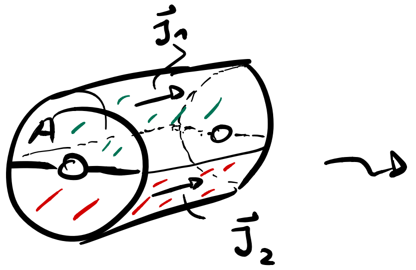


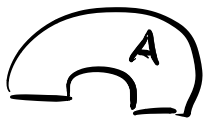
Ähnlich wie oben

$E_{t1} = E_{t2}$

$J_1 = \kappa_1 E$

$J_2 = \kappa_2 E$





$$A = \frac{\pi r_2^2}{2} - \frac{\pi r_1^2}{2}$$

$$R_1 = \frac{l}{\kappa_1 A} = \frac{1}{\kappa_1} \frac{2l}{(r_2^2 - r_1^2)\pi} = 30.32\,k\Omega$$

$$R_2 = \frac{l}{\kappa_2 A} = \frac{1}{\kappa_2} \frac{2l}{(r_2^2 - r_1^2)\pi} = 12.13\,k\Omega$$

$$R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 8.66\,k\Omega$$

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

d)✓ (3 P.) Um welchen Faktor ändern sich die Werte der Kapazität und des elektrischen Widerstandes aus den Teilaufgaben a) und b), wenn sich die Temperatur von Zimmertemperatur ($\theta_{\text{Raum}} = 20\,^\circ\text{C}$) auf Winteraussentemperatur ($\theta_{\text{A}} = -20\,^\circ\text{C}$) verändert?

C: ε ist Temperaturunabhängig, somit ändert sich die Kapazität nicht

R:

$$R_1' = R_1(T_{Raum}) \cdot (1 + \Delta T \cdot \alpha_1)$$

$$\frac{R_1}{R_1(T_{Raum})} = 1 + \Delta T \alpha_1 =$$

$$= 1 + (T_{Aussen} - T_{Raum}) \alpha_1 =$$

$$= 1 + (-20^\circ C - 20^\circ C) \cdot 4 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K} =$$

$$= 0.84$$

Da R_2 den selben Temperaturkoeffizienten besitzt ist der Faktor von R_2 auch 0.84.
Somit ändert sich R_{ges} auch um Faktor $\underline{\underline{0.84}}$

Aufgabe 3: Brückenschaltung

(10 P.) Es ist die Schaltung in Abbildung 2 gegeben. Bei jeder Teilaufgabe ist eine Begründung anzugeben.

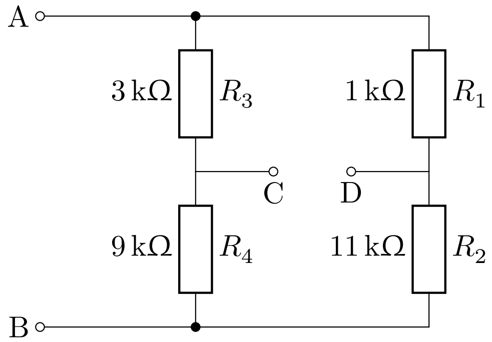
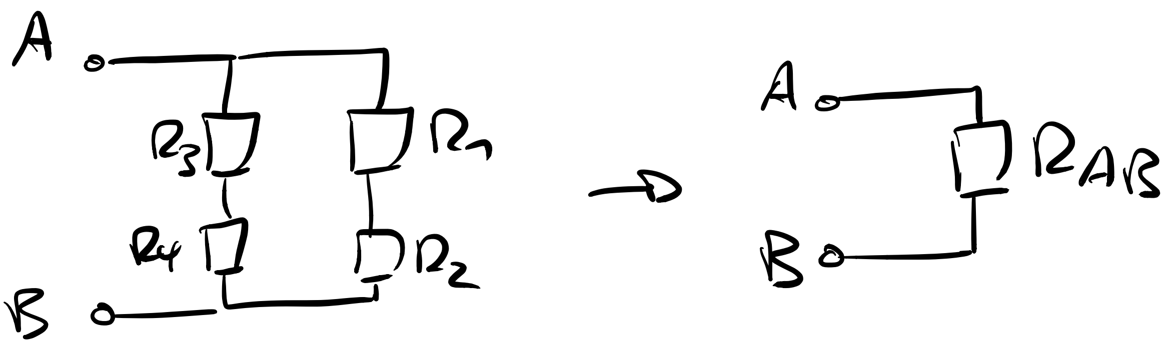


Abbildung 2: Gegebenes Netzwerk

a)✓ (2 P.) Wie gross ist der Gesamtwiderstand der Schaltung zwischen den Klemmen A und B, wenn an den Klemmen C und D ein idealer **Spannungsmesser** angeschlossen wird?

