

2024-1 이산수학

Mid-term Exam 1(시험범위: 명제&논리, 집합, 이항 관계)

By: Bongki Moon

1. (15) +와 \*는 산술적 덧셈과 곱셈일 때, 다음 문장을 명제/조건으로 바꾸고, 각각이 tautology인지, contingency인지, contradiction인지 판별하시오 단,  $\text{Sum}(x,y,z)$ 는  $x+y=z$  이고,  $\text{Mul}(x,y,z)$ 는  $x*y=z$ 이다.
  - a) for every x and every y, there exists a z that  $x+y=z$
  - b) for every x,  $x+0=x$
  - c) for every x and every y,  $x*y=y$
  - d) there exists an x,  $x*y=y$  for every y
2. (15) 다음을 각각 증명 혹은 반증하여라
  - a)  $(\forall P(x) \rightarrow A) \leftrightarrow (\exists x(P(x) \rightarrow A))$
  - b)  $(\exists x \neg P(x) \rightarrow \forall x Q(x)) \rightarrow \forall x (P(x) \vee Q(x))$
3. (15) R이 이항 관계이고,  $s(R)$ 은 R의 symmetric closure이다. 다음을 증명하여라
  - a)  $s(R) = R \cap R^{-1}$
  - b)  $s(R) = R$  if and only if R is symmetric
4. (15)  $P(A)$ 를 A의 power set이라 할 때, 다음을 각각 증명 혹은 반증하여라
  - a)  $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$
  - b)  $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$
5. (20) 유한집합 A에 대해 P를 A의 power set의 모든 분할을 모은 집합이라고 하자. P에서 다음과 같은 이항관계 R을 가정하자.  $R = \{ \langle \pi_1, \pi_2 \rangle \mid \pi_1 \subseteq \pi_2 \}$ 
  - a) R은 equivalence relation인가? 증명 혹은 반증하여라
  - b) R은 partial ordering인가? 증명 혹은 반증하여라
6. (30)  $A_n = \{m \mid m \text{ divides } n\}$ 이고,  $\leq = \{ \langle a, b \rangle \mid a \text{ divides } b \}$ 이라 할 때,
  - a) 모든 자연수 n에 대해,  $(A_n, \leq)$ 은 poset임을 증명하여라
  - b)  $A_{12}$ 의 비교가능한 두 원소쌍을 고르고, 두 원소의 glb를 구하여라
  - c)  $A_{12}$ 의 비교불가능한 두 원소쌍을 고르고, 두 원소의 lub를 구하여라
  - d)  $(A_n, \leq)$ 에 대해 Hasse Diagram을 그려라