

# 小学三年级数学学优生与学困生 解决比较问题的差异<sup>\*</sup>

李晓东 张向葵

沃建中

(东北师范大学心理学系, 长春 130024) (北京师范大学发展心理研究所, 北京 100875)

**摘 要** 运用实验法和临床访谈法研究了数学学优生与学困生在解决比较问题时的差异及元认知对解题成绩的影响。被试为 40 名小学三年级学生。比较问题分为一致问题和不一致问题。元认知包括元认知知识和元认知监控技能。结果表明: (1) 学优生与学困生解决比较问题的成绩差异显著, 学优生在一致问题和不一致问题上的解题成绩均优于学困生。这种差异与其解题时所运用的表征策略有关。 (2) 学生在解决比较问题中出现的主要错误为转换错误, 在不一致问题中出现的错误多于一致问题中出现的错误。 (3) 学优生与学困生在元认知知识和监控技能上均有显著差异, 元认知监控技能对解决比较问题的成绩有显著预测作用。

**关键词** 数学, 问题解决, 元认知。

**分类号** B844

## 1 问题提出

在小学阶段, 学生接触到的算术应用题主要分为变化、相等、组合和比较等几种不同类型, 其中以比较问题(compare problem)最难。国外研究表明, 儿童和成人在解决比较问题时都存在一定的困难<sup>[1~3]</sup>。为什么儿童在解决比较问题时普遍感到困难呢? 一个重要原因是比较问题有着特殊的语义结构, 这种结构给儿童建立相应的数量表征带来了困难。比较问题由已知条件、关系和问题三个要件组成。在已知条件句中给出一个变量的值, 关系句是根据一个变量来定义另一个变量, 问题是求另一个变量的值。如在“小明有 3 个苹果, 小刚比小明多 5 个, 问小刚有多少个苹果?”这道题中, 第一句是已知条件, 第二句是关系句, 第三句是问题。根据文字表达和数量关系是否一致可将比较问题分为两类: 一致问题和不一致问题。在一致问题中, 未知数是关系句的主语, 变量关系的文字表达(如比…多)与所需要的算术运算是一致的(如用加法), 上面的例子就是一道一致问题。在不一致问题中, 未知数是关系句的宾语, 变量关系的文字表达(如比…少)与所需要的算术运算相冲突(如用加法), 如将上题中关系句“小刚比小明多 5 个”改为“小明比小刚少 5

个”, 这道题就成为一道不一致问题。

虽然一致问题和不一致问题要求同样的解题程序, 但由于不一致问题需要解题者在心理上对关系陈述句进行转换, 从而增加了问题的难度, 容易引发更多的错误。国外对大中学生的研究表明, 学生在解不一致问题时犯更多的错误。Hegarty 等人通过分析大学生解决比较问题所犯的错误的, 提出成功的解题者和不成功的解题者在表征比较问题时可能运用了不同策略。不成功的解题者在表征变量之间的关系时, 运用的是直译策略(direct translation strategy), 即根据关键词来决定采取何种运算, 如看见“多或贵”就用加法, 看见“少或便宜”就用减法。这种策略在一致问题上即关系词的表述与所需运算一致时能够导致正确的答案, 但在关系陈述与所需要的运算相冲突的不一致问题上则会导致错误的答案。成功的解题者则运用问题模式策略(problem model strategy), 他们根据变量之间的关系建立数学表征并确定采取何种运算, 因而能够正确地解决问题。本研究以小学三年级学生为被试, 通过实验法和临床访谈法对比数学学优生和学困生在解决比较问题时的表现来检验 Hegarty 的理论。并假设小学生解决一致问题的成绩优于不一致问题, 学优生解决比较问题的成绩优于学困生, 这种差异是由于他们表

