第十二章

§12-1 电动势

§12-2 电磁感应定律

§12-3 动生电动势

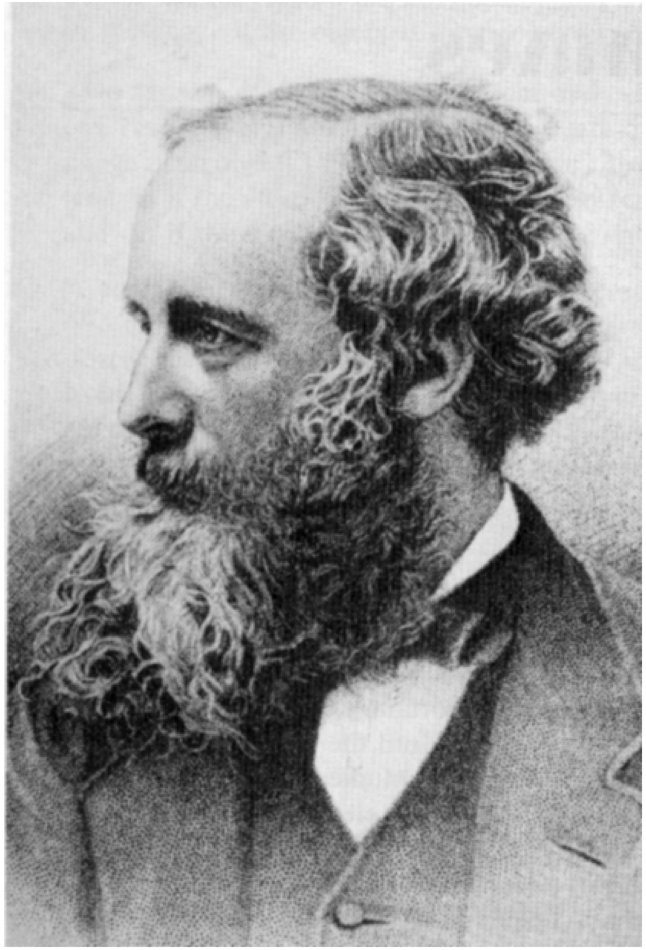
§12-4 感生电动势

§12-5 自感

§12-6 互感

§12-7 磁场能量

§13-1　位移电流



麦克斯韦（1831-1879）英国物理学家．经典电磁理论的奠基人，气体动理论创始人之一．他提出了有旋场和位移电流的概念，建立了经典电磁理论，并预言了以光速传播的电磁波的存在．在气体动理论方面，他还提出了气体分子按速率分布的统计规律.

1865年麦克斯韦在总结前人工作的基础 上，提出完整的电磁场理论，他的主要贡献是提出了“有旋电场”和“位移电流”两个假设，从而预言了电磁波的存在，并计算出电磁波的速度（即光速）.

$$\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}}$$

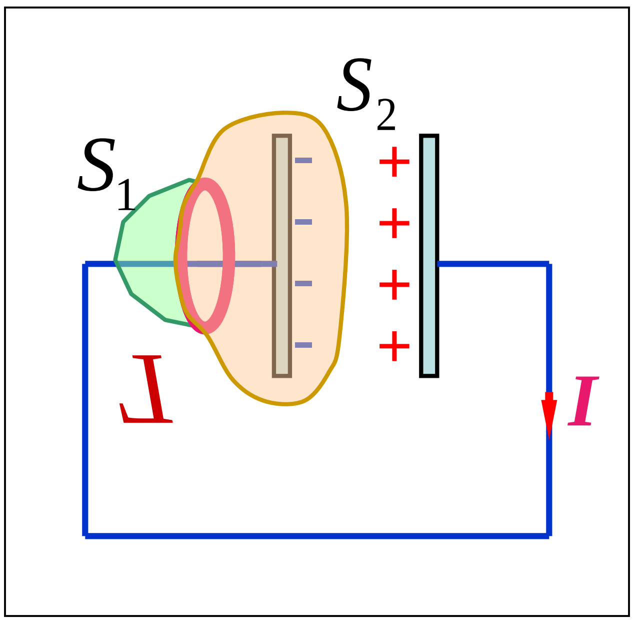
（真空中）

1888 年赫兹的实验证实了他的预言, 麦克斯韦理论奠定了经典电动力学的基础，为无线电技术和现代电子通讯技术发展开辟了广阔前景.

