

武汉大学学报(信息科学版)

Geomatics and Information Science of Wuhan University

ISSN 1671-8860, CN 42-1676/TN

《武汉大学学报(信息科学版)》网络首发论文

题目: 结合边缘归属与双向扫描的栅格 Voronoi 图生成算法
作者: 王磊, 宋志学, 殷楠, 程钢
DOI: 10.13203/j.whugis20220110
收稿日期: 2022-03-01
网络首发日期: 2022-07-15
引用格式: 王磊, 宋志学, 殷楠, 程钢. 结合边缘归属与双向扫描的栅格 Voronoi 图生成算法[J/OL]. 武汉大学学报(信息科学版).
<https://doi.org/10.13203/j.whugis20220110>



网络首发: 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认: 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

DOI:10.13203/j.whugis20220110

引用本文：WANG Lei, SONG Zhixue, YIN Nan, et al.A Raster Voronoi Diagram Generating Algorithm Using Edge Attribution and Bilateral Scanning[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2022, DOI: 10.13203/j.whugis20220110(王磊, 宋志学, 殷楠, 等. 结合边缘归属与双向扫描的栅格 Voronoi 图生成算法[J].武汉大学学报·信息科学版, 2022, DOI: 10.13203/j.whugis20220110)

结合边缘归属与双向扫描的栅格 Voronoi 图生成算法

王磊¹ 宋志学¹ 殷楠¹ 程钢¹

¹ 河南理工大学测绘与国土信息工程学院, 河南 焦作, 454000

摘要: Voronoi 图是计算几何领域中的一个重要研究方向, 其生成算法是该领域的关键技术。确定归属算法符合计算机的离散特征, 是精度最优的栅格 Voronoi 图生成算法之一, 但该算法在海量数据处理时效率不高。针对这一问题, 提出一种基于结合边缘归属与双向扫描的栅格 Voronoi 生成算法。在深入探究确定归属算法精度优异和效率较低原因的基础上, 首先将数据边界栅格通过确定归属计算赋予 Voronoi 区域归属, 建立 3×3 的邻域模板, 进行正向扫描; 然后在深入剖析正向扫描结果的基础上, 通过逆向纠错确保所有栅格归属的正确性; 最后利用不同规模的数据进行了实验对比。结果表明, 所提算法具有与确定归属算法相同的精度, 但却省去 80% 以上的计算量, 效率提高四倍以上, 且数据规模越大, 算法优势越明显。

关键词: Voronoi 图; 栅格扫描; 确定归属

中图分类号: P208

文献标志码: A

Voronoi 图(以下简称 V 图)是计算几何学中一种重要的数据结构, 具有自然邻近、动态稳定等特性, 被广泛应用于气象学、地理学、晶体学、信息科学、机器人路径规划、警力部署、森林消防、商业圈划分等领域^[1-5]。其中 V 图的高效、准确生成是其诸多应用顺利实现的关键, 国内外学者对 V 图生成算法进行了许多研究, 其成果主要分为两大类: 矢量算法和栅格算法。

矢量方法可以分为直接法和间接法。直接法就是直接生成要素的 V 图, 如增量法^[6]、分治法^[7]和并行法^[8,9]等; 而间接法是先生成 V 图的对偶——Delaunay 三角网, 然后生成 V 图^[10-12]; 此外还有半线法^[13]等。矢量方法的精度优异, 但对于线与面数据集而言, 边界一般是不规则的, 在矢量空间中难以用连续的计算步骤对不规则的边界生长过程进行刻画, 因此矢量方法只能较好的生成离散空间点要素的 V 图, 对包含线、面的全要素 V 图生成是较为困难的^[14]。