收稿日期: 2002-02-27

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(39730180)。

征变量之间的数量关系时所用策略不同造成的。

除了心理表征会影响问题解决成绩之外,元认知的影响也不容忽视。Davidson 和 Sternberg<sup>[4]</sup>认为问题解决是一种目标导向的思维活动,要解决问题必须有元认知的参与。元认知通过对人的心理过程的觉察与管理,对目标导向的思维活动进行指导。在问题解决的过程中,元认知可以帮助学生识别并策略地应付问题的三个要素:即已知条件、目标和障碍,从而成为更好的问题解决者。Schoenfeld<sup>[5]</sup>认为元认知对于数学问题解决的重要性表现在学习技能的发展部分取决于学生对自己能够学些什么的现实的评价以及对学习进行控制或自我调节的能力。因此本研究的第二个目的是考察小学生的元认知能力与解决比较问题的成绩是否有关,同时检验元认知知识和元认知监控是否对问题解决成绩有不同的贡献。

2 研究方法

2.1 被试

在长春市一所小学三年级中抽取两个班级,两班人数分别为 54 人和 57 人。由数学教师按数学能力把每班前 10 名和后 10 名的学生抽取出来,共计 40 名学生作为本研究的对象。其中学优生男 13 人,女 7 人;学困生男女各 10 人,年龄在 10、11 岁。所有被试经瑞文推理测验表明智力正常,经语文老师评定其语文能力也正常,已学过有关的数学知识。

2.2 材料

8 道两步比较问题,第一步要求针对关系陈述进行有关加减乘除的运算,第二步是乘法题。一致问题和不一致问题各 4 题,共八种类型,见表 1。将题目打印在 8×15cm 的卡片上,每题一张卡片。具体题目见附录 1。

表 1 本研究中的各类比较问题

类型	特征
一致加法	需要将两个数相加,问题表达形式为“多”
不一致加法	需要将两个数相加,问题表达为“少”
一致减法	需要用第一个数减去第二个数,问题表达形式为“少”
不一致减法	需要用第一个数减去第二个数,但问题表达形式为“多”
一致乘法	需要将两个数相乘,问题表达形式为“是它的几倍”
不一致乘法	需要将两个数相乘,但问题表达形式为“是它的一半”
一致除法	需要将两个数相除,问题表达方式为“是它的一半”
不一致除法	需要将两个数相除,但问题表达方式为“是它的几倍”

2.3 程序

由受过培训的心理系研究生担任主试。个别施测,将所有访谈内容用数码录音机录下。

2.3.1 比较问题测验 指导语为:“同学你好! 我们正在作一个研究,想了解小学生是怎样解数学题的。这不是考试,也不是测验。我每次给你出一道题目,请你把能说明你思考过程的解题步骤详细写出来,你可以使用任何帮助你思考和解题的方法”。在呈现题卡的同时读给被试听,解题时间不限,被试一般在 2 分钟之内即可解完一题。为避免问题呈现顺序的影响,本研究采取了 ABBA 法,A 为一致问题,B 为不一致问题,一半被试以 ABBA 形式呈现问题,另一半被试以 BAAB 形式呈现。评分标准:解答两步比较应用题包括两步列式和两步计算,每步如果正确计 1 分,错误计 0 分,如果第一步表示关系的列式错误,则后面无论是计算或列式正确与否均

计 0 分。

2.3.2 元认知能力评定 (1)元认知监控技能评定。①自信心评定。每当儿童解完一题后,即询问儿童“你确定自己的答案正确吗?”请儿童在完全不确定、基本不确定、基本确定和完全确定四种情况下做出选择,4 点评分。②元认知监控技能有两个指标:区分指数和偏差分数<sup>[6]</sup>。区分指数(discrimination index)是解答正确题目的平均自信心与解答错误题目的平均自信心之差,在本研究中介于+4 和-4 之间。这个指标测量的是被试对解答正确和解答错误的题目的自信心是否有所不同。区分指数大于零表示对解答正确的题目的自信心高于解答错误的题目的自信心;接近于零表示被试不能区分正确解答和错误解答;小于零表示对解答错误的题目的自信心高于解答正确的题目的自信心,区分能力差。在本研究中的一个大于正的区分指数表示监控技能