一　位移电流(displacement current)

全电流安培环路定理

稳恒磁场中,安培环路定理 $\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum I=\int_s \vec{j}\cdot d\vec{s}$



（以 L 为边做任意曲面 S ）

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\int_{S_1}\vec{j}\cdot d\vec{s}=I$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\int_{S_2}\vec{j}\cdot d\vec{s}=0$$

传导电流：**conduction current**

分析

1）电流断了，但电容两极电量 +q，-$q$$\vec{D}$相等；

2）电流变化的同时，q 变，σ 变，　　　变。

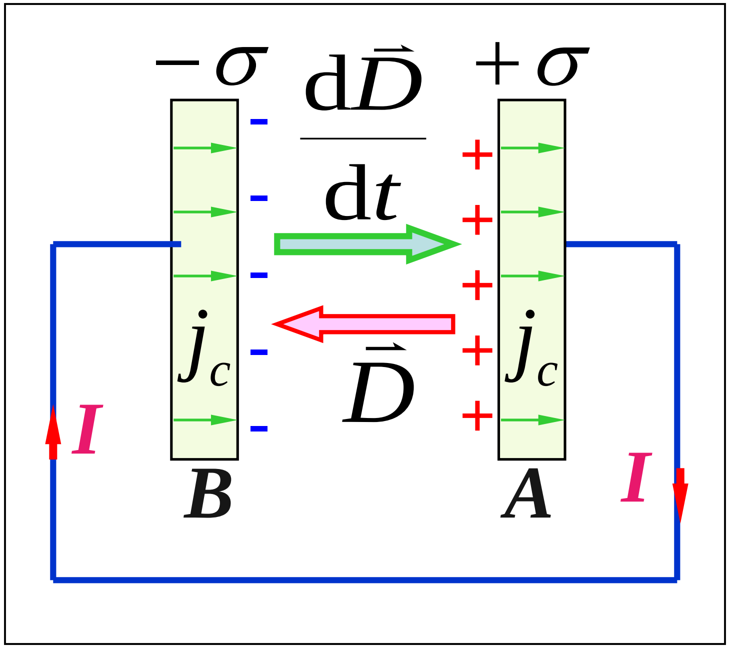
Maxwell 提出：

除传导电流 $\vec{j}_0$外，还有位移电流 $\vec{j}_D$，它与$\vec{D}$有关，

而总的电流密度称为全电流密度

$$\vec{j} = \vec{j}_0 + \vec{j}_D \qquad I = I_0 + I_D$$

$$\boxed{\oiint_S \left(j_0 + j_D \right) \cdot \mathrm{d}S = 0}$$



$$\oiint_S j_0 \cdot dS = -\frac{dq}{dt} \qquad \oiint_S D \cdot dS = q$$

$$\text{So} \quad \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\oiint_S D \cdot dS = \oiint_S \frac{\partial D}{\partial t} \cdot dS$$

$$\oiint_S j_0 \cdot dS = -\frac{dq}{dt} = -\oiint_S \frac{\partial D}{\partial t} \cdot dS$$

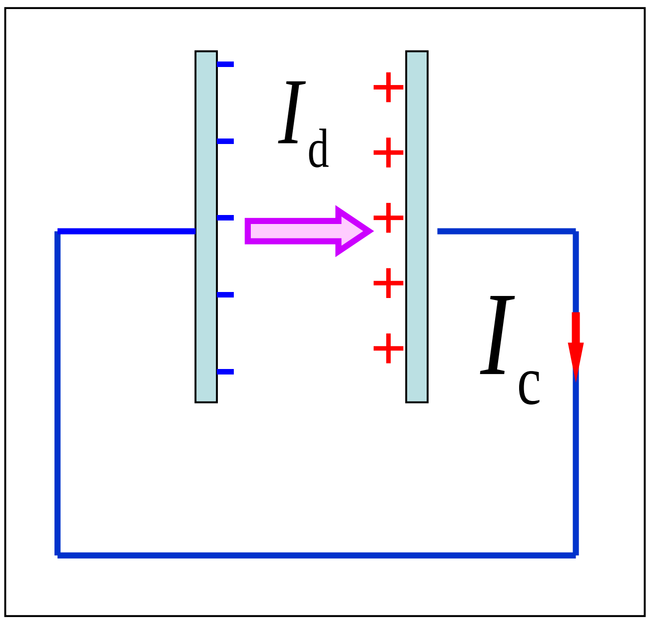
$$\oiint_S \left(j_0 + \frac{\partial D}{\partial t} \right) \cdot dS = 0$$

麦克斯韦假设 电场中某一点位移电流密度等于该点电位移矢量对时间的变化率.

