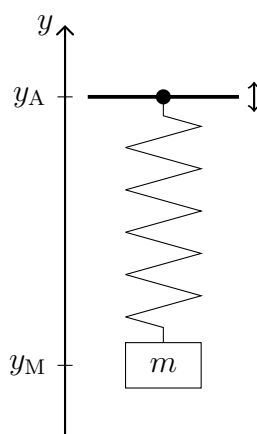


# 1. Schwingungen [ $\sum 10.5$ ]

Wir betrachten die folgende Anordnung aus einer Masse  $m$  bei der Koordinate  $y_M$ , einer Feder mit Federkonstante  $k$  und einer Aufhängung bei der Koordinate  $y_A$ . Die Aufhängung kann durch einen Antrieb auf- und abwärts bewegt werden (durch  $\updownarrow$  angedeutet). Die Masse der Feder soll vernachlässigt werden.



Wenn sich das System in Ruhe befindet, gelte  $y_{A,\text{Ruhe}} - y_{M,\text{Ruhe}} = L$  mit einer gegebenen Länge  $L$ .

- Bestimmen Sie die Federkraft  $F$ , die auf die Masse wirkt, wenn sich die Masse und die Aufhängung an den Positionen  $y_M(t)$  und  $y_A(t)$  befinden. [1.5]
- Stellen Sie unter Vernachlässigung von Dämpfung eine Differentialgleichung für  $y_M$  auf. [1.5]

Unter Einbeziehung eines linearen Dämpfungsterms ergibt sich eine Differentialgleichung der Form

$$\ddot{y}_M = ay_M + b\dot{y}_M + cy_A(t) + d,$$

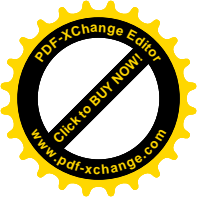
mit Konstanten  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$ . Von nun an sei die Bewegung der Aufhängung beschrieben durch die komplexe Schwingung  $y_A(t) = C \exp(i\Omega t)$ .

- Geben Sie die (ungedämpfte) Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$  des Oszillators in Abhängigkeit von  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $C$  und/oder  $\Omega$  an.

**Hinweis:** Betrachten Sie dazu den Grenzfall von verschwindender Dämpfung und verschwindender Anregungsamplitude  $C$ . [1.5]

- Zeigen Sie, dass der komplexwertige Ansatz  $y_M(t) = A \exp(i\Omega t) + B$  die oben gegebene Differentialgleichung löst und bestimmen Sie die Konstanten  $A$  und  $B$  in Abhängigkeit von  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $C$  und/oder  $\Omega$ . [3]
- Für welchen Wert von  $\Omega > 0$  (in Abhängigkeit von  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  und/oder  $C$ ) wird der Betrag der komplexen Amplitude  $|A|$  maximal? Wie nennt man diese Frequenz? [3]

**Hinweis:** Der Betrag eines Bruches mit konstantem Zähler wird maximal, wenn das Betragsquadrat des Nenners minimal wird.



NACHNAME:	VORNAME:	LEGI NR.:

## 2. Wellenausbreitung [ $\sum 7.5$ ]

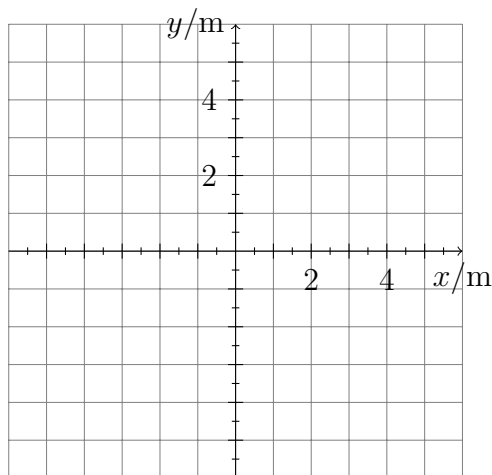
Auf einer Wasseroberfläche breitet sich in zwei Dimensionen eine harmonische Welle aus, deren Auslenkung durch

$$\xi(x, y, t) = \frac{A}{1 \text{ m}^{-1} \sqrt{x^2 + y^2}} \sin \left( \pi \cdot 1 \text{ m}^{-1} \sqrt{x^2 + y^2} + \pi \cdot 0.5 \text{ s}^{-1} t \right)$$

