

中山大学《高等数学》2019-2020 学年第一学期期末试卷（满分 100 分）

一、选择题（将答案代号填入括号内，每题 3 分，共 30 分）。

1. 下列各组函数中，是相同的函数的是（ ）。

- (A) $f(x) = \ln x^2$ 和 $g(x) = 2\ln x$ (B) $f(x) = |x|$ 和 $g(x) = \sqrt{x^2}$
(C) $f(x) = x$ 和 $g(x) = (\sqrt{x})^2$ (D) $f(x) = \frac{|x|}{x}$ 和 $g(x) = 1$

2. 函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{\sin x + 4} - 2}{\ln(1+x)} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a =$ （ ）。

- (A) 0 (B) $\frac{1}{4}$ (C) 1 (D) 2

3. 曲线 $y = x \ln x$ 的平行于直线 $x - y + 1 = 0$ 的切线方程为（ ）。

- (A) $y = x - 1$ (B) $y = -(x + 1)$ (C) $y = (\ln x - 1)(x - 1)$ (D) $y = x$

4. 设函数 $f(x) = |x|$ ，则函数在点 $x = 0$ 处（ ）。

- (A) 连续且可导 (B) 连续且可微 (C) 连续不可导 (D) 不连续不可微

5. 点 $x = 0$ 是函数 $y = x^4$ 的（ ）。

- (A) 驻点但非极值点 (B) 拐点 (C) 驻点且是拐点 (D) 驻点且是极值点



6. 曲线 $y = \frac{1}{|x|}$ 的渐近线情况是 ().

- (A) 只有水平渐近线 (B) 只有垂直渐近线 (C) 既有水平渐近线又有垂直渐近线
(D) 既无水平渐近线又无垂直渐近线

7. $\int f' \left(\frac{1}{x} \right) \frac{1}{x^2} dx$ 的结果是 ().

- (A) $f \left(-\frac{1}{x} \right) + C$ (B) $-f \left(-\frac{1}{x} \right) + C$ (C) $f \left(\frac{1}{x} \right) + C$ (D) $-f \left(\frac{1}{x} \right) + C$

8. $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ 的结果是 ().

- (A) $\arctan e^x + C$ (B) $\arctan e^{-x} + C$ (C) $e^x - e^{-x} + C$ (D) $\ln(e^x + e^{-x}) + C$

9. 下列定积分为零的是 ().

- (A) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\arctan x}{1+x^2} dx$ (B) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} x \arcsin x dx$ (C) $\int_{-1}^1 \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx$ (D) $\int_{-1}^1 (x^2 + x) \sin x dx$

10. 设 $f(x)$ 为连续函数, 则 $\int_0^1 f'(2x) dx$ 等于 ().

- (A) $f(2) - f(0)$ (B) $\frac{1}{2} [f(1) - f(0)]$ (C) $\frac{1}{2} [f(2) - f(0)]$ (D) $f(1) - f(0)$

二. 填空题 (每题 4 分, 共 20 分)

1. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-2x} - 1}{x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 $a =$ _____.

2. 已知曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 2$ 处的切线的倾斜角为 $\frac{5}{6}\pi$, 则 $f'(2) =$ _____.

3. $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ 的垂直渐近线有 _____ 条.

4. $\int \frac{dx}{x(1 + \ln^2 x)} =$ _____.

5. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^4 \sin x + \cos x) dx =$ _____.



三. 计算 (每小题 5 分, 共 30 分)

1. 求极限

① $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{x} \right)^{2x}$

② $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x(e^{x^2} - 1)}$

2. 求曲线 $y = \ln(x+y)$ 所确定的隐函数的导数 y'_x .

3. 求不定积分

① $\int \frac{dx}{(x+1)(x+3)}$

② $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} \quad (a > 0)$

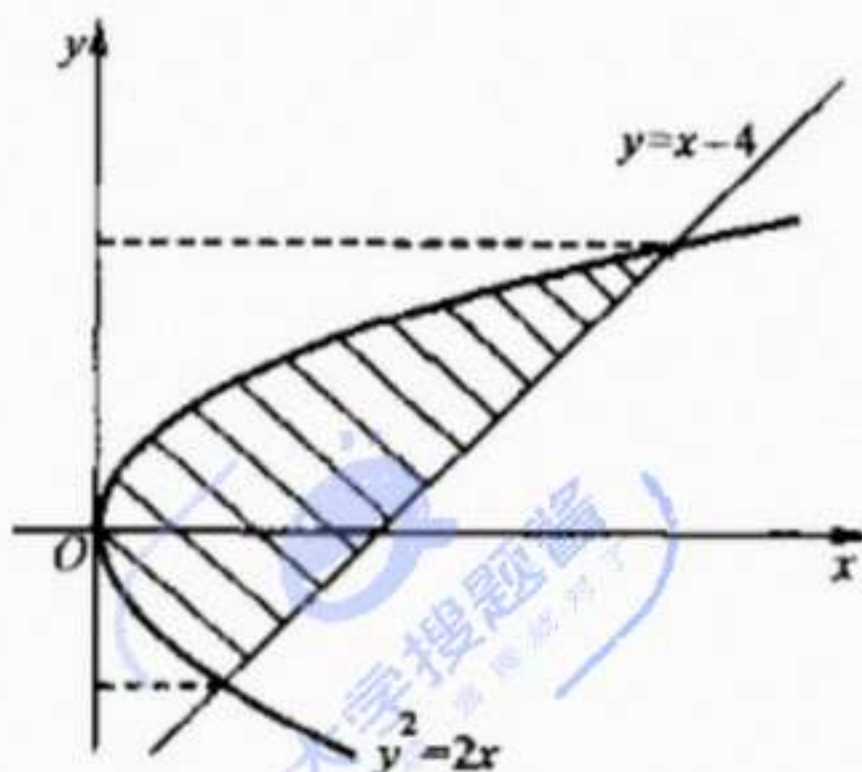
③ $\int x e^{-x} dx$

四. 应用题 (每题 10 分, 共 20 分)

1. 作出函数 $y = x^3 - 3x^2$ 的图像.

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |

2. 求曲线 $y^2 = 2x$ 和直线 $y = x - 4$ 所围图形的面积.



《高数》试卷 1 参考答案

一. 选择题

1. B 2. B 3. A 4. C 5. D 6. C 7. D 8. A 9. A 10. C

二. 填空题

1. -2 2. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 3. 2 4. $\arctan \ln x + c$ 5. 2

三. 计算题

1 ① e^2 ② $\frac{1}{6}$ 2. $y'_x = \frac{1}{x+y-1}$

3. ① $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{x+3} \right| + C$ ② $\ln |\sqrt{x^2 - a^2} + x| + C$ ③ $-e^{-x}(x+1) + C$

四. 应用题

1. 略 2. $S = 18$