由于矢量算法的不足, 许多学者将目光转向了栅格, 并提出了基于栅格数据的 V 图生成算法。栅格空间中生成 V 图的方法可以分成两类: 一类是基于均匀栅格结构的方法, 如距离变换算法^[15]、扩张算法^[16]、确定归属算法^[17,18]、栅格扫描算法^[19]等; 另一类是基于常规四叉树结构的层次栅格结构方法^[20], 如层次算法^[21]、细分算法^[2]等。

其中, 确定归属算法是精度最优的算法之一, 它通过计算空白栅格与所有种子点的欧氏距离, 根据距离远近来确定其 Voronoi 区域归属。但由于其时间复杂度高, 在处理海量数据时的时间效率较低。栅格扫描算法利用邻近栅格种子点的传递, 使空白栅格从其邻近栅格处获取最近种子点信息, 而不必与所有种子点进行距离计算与比较。其时间复杂度相对优异, 但由于扫描的不完备性, 其精度难以得到保证。

V 图的生成算法在效率及精度方面存在的问题, 在一定程度上限制了其应用的广

收稿日期: 2022-03-01

项目资助: 国家自然科学基金(41801318); 河南省重点研发与推广专项(科技攻关)(212102310432); 河南理工大学青年骨干教师资助计划(2019XQG-03); 河南理工大学博士基金(B2017-14, B2017-09)。

第一作者: 王磊, 博士, 副教授, 主要从事 GIS 相关算法与可视化研究。wl890627@163.com

通讯作者: 程钢, 博士, 教授。chenggang1218@163.com

度和深度。为此本文基于传统的确定归属算法和栅格扫描算法，提出了一种基于结合边缘归属与双向扫描的栅格 V 图生成算法，首先确定边缘栅格的归属，然后通过正向扫描与逆向强纠错，结合邻近栅格 Voronoi 归属的传递减少算法的时间复杂度，在保留确定归属算法较好精度的同时，提高算法的效率。

1 改进算法原理

1.1 正向扫描

确定归属算法优异的精度是空白栅格与所有种子点进行欧式距离计算得到的（此过程以下称为：确定归属计算），时间效率较低是由于每个空白栅格都要进行确定归属计算导致。因此，本文利用栅格扫描算法中邻近栅格 Voronoi 归属的传递性减少算法的时间复杂度。

首先，建立起算区域。利用邻近栅格

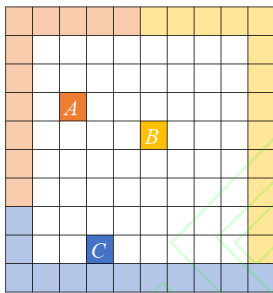


图 1 建立起算区域

Fig.1 Set up the Starting Area

Voronoi 归属传递的特性，需要存在一部分拥有 Voronoi 归属的栅格。本文在平面区域的外围通过确定归属计算，建立一层拥有 Voronoi 归属的栅格点作为起算区域，如图 1 所示。

建立一个 3×3 的扫描模板，如图 2 所示，并利用该模板分别对栅格数据进行自上而下的正向扫描和自下而上的逆向纠错。

在正向扫描过程中，如果空白栅格 3×3 邻域中 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 、 Q_4 同属一个 Voronoi 区域，则给予空白栅格相同的 Voronoi 归属（如图 3(a)），否则就是找到了边界（如图 3(b)），此时利用确定归属计算，确定空白栅格的 Voronoi 归属。

在一次正向扫描过后，平面区域内所有栅格都被赋予了 Voronoi 归属，但其中存在一部分归属错误（如图 4 所示）。

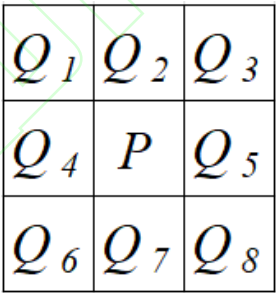
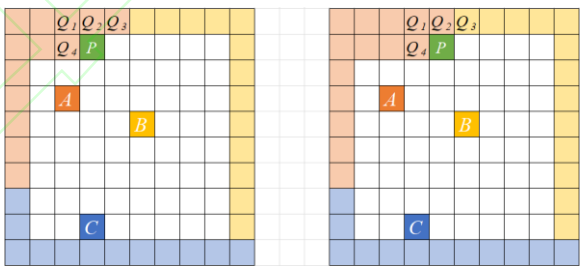


