

УТВЕРЖДЕНО  
Проректор по учебной работе  
и довузовской подготовке  
А. А. Воронов  
30 мая 2018 г.

## ПРОГРАММА

по дисциплине: Аналитическая геометрия  
по направлению подготовки: 03.03.01 «Прикладные математика и физика»  
физтех-школа: для всех школ  
кафедра: высшей математики  
курс: 1  
семестр: 1

Трудоёмкость:

Базовая часть — 3 зач. ед.;

лекции — 30 часов

Экзамен — 1 семестр

практические занятия — 30 часов

лабораторные занятия — нет

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ — 60

Самостоятельная работа:  
45 часов

Программу составили:

к. ф.-м. н., доцент А. Н. Бурмистров  
к. ф.-м. н., доцент А. В. Ершов  
к. ф.-м. н., доцент О. К. Подлипский  
к. п. н., доцент Д. А. Терёшин  
к. ф.-м. н., доцент И. А. Чубаров

Программа принята на заседании кафедры  
высшей математики 10 мая 2018 г.

Заведующий кафедрой  
д. ф.-м. н., профессор

Г. Е. Иванов

1. Матрицы. Операции сложения и умножения матриц на числа. Детерминанты (определители) квадратных матриц 2-го и 3-го порядков.
2. Векторы и действия над ними. Операции сложения векторов и умножения на числа, их свойства.
3. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис, координаты векторов в базисе. Координатное представление векторов. Операции с векторами в координатном представлении. Изменение координат вектора при замене базиса. Необходимое и достаточное условие линейной зависимости векторов в координатной форме.
4. Общая декартова и прямоугольная системы координат. Изменение координат точки при замене системы координат. Матрица перехода и ее свойства. Формулы перехода между прямоугольными системами координат на плоскости.
5. Ортогональные проекции векторов и их свойства. Скалярное произведение, его свойства, выражение в координатах. Ортонормированный базис. (Кроме потока И.А. Чубарова: геометрический смысл скалярного произведения.) Формулы для определения расстояния между двумя точками и угла между двумя направлениями.
6. Ориентированные тройки векторов. Векторное произведение, его свойства, выражение в ортонормированном базисе. Условие коллинеарности векторов. Геометрический смысл векторного произведения. Выражение векторного произведения в произвольном базисе. Формула двойного векторного произведения.
7. Смешанное произведение векторов, его свойства, выражение в произвольном и ортонормированном базисах. Геометрический смысл смешанного произведения. Условие компланарности векторов. Взаимный базис.
8. Координатное задание линий на плоскости, поверхностей в пространстве. Алгебраические линии и поверхности. Инвариантность порядка алгебраических линий на плоскости при замене декартовой системы координат. Координатное задание линий в пространстве. Инвариантность порядка алгебраических поверхностей в пространстве при замене декартовой системы координат.
9. Прямая на плоскости и в пространстве. Способы задания прямой на плоскости и в пространстве. Плоскость в пространстве. Способы задания плоскости в пространстве. Позиционные и метрические задачи о прямых и плоскостях в пространстве. Перевод одной формы описания прямых и плоскостей в пространстве в другую форму. (Кроме потока Д.А. Терёшина: пучок прямых. Пучок и связка плоскостей.)

10. Алгебраические линии 2-го порядка на плоскости. Их классификация. Приведение уравнения линии 2-го порядка к каноническому виду. Центральные линии. Инварианты. (*Кроме потока Д.А. Терёшина: сопряженные диаметры. Асимптотические направления.