

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Дать определение:

а) ЛНЗ система: _____

б) ЛЗ система: _____

с) базис: _____

д) система координат: _____

2. Запишите условия компланарности и коллинеарности векторов $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)^T$ и $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)^T$ (с помощью детерминанта):

3. Является ли система векторов базисом в пространстве (а) / на плоскости (б, с)?

$$(a) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (c) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

4. Известно, что система векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ состоит из трех попарно неколлинеарных компланарных векторов. Выберите верные утверждения:
- а) система $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ линейно зависима;
 - б) система $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ линейно независима;
 - в) система $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образует базис в пространстве;
 - г) система $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образует базис на плоскости, образованной векторами \vec{a} и \vec{b} ;
 - д) система \vec{a}, \vec{c} образует базис на плоскости, образованной векторами \vec{a} и \vec{b} .
5. Определите, являются ли компланарными векторы

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Вычислить линейные комбинации:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix} =$$

2. Найти произведения матриц:

$$\begin{pmatrix} 8 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}^{10} =$$

3. Найдите транспонированные матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}^T =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & & \lambda_1 \\ & \ddots & \\ \lambda_{n-1} & & 0 \\ \lambda_n & & \end{pmatrix}^T =$$

4. Вычислите детерминанты:

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} 8000 & 1 & -1 \\ -101 & 1 & 0 \\ 10 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

5. Решите систему линейных уравнений, пользуясь правилом Крамера:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ 3x + y - 2z = 3 \\ x + z = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x + y + z = 0 \\ y + z = 1 \end{cases}$$

6. Вычислите:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (A^3 - 4B) =$$

7. Используя свойства детерминанта, вычислите:

$$\det \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

Дополнительные индивидуальные задания

1. Вычислите детерминант выражения:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\det(A^3 - A^2B + ABA - AB^2) =$$

2. Найдите количество решений системы линейных уравнений при различных α :

$$\begin{cases} \alpha x + 4y = 2 + \alpha \\ x + \alpha y = 2 \end{cases}$$

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Дать определение:

а) ЛНЗ система: _____

б) ЛЗ система: _____

с) базис: _____

д) система координат: _____

2. Запишите условия компланарности и коллинеарности векторов $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)^T$ и $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)^T$ (с помощью детерминанта):

3. Является ли система векторов базисом в пространстве (а) / на плоскости (б, с)?

$$(a) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (c) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

4. Известно, что система векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ состоит из трех попарно неколлинеарных компланарных векторов. Выберите верные утверждения:
- а) система $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ линейно зависима;
 - б) система $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ линейно независима;
 - в) система $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образует базис в пространстве;
 - г) система $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образует базис на плоскости, образованной векторами \vec{a} и \vec{b} ;
 - д) система \vec{a}, \vec{c} образует базис на плоскости, образованной векторами \vec{a} и \vec{b} .
5. Определите, являются ли компланарными векторы

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Вычислить линейные комбинации:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix} =$$

2. Найти произведения матриц:

$$\begin{pmatrix} 8 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}^{10} =$$

3. Найдите транспонированные матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}^T =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & & \lambda_1 \\ & \ddots & \\ \lambda_{n-1} & & 0 \\ \lambda_n & & \end{pmatrix}^T =$$

4. Вычислите детерминанты:

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} 8000 & 1 & -1 \\ -101 & 1 & 0 \\ 10 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

5. Решите систему линейных уравнений, пользуясь правилом Крамера:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ 3x + y - 2z = 3 \\ x + z = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x + y + z = 0 \\ y + z = 1 \end{cases}$$

6. Вычислите:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad (A^3 - 4B) =$$

7. Используя свойства детерминанта, вычислите:

$$\det \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

Дополнительные индивидуальные задания

1. Вычислите детерминант выражения:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\det(A^3 - A^2B + ABA - AB^2) =$$

2. Найдите количество решений системы линейных уравнений при различных α :

$$\begin{cases} \alpha x + 4y = 2 + \alpha \\ x + \alpha y = 2 \end{cases}$$