Студент: Маргарита Голиус

Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

Тест

1. Дать определение:

   a) ЛНЗ система: ____________________________

   b) ЛЗ система: ____________________________

   c) базис: ____________________________

   d) система координат: ____________________________

2. Запишите условия компланарности и коллинеарности векторов $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)^T$ и $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)^T$ (с помощью детерминанта):

3. Является ли система векторов базисом в пространстве (a) / на плоскости (b, c)?

   (a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

4. Известно, что система векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ состоит из трех попарно неколлинеарных компланарных векторов. Выберите верные утверждения:

   a) система $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ линейно зависима;

   b) система $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ линейно независима;

   c) система $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образует базис в пространстве;

   d) система $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образует базис на плоскости, образованной векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

   e) система $\vec{a}, \vec{c}$ образует базис на плоскости, образованной векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

5. Определите, являются ли компланарными векторы

$$\begin{pmatrix}1\\2\\7\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$$

Базовые обязательные задания

1. Вычислить линейные комбинации:

$$\begin{pmatrix}4 & 2 & 0\\1 & 3 & 5\\1 & -2 & 3\end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix}-2 & 1 & 0\\-1 & 0 & 1\\1 & 3 & 0\end{pmatrix} - 4\begin{pmatrix}-1 & 0 & -1\\0 & 1 & 2\\-1 & 0 & 1\end{pmatrix} =$$

$$2\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}4\\3\\2\\1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-2\\6\\7\\6\end{pmatrix} =$$

2. Найти произведения матриц:

$$\begin{pmatrix}8 & 1 & 1 & 1\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}3\\-1\\-1\\-5\end{pmatrix} = \qquad \begin{pmatrix}8\\1\\1\\1\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 2\end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\3 & 2 & 1\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}1 & 1\\1 & 0\\1 & 1\end{pmatrix} = \qquad \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 2 & 0\\0 & 0 & 10\end{pmatrix}^{10} =$$

3. Найдите транспонированные матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}^T = \qquad \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}^T =$$

$$\begin{pmatrix} \text{\Large 0} & & \lambda_1 \\ & \cdots & \\ \lambda_{n-1} & & \\ \lambda_n & & \text{\Large 0} \end{pmatrix}^T =$$

4. Вычислите детерминанты:

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \qquad \det \begin{pmatrix} 8000 & 1 & -1 \\ -101 & 1 & 0 \\ 10 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

5. Решите систему линейных уравнений, пользуясь правилом Крамера:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ 3x + y - 2z = 3 \\ x + z = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x + y + z = 0 \\ y + z = 1 \end{cases}$$

6. Вычислите:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad (A^3 - 4B) =$$

7. Используя свойства детерминанта, вычислите:

$$\det \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

Дополнительные индивидуальные задания

1. Вычислите детерминант выражения:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\det(A^3 - A^2B + ABA - AB^2) =$$

2. Найдите количество решений системы линейных уравнений при различных α:

$$\begin{cases} \alpha x + 4y = 2 + \alpha \\ x + \alpha y = 2 \end{cases}$$