- 位移电流(**displacement current**)密度 $\vec{j}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

◆ 位移电流密度 $$\vec{j}_{\mathrm{d}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

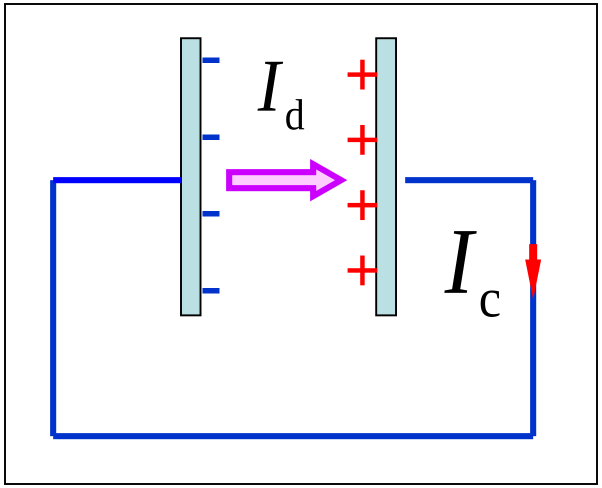
◆ 位移电流 $$I_{\mathrm{d}} = \int_S \vec{j}_{\mathrm{d}} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}$$



通过电场中某一截面的位移电流等于通过该截面电位移通量对时间的变化率.

◆ 全电流(**total current**)

$$\boxed{I_{\mathrm{s}} = I_{\mathrm{c}} + I_{\mathrm{d}}}$$



◆ 全电流 $\boxed{I_s = I_c + I_d}$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_s = I_c + \frac{d\Psi}{dt}$$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} == \int_s (\vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{s}$$

磁场中沿任意闭合回路磁场强度的环流应等于此闭合回路所围住的全电流。这就是全电流的安培环路定律。

讨 论

1) 只要 $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \neq 0$ ，就有 $\vec{j}_D \neq 0$ ， 所以

位移电流可存在于导体、介质及真空中；

2) 由 $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ 可得 $\vec{j}_D = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$

其中 $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ 是与电荷无关的纯粹位移电流，

电场变化激发磁场

$\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ 是电极化强度的时间变化率，

设分子电矩 $\vec{p} = q\vec{l}$，分子数密度 n，则电极化强度 $\vec{P} = nq\vec{l}$

所以 $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} = nq\vec{\upsilon}$, $\vec{\upsilon} = \frac{\partial \vec{l}}{\partial t}$ —— 极化时电荷的规则运动

或 $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} = \vec{j}_P$, $\vec{j}_P = nq\vec{\upsilon}$ —— 极化电流密度。

3) I_0 与 I_D 比较：

I_0	I_D
与自由电荷运动相当	与 $\left\{\begin{matrix}\text{束缚电荷运动} \\ \text{电场变化}\end{matrix}\right\}$ 相当
产生焦耳热	不产生焦耳热
只存在于导体中	存在导体、介质及真空中；

真空中可以有光存在，可以有场存在。

4) 真空中：

$I_0 = 0$， $\vec{j}_0 = 0$， 只有 I_D，$\vec{j}_D$

$n = 0$， $\vec{P} = 0$， 所以 $\vec{j}_D = \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

因此 $\oint_{(L)} \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \iint_{(S)} \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$