图 2 3×3 邻域图

Fig. 2 3×3 Neighborhoods



(a)四邻域归属相同

(b)四邻域归属不同

图 3 正向扫描两种情况

Fig. 3 Two Cases of the Forward Scanning

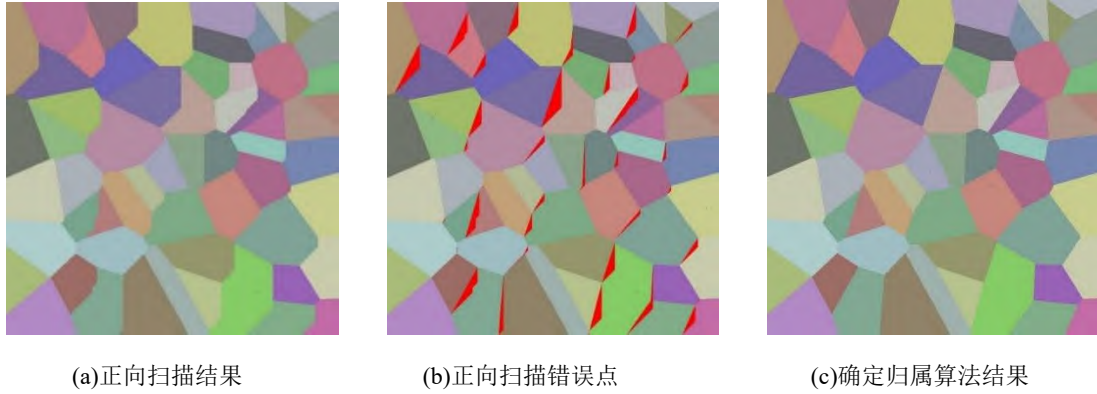


图 4 正向扫描及正向扫描错误点和确定归属算法结果

Fig.4 Results of Forward Scan, Forward Scan Error Points and Attribution Algorithm

图 4(a)为正向扫描结果，图 4(b)中红色区域部分为正向扫描后 Voronoi 归属错误的栅格，图 4(c)是确定归属算法所得 V 图。可以看出归属错误的栅格均分布在正确的 Voronoi 区域边界附近，并且具有向右下方延伸的特点。

1.2 逆向纠错

正向扫描利用空白栅格八邻域中 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 、 Q_4 4 个依赖栅格，判断其 Voronoi 归属。当空白栅格处于正确 Voronoi 区域边界，而其 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 、 Q_4 4 个邻域属于相同 Voronoi 区域时，算法会将该空白栅格误判为非 Voronoi 边界栅格，利用邻近栅格 Voronoi 归属传递的特性，赋予空白栅格与其相同的 Voronoi 归属，进而导致空白栅格的归属错误。如图 5(a)所示，栅格 P1 位于 Voronoi 区域 A 和 C 的边界上（实际到种子点 A 的距离大于到种子点 C 的距离），本应该进行确定归属计算，但由于其 4 邻域 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 、 Q_4 同属于种子点 A，因此算法将其错误归属到 Voronoi 区域 A，对于下一栅格 P2 的扫描也会出现同样的误判，如图 5(b)所示。而对于图 5(c)种的栅格 P3，其四邻域 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 、 Q_4 所属的 Voronoi 区域不同，算法判断其为 Voronoi 边界栅格，从而进行确定归属计算，得到正确的 Voronoi 归属。