idealer Spannungsmesser hat Innenwiderstand $R_i \to \infty$, somit kann kein Strom von C nach D fliessen



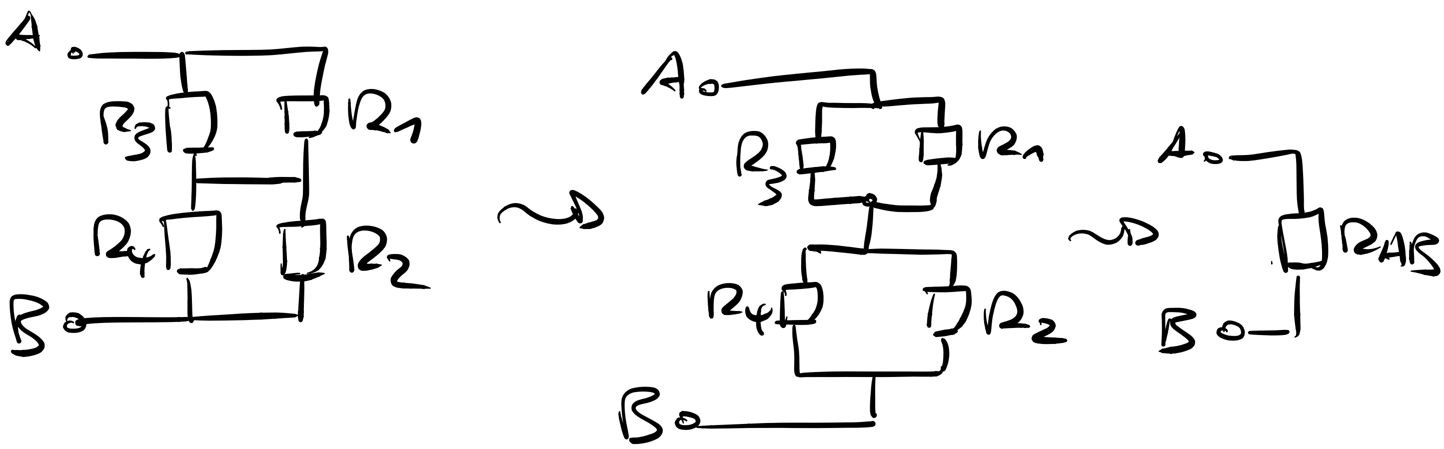
$$R_{AB} = \frac{R_{12} R_{34}}{R_{12} + R_{34}} = \frac{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4} = \underline{\underline{6\,k\Omega}}$$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

b)✓ (2 P.) Wie gross ist der Gesamtwiderstand der Schaltung zwischen den Klemmen A und B, wenn an den Klemmen C und D ein idealer **Strommesser** angeschlossen wird?

idealer Strommesser hat Innenwiderstand $R_i = 0\Omega$, somit liegen C und D auf dem selben Potential und wir können sie mit einem Kurzschluss verbinden:



$$R_{AB} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = \underline{\underline{5.7\,k\Omega}}$$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

c)✓ (3 P.) An die Klemmen A und B wird einen ideale Spannungsquelle (siehe Abbildung 3) angeschlossen. Ersetzen Sie **einen** beliebigen Widerstand, so dass sich eine abgeglichene Brückenschaltung ergibt.

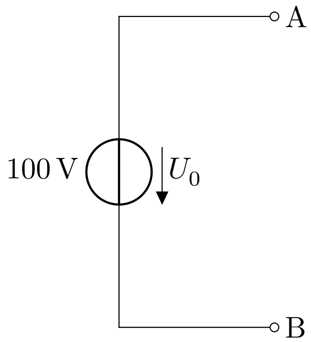


Abbildung 3: ideale Spannungsquelle

Bedingung für abgeglichene Brückenschaltung:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

z.B. R_1 anpassen: $R_1 = R_2 \frac{R_3}{R_4} = 3.67\,k\Omega$

Weiter Lösungen:

Widerstand	Wert
R_1	$3,67\,k\Omega$
R_2	$3,00\,k\Omega$
R_3	$0,82\,k\Omega$
R_4	$33,00\,k\Omega$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

d)✓ (3 P.) An die Klemmen A und B wird eine reale Spannungsquelle (siehe Abbildung 4) angeschlossen. Die Klemmen C und D sind kurzgeschlossen und es sind die ursprünglichen Widerstandswerte gewählt (siehe Abbildung 2). Bei welchem Innenwiderstand R_i ist die Leistungsabgabe der Quelle maximal und wie gross ist der ohm'sche Verlust am Widerstandsnetzwerk zwischen den Klemmen A und B in dieser Situation?

