

## 重庆大学《离散数学》课程试卷

● A卷

● B卷

2023 — 2024 学年 第 2 学期

开课学院：大数据与软件学院 课程号：SE10009 考试日期：2024 年 6 月 17 日

考试方式：● 开卷 ● 闭卷 ● 其他

考试时间：120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

## 考试提示

1. 严禁随身携带通讯工具等电子设备参加考试；
2. 考试作弊，留校察看，毕业当年不授学位；请人代考、替他人考试、两次及以上作弊等，属严重作弊，开除学籍。

## 一、不定项选择题（每小题 3 分，总共 36 分）

1. 给定公式 $(Q \rightarrow P) \vee (P \wedge Q)$ ，下列选项中与之等价的公式有：【 】

- A.  $Q \rightarrow P$       B.  $P \vee \neg Q$       C.  $P$   
D.  $(\neg P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q)$       E.  $Q$

2. 假设论域为实数集  $R$ ，下列谓词公式中，真值为假的是：【 】

- A.  $\forall x \exists y(xy = 0)$       B.  $\forall x \exists y(xy = 1)$       C.  $\forall y \exists x(xy = 1)$   
D.  $\forall x \forall y(xy = yx)$       E.  $\exists x \exists y(x + y = x - y)$

3. 已知“有的鸟是鸵鸟，但鸵鸟不会飞”是真命题，下面哪些命题不能根据这个已知确定真假：【 】

- A. 有的鸟是鸵鸟      B. 有的鸟不会飞      C. 有的鸟会飞  
D. 所有的鸟都会飞      E. 所有的鸟都不会飞

4. 假设 $X = \{\{\emptyset\}, \{a\}, \{b\}\}$ ，则下列选项表达正确的是：【 】

- A.  $\{a, b\} \subseteq X$       B.  $\{\{a\}, \{b\}\} \in X$       C.  $\emptyset \in X$   
D.  $\{\emptyset\} \in X$       E.  $\emptyset \in \{\emptyset\}$

5. 假设 $\langle X; \leq \rangle$ 是一个偏序集，其中集合 $X = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ ， $\leq$ 是整除关系，则在集合 $X$ 中，元素 6 能盖住的元素是：【 】

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4      E. 12

6. 已知两个函数 $f: X \rightarrow Y$ 和 $g: Y \rightarrow Z$ ，则下列选项表达正确的是：【 】

- A. 若 $g \circ f$ 不是满射函数，则 $f$ 不是满射函数  
B. 若 $g$ 不是满射函数，则 $g \circ f$ 不是满射函数  
C. 若 $f$ 是满射函数，则 $g \circ f$ 是满射函数  
D. 若 $g$ 是满射函数，则 $g \circ f$ 是满射函数  
E. 若 $f$ 和 $g$ 是满射函数，则 $g \circ f$ 是满射函数

7. 假设 $X = \{0, 1\}$ ， $+$ 是加法，则关于 $\langle X, + \rangle$ 描述正确的是：【 】

- A. 是广群      B. 是半群      C. 是独异点  
D. 是群      E. 以上都不对

命题人：黄宏宇

组题人：胡春强

审题人：杨小帆

命题时间：2024.6.11

教务处制

8. 假设  $X = \{0, 1\}$ , 其幂集是  $\mathcal{P}(X)$ ,  $\cup$  是并集运算, 下列关于  $\langle \mathcal{P}(X), \cup \rangle$  的描述, 正确的是: 【 】

- A.  $\emptyset$  是幺元      B. 0 是幺元      C. 1 是幺元  
D.  $\{0, 1\}$  是幺元      E. 没有幺元

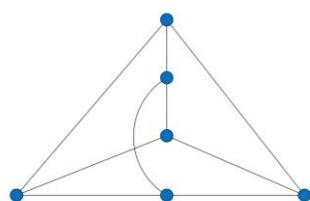
9. 令  $Z_8 = \{[0], [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7]\}$ , 令  $+_8$  表示模 8 加法, 考虑  $\langle Z_8, +_8 \rangle$  的 4 阶子群, 下列哪些选项与  $[1]$  在同一个左陪集内? 【 】

- A.  $[3]$       B.  $[4]$       C.  $[5]$       D.  $[6]$       E.  $[7]$

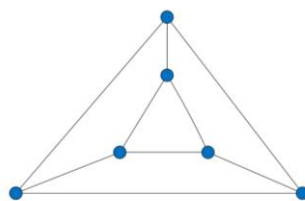
10. 假设一个简单无向连通图  $G$  含有 4 个顶点, 其中 3 个顶点的度数分别为 2, 3, 3, 则第 4 个顶点的度数不可能是: 【 】