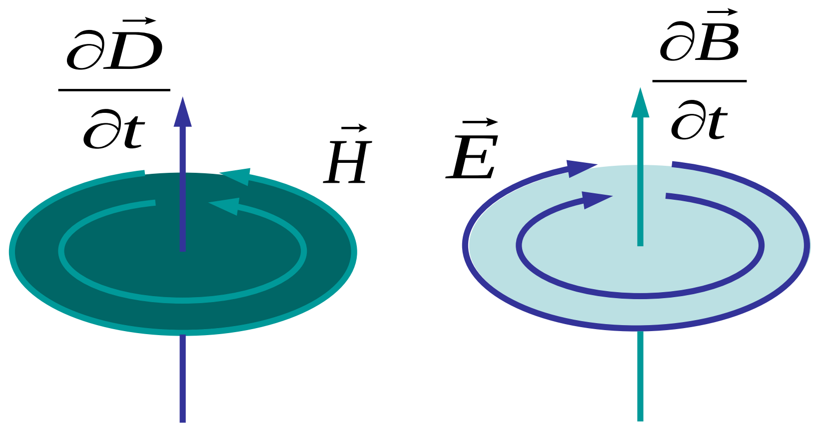
变化电场激发磁场，右螺旋

又 $\oint_{(L)} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$

变化磁场激发电场，左螺旋

一般地说：

- 变化电场激发涡旋磁场，
- 变化磁场激发涡旋电场，
- 电场与磁场密切联系着。

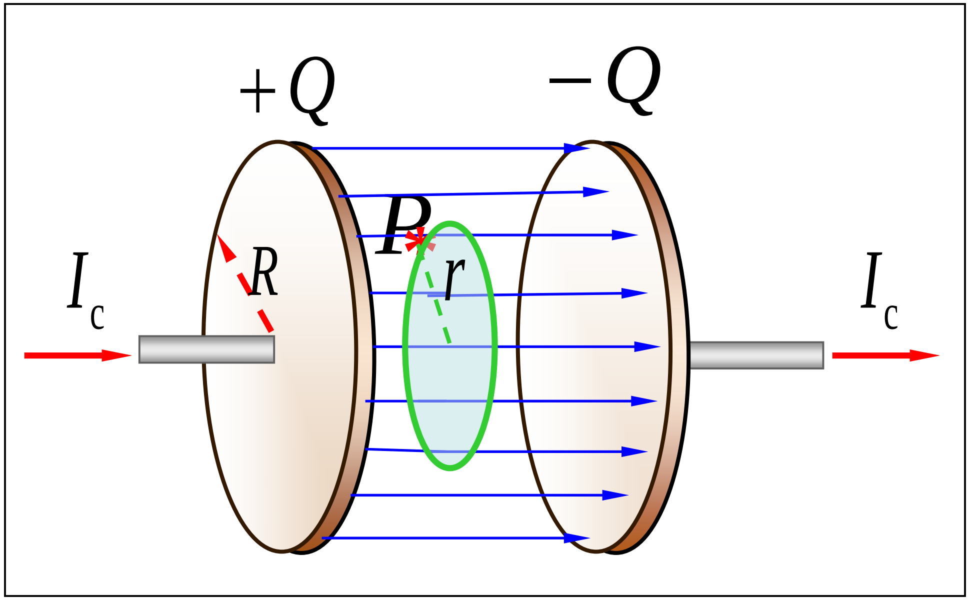


电磁场互激

静电场与稳恒磁场只是电磁场在一定条件下的特殊形式。

【例】有一圆形平行平板电容器, $R=3.0\mathrm{cm}$.现对其充电,使电路上的传导电流 $I_\mathrm{c}=\mathrm{d}Q/\mathrm{d}t=2.5\mathrm{A}$, 若略去边缘效应, 求（1）两极板间的位移电流;（2）两极板间离开轴线的距离为 $r=2.0\mathrm{cm}$ 的点 P 处的磁感强度.