高,越接近于 4 表示监控越准确。偏差分数(bias score)是学生在 8 个题目上的平均自信心与平均成绩之差。它测量的是学生对测验是过于自信还是不自信。在本研究中偏差分数介于+4 和-4 之间,大于零表示过度自信,小于零表示不自信,越接近于零表示偏差越小,监控技能越高。(2)元认知知识评定。①对自己解题思考过程的了解。每当被试答完一题后,即要求其讲出解题思路。指导语为“假如现在有一位同学,不会做这道题,你把你的思考过程、解题方法解释给他听好吗?”。评分标准:被试如果能清楚说明先求什么,后求什么,用什么方法的计 2 分;只能说出一部分,不能完全说明整个思考过程的计 1 分;不能说明思考过程或只是将应用题读一遍的计 0 分。②关于解题任务的知识。每当被试答完一题后,询问“你认为正确解决这道题的关键是什么?为什么?”。评分标准:能指出搞清楚两个变量之间的关系是解题关键的,计 2 分;认为题中出现的关键词或其它条件是重要的,计 1 分;不能指出关键之处,或认为没有关键点的计 0 分。

关系陈述的表征策略评定 每当被试答完一题后,针对问题中表示关系的运算(可能是加、减、乘、除),问儿童“我注意到你这里用了加法(或减、乘、除),为什么你这里要用加法(或减、乘、除)呢?”。通过分析被试对这个问题的回答,可将被试运用的表征策略分为直译策略和问题模式策略。如果被试是根据关键词来决定采取何种策略的就归为直译策略,如被试对为什么用加法回答说:“因为多,多就用加法”;如果被试明确阐述两个变量之间的关系,不局限于问题文字的表述形式,能将其在头脑中进行转换并在分清楚谁多谁少的基础上决定采取何种策略,就归为问题模式策略。如被试说“王力比张军每月少存 50 元,也就是张军比王力多存了 50 元,求张军每月存多少元,就得用加法,因为张军比王力多存了。”

以上评定由两位研究者独立进行,评分者的一致性达到 92%。对不一致的地方经过研究小组讨论决定。数据用 SPSS for Windows 8.0 软件包进行处理。

3 结 果

3.1 学优生与学困生解决比较问题的成绩

自变量为学生成绩组别和性别,因变量为一致问题成绩、不一致问题成绩及总成绩。经 2×2 多元

方差分析(MANOVA)结果显示,学习成绩的主效应达到显著水平,学优生与学困生在一致问题、不一致问题及总成绩上均有显著差异,  $F(1, 36)=5.03, p<0.05$ ;  $F(1, 36)=20.29, p<0.001$ ;  $F(1, 36)=17.70, p<0.001$ ,学优生在各项成绩上都优于学困生。性别主效应未达到显著水平,一致问题:  $F(1, 36)=1.77, p=0.19$ ;不一致问题:  $F(1, 36)=0.14, p=0.71$ ;总成绩:  $F(1, 36)=0.94, p=0.34$ ,表明男生与女生在解决比较问题的成绩上无显著差异。学习成绩与性别之间没有交互作用,一致问题:  $F(1, 36)=3.18, p=0.08$ ;不一致问题:  $F(1, 36)=0.47, p=0.50$ ;总成绩:  $F(1, 36)=2.02, p=0.16$ 。

表 2 学优生和学困生解决比较问题成绩的平均数和标准差

问题类型	学优生		学困生	
	男生 (n=13)	女生 (n=7)	男生 (n=10)	女生 (n=10)
一致问题				
M	3.83	3.71	2.83	3.60
SD	0.41	0.49	1.33	0.44
不一致问题				
M	3.60	3.50	2.00	2.33
SD	0.64	0.52	1.09	1.30
总成绩				
M	3.69	3.61	2.41	2.96
SD	0.39	0.33	1.06	0.77

为了解小学生解决一致问题的成绩是否优于不一致问题,我们又做了配对 t 检验。结果发现,对于学优生来说,其解决一致问题和不一致问题的成绩并无显著差异,  $t(19)=0.165, p=0.694$ ;学困生解决一致问题和不一致问题的成绩有显著差异,解决一致问题的成绩明显优于不一致问题的成绩,  $t(19)=3.97, p=0.001$ 。

3.2 学优生与学困生解决比较问题的错误分析

在本研究中,小学生在解决比较问题时所犯的错误可分为四种类型,第一类是转换错误,指由于对第一步表示关系的运算产生了错误的表征,因而运用了相反的运算(即应该加法时用了减法,应用减法时用了加法,应用乘法时用了除法,应用除法时用了乘法)。第二类是计算错误;第三类是目标监控错误,只算了一步或只用了一个条件。第四类是知识错误,如已知买一条牛仔裤 158 元,买三条需要多少钱?学生用 158+3。

