Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Дайте определение:

   a) ЛНЗ система: ______________________________

   b) ЛЗ система: ______________________________

   c) базис: ______________________________

   d) система координат: ______________________________

2. Запишите условия компланарности и коллинеарности векторов $\vec{a} = (a_1\ a_2\ a_3)^T$ и $\vec{b} = (b_1\ b_2\ b_3)^T$ (с помощью детерминанта):

3. Является ли система векторов базисом в пространстве (a) / на плоскости (b, c)?

(a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

4. Известно, что система векторов $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ состоит из трех попарно неколлинеарных компланарных векторов. Выберите верные утверждения:

   a) система $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\{$ линейно зависима;

   b) система $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ линейно независима;

   c) система $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ образует базис в пространстве;

   d) система $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ образует базис на плоскости, образованной векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

   e) система $\{\vec{a}, \vec{c}\}$ образует базис на плоскости, образованной векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

5. Определите, являются ли компланарными векторы

$$\begin{pmatrix}1\\2\\7\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$$

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Даны векторы:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Найдите:

(a) $\vec{d} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ (b) $\vec{e} = 2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

2. Докажите, что система векторов $(1\ 2\ 3)^T$, $(3\ 2\ 1)^T$, $(1\ 0\ 1)^T$ является базисом в пространстве, и найдите координаты векторов $(5\ 4\ 2)^T$, $(5\ 2\ 3)^T$ в этом базисе.

3. Известно, что $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ — некомпланарные векторы. Определите, компланарны ли векторы $\vec{l}$, $\vec{m}$ и $\vec{n}$, если:

a) $\vec{l} = \vec{a} + \vec{b}$
$\vec{m} = 2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$
$\vec{n} = 3\vec{a} - 4\vec{b} + \vec{c}$

b) $\vec{l} = 3\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$
$\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
$\vec{n} = 5\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$

4. Даны векторы

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Найти α и β такие, что

$$\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + = \vec{0}.$$

Дополнительные индивидуальные задания

1. Вычислите детерминант выражения:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\det(A^3 - A^2B + ABA - AB^2) =$$

2. Найдите количество решений системы линейных уравнений при различных α:

$$\begin{cases} \alpha x + 4y = 2 + \alpha \\ x + \alpha y = 2 \end{cases}$$

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Дайте определение:

   a) ЛНЗ система: ______________________________

   ____

   ____

   b) ЛЗ система: ______________________________

   ____

   ____

   c) базис: ______________________________

   ____

   ____

   ____

   d) система координат: ______________________________

   ____

   ____

2. Запишите условия компланарности и коллинеарности векторов $\vec{a} = (a_1\ a_2\ a_3)^T$ и $\vec{b} = (b_1\ b_2\ b_3)^T$ (с помощью детерминанта):

3. Является ли система векторов базисом в пространстве (a) / на плоскости (b, c)?

   (a) $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

4. Известно, что система векторов $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ состоит из трех попарно неколлинеарных компланарных векторов. Выберите верные утверждения:

   a) система $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\{$ линейно зависима;

   b) система $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ линейно независима;

   c) система $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ образует базис в пространстве;

   d) система $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ образует базис на плоскости, образованной векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

   e) система $\{\vec{a}, \vec{c}\}$ образует базис на плоскости, образованной векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

5. Определите, являются ли компланарными векторы

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Даны векторы:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Найдите:

(a) $\vec{d} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ (b) $\vec{e} = 2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

2. Докажите, что система векторов $(1\ 2\ 3)^T$, $(3\ 2\ 1)^T$, $(1\ 0\ 1)^T$ является базисом в пространстве, и найдите координаты векторов $(5\ 4\ 2)^T$, $(5\ 2\ 3)^T$ в этом базисе.

3. Известно, что $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ — некомпланарные векторы. Определите, компланарны ли векторы $\vec{l}$, $\vec{m}$ и $\vec{n}$, если:

a) $\vec{l} = \vec{a} + \vec{b}$
$\vec{m} = 2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$
$\vec{n} = 3\vec{a} - 4\vec{b} + \vec{c}$

b) $\vec{l} = 3\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$
$\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
$\vec{n} = 5\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$

4. Даны векторы

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Найти α и β такие, что

$$\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + = \vec{0}.$$

Дополнительные индивидуальные задания

1. Вычислите детерминант выражения:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\det(A^3 - A^2B + ABA - AB^2) =$$

2. Найдите количество решений системы линейных уравнений при различных α:

$$\begin{cases} \alpha x + 4y = 2 + \alpha \\ x + \alpha y = 2 \end{cases}$$