

考试教室

姓名_____

年级_____

专业、班级_____

线_____

学院_____

公平竞争、诚实守信、严肃考纪、拒绝作弊

密

重庆大学《离散数学》课程试卷

2023—2024 学年 第 2 学期

开课学院: 大数据与软件学院 课程号: SE10009 考试日期: 2024 年 6 月 17 日

考试方式: 开卷 闭卷 其他 考试时间: 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

考试提示

1. 严禁随身携带通讯工具等电子设备参加考试;
2. 考试作弊, 留校察看, 毕业当年不授学位; 请人代考、替他人考试、两次及以上作弊等, 属严重作弊, 开除学籍。

一、不定项选择题 (每小题 3 分, 总共 36 分)

1. 给定公式 $(Q \rightarrow P) \vee (P \wedge Q)$, 下列选项中与之等价的公式有: 【】
 - A. $Q \rightarrow P$
 - B. $P \vee \neg Q$
 - C. P
 - D. $(\neg P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q)$
 - E. Q
2. 假设论域为实数集 \mathbb{R} , 下列谓词公式中, 真值为假的是: 【】
 - A. $\forall x \exists y (xy = 0)$
 - B. $\forall x \exists y (xy = 1)$
 - C. $\forall y \exists x (xy = 1)$
 - D. $\forall x \forall y (xy = yx)$
 - E. $\exists x \exists y (x + y = x - y)$

 A卷 B卷

3. 已知“有的鸟是鸵鸟, 但鸵鸟不会飞”是真命题, 下面哪些命题不能根据这个已知确定真假: 【】

- A. 有的鸟是鸵鸟
- B. 有的鸟不会飞
- C. 有的鸟会飞
- D. 所有的鸟都会飞
- E. 所有的鸟都不会飞

4. 假设 $X = \{\{\emptyset\}, \{a\}, \{b\}\}$, 则下列选项表达正确的是: 【】

- A. $\{a, b\} \subseteq X$
- B. $\{\{a\}, \{b\}\} \in X$
- C. $\emptyset \in X$
- D. $\{\emptyset\} \in X$
- E. $\emptyset \in \{\emptyset\}$

5. 假设 $\langle X; \leq \rangle$ 是一个偏序集, 其中集合 $X = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, \leq 是整除关系, 则在集合 X 中, 元素 6 能盖住的元素是: 【】

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 12

6. 已知两个函数 $f: X \rightarrow Y$ 和 $g: Y \rightarrow Z$, 则下列选项表达正确的是: 【】

- A. 若 $g \circ f$ 不是满射函数, 则 f 不是满射函数
- B. 若 g 不是满射函数, 则 $g \circ f$ 不是满射函数
- C. 若 f 是满射函数, 则 $g \circ f$ 是满射函数
- D. 若 g 是满射函数, 则 $g \circ f$ 是满射函数
- E. 若 f 和 g 是满射函数, 则 $g \circ f$ 是满射函数

7. 假设 $X = \{0, 1\}$, $+$ 是加法, 则关于 $\langle X, + \rangle$ 描述正确的是: 【】

- A. 是广群
- B. 是半群
- C. 是独异点
- D. 是群
- E. 以上都不对

命题人: 黄宏宇

组题人: 胡春强

审题人: 杨小帆

命题时间: 2024.6.11

教务处制

8. 假设 $X = \{0, 1\}$, 其幂集是 $\mathcal{P}(X)$, \cup 是并集运算, 下列关于 $\langle \mathcal{P}(X), \cup \rangle$ 的描述, 正确的是: 【 】

- A. \emptyset 是幺元
- B. 0 是幺元
- C. 1 是幺元
- D. $\{0, 1\}$ 是幺元
- E. 没有幺元

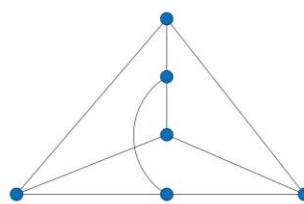
9. 令 $Z_8=\{[0], [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7]\}$, 令 $+_8$ 表示模 8 加法, 考虑 $\langle Z_8, +_8 \rangle$ 的 4 阶子群, 下列哪些选项与[1]在同一个左陪集中? 【 】

- A. [3]
- B. [4]
- C. [5]
- D. [6]
- E. [7]

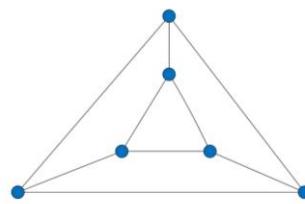
10. 假设一个简单无向连通图 G 含有 4 个顶点, 其中 3 个顶点的度数分别为 2, 3, 3, 则第 4 个顶点的度数不可能是: 【 】