表 3 学优生与学困生解决比较问题出现的各类错误次数(%)

问题类型	转换错误	计算错误	目标监控错误	知识错误	合计
一致问题					
学优生	1 (3.7)	3 (11.1)	2(7.4)	0 (0)	6(22.2)
学困生	3(11.1)	9 (33.3)	3 (11.1)	6(22.2)	21(77.8)
不一致问题					
学优生	5 (10.2)	3(6.1)	1(2.0)	0(0)	9(18.4)
学困生	28(57.1)	8(16.3)	1(2.0)	3(6.1)	40(81.6)
合计					
学优生	6(7.9)	6(7.9)	3(3.9)	0(0)	15(19.7)
学困生	31(40.8)	17(22.4)	4(5.3)	9(11.8)	61(80.3)
全体学生					
一致问题	4(5.3)	12(15.8)	5(6.6)	6(7.9)	27(35.5)
不一致问题	33(43.4)	11(14.5)	2(2.6)	3(3.9)	49(64.5)

2×4 的独立性  $\chi^2$  检验表明,学生的成绩组别与其所犯错误类型无关,一致问题:  $\chi^2(3)=2.70$ ,  $p=0.44$ ;不一致问题:  $\chi^2(3)=2.82$ ,  $p=0.42$ 。但问题类型与学生解题时所出现的错误类型有关:  $\chi^2(3)=20.40$ ,  $p<0.001$ 。从表 3 可以看出,学生在不一致问题中出现的转换错误(33 个,占全部错误的 43.4%)明显多于一致问题中出现的转换错误(4 个,占全部错误的 5.3%)。

3.3 学优生与学困生对关系陈述的表征策略比较

2×2 的独立性  $\chi^2$  检验表明,学生的成绩组别与其运用的表征策略有关,一致问题:  $\chi^2(1)=26.93$ ,  $p<0.001$ ;不一致问题:  $\chi^2(1)=29.32$ ,  $p<0.001$ 。学优生在表征比较问题时,绝大多数运用的是问题模式策略,占全部策略的 96.9%,很少使用直译策略;学困生除运用问题模式的表征策略外,还运用了较多的直译策略,达 37%,见表 4。

表 4 学优生与学困生在解决比较问题时使用不同表征策略的次数(%)

问题类型	直译策略	问题模式策略
一致问题		
学优生	2 (1.3)	78(48.8)
学困生	25(17.1)	47(32.2)
不一致问题		
学优生	3 (1.9)	77(48.1)
学困生	29 (19.9)	45(32.2)
合计		
学优生	5(3.1)	155(96.9)
学困生	54(37.0)	92(63.0)

3.4 学优生与学困生元认知能力的比较

自变量为学生成绩组别和性别,因变量为偏差分数、解题关键、区分指数和思考过程。经 2×2 多元方差分析(MANOVA)结果显示,学生成绩组别在

偏差分数和解题关键上主效应差异显著,  $F(1, 33)=13.06$ ,  $p=0.001$ ;  $F(1, 33)=8.99$ ,  $p<0.01$ 。表明学优生关于任务的元认知知识和元认知监控技能均优于学困生。在区分指数和思考过程方面两组学生并无显著差异,  $F(1, 33)=0.54$ ,  $p=0.47$ ;  $F(1, 33)=1.40$ ,  $p=0.245$ 。性别主效应应在各项指标上均未达显著水平,区分指数:  $F(1, 33)=0.00$ ,  $p=0.99$ ; 偏差分数:  $F(1, 33)=0.71$ ,  $p=0.41$ ; 思考过程:  $F(1, 33)=1.11$ ,  $p=0.29$ ; 解题关键:  $F(1, 33)=2.38$ ,  $p=0.13$ , 表明男女生元认知能力并无显著差别。学生成绩组别与性别之间的交互作用未达显著水平,区分指数:  $F(1, 33)=1.50$ ,  $p=0.23$ ; 偏差分数:  $F(1, 33)=3.03$ ,  $p=0.09$ ; 思考过程:  $F(1, 33)=0.05$ ,  $p=0.82$ ; 解题关键:  $F(1, 33)=0.88$ ,  $p=0.35$ 。