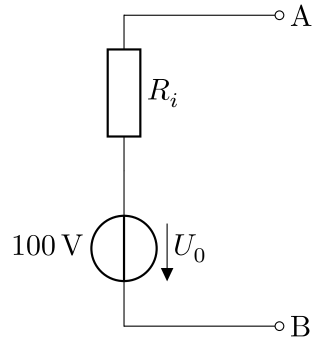


Abbildung 4: reale Spannungsquelle

R_{AB} aus b) verwenden, da C, D mit einen Kurzschluss verbunden wurden.

Leistungsmaximierung: $R_i = R_{AB} = \underline{\underline{5.7\,k\Omega}}$

$$P = \frac{\left(\frac{U_0}{2}\right)^2}{R_{AB}} = \frac{U_0^2}{4\,R_{AB}} = \frac{(100\,V)^2}{4 \cdot 5.7\,k\Omega} = 0{,}44\,W$$

Bei $R_i = R_{AB}$ fällt jeweils $\frac{U_0}{2}$ über die beiden Widerstände ab

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

Aufgabe 4: Induktivitätsberechnung im magnetischen Kreis

(15 P.) Gegeben ist die aus einem Ferritmaterial (relative Permeabilität μ_r) bestehende Kombination aus zwei gleichen U-Kernen und einem I-Joch. Alle Schenkel haben eine quadratischen Querschnitt mit der Seitenlänge a. Die effektive Weglänge der beiden U-Kerne l_A (inklusive Anteil bis zum "Sternpunkt" im I-Joch aber **ohne** Luftspalt) sei bekannt, ebenso die effektive Weglänge l_M des I-Jochs. Zwischen den U-Kernen und dem I-Joch besteht jeweils ein Luftspalt der Länge l_g.
Auf dem rechten U-Kern ist eine Wicklung mit N Windungen gemäss Abbildung 5 angebracht, die vom Strom I_q in der angegebenen Richtung durchflossen wird. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass die magnetische Flussdichte homogen über den Kernquerschnitt verteilt ist. Der Streufluss in den Luftspalten wird vernächlässigt, sodass für die Luftspalte der gleiche Querschnitt wie für die Kerne angenommen werden kann.

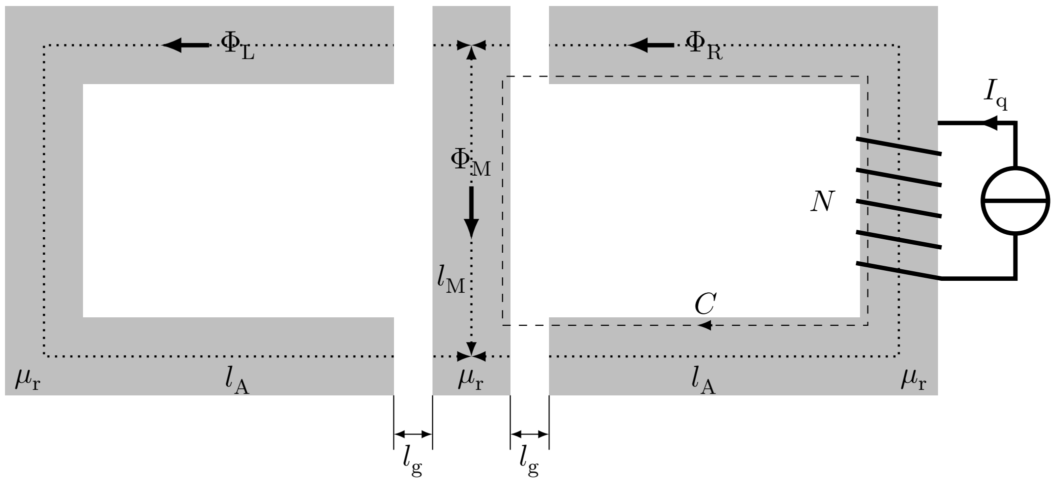


Abbildung 5: Induktivität aus zwei U-Kernen und einem I-Joch

a)✓ (4 P.) Geben Sie die magnetischen Widerstände R_{mL} und R_{mR} des linken und rechten U-Kerns (mit Luftspalten) sowie R_{mM} des mittleren I-Jochs an.

$$R_m = \frac{l}{\mu A}, \quad A = a^2$$

$$R_{mL} = R_{mR} = \frac{l_A}{\mu_0 \mu_r a^2} + \underbrace{\frac{2 l_g}{\mu_0 a^2}}_{\text{mit Luftspalt}}$$