根据扫描规则及邻域 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 、 Q_4 的空间特征，在正向扫描的结果中，每一个 Voronoi 区域（无论正确与否）的左上边界一定经过了确定归属计算，能够保证其归属的正确性。如图 6(a)所示，栅格 A_1 、 A_2 位于 Voronoi 区域 A 和 C 的边界上且 Voronoi 归属错误， C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 、 C_5 其邻域 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 、 Q_4 所属 Voronoi 区域不同，进行确定归属计算，确保栅格归属的正确性。因此，每个错误 Voronoi 边界右方和下方的栅格归属均是正确的。

已知错误边界的右方和下方栅格点归属正确，可以利用邻近栅格 Voronoi 归属传递的特性进行反向传递，在正向扫描基础上逆向纠错。所以在从右到左，从下到上纠错过程中，只要在 3×3 邻域模板中不全属于同一个 Voronoi 区域，那就有可能是错误点，如图 7(a)所示。对所有满足此条件的栅格进行确定归属计算，即可修复正向扫描出现的错误，利用邻近栅格 Voronoi 归属传递的特性进行正确性传递，如图 7(b)所示。从右到左，从下到上的遍历顺序可以保证 3×3 邻域模板首先接触到的是归属错误的栅格，因此首先被改正，但正确的边界也会被计算。虽然存在多余计算，但确保了栅格归属的正确。