表 5 学优生与学困生元认知知识和监控技能的平均数和标准差

组别	元认知知识		元认知监控	
	思考过程	解题关键	区分指数	偏差分数
学优生				
M	1.94	1.73	1.20	0.14
SD	0.15	0.33	1.74	0.47
学困生				
M	1.78	1.28	0.52	0.99
SD	0.37	0.49	1.88	0.88

3.5 元认知能力与解题成绩的关系

为了查明元认知能力对解题成绩是否有影响,我们以元认知知识(关于思考过程的解释和解题关键的阐述)和元认知监控(区分指数和偏差分数)为预测变量,学生成绩组别和性别作为控制变量,学生解决比较问题的平均成绩作为因变量,采用 enter 方法做了多元回归分析,结果见表 6。由表 6 可知,

只有偏差分数对学生解决比较问题的成绩有显著影响( $\beta = -0.84, p < 0.001$ ),表明学生偏差分数越高(即元认知监控技能越差),解题成绩越差,它们可以解释 82% 的变异数。

表 6 元认知对解题成绩影响的多元回归分析

预测变量	$\beta$	$R^2$	$F(6, 30)$
学生成绩组别	0.18	0.82***	22.53***
性别	0.05		
区分指数	-0.12	0.84***	
偏差分数	-0.84***		
思考过程	0.00	-0.07	
解题关键	-0.07		

注:在编码时学优生为 1,学困生为 0,男生为 0,女生为 1。

\*\*\*  $p < 0.001$

4 讨 论

4.1 学优生与学困生解决比较问题的差异

本研究发现学优生与学困生解决比较问题的成绩差异显著,学优生的成绩好于学困生,这种差异在不一致问题上表现尤为突出。通过分析学优生和学困生解决比较问题表现出的错误及访谈记录,我们发现这种差异与学优生和学困生表征问题的策略不同有关。学优生在解决比较问题时由于运用问题模式策略来表征变量之间的关系,因而在一致问题和不一致问题上都取得了好成绩。学困生在表征数量关系时由于采用的是直译策略,即不是根据变量之间关系的实质而仅仅依据应用题中的某些关键词来建立心理表征,这种表征在一致问题上因关键词与变量之间的关系一致而导致了正确答案,但在不一致问题上就会导致错误答案,这一结果有力地支持了 Hegarty 等人的假设。与他们不同的是,本研究不仅仅是通过学生表现出的错误类型推导出这一结论,而且是根据对学生的实际访谈,了解学生采用相应运算的真实想法得出这个结论的,因而更加可靠和有说服力。

在学生解决比较问题出现的各种错误中,转换错误远远超出计算错误,这说明在数学问题解决中,学生的错误主要发生在理解阶段而不是解答阶段。还需要指出的是学生使用何种表征策略并不是全或无性质的,即一个学生并不是在所有问题中都使用某一策略,往往是在一些问题中使用了问题模式策略,在另外一些问题尤其是乘法和除法问题中却使用了直译策略,这反映了小学三年级学生对于乘除法的概念还没有很好地掌握,在确定什么时候运用乘除法时还存在一定的困难。

在本研究中我们发现一些学生在决定用乘法还

是除法时使用了一类特殊的关键词,他们不是根据“倍”或“半”这种较为常见的关键词而是根据助词“的”来决定运用乘法或除法。这些同学认为在关系句中出现的助词“的”是关键,根据“的”前及“的”后是否给出数量,决定用乘除法,如果“的”前的数量没给,“的”后的数量给出就用除法;如果“的”前和“的”后的数量都没给就用乘法,见附录 2。运用助词“的”来决定运用乘除法的现象只在一个班级的同学中出现,而另一个班级的同学并无这种现象。由于这两个班的数学任课教师不同,因此我们推测学生这种特殊的问题表征可能是教师教学的结果。为了让学生学会解乘除法应用题,有些教师自己归纳了一些关于某类习题的特征及相应的解题策略让学生记住并在解题时套用,由于学生没有掌握数学问题的本质,当问题内涵未变但形式发生改变时,机械地套用这些法则就产生了错误。这种现象的出现值得数学教育工作者深思,即数学教育的目的是让学生真正地理解数量之间的关系、数学地思维,还是仅仅为了能够得出正确答案而机械地学习?本研究这一发现表明在问题解决研究中进行质化分析是十分重要的,如果不对学生进行深入访谈,我们就无从了解学生作业表现背后的深层原因,就不能有效地制定改善学生解决问题的能力方案。