本题求的不是该电流！

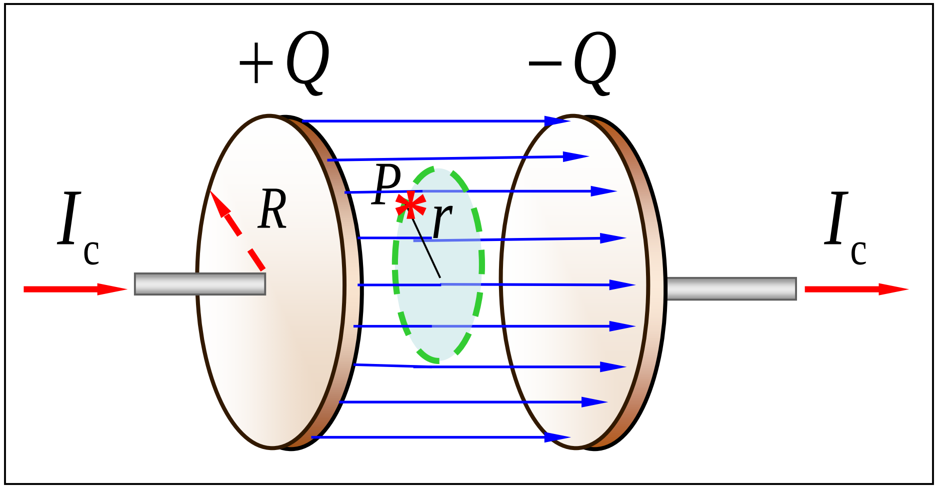


【解】如图作一半径为 r 平行于极板的圆形回路，通过此圆面积的电位移通量为

$$\Psi=D(\pi r^2)$$

$$\because D=\sigma \qquad \therefore \Psi=\frac{r^2}{R^2}Q$$

$$I_\mathrm{d}=\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}=\frac{r^2}{R^2}\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$$



$$I_d = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{r^2}{R^2}\frac{dQ}{dt}$$

$$\because \oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_c + I_d = I_d \qquad \therefore H(2\pi r) = \frac{r^2}{R^2}\frac{dQ}{dt}$$

计算得 $$H = \frac{r}{2\pi R^2}\frac{dQ}{dt} \qquad \therefore B = \frac{\mu_0 r}{2\pi R^2}\frac{dQ}{dt}$$

代入数据计算得 $I_d = 1.1\text{A}$ $\qquad B = 1.11\times10^{-5}\text{T}$

§ 13-1 麦克斯韦方程组

三 电磁场 麦克斯韦电磁场方程的积分形式

- 静电场高斯定理 $$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_V \rho \mathrm{d}V = \sum q$$

- 静电场环流定理 $$\oint_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

- 磁场高斯定理 $$\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0$$

- 安培环路定理 $$\oint_l \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum I = \int_S \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

麦克斯韦假设

1）有旋电场 $\vec{E}_{\mathrm{k}}$；2）位移电流 $\vec{j}_{\mathrm{d}}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{D}}{\mathrm{d}t}$

麦克斯韦电磁场方程的积分形式

$$\oint_S \vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=\int_V \rho\,\mathrm{d}V=\sum q$$ 电荷是电场的源

$$\oint_l \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\int_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$$ 变化的磁场产生电场

$$\oint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=0$$ 磁场是无源场

$$\oint_l \vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_S(\vec{j}_{\mathrm{c}}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t})\cdot\mathrm{d}\vec{s}$$

传导电流及变化的电场产生磁场

$$\oiint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = q_0$$

$$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_s \frac{\partial B}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oiint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \iint_s \left(\vec{j}_0 + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