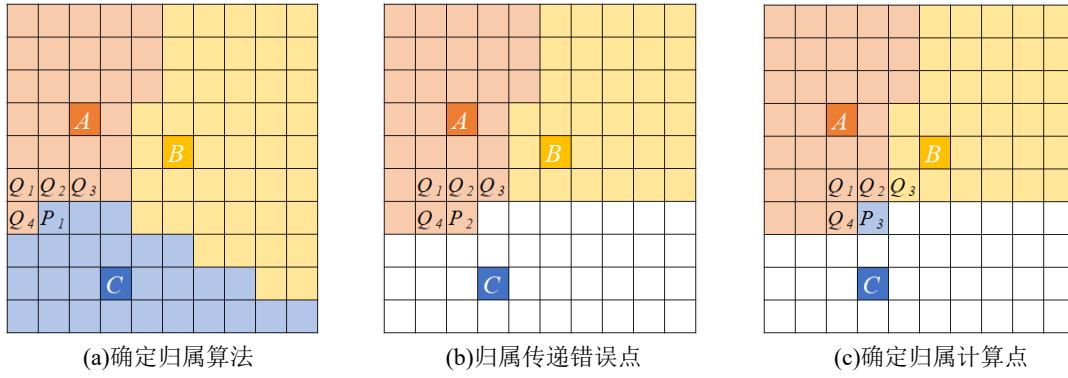


图5 正向扫描错误原因

Fig.5 Causes of Forward Scan Errors

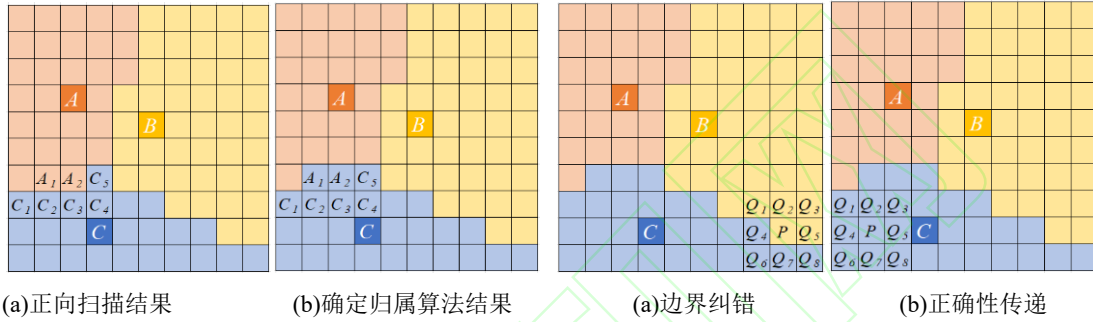


图6 错误边界原因

Fig. 6 Causes of Boundary Errors

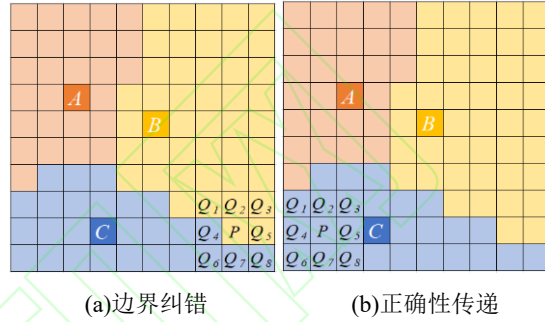


图7 逆向纠错两种情况

Fig.7 Two Cases of Reverse Error Correction

2 实验分析

本文算法所用编程语言为 Python3.8, 硬件环境为 CPU: AMD Ryzen 7 5800H, GPU: NVIDIA GeForce RTX 3060。

2.1 正确性验证

确定归属算法的精度优异, 相较于矢量 Voronoi 图, 其误差在一个格网以内。因此本文选择确定归属算法作为算法精度评判的基准。

在平面上选取 500×500 的栅格范围, 随机选取 50~1 000 个种子点, 进行 10 000 次实验, 均得到与确定归属算法相同的结果, 正确率均为 100%。图 4(c)和图 8(a)分别为利用确定归属算法和本文算法生成的 V 图 (种子点数为 60), 可以看出两种算法可以得到相同的 V 图。

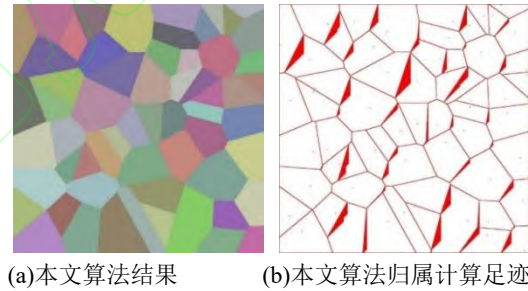


图8 本文算法结果及确定归属计算足迹

Fig.8 Algorithms in This Paper and its Calculating Footprint

2.2 效率对比

为验证本文算法相对确定归属算法的效率优势, 统计了本文算法进行确定归属计算的栅格轨迹及占总栅格的比率。图 8(b)中的红色区域为本文算法进行确定归属计算的栅格, 图 9 为在 500×500 的栅格范围中选取不同数量的种子点时, 两种算法所用时间的比率及本文算法的确定归属计算比率。从两图中可以看出本文算法仅对少数栅格进行了确定归属计算, 相对于确定归属算法省去了大部分不必要的计算, 从而节省计算时间, 大大提高算法的效率。

表 1 所示为在不同数据规模下，两种算法生成 V 图所用的时间及本文算法的确定归属计算比率。图 10 展示了在 500×500 的栅格范围中选取不同数量的种子点时，两种算法所用的时间对比，可以看出，随着种子点数的增加，两种算法所消耗的时间不断增加。但确定归属算法时间增长趋势较为陡峭，而本文算法时间增长趋势较为平缓，且种子点数越多，本文算法的效率优势越明显。

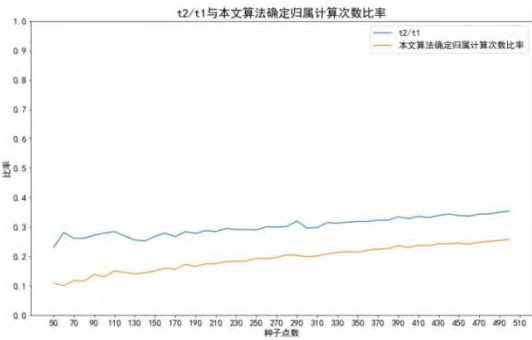


图 9 两种算法所用的时间比率及本文算法确定归属计算比率

Fig.9 Time Ratios of the Two Algorithms and Attribution Calculation Ratio of Algorithms in This Paper