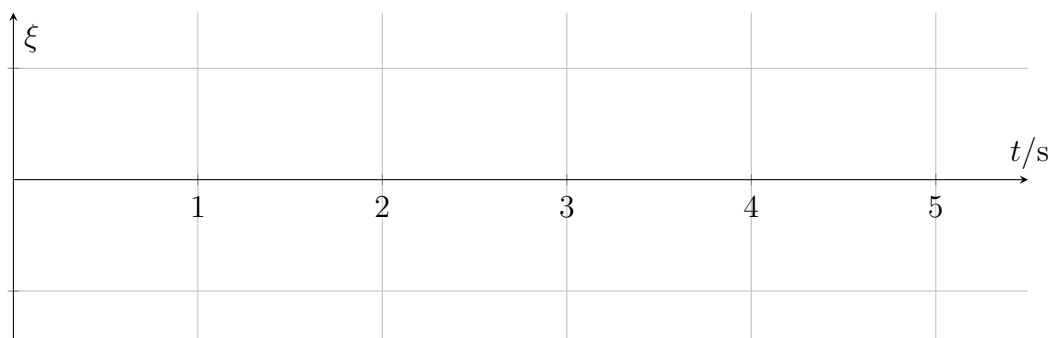
mit  $A > 0$  beschrieben wird.

**Hinweis:** Überlegen Sie zunächst, welche Bedeutung die Grösse  $\sqrt{x^2 + y^2}$  hat.

- (a) Ermitteln Sie aus der Wellengleichung die Wellenlänge  $\lambda$  sowie die Ausbreitungsgeschwindigkeit in radialer Richtung  $v$ . [3.5]
- (b) Kennzeichnen Sie im folgenden Koordinatensystem alle Orte, an denen sich zum Zeitpunkt  $t = 0$  Wellenberge (positive Extrema der Auslenkung) befinden. [2]



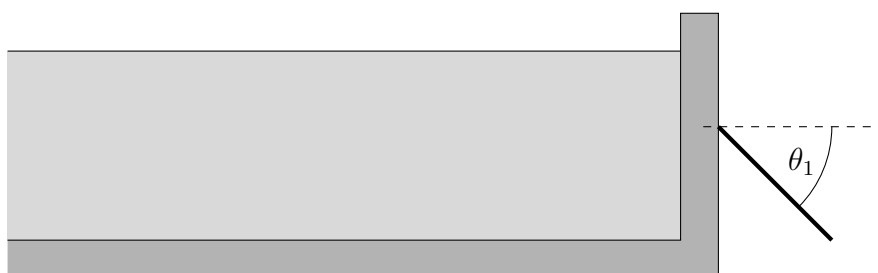
- (c) Skizzieren Sie den Verlauf der Auslenkung an der Stelle  $x = 0, y = 9 \text{ m}$  für  $0 \leq t \leq 5 \text{ s}$ . Achten Sie auf korrekte Beschriftung der  $\xi$ -Achse in Abhängigkeit von  $A$ . [2]



### 3. Aquarium [ $\sum 6.5$ ]

Wir betrachten ein Aquarium aus Glas mit dem Brechungsindex  $n_G = 1.50$ , das mit Wasser mit dem Brechungsindex  $n_W = 1.33$  gefüllt ist. Ein Lichtstrahl trifft unter einem Winkel von  $\theta_1 = 45^\circ$  von aussen auf die rechte Seitenwand, wie in der Skizze gezeigt, und trifft anschliessend auf weitere Grenzflächen.

Die linke Seitenwand befindet sich in einem sehr grossen Abstand (in der Skizze nicht enthalten). Die Winkel werden jeweils zur Normalen auf die Grenzfläche gemessen. Der Lichtstrahl verläuft in der Ebene, die in der Skizze dargestellt ist, so dass eine zweidimensionale Betrachtung des Szenarios ausreichend ist.



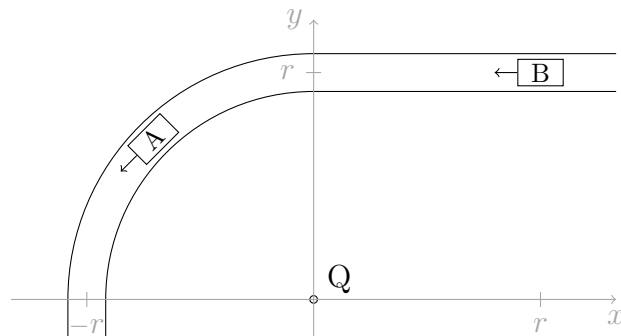
- Berechnen Sie an der ersten Grenzfläche den Winkel des transmittierten Lichtstrahls zur Normalen auf die Grenzfläche. [1.5]
- Ergänzen Sie in der obigen Skizze an der ersten Grenzfläche den Verlauf des transmittierten Lichtstrahls. Es genügt eine qualitative Skizze, aber es muss deutlich erkennbar sein, ob der Lichtstrahl zur Normalenrichtung hin gebrochen wird oder von der Normalenrichtung weg gebrochen wird. [0.5]
- Beantworten Sie die Aufgaben (a) und (b) für die zweite Grenzfläche, auf die der Lichtstrahl trifft. [2]
- Untersuchen Sie, ob an der dritten Grenzfläche, auf die der Lichtstrahl trifft, Totalreflexion auftritt. [2.5]