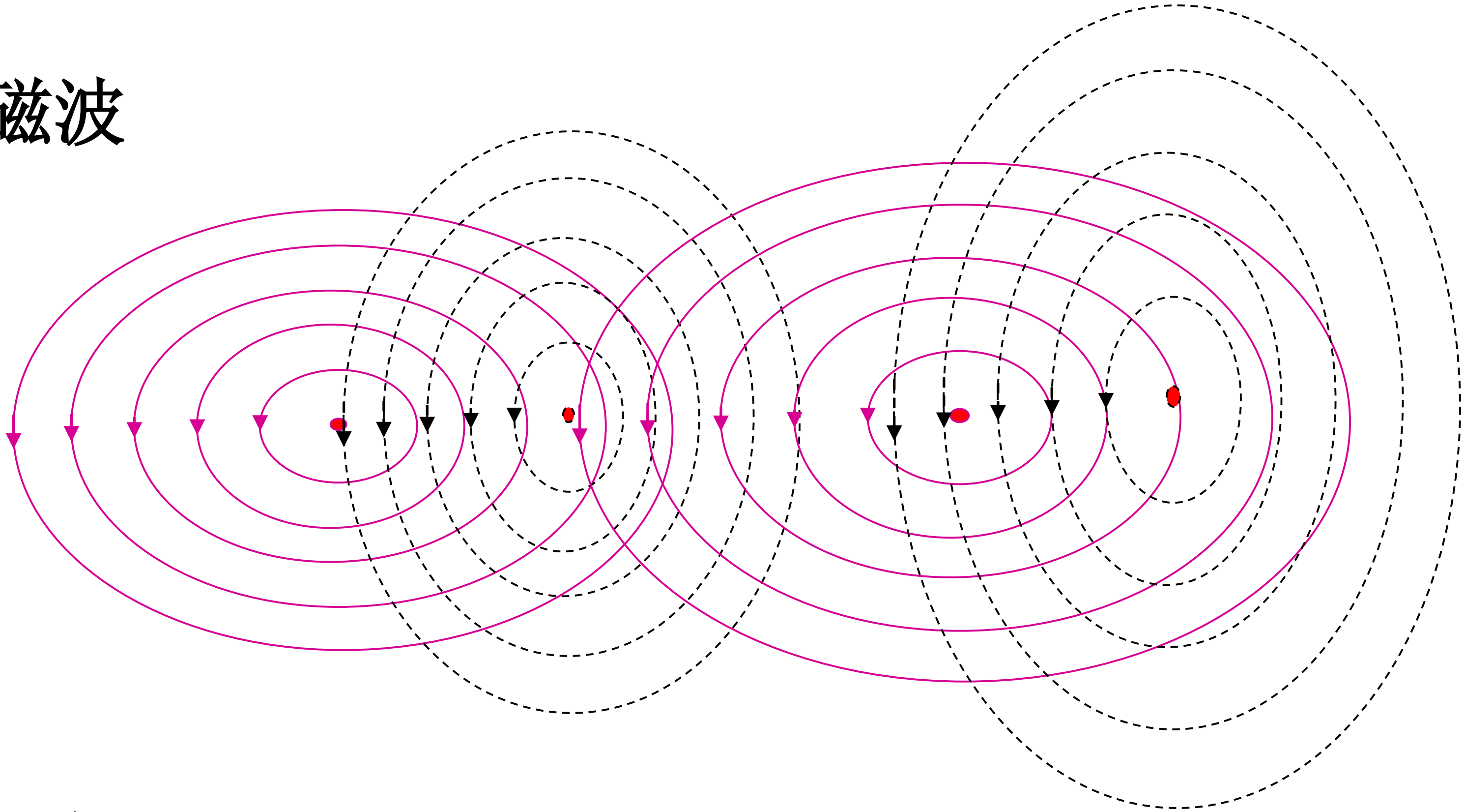
$$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E}$$

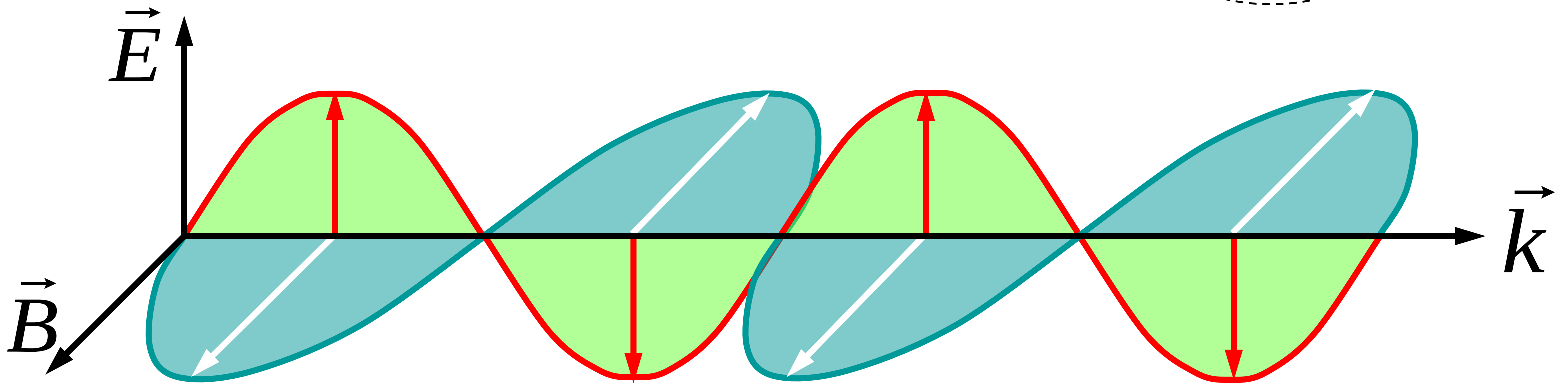
$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{j}_0 = \sigma \vec{E}$$