表 1 不同算法生成 V 图所用时间

Tab.1 Time Taken by the Two Algorithms to Generate Voronoi Diagrams

栅格大小	种子数量/个	确定归属算法时间 t_1/s	本文算法时间 t_2/s	t_2/t_1	确定归属计算比率
500×500	50	3.831	1.062	0.277	0.108
	100	7.392	1.964	0.265	0.137
	200	14.314	4.004	0.279	0.169
1000×1000	100	29.888	6.617	0.221	0.085
	200	58.229	12.767	0.219	0.103
	300	89.300	19.908	0.222	0.113
3000×3000	200	528.425	94.986	0.179	0.054
	500	1365.447	234.373	0.171	0.067
	1000	2717.316	503.967	0.185	0.086

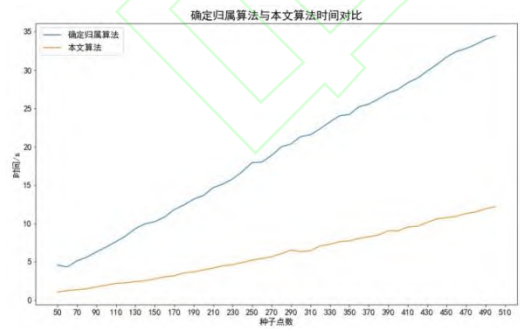


图 10 确定归属算法与本文算法时间对比

Fig.10 Comparison of the Time Taken by the Two Algorithms

3 结 语

本文在深入分析确定归属算法在精度、效率方面优势及不足的基础上，提出一种基

于结合边缘归属与双向扫描的栅格 V 图生成算法。着重分析正向扫描栅格 Voronoi 归属错误的原因，提出逆向纠错来改正 Voronoi 归属。从而通过优先确定边界栅格的 Voronoi 归属及正向扫描与逆向纠错来生成 V 图，并进行了相关实验验证了算法的精度与效率。实验表明：本文提出的结合边缘归属与双向扫描的栅格 V 图生成算法能够保留确定归属算法优秀的精度，同时减少需要进行确定归属计算的栅格，大大提高了算法的效率。本文算法虽然尚不能解决并行计算等问题，但其算法思想可以应用在全要素 V 图生成和球面 V 图生成邻域，后续将进一步研究本文算法在球面格网空间中的应用。