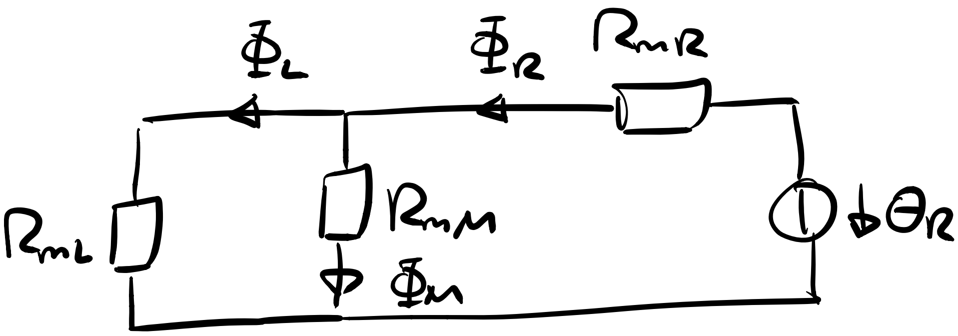
$$R_{mM} = \frac{l_M}{\mu_0 \mu_r a^2}$$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

b)✓ (4 P.) Wie gross ist die von der Kontur C rechtshändig umfasste Durchflutung Θ_{R}? Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises inklusive den magnetischen Teilflüssen Φ_{L}, Φ_{M} und Φ_{R}.

$\Theta_R = N \cdot I_q$ → Kontur C wird mit $N \cdot I_q$ durchflutet



c) (4 P.) Berechnen Sie die magnetischen Teilflüsse Φ_L, Φ_M und Φ_R in Abhängigkeit des Stromes I_q, der Wicklungsanzahl N sowie der magnetischen Widerstände R_{mL}, R_{mR}, R_{mM}.

Wie in einfachen elektrischen Netzwerken mit Spannungs-/Stromteilern, Maschen-/Knotenregeln, "Ohm'schen Gesetz" arbeiten.

$$\Phi_R = \frac{\Theta_R}{R_{mR} + R_{mL} \parallel R_{mM}} = \frac{\Theta_R}{R_{mR} + \frac{R_{mL} R_{mM}}{R_{mL} + R_{mM}}} =$$

$$= \frac{N \cdot I_q (R_{mL} + R_{mM})}{R_{mL} R_{mM} + R_{mL} R_{mR} + R_{mM} R_{mR}}$$

$\Phi_R \hat{=}$ Gesamtstrom, da er der Quelle entspringt

Anderen beiden Flüsse mit Stromteiler

$$\Phi_M = \frac{R_{mL}}{R_{mM} + R_{mL}} \Phi_R = \frac{N I_q R_{mL}}{R_{mL} R_{mM} + R_{mL} R_{mR} + R_{mM} R_{mR}}$$

$$\Phi_L = \frac{R_{mM}}{R_{mM} + R_{mL}} \Phi_R = \frac{N I_q R_{mM}}{R_{mL} R_{mM} + R_{mL} R_{mR} + R_{mM} R_{mR}}$$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

d) (3 P.) Bestimmen Sie die Induktivität L und den A_L-Wert der Anordnung.

$$L = \frac{\Phi_{Ges}}{I_q} = \frac{N \cdot \Phi_R}{I_q} =$$

$$= N^2 \frac{R_{mL} + R_{mM}}{R_{mL} R_{mM} + R_{mL} R_{mR} + R_{mM} R_{mR}}$$

da Φ_R über $\Phi_A = \frac{\Theta}{R_m}$ berechnet wurde, wissen wir, dass Φ_R ein Fluss vom Typ Φ_A ist.
D.h. $\Phi = N \cdot \Phi_A$ $\rightarrow$ hier: $\Phi_{Ges} = N \cdot \Phi_R$

$$L = N^2 \cdot A_L \rightarrow A_L = \frac{R_{mL} + R_{mM}}{R_{mL} R_{mM} + R_{mL} R_{mR} + R_{mM} R_{mR}}$$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

Aufgabe 5: Quadratischer Drahtrahmen, Bewegungsinduktion

(15 P.) Ein geschlossener quadratischer Drahtrahmen nach **Abb. 6** mit der Seitenlänge $a = 50\,\mathrm{mm}$ soll mit konstanter Geschwindigkeit $\vec{v} = 10\,\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{s}} \cdot \vec{\mathrm{e}}_x$, horizontal durch ein zeitlich konstantes homogenes Magnetfeld bewegt werden. Dazu wirkt an diesem die Kraft $\vec{F} = F \cdot \vec{\mathrm{e}}_x$. Das Magnetfeld habe eine Breite von $b = 200\,\mathrm{mm}$ wobei in der ersten Hälfte (0 bis $\frac{b}{2}$) die Flussdichte $\vec{B}_1 = -B\vec{\mathrm{e}}_z$ nach hinten und in der zweiten Hälfte ($\frac{b}{2}$ bis b) die Flussdichte $\vec{B}_2 = B\vec{\mathrm{e}}_z$ nach vorne zeige. Der durch den Drahtrahmen gebildete Stromkreis hat den Widerstand R. Zur Zeit $t = 0\,\mathrm{s}$ berührt die rechte Kante des Drahtrahmens die Grenze des ersten Magnetfeldes.