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3      E. 4

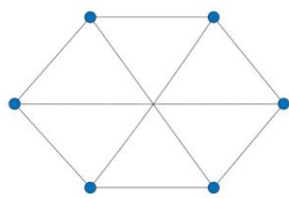
11. 给定图  $G$ , 请从下列候选图 A~E 中选出与图  $G$  同构的图: 【 】



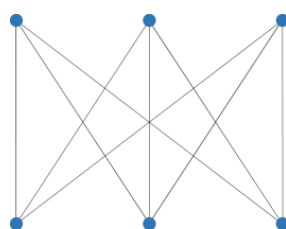
G



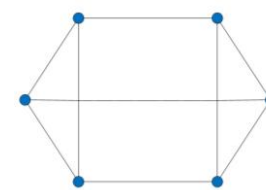
A



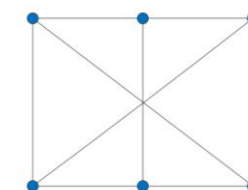
B



C



D



E

12. 给定一个无向简单图  $G = (V, E)$ , 其中  $|V| = v > 2$ ,  $|E| = e > 2$ 。以下哪些选项是判断图  $G$  是一棵树的充分必要条件? 【 】

- A. 图中每一个点都是割点      B. 图中每一条边都是割边  
C. 连通且不含回路      D. 连通且  $e = v - 1$       E.  $e \leq 3v - 6$

## 二、计算题 (每小题 8 分, 总共 32 分)

13. 求谓词公式  $\neg((\forall x)F(x,y) \rightarrow (\exists y)G(x,y)) \vee (\exists x)H(x)$  的前束合取范式和前束析取范式。

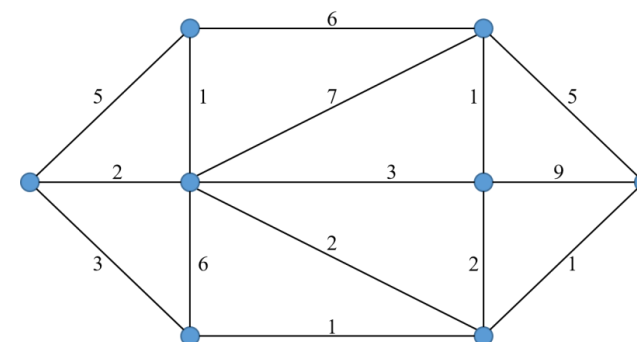
14. 设集合  $A=\{1, 2, 3, 6, 8, 24\}$ , 偏序关系  $\leq = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in A, \text{ 且 } x|y \}$ 。

(1) 试画出偏序集  $\langle A, \leq \rangle$  的哈斯图。

(2) 指出子集  $B=\{2, 3, 6\}$  的极大元、极小元、最大元、最小元、上界、下界、上确界、下确界。(如果不存在则写“无”)

15. 设  $G = \left\{ \pm \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \pm \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \pm \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \pm \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} \right\}$ , 其中  $i^2 = -1$ ,  $*$  为矩阵乘法。请问  $\langle G, * \rangle$  有多少个子群? 然后, 请写出  $\langle G, * \rangle$  的所有子群。

16. 请用算法从下图选取最小生成树。要求将**每个步骤**得到的子图都画出来(可以自行给边标上序号)。最后请计算最小生成树的**树权**。



### 三、证明题（每小题 8 分，总共 32 分）

17. 请利用推理理论证明： $A \rightarrow B, (\neg B \vee C) \wedge \neg C, \neg(\neg A \wedge D) \Rightarrow \neg D$

18. 已知  $R$  非空集合  $A$  上的等价关系，如果对于任意  $a, b, c \in A$ ，都满足当  $\langle a, b \rangle \in R$  且  $\langle b, c \rangle \in R$  时， $\langle c, a \rangle \in R$ ，则称  $R$  满足循环性。请证明：若  $R$  满足自反性和循环性，则  $R$  是等价关系。

19. 假设  $\langle G; * \rangle$  是群，给定  $a \in G$ ，令  $H = \{x | x \in G, x * a = a * x\}$ ，请证明： $\langle H; * \rangle$  是  $\langle G; * \rangle$  的子群。

20. 假设  $G$  是面数  $r$  小于 12 的简单连通平面图， $G$  中每个顶点的度数至少为 3。请证明： $G$  中必然存在至多由 4 条边围成的面，即在所有的面中，次数最少的那个面，其次数一定小于等于 4。