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3
- E. 4

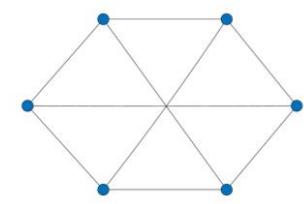
11. 给定图 G, 请从下列候选图 A~E 中选出与图 G 同构的图: 【 】



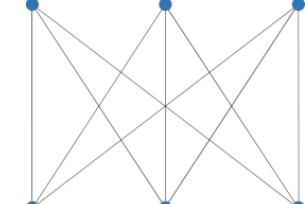
G



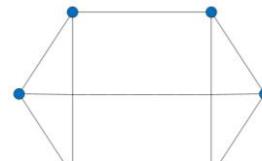
A



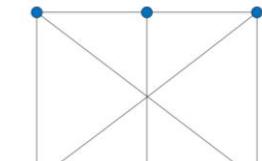
B



C



D



E

12. 给定一个无向简单图 $G = (V, E)$, 其中 $|V| = v > 2$, $|E| = e > 2$ 。以下哪些选项是判断图 G 是一棵树的充分必要条件? 【 】

- A. 图中每一个点都是割点
- B. 图中每一条边都是割边
- C. 连通且不含回路
- D. 连通且 $e = v - 1$
- E. $e \leq 3v - 6$

二、计算题 (每小题 8 分, 总共 32 分)

13. 求谓词公式 $\neg((\forall x)F(x,y) \rightarrow (\exists y)G(x,y)) \vee (\exists x)H(x)$ 的前束合取范式和前束析取范式。

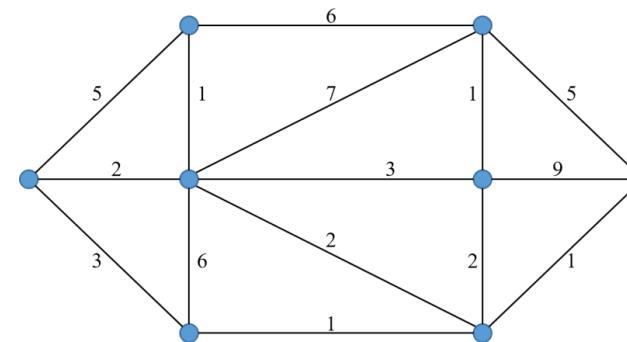
14. 设集合 $A=\{1, 2, 3, 6, 8, 24\}$, 偏序关系 $\leq=\{(x, y) \mid x, y \in A, \text{ 且 } x|y\}$ 。

- (1) 试画出偏序集 $\langle A, \leq \rangle$ 的哈斯图。
- (2) 指出子集 $B=\{2, 3, 6\}$ 的极大元、极小元、最大元、最小元、上界、下界、上确界、下确界。(如果不存在则写“无”)

15. 设 $G=\{\pm\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \pm\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \pm\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \pm\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}\}$, 其中 $i^2=-1$, *为

矩阵乘法。请问 $\langle G, * \rangle$ 有多少个子群? 然后, 请写出 $\langle G, * \rangle$ 的所有子群。

16. 请用算法从下图中选取最小生成树。要求将每个步骤得到的子图都画出来(可以自行给边标上序号)。最后请计算最小生成树的树权。



三、证明题（每小题 8 分，总共 32 分）

17. 请利用推理理论证明： $A \rightarrow B, (\neg B \vee C) \wedge \neg C, \neg(\neg A \wedge D) \Rightarrow \neg D$

18. 已知 R 非空集合 A 上的等价关系，如果对于任意 $a, b, c \in A$ ，都满足当 $\langle a, b \rangle \in R$ 且 $\langle b, c \rangle \in R$ 时， $\langle c, a \rangle \in R$ ，则称 R 满足循环性。请证明：若 R 满足自反性和循环性，则 R 是等价关系。

19. 假设 $\langle G; * \rangle$ 是群，给定 $a \in G$ ，令 $H = \{x | x \in G, x * a = a * x\}$ ，请证明： $\langle H; * \rangle$ 是 $\langle G; * \rangle$ 的子群。

20. 假设 G 是面数 r 小于 12 的简单连通平面图， G 中每个顶点的度数至少为 3。请证明： G 中必然存在至多由 4 条边围成的面，即在所有的面中，次数最少的那个面，其次数一定小于等于 4。