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v}\times \vec{B}$$

电磁波





电磁学小结

1. 电流

$$I=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \qquad I=en\vec{v}_d\cdot\vec{S}$$

$$\boxed{I=\int_s\vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}}$$

引入漂移速度 $\vec{v}_d$

$$\vec{j}=en\vec{v}_d$$

2. 欧姆定律的微分形式

$$\boxed{\vec{j}=\frac{1}{\rho}\vec{E}=\gamma\vec{E}}$$

3. 电动势

$$\mathcal{E}=\oint_l\vec{E}_k\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

4. 运动电荷在磁场中所受的洛仑兹力

$$\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$$

5. 毕奥—萨伐尔定律

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

6. 磁偶极矩的定义

$$\vec{m} = IS\vec{e}_{\mathrm{n}}$$

磁偶极子产生的磁感应强度

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi x^3}$$

7. 磁通量

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

磁场高斯定理

$$\oint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

8.　安培环路定理

$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i$$

电流 I 正负的规定： I 与 L 成右螺旋时， I为正；反之为负.

应用：螺线管

$$B = \mu_0 n I$$

9.　回旋半径、回旋周期和回旋频率

$$R = \frac{m v_0}{qB} \qquad T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi m}{qB} \qquad f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$$

10. 霍耳效应

霍耳电压 $U_{\mathrm{H}} = R_{\mathrm{H}}\dfrac{IB}{d}$　　霍耳电场 $E_{\mathrm{H}} = v_{\mathrm{d}}B$

11. 安培力—磁场对电流元的作用力

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$

12. 磁场作用于载流线圈的磁力矩

$$\vec{M} = IS\vec{e}_{\mathrm{n}} \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B}$$

13. 磁介质的分类

顺磁质 $B > B_0$　抗磁质 $B < B_0$　铁磁质 $B >> B_0$

14.　磁化强度

$$\vec{M}=\frac{\sum\vec{m}}{\Delta V}$$

15.　磁介质中的安培环路定理

$$\oint_l \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\sum I$$

各向同性磁介质

磁场强度 $$\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}$$

$$\vec{B}=\mu_0\mu_{\mathrm{r}}\vec{H}=\mu\vec{H}$$

16.　感应电动势

$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}}=-k\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

17.　楞次定律　闭合的导线回路中所出现的感应电流，总是使它自己所激发的磁场反抗任何引发电磁感应的原因

18. 感应电动势分为

(1) 动生电动势

来源于洛伦兹力

(2) 感生电动势

来源于感生电场 $\vec{E}_{\mathrm{k}}$

$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = \oint_L \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

19. 自感 $L = \Phi / I$

自感电动势

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

20.　互感系数

$$\boxed{M_{12}=M_{21}=M=\frac{\Phi_{21}}{I_1}=\frac{\Phi_{12}}{I_2}}$$

互感电动势　$\mathcal{E}_{12}=-M\dfrac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$　　$\mathcal{E}_{21}=-M\dfrac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}$

21.　磁场能量密度

$$\boxed{w_{\mathrm{m}}=\frac{B^2}{2\mu}=\frac{1}{2}\mu H^2=\frac{1}{2}BH}$$

矢量式　$w_{\mathrm{m}}=\dfrac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$

22.　位移电流密度　$\vec{j}_{\mathrm{d}}=\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}$

23. 全电流安培环路定理

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} == \int_s (\vec{j}_{\mathrm{c}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

24. 麦克斯韦方程组

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_V \rho \mathrm{d}V = \sum q$$ 电荷是电场的源

$$\oint_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$ 变化的磁场产生电场

$$\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0$$ 磁场是无源场

$$\oint_l \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S (\vec{j}_{\mathrm{c}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

传导电流及变化的电场产生磁场