参 考 文 献

- [1] Shou Huahao, Yuan Ziwei, Miao Yongwei, et al. The Voronoi Diagram of Two-Dimensional Shape with Algebraic Curve Boundary[J]. Computer Science and Application, 2011, 1(2):39-43(寿华好, 袁子薇, 缪永伟, 等. 以代数曲线为边界的二维形体的 Voronoi 图[J]. 计算机科学与应用, 2011, 1(2): 39-43)
- [2] Shou Huahao, Yuan Ziwei, Miao Yongwei, et al. A Subdivision Algorithm for Voronoi Diagram of Planar Point Set[J]. Journal of Graphics, 2013, 34(2): 1-6(寿华好, 袁子薇, 缪永伟, 等. 一种平面点集 Voronoi 图的细分算法[J]. 图学学报, 2013, 34(2): 1-6)
- [3] Liu Qingping, Zhao Xuesheng, Wang Lei et al. A Faster Voronoi Diagram Generation Algorithm Based on Horizontal-Longitudinal Scanning[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2019(3): 393-399(刘青平, 赵学胜, 王磊, 等. 横-纵扫描的 Voronoi 图栅格生成算法[J]. 测绘学报, 2019(3): 393-399)
- [4] Meng Lei, Zhang Junwei, Wang Xiaoting, et al. An Improved Incremental Algorithm for Voronoi Diagram[J]. Journal of Image and Graphics, 2010, 15(6): 978-984(孟雷, 张俊伟, 王筱婷, 等. 一种改进的 Voronoi 图增量构造算法[J]. 中国图象图形学报 A, 2010, 15(6): 978-984)
- [5] Shou Huahao. The Voronoi Diagram of Two-Dimensional Shape with Algebraic Curve Boundary[J]. Computer Science & Application, 2011, 1(2): 39-43
- [6] Si Haifei, Shi Zhen, Wang Hongjian, et al. Research on Multi-point Dynamic Target Voronoi Diagram Generation Algorithm in Two-Dimensional Space[J]. Journal of Jinling Institute of Technology, 2020, 36(1): 1-5(司海飞, 史震, 王宏健, 等. 二维空间多点动态目标 Voronoi 图生成算法研究[J]. 金陵科技学院学报, 2020, 36(1): 1-5)
- [7] Shamos M I, Hoey D. Closest-point problems [C] // Proceedings of the 16th Annual Symposium on Foundations of Computer Science. Washington, D C: IEEE Computer Society, 1977: 151-162
- [8] Tu Wensen, Wang Jiajia, et al. Raster-based Method for Voronoi Diagram Using GPU Parallel Technology[J]. Modern Electronics Technique, 2015, 38(4): 66-68+72 (屠文森, 汪佳佳. Voronoi 图栅格生成算法 GPU 并行实现[J]. 现代电子技术, 2015, 38(4): 66-68+72)
- [9] Li Shuyan, Cao Han, Liu Niling, et al. Generation Parallel Algorithm Research of Voronoi Diagram[J]. Journal of Light Industry, 2010, 25(1): 105-109 (李淑艳, 曹菡, 刘妮玲. Voronoi 图的并行生成算法研究[J]. 郑州轻工业学院学报(自然科学版), 2010, 25(1): 105-109)
- [10] Held M, et al. VORONOI: An Engineering Approach to the Reliable and Efficient Computation of Voronoi Diagrams of Points and Line Segments[J]. Computational Geometry, 2001, 18(2): 95-123
- [11] Wu Jianhua, Dai Peng, Hu Lieyun, et al. An Adaptive Voronoi Diagrams Algorithm for Matching Multi-scale Areal Residential Areas[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2022, 47(2): 304-312(吴建华, 戴鹏, 胡烈云. 一种面向多尺度面状居民地匹配的 Voronoi 图自适应构建算法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2022, 47(2): 304-312)
- [12] Wang Lei, Zhang Na, Yin Nan, et al. An Adaptive Terrain Simplification Algorithm Based on Centroidal Voronoi Diagram[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University: 1-10[2022-02-28]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/42.1676.TN.20211008.1639.004.html>(王磊, 张娜, 殷楠, 等. 一种利用质心 Voronoi 图对地形自适应简化的算法[J]. 武汉大学学报(信息科学版): 1-10[2022-02-28]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/42.1676.TN.20211008.1639.004.html>)
- [13] Okabe A, Boots B, Sugihara K, et al. Spatial Tessellations: Concepts and Applications of Voronoi Diagrams[M]. 2nd ed. London: John Wiley & Sons, Inc. 2000
- [14] Wang Lei. QTM-Based Spherical Voronoi Diagram Generating Algorithms and Its Application[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2018, 47(11): 1561.(王磊. 基于 QTM 的球面 Voronoi 图生成算法与应用[J]. 测绘学报,