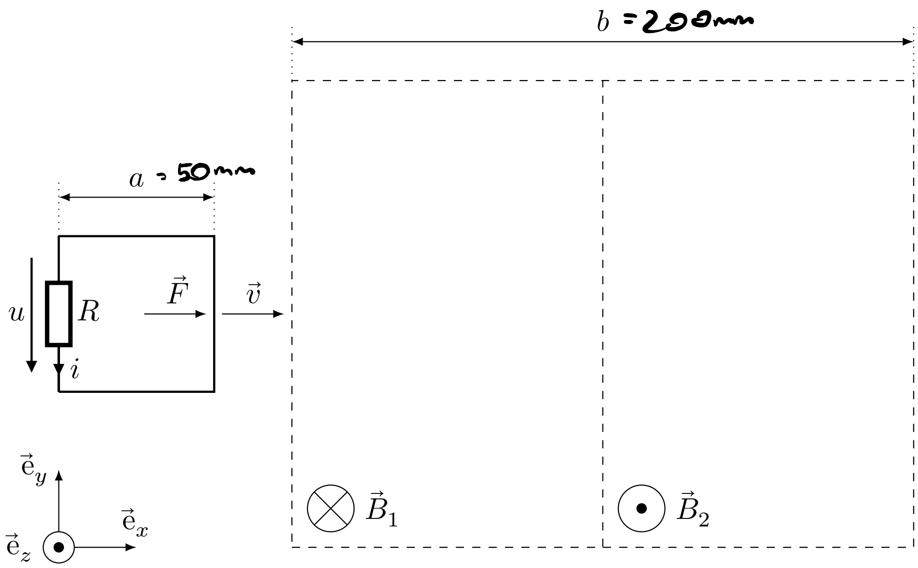


Abbildung 6: Gegebene Anordnung mit dem Drahtrahmen und magnetischen Feld zum Zeitpunkt $t < 0\,\mathrm{s}$

Hinweis: Die mechanische Reibung ist in der gesammten Aufgabe **nicht** zu berücksichtigen. **Jede** Teilaufgabe kann unabhängig von den Anderen gelöst werden!