NACHNAME:	VORNAME:	LEGI NR.:

- ☐ Es ergibt sich eine Schwebung, wobei die Periodendauer der Intensität ungefähr 0.2 s beträgt.
- ☐ Durch eine Schwebung oszilliert die Lautstärke mit einer Frequenz von ungefähr 10 Hz.
- ☐ Es ergibt sich eine Schwebung, wobei die Lautstärke ungefähr 20 mal pro Sekunde ihr Maximum erreicht.

Im weiteren Verlauf des Autokorsos fahren die Autos an einer anderen Person Q vorbei, die sich im Mittelpunkt eines Kreissegments mit Radius  $r$  befindet, siehe Skizze.



- (d) Was gilt für die Frequenzen  $\tilde{f}_A$  und  $\tilde{f}_B$ , die von der Person Q wahrgenommen werden, wenn die Hupe von Auto A bzw. B (jeweils einzeln) ertönt?

- ☐  $\tilde{f}_A = \tilde{f}_B < f$
- ☐  $\tilde{f}_A = \tilde{f}_B > f$
- ☐  $\tilde{f}_B < \tilde{f}_A = f$
- ☐  $\tilde{f}_B > \tilde{f}_A = f$
- ☐  $\tilde{f}_B < \tilde{f}_A < f$
- ☐  $\tilde{f}_B > \tilde{f}_A > f$
- ☐  $\tilde{f}_A < \tilde{f}_B < f$
- ☐  $\tilde{f}_A > \tilde{f}_B > f$

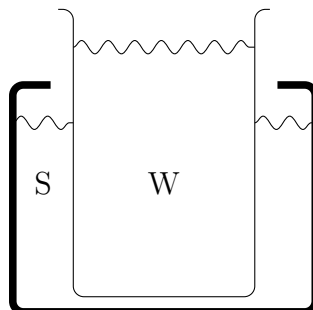
- (e) In welchem Verhältnis stehen die Amplituden  $A_A$  und  $A_B$  der von Q wahrgenommenen Töne?

**Hinweis:** Gehen Sie von einer Ausbreitung als Kugelwellen aus.

- ☐  $A_A/A_B = 1/4$
- ☐  $A_A/A_B = 1/2$
- ☐  $A_A/A_B = 1/\sqrt{2}$
- ☐  $A_A/A_B = 1$
- ☐  $A_A/A_B = \sqrt{2}$
- ☐  $A_A/A_B = 2$
- ☐  $A_A/A_B = 4$

### 5. Wärmekapazität [ $\sum 7.5$ ]

Ein Glasgefäß mit  $m_W = 500$  g Wasser (W) wird in ein Thermosgefäß mit  $m_S = 200$  g flüssigem Stickstoff (S) gestellt, wie in der Skizze gezeigt.



Der Stickstoff habe am Anfang die Temperatur  $T_{S,A} = 77$  K, was seinem Siedepunkt entspricht. Die molare Masse von (molekularem) Stickstoff ist  $M \approx 28$  g mol<sup>-1</sup> und seine spezifische Verdampfungswärme beträgt  $\lambda_D \approx 200$  kJ/kg.

- Wie viel Energie muss dem Stickstoff zugeführt werden, damit er vollständig verdampft? [1]
- Um welche Temperaturdifferenz  $\Delta T$  ändert sich die Temperatur des Wassers, wenn ihm die soeben bestimmte Energie entzogen wird? Nehmen Sie an, dass die Anfangstemperatur des Wassers so gross ist, dass das Wasser dabei seinen Aggregatzustand nicht verändert. [2]

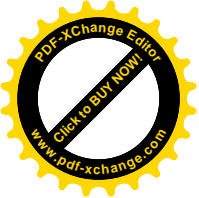
**Hinweis:** Geben Sie die Temperaturdifferenz mit korrektem Vorzeichen an.

- Geben Sie für gasförmigen Stickstoff (N<sub>2</sub>) die Art und Anzahl der Freiheitsgrade sowie den Zahlenwert der spezifischen (molaren) Wärme bei konstantem Druck an. [2.5]

**Hinweis:** Vibrationsfreiheitsgrade können hier vernachlässigt werden.

- Nun soll der verdampfte Stickstoff auf eine Endtemperatur  $T_{S,E} = 293$  K erwärmt werden. Wie viel Wärme muss ihm hierzu zugeführt werden? [2]

**Hinweis:** Da das Gefäß geöffnet ist, können Sie von konstantem Druck ausgehen.



## 6. Veloreifen [ $\sum 13$ ]

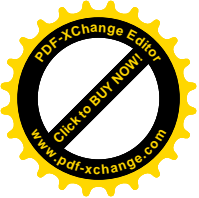
Wir betrachten einen Veloreifen unter der folgenden idealisierten Annahme: Der Pneu halte den Schlauch in einer stabilen Form, so dass das Volumen im Schlauch in Liter konstant  $V_S = 2.0 \ell$  sei (und nicht vom Druck im Reifen abhängig sei).

