Kharitonov

- Robust Schurとの関係

実数の場合

単多項式に対するHermite-Biehler Interlacing定理がどう構築されるか

$$ ¥Delta := {¥delta:¥delta¥in¥mathbb{R}^{n+1} x_i ¥leq ¥delta_i ¥leq y_i , i=0,...,n } $$ に対して,いかなる多項式も最高次の係数は0にならないとする.
この多項式群を$¥bold{L}(s)$で定義する.

補題 5.1

以下のように表される二つの安定な多項式 $$ P_1(s)=P^{even}(s)+P_1^{odd}(s) $$ $$ P_2(s)=P^{even}(s)+P_2^{odd}(s) $$ が、等しい次数を持ち、任意の$¥omega¥in[0,¥infin]$について $$ P_1^o(¥omega)¥leq P_2^o(¥omega) $$

が成り立つとき、$P^{odd}(s)$が、任意の$¥omega¥in[0,¥infin]$について

$$ P_1^o(¥omega)¥leq P^o(¥omega) ¥leq P_2^o(¥omega) $$ を満たす全ての多項式 $P(s)=P^{even}(s)+P^{odd}(s)$は安定となる。

Kharitonov's Theorem

全ての多項式は以下の四つの多項式がHurwitzとなるとき、そのときに限ってHurwitzである。

- $K^1(s)=x_0+x_1 s+y_2 s^2+y_3s^3+x_4s^4+x_5s^5+y_6s^6+...+$
- $K^2(s)=x_0+y_1s+y_2s^2+x_3s^3+x_4s^4 + y_5s^5+y_6s^6+...+$
- $K^3(s)=y_0+x_1s+x_2s^2+y_3s^3+y_4s^4+x_5s^5+x_6s^6+...+$
- $K^4(s)=y_0+y_1s+x_2s^2+x_3s^3+y_4s^4+y_5s^5+x_6s^6+...+$

証明

$$ K_{max}^{even}(s):=y_0+x_2s^2+y_4s^4+x_6s^6+...+ $$ $$ K_{min}^{even}(s):=x_0+y_2s^2+x_4s^4+y_6y^6+...+ $$ $$ K^{odd}*{max}(s):=y_1s+x_3s^3+y_5y^5+x_7s^7+...+ $$ $$ K^{odd}*{min}(s):=x_1s+y_3s^3+x_5y^5+y_7s^7+...+ $$ と定義する.
このとき、 $$ K^1(s)=K_{min}^{even}(s)+K^{odd}*{min}(s) $$ $$ K^2(s)=K*{min}^{even}(s)+K^{odd}*{max}(s) $$ $$ K^3(s)=K*{max}^{even}(s)+K^{odd}*{min}(s) $$ $$ K^4(s)=K*{max}^{even}(s)+K^{odd}_{max}(s) $$ と表せる.

$$ ¥delta(s)=¥delta_0+¥delta_1s^1+¥delta_2s^2+¥delta_3s^3+...+¥delta_ns^n+... $$ とする.
このとき, $$ ¥delta(j¥omega)=¥delta_0+¥delta_1j¥omega-¥delta_2¥omega^2-¥delta_3j¥omega^3+...+¥delta_ns^n+... $$

$$ ¥delta^{even}(i¥omega)=¥delta^e(¥omega)=¥delta_0-¥delta_2¥omega^2+¥delta_4¥omega^4+...+ $$ $$ ¥delta^{odd}(j¥omega)=j¥omega(¥delta_1-¥delta_3¥omega^2+¥delta_5¥omega^4+...+...)

$$

$$ ¥delta^o(¥omega)=¥delta_1-¥delta_3¥omega^2+¥delta_5¥omega^4+...+... $$

$$ P^e(¥omega)=P^{even}(j¥omega) $$ $$ P^o(¥omega)=¥dfrac{P^{odd}(j¥omega)}{j¥omega} $$

$$ K^{o}_{max}(s):=y_1-x_3s^2+y_5y^4-x_7s^6+...+ $$

$$ ¥delta^o(¥omega)=¥delta_1-¥delta_3¥omega^2+¥delta_5¥omega^4+...+...

$$

$$ K^{odd}_{min}(s):=x_1-y_3s^2+x_5y^4-y_7s^6+...+ $$

Algorithm

1. $¥Delta := {¥delta:¥delta¥in¥mathbb{R}^{n+1} x_i ¥leq ¥delta_i ¥leq y_i , i=0,...,n }$における$x_i,y_i,i=0,...n$を入力
2. $x_i,y_i,i=0,...n$を元に,4つの多項式K_1,K_2,K_3,K_4を作る
3. K_1,K_2,K_3,K_4に対して,フルビッツ判定を行って,全て安定なら,この多項式族は安定