Alle Phasen feststellen: $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$

$0 < t < 5s$ → Eintreten in $\vec{B}_1$

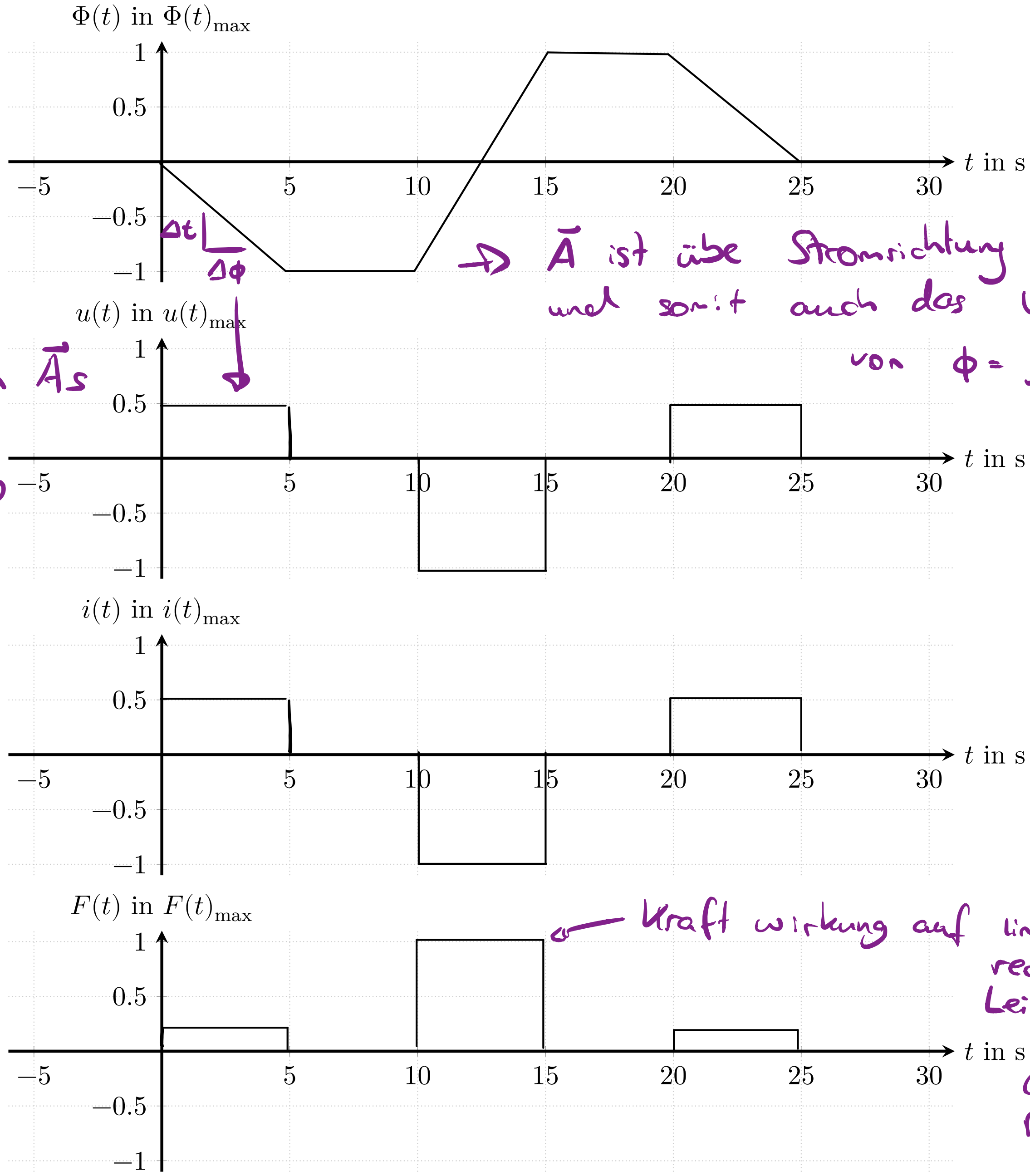
$5s < t < 10s$ → Wandern zum rechten Rand von $\vec{B}_1$

$10s < t < 15s$ → Gleichzeitiges Austreten aus $\vec{B}_1$ und Eintreten in $\vec{B}_2$

$15s < t < 20s$ → Wandern zum rechten Rand von $\vec{B}_2$

$20s < t < 25s$ → Austreten aus $\vec{B}_2$

a)✓ (4 P.) Skizzieren Sie die zeitlichen Abläufe der Durchflutung $\Phi(t)$, Spannung $u(t)$, Strom $i(t)$ und Kraft $F(t)$ in der folgenden Abbildung. Alle Werte sind hierbei auf ihr zeitliches Maximum normiert darzustellen.



$\rightarrow$ $\vec{A}$ ist über Stromrichtung festgelegt und somit auch das Vorzeichen von $\phi = \iint \vec{B}\, d\vec{A}$

wegen des festgelegten $\vec{A}$s gilt hier: $u(t) = -\frac{d\phi}{dt}$

$\leftarrow$ Kraftwirkung auf linkem und rechtem Leiterstück (siehe Rechnung nachher)

Abbildung 7: Skizze der Verläufe der Zustandsgrössen $\Phi(t), u(t), i(t)$ und $F(t)$.

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

b)✓ (1 P.) Der Rahmen bewege sich mit Geschwindigkeit $\vec{v} = 10\,\frac{\text{mm}}{\text{s}} \cdot \vec{e}_x$ auf das Magnetfeld zu. Wie gross ist die induzierte Spannung $u(t)$ und der Strom $i(t)$ für den Fall $t \leq 0\,\text{s}$? Wie gross ist in diesem Fall die Kraft $\vec{F}(t)$ zu wählen um die konstante Geschwindigkeit v beizubehalten?

Ohne $\vec{B}$-Feld gibt es weder Spannung noch Strom. $i(t) = 0A$, $u(t) = 0V$ $\quad t \leq 0s$

$\rightarrow \vec{F}(t) = i(t) \cdot \vec{l} \times \vec{B} = 0N$ für $t \leq 0s$

c)✓ (5 P.) Wie gross ist die induzierte Spannung $u(t)$ und der Strom $i(t)$ für den Fall $0\,\text{s} < t \leq 10\,\text{s}$? Wie gross ist in diesem Fall die Kraft $\vec{F}(t)$ zu wählen um die konstante Geschwindigkeit v beizubehalten?