Um den Reifen aufzupumpen werde Umgebungsluft komprimiert, bis der Druck im Schlauch  $p_2 = 4.0 \text{ bar}$  beträgt. Die Umgebungstemperatur sei  $20^\circ\text{C}$  und der Umgebungsdruck sei  $p_0 = 1.0 \text{ bar}$ . Die Luft kann als ideales Gas mit  $f = 5$  Freiheitsgraden und Adiabatenkoeffizient  $\kappa = 1.4$  beschrieben werden.

**Hinweis:** Alle Druckangaben in dieser Aufgabe sind (wie in der Vorlesung üblich) als absolute Druckangaben zu verstehen und **nicht** (wie bei Herstellern von Veloreifen üblich) als Angaben des Überdrucks im Vergleich zum Umgebungsdruck.

- (a) Bestimmen Sie das ursprüngliche Volumen  $V_1$  der Luft, die sich nach dem Aufpumpen im Reifen befindet. Verwenden Sie die stark idealisierte Annahme, dass es sich um eine adiabatische Kompression handelt. [2]
- (b) Bestimmen Sie die Temperatur, die sich im Reifen nach dem Aufpumpen unter der stark idealisierten Annahme einer adiabatischen Kompression ergeben würde. [2]
- (c) Welcher Druck  $p_3$  stellt sich letztendlich ein, wenn sich die Luft im Reifen nach dem Ende der obigen adiabatischen Kompression langsam wieder auf Umgebungstemperatur abkühlt? [2]
- (d) Berechnen Sie, wie viel Wärme während der Abkühlung abgegeben wird. Bestimmen Sie daraus, mit Begründung oder Rechnung, wie viel Arbeit während des Aufpumpens am Gas verrichtet wurde. [5]
- (e) Wie würden sich die Ergebnisse für  $T_2$  in Aufgabe (b) und für  $p_3$  in Aufgabe (c) qualitativ verändern, wenn anstatt der adiabatischen Kompression ein realistischeres Modell verwendet wird? Geben Sie nachvollziehbare Begründungen Ihrer Antworten. [2]

**Hinweis:** Gehen Sie weiterhin davon aus, dass Umgebungsluft komprimiert wird, bis der Druck im Schlauch  $p_2 = 4.0 \text{ bar}$  beträgt.



# Tabelle physikalischer Konstanten

Grösse	Symbol	Wert	Einheit
Gravitationsbeschleunigung Erde	$g$	9.81	$\text{m s}^{-2}$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum:	$c$	$2.998 \cdot 10^8$	$\text{m s}^{-1}$
Magnetische Feldkonstante:	$\mu_0$	$4 \pi \cdot 10^{-7}$	$\text{V s A}^{-1} \text{m}^{-1}$
Elektrische Feldkonstante:	$\epsilon_0$	$8.854 \cdot 10^{-12}$	$\text{A s V}^{-1} \text{m}^{-1}$
Elementarladung:	$e$	$1.602 \cdot 10^{-19}$	C
Normtemperatur: (0 °C)	$T$	273.15	K
Avogadro-Konstante:	$N_A$	$6.022 \cdot 10^{23}$	$\text{mol}^{-1}$
Boltzmann-Konstante:	$k$	$1.381 \cdot 10^{-23}$	$\text{J K}^{-1}$
Universelle Gaskonstante:	$R$	8.315	$\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$
spezifische Wärmekapazität von Wasser	$c_{\text{Wasser}}$	$4.18 \cdot 10^3$	$\text{J (kg)}^{-1} \text{K}^{-1}$
Dichte von Wasser	$\rho_{\text{Wasser}}$	$1.00 \cdot 10^3$	$\text{kg m}^{-3}$
spezifische Wärmekapazität von Luft	$c_{\text{Luft}}$	$1.01 \cdot 10^3$	$\text{J (kg)}^{-1} \text{K}^{-1}$
molare Masse von Luft	$M_{\text{Luft}}$	$29 \cdot 10^{-3}$	$\text{kg mol}^{-1}$
Schallgeschwindigkeit in Luft	$v_{\text{S,Luft}}$	343	$\text{m s}^{-1}$