4.2 元认知与比较问题的解决

以往研究比较问题都侧重于分析学生解题错误的原因以及学生的表征策略,没有考虑元认知对解题成绩的影响。本研究认为问题解决离不开元认知活动,元认知技能能够帮助学生策略地对问题的本质进行编码并形成心理模式或表征,为达成目标选择适当的计划和策略,识别并克服阻止进步的障碍。本研究发现四个元认知指标中,表示元认知监控技能的偏差分数对学生解题成绩具有显著影响,与我国其他学者关于小学生解应用题的研究是一致的<sup>[7,8]</sup>。当控制了学生的元认知能力后,学生成绩组别对解题成绩并无显著影响,这进一步说明学优生与学困生解决比较问题成绩上的差异,是由于他们在元认知监控技能上的差异造成的。本研究发现从总体上讲学优生的元认知监控技能优于学困生,但在学优生及学困生内部之间元认知监控技能的发展也是不平衡的,这一点可从他们在元认知监控技能得分的标准差较大看出,这说明元认知监控技能是与认知能力不同的一个独立的成分并对解题成绩有独立的影响,这个结果与 Swanson 关于元认知与问题解决的研究是一致的<sup>[9]</sup>

本研究发现说出思考过程作为评定学生元认知技能的一项指标虽对学生解题成绩没有显著预测作用,但在某种程度上是能够帮助学生改善解题成绩的,其作用是以学生掌握了相关数学知识为前提的。本研究中学优生共出现 6 个转换错误,3 个目标监控错误,在要求他们说出思考过程时,4 个转换错误和 1 个目标监控错误得到了改正;在学困生中出现的 31 个转换错误则只有 3 个得到了改正。当要求学生对自己的思考过程进行说明时,迫使学生对题目的要求及自己的解答进行监视和评价,因此有可能发现他们所出现的错误并加以改正。学优生因把握了变量之间的关系,掌握了相关算术运算的基本法则,在说出思考过程时较容易发现错误并改正过来。学困生由于对相关知识掌握得不是很好,虽然在说出思考过程时对出现错误的题目也表现出一定的困惑,但对阻止目标达成的障碍是什么,已知条件、目标和障碍之间有怎样的关系等问题还不能把握,因而无法改善其成绩。本研究显示在确保学生掌握了有关数学知识的前提下,对学生进行元认知训练,要求他们口述解题思路是改善其解题成绩的一种有效方法。