$$A(t) = a \cdot v \cdot t$$

$$u(t) = -\frac{d\phi(t)}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_A \vec{B}_1 \cdot d\vec{A}(t)$$

$$= -B \frac{d}{dt} \iint_A \underbrace{(-\vec{e}_z)(\vec{e}_z)}_{-1} \, dA(t) =$$

$$= B \frac{d}{dt} A(t) = B \cdot a \cdot v > 0$$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

$$\vec{F}(t) = -\vec{F}_B(t) = -\underbrace{Q\vec{v}}_{i(t)\cdot\vec{a}} \times \vec{B}_1 = -i(t)\,a\,B\,\underbrace{(\vec{e}_y)\times(-\vec{e}_z)}_{-\vec{e}_x} =$$

$$= i(t)\,a\,B\,\vec{e}_x$$

$$u(t) = \begin{cases} Bva & 0\,s \le t \le 5\,s \\ 0 & 5\,s \le t \le 10\,s \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} Bva & 0\,s \le t \le 5\,s \\ R & 5\,s \le t \le 10\,s \end{cases}$$

$$\vec{F}(t) = \begin{cases} \dfrac{B^2 v a^2}{R}\,\vec{e}_x & 0\,s \le t \le 5\,s \\ 0 \cdot \vec{e}_x & 5\,s \le t \le 10\,s \end{cases}$$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

d)✓ (5 P.) Wie gross ist die induzierte Spannung $u(t)$ und der Strom $i(t)$ für den Fall $10\,\mathrm{s} < t \leq 20\,\mathrm{s}$? Wie gross ist in diesem Fall die Kraft $\vec{F}(t)$ zu wählen um die konstante Geschwindigkeit v beizubehalten?

$$u(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\iint_A \vec{B}_1 d\vec{A}(t) + \iint_A \vec{B}_2 d\vec{A}(t)\right) =$$

$$= -\frac{d}{dt}\left(\iint_A B\underbrace{(-\vec{e}_z\,\vec{e}_z)}_{-1} dA(t) + \iint_A B(\vec{e}_z\,\vec{e}_z)\,dA(t)\right)$$

$$= -B\left[-\frac{d}{dt}(a^2 - avt) + \frac{d}{dt}(at)\right] =$$

$$= -B\,(2va) = -2Bva$$

$$\vec{F}(t) = -\left(\vec{F}_{B_{Links}}(t) + \vec{F}_{B_{rechts}}(t)\right) = -i(t)\left(\vec{a}_l \times \vec{B}_1 + \vec{a}_r \times \vec{B}_2\right)$$

$$= -i(t)\,a\,B\left(\underbrace{(-\vec{e}_y) \times (-\vec{e}_z)}_{\vec{e}_x} + \underbrace{(\vec{e}_y) \times (\vec{e}_z)}_{\vec{e}_x}\right) =$$

$$= -2i(t)\,a\,B\,\vec{e}_x$$

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com
PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

$$U(t) = \begin{cases} -2Bva & 10s < t \leq 15s \\ 0 & 15s < t \leq 20s \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} \dfrac{-2Bva}{R} & 10s < t \leq 15s \\[2ex] & 15s < t \leq 20s \end{cases}$$

$$\vec{F}(t) = \begin{cases} \dfrac{4B^2va^2}{R}\vec{e}_x & 10s < t \leq 15s \\[2ex] 0 & 15s < t \leq 20s \end{cases}$$

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

PDF-XChange Editor
Click to BUY NOW!
www.pdf-xchange.com

Aufgabe 6: Kräfte auf Punktladungen

(10 P.) Zwei Punktladungen Q und Q_1 sind abwechselnd so angeordnet, dass sie die Eckpunkte eines gleichseitigen Sechsecks der Seitenlänge s bilden (Abbildung 8). Diese Anordnung befindet sich in einem Medium mit $\varepsilon_r = 1$.

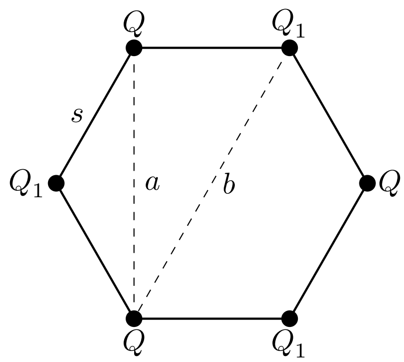


Abbildung 8: Anordnung der sechs Punktladungen

a)✓ (2 P.) Bestimmen Sie die Kraft die auf **eine** der Ladungen Q wirkt. Wählen Sie hierzu zuerst ein geeignetes (kartesisches) Koordinatensystem und zeichnen Sie dies in die Abbildung 9 ein. Zeichnen Sie allgemein alle Kräfte, welche auf die gewählte Ladung Q wirken in die Abbildung 9 ein. Berechnen Sie in dieser Teilaufgabe noch nichts!