- 2018, 47(11): 1561)
- [15] Chen Jun. A Raster-based Method for Computing Voronoi Diagrams of Spatial Objects Using Dynamic Distance Transformation[J]. International Journal of Geographical Information Science, 1999, 13(3): 209-225
- [16] Guo Licai, Wang Feng, Huang Zhangjin, et al. A Fast and Robust Seed Flooding Algorithm on GPU for Voronoi Diagram Generation[C]. International Conference on Electrical & Control Engineering, 2011
- [17] Wang Xinsheng, Liu Jiyan, Zhuang Dafang, et al. New Raster-Based Method for Constructing Voronoi Diagrams[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2003(3): 84-87(王新生, 刘纪远, 庄大方, 等. 一种新的构建 Voronoi 图的栅格方法[J]. 中国矿业大学学报, 2003(3): 84-87)
- [18] Wang Lei, Zhao Xuesheng, Guan Yaqin, et al. A Parallel Algorithm for Generating Spherical Voronoi Diagrams in QTM Space.[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2017, 42(5): 691-696(王磊, 赵学胜, 官亚勤, 等. QTM 格网空间中的球面 Voronoi 图并行生成算法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2017, 42(5): 691-696)
- [19] Shih F Y, Wu Yita, et al. Fast Euclidean distance transformation in two Scans Using a 3×3 Neighborhood[J]. Computer Vision & Image Understanding, 2004, 93(2): 195-205
- [20] Li Jiatian, Chen Jun, Zhao Renliang, et al. A Backward Inflation Generating Method for Voronoi Diagram Based on Linear Quadtree Structure[j]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2008(2): 236-242. (李佳田, 陈军, 赵仁亮, 等. 基于线性四叉树结构的 Voronoi 图反向膨胀生成方法[J]. 测绘学报, 2008(2): 236-242)
- [21] Liang Enhui, Lin Shihgang, et al. A Hierarchical Approach to Distance Calculation Using the Spread Function[J]. International Journal of Geographical Information Science, 1998, 12(6): 515-535

A Raster Voronoi Diagram Generating Algorithm Using Edge Attribution and Bilateral Scanning

WANG Lei¹ SONG Zhixue¹ YIN Nan¹ CHENG Gang¹

¹ School of Surveying and Land Information Engineering Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China

Abstract: Objectives: Voronoi diagram is an important research direction in the field of computational geometry, and the generation algorithm of Voronoi diagram is a key technology in this field. The deterministic attribution algorithm, which meets the discrete characteristics of computer, is one of the most accurate raster Voronoi diagram generation algorithms, but the algorithm is not efficient when processing large amounts of data. In this paper, A raster Voronoi generation algorithm based on the combination of edge attribution and bidirectional scanning is proposed to address this problem. **Methods:** Based on an in-depth investigation of the reasons for the excellent accuracy and low efficiency of the deterministic attribution algorithm, the Voronoi attribution of neighboring raster is transferred by attribution of it's

neighboring raster. Firstly, the boundary raster is given Voronoi region attribution by deterministic attribution calculation, then a 3×3 neighboring domain template is established, and forward scanning is performed by using the domain template. Then, the correctness of Voronoi attribution of all the raster is ensured by reverse error correction based on the forward scanning results. **Results:** Experimental comparison using data of different sizes shows that: (1) the algorithm in this paper has the same accuracy as the deterministic attribution algorithm. (2) Compared with the deterministic attribution algorithm, the algorithm in this paper saves more than 80% of the computation. (3) The time efficiency is 4 times more than that of the deterministic attribution algorithm. **Conclusions:** The raster Voronoi generation algorithm based on edge attribution and bidirectional scanning proposed in this paper retains the excellent accuracy of the deterministic attribution algorithm and greatly improves the time efficiency of the algorithm, and the larger the amount of data, the more obvious the advantage of the algorithm.

Key words: Voronoi diagram; raster scan; determining attribution

First author: WANG Lei, PhD, associate professor, specializes in GIS algorithm and visualization. E-mail: wl890627@163.com

Corresponding author: CHENG Gang, PhD, professor. E-mail: chenggang1218@163.com

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China (41801318); the Key Project of Science and Technology Research of Henan Province (212102310432); Young Backbone Teachers Funding Scheme of Henan Polytechnic University (2019XQG-03); Doctoral Foundation of Henan Polytechnic University (B2017-14, B2017-09).