

姓名 _____ 学号 _____ 年级 _____ 专业、班 _____

诚信守信、严肃考纪、拒绝作弊

重庆大学《高等数学1》(工学类)课程试卷

A卷
 B卷

2019 — 2020 学年 第 1 学期

开课学院: 数统 课程号: MATH10013 考试日期: 202001

考试方式: 开卷 闭卷 其他 考试时间: 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

考试提示

1. 严禁随身携带通讯工具等电子设备参加考试;
2. 考试作弊, 留校察看, 毕业当年不授学位; 请人代考、替他人考试、两次及以上作弊等, 属严重作弊, 开除学籍。
3. 所有客观题和主观题的答案均应写在答题纸指定位置, 不在指定位置答题将不会计分! 在该试卷纸上作答不会计分!

一、单项选择题 (每小题 3 分, 共 18 分)

1. 已知 $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} + ax + b) = 0$, 其中 a, b 为常数, 则 ()

- (A) $a = 1, b = \frac{1}{2}$ (B) $a = -1, b = -\frac{1}{2}$
(C) $a = -1, b = \frac{1}{2}$ (D) $a = 1, b = -\frac{1}{2}$

2. 设 $f(x)$ 是不恒为零的奇函数, 且 $f'(0)$ 存在, 则 $g(x) = \frac{f'(x)}{x}$ ()

- (A) 在 $x = 0$ 处无极限 (B) $x = 0$ 为其可去间断点
(C) $x = 0$ 为其跳跃间断点 (D) $x = 0$ 为其第二类间断点

3. 函数 $f(x) = \frac{x|x-2|}{(x-1)(x-3)}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有 ()

- (A) 1条铅直渐近线, 1条水平渐近线 (B) 1条铅直渐近线, 2条水平渐近线
 (C) 2条铅直渐近线, 1条水平渐近线 (D) 2条铅直渐近线, 2条水平渐近线

4. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2 - \cos x, & x \leq 0 \\ \sqrt{x+1}, & x > 0 \end{cases}$, 则 ()

(A) $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点, 但 $(0,1)$ 不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

(B) $x=0$ 不是 $f(x)$ 的极值点, 但 $(0,1)$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

(C) $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点, 且 $(0,1)$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

(D) $x=0$ 不是 $f(x)$ 的极值点, $(0,1)$ 也不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

5. 积分 $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{e^x - 2e^{-x} + 1} = ()$

(A) $-\frac{1}{3} \ln \frac{e-1}{e+2}$ (B) $\frac{1}{3} \ln \frac{e-1}{e+2}$ (C) ∞ (D) $\frac{1}{2} \ln(e+2)$

6. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列无穷小中阶数最高的是 ()

(A) $(1+x)^{x^3} - 1$ (B) $e^{x^4-3x} - 1$ (C) $\int_0^{x^2} \sin t^2 dt$ (D) $\sqrt[3]{1+3x} - \sqrt{1+2x}$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

1. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} (2^{\frac{1}{n}} + 2^{\frac{2}{n}} + \dots + 2^{\frac{n}{n}}) = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 定积分 $\int_0^4 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 椭圆 $x = a \cos t, y = b \sin t$ ($a > b > 0$) 在 $t = \frac{3\pi}{2}$ 处的曲率为 $\underline{\hspace{2cm}}$

4. 设 $f(x) = x^2 e^{3x}$, 则 $f^{(2020)}(0) = \underline{\hspace{2cm}}$

5. 设 $f(x)$ 连续, 且 $\int_0^x f(x-u) \cdot 2^u du = \sin x$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

6. 定积分 $\int_{-1}^1 [x^2 \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + x^4] dx = \underline{\hspace{2cm}}$

三、计算题 (每小题 7 分, 共 28 分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin x^2}}$

2. 设 $y = j(x)$ 由方程 $\sin x - \int_1^x \varphi(u) du = 0$ 确定. $\varphi(0) = \varphi'(0) = 1$ 且可导函数

$\varphi(u) > 0$, 求 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=0}$

3. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x - \arctan x} \int_0^x \frac{t^2}{\sqrt{a+t}} dt = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \left[\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \tan \frac{3x}{2} \right]$, 求正常数 a 的值.

4. 计算定积分 $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{(2-x)^2} dx$.

四、综合题 (每小题 8 分, 共 16 分)

1. 设 $f(x)$ 是以 4 为周期的可导函数, $f(1) = \frac{1}{4}$, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-\sin x) - f(1+\sin x)}{x} = 4$,

求 $y = f(x)$ 在 $(5, f(5))$ 处的法线方程.

2. 设曲线 L 的方程为 $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\ln x$ ($1 \leq x \leq e$) .

(I) 求 L 的弧长;

(II) 设 D 是由曲线 L , 直线 $x=1, x=e$ 及 x 轴所围平面图形, 求 D 的面积.

五、证明题 (每小题 7 分, 共 14 分)

1. 设导函数 $f'(x)$ 在 $[0, 3]$ 上连续, 在 $(0, 3)$ 内可导, 且

$f'(0) + f'(1) + f'(2) = 6, f'(3) = 2$, 证明存在 $\xi \in (0, 3)$, 使得 $f''(\xi) = 0$.

2. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上二阶可微, $\forall x \in [a, b], f'(x) > 0, f''(x) > 0$. 证明:

$$\int_a^b f(x) dx < \frac{b-a}{2} (f(b) + f(a)).$$

六、应用题 (共 6 分)

设曲线 $y = ax^2$ ($a > 0, x \geq 0$) 与 $y = 1 - x^2$ 交于点 A, 过坐标原点和点 A 的直线与曲线

$y = ax^2$ 围成一平面图形, 问 a 为何值时, 该图形绕 x 轴旋转一周的体积为最大?