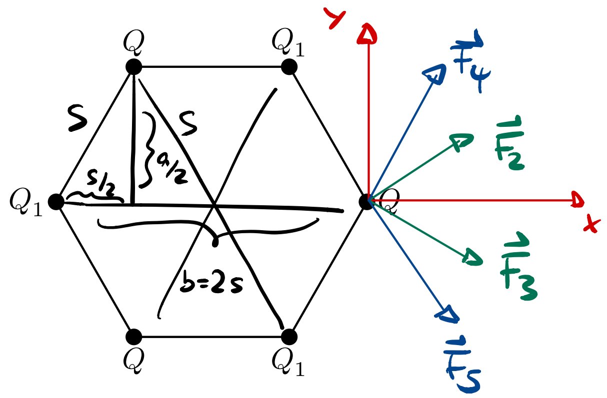


Abbildung 9: Koordinatensystem und Kräfte auf eine Punktladung

b)✓ (1 P.) Berechnen Sie nun die Längen a und b in Abhängigkeit von s.

Ein gleichseitiges Sechseck besteht aus sechs gleichseitigen Dreiecken.

$$a = 2 \cdot \sqrt{s^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2} = 2\sqrt{\frac{3}{4}s^2} = s\sqrt{3} \approx 1.73s$$

$$b = 2s$$

c)✓ (5 P.) Berechnen Sie die **Vektoren** der einzelnen Kräfte **und** der resultierenden wirkenden Kraft auf die gewählte Ladung Q.

Hinweis: Falls Sie Teilaufgabe b) nicht lösen konnten, verwenden Sie $a = s\sqrt{2}$ und $b = 2s$.

Allgemein gilt bei Punktladungen:

$$\vec{F} = \frac{Q_b Q_a}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r r^2} \vec{e}_r$$

→ Wir können die Einheitsvektoren der Kräfte in x- und y-Komponenten zerlegen.

$$\vec{F_1} = \frac{Q Q_1}{4\pi\varepsilon_0 b^2} \cdot \vec{e_x} = \frac{Q Q_1}{16\pi\varepsilon_0 s^2} \vec{e_x}$$

$$\vec{F_2} = \frac{Q\,Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left(\vec{e_x}\cdot\cos(30°) + \vec{e_y}\sin(30°)\right) =$$

$$= \frac{Q^2}{24\pi\varepsilon_0 s^2}\left(\sqrt{3}\,\vec{e_x} + \vec{e_y}\right)$$

$$\vec{F_3} = \frac{Q\,Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left(\vec{e_x}\cdot\cos(30°) - \vec{e_y}\sin(30°)\right) =$$

$$= \frac{Q^2}{24\pi\varepsilon_0 s^2}\left(\sqrt{3}\,\vec{e_x} - \vec{e_y}\right)$$

Click to BUY NOW! PDF-XChange Editor www.pdf-xchange.com

$$\vec{F}_4 = \frac{Q Q_1}{4\pi\varepsilon_0 s^2}\left(\vec{e}_x \cdot \cos(60°) + \vec{e}_y \sin(60°)\right) =$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 s^2}\left(\sqrt{3}\,\vec{e}_x + \vec{e}_y\right)$$

$$\vec{F}_5 = \frac{Q Q_1}{4\pi\varepsilon_0 s^2}\left(\vec{e}_x \cdot \cos(60°) - \vec{e}_y \sin(60°)\right) =$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 s^2}\left(\sqrt{3}\,\vec{e}_x - \vec{e}_y\right)$$

Aus Symmetriegründen heben sich die y-Komponenten auf.

$$F_{ges} = \frac{QQ_1}{16\pi\varepsilon_0 s^2} + 2 \cdot \frac{Q^2}{24\pi\varepsilon_0 s^2}\sqrt{3} + 2 \cdot \frac{QQ_1}{8\pi\varepsilon_0 s^2}$$

$$= \frac{5QQ_1}{16\pi\varepsilon_0 s^2} + \frac{\sqrt{3}\,Q^2}{12\pi\varepsilon_0 s^2}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 s^2}\left(\frac{5Q_1}{4} + \frac{Q}{\sqrt{3}}\right)$$

Click to BUY NOW! PDF-XChange Editor www.pdf-xchange.com

PDF-XChange Editor Click to BUY NOW! www.pdf-xchange.com

d) (2 P.) Wie gross muss Q_1 gewählt werden, damit die Kraft auf die Ladung Q verschwindet? ($Q_1, Q \neq 0$)

$$F_{ges} = 0 \Rightarrow 0 = \frac{5Q_1}{4} + \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{5Q_1}{4} = -\frac{Q}{\sqrt{3}}$$

$$Q_1 = -\frac{4}{5\sqrt{3}} Q \approx -0.46Q$$