## 5 结 论

学优生与学困生解决比较问题的成绩差异显著,学优生在一致问题和不一致问题上的解题成绩均优于学困生。这种差异与其解题时所运用的表征策略有关。

学生在解决比较问题中出现的主要错误为转换错误,在不一致问题中出现的错误多于一致问题中出现的错误。

学优生与学困生在元认知知识和监控技能上均有显著差异,元认知监控技能对解决比较问题的成绩有显著预测作用。

## 参 考 文 献

- Lewis A B, Mayer R E. Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 1987, 79(4): 363~371
- Hegarty M, Mayer R E, Monk C A. Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, 1995, 87(1): 18~32
- Wu Q L et al. *Cognitive Psychology of Instruction* (in Chinese). Shanghai Science and Technology Press, 2000, 300~344  
(吴庆麟等. 认知教学心理学. 上海科学技术出版社, 2000. 300~344)
- Davidson J E, Sternberg R J. Smart problem solving: How metacognition helps. In: Hacker D J, Dunlosky J, Graesser A C eds. *Metacognition in education theory and Practice*. Lawrence Erlbaum Associates, 1998. 47~68
- Schoenfeld A H. What's all the fuss about metacognition? In: Schoenfeld A H. ed. *Cognitive science and mathematics education*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1987. 189~215
- Schraw G S, Dunkle M E, Bendixen L D et al. Does a general monitoring skill exist? *Journal of Educational Psychology*, 1995, 87(3): 433~444
- Liu R D. The influence of the immediate prompts about the procedure of problem-solving in CAI on the construction of the structure of two-step problem (in Chinese). *Psychological Development and Education*, 1997, 13(2): 18~23  
(刘儒德. 在 CAI 下即时提示解题过程对小学三年级学生建构两步应用题整体结构的影响. 心理发展与教育, 1997, 13(2): 18~23)
- Zhang Q L, Guan P. Metacognitive analysis on pupil's representation of mathematics word problem (in Chinese). *Psychological Development and Education*, 1997, 13(3): 11~14  
(张庆林, 管鹏. 小学生表征应用题的元认知分析. 心理发展与教育, 1997, 13(3): 11~14)
- Swanson H L. Influence of Metacognitive knowledge and aptitude on problem solving. *Journal of Educational psychology*, 1990, 82(2): 306~314

## 附录 1 本研究中采用的 8 道比较问题

### 一致问题

- 一条耐克牛仔裤卖 158 元,一条苹果牌牛仔裤比这个价格多 16 元,买三条苹果牌牛仔裤需要多少钱?
- 李平和高山都是足球队队员,李平每天跑 11 公里,高山比李平每天少跑 3 公里,按一周 7 天计算,高山一周跑多少公里?
- 张明每天做 27 朵纸花,王冬每天做的是张明的三倍,请问王冬 4 天会做多少朵纸花?
- 一盘少儿英语录像带卖 62 元,一张 CD 是这个价格的一半,问买三张 CD 需要多少元钱?

### 不一致问题

- 在百货大楼,一件玩具卖 48 元,这比国贸商场贵了 12 元,请问在国贸商场买 10 件这种玩具需要多少钱?
- 王力每月存 420 元,比张军每月少存 50 元,6 个月后,张军将存多少元?
- 一盒金莎巧克力卖 42 元,这是一盒旺旺巧克力价格的 2 倍,如果买 7 盒旺旺巧克力要花多少钱?
- 在面包店,每天卖出的蛋糕数量是卖出的面包的一半,如果每天卖 134 个蛋糕,5 天里将卖出面包多少个?

附录 2 一名被试使用助词“的”决定乘除运算的访谈记录

不一致问题 3

研究者:我注意到你用 42 除以 2,为什么你要用除法呢?  
被试:看“的”。老师说“的”前没给,“的”后给你了,求“的”前,就应该用除法。

不一致问题 4

研究者:我注意到你用 134 除以 2,为什么这里你要用除法呢?  
被试:抓“的”,“的”前是卖出面包,面包没给,“的”前没给你还得用除法。

DIFFERENCES IN SOLVING COMPARE PROBLEMS: A COMPARISON OF MATHEMATICALLY GIFTED AND MATHEMATICALLY DISABLED THIRD GRADERS OF AN ELEMENTARY SCHOOL

Li Xiaodong, Zhang Xiangkui

(Department of Psychology, Northeast Normal University, Changchun 130024)

Wo Jianzhong

(Institute of Development Psychology, Beijing Normal University, Beijing, 100875)

Abstract

This study compared mathematically gifted and mathematically disabled students in solving compare problems and the effects of metacognition on problem solving achievement with both experimental and clinical interview methods. Ss were 40 third graders of an elementary school. Compare problems were divided into consistent problems and inconsistent problems. Metacognition included metacognitive knowledge and metacognitive monitoring skills. The results showed that: (1) There were significant differences between the two group of students, mathematically gifted students performed better than mathematically disabled students in both consistent and inconsistent problems. These differences were due to the different representing strategy used by mathematically gifted and mathematically disabled students. (2) The main errors in solving compare problems were reversal errors, there were more errors in consistent problems than those in inconsistent problems. (3) There were significant differences between mathematically gifted and mathematically disabled students on metacognitive knowledge and metacognitive monitoring skills, metacognitive monitoring skill is a significant predictor in solving compare problems.

**Key words** mathematics, problem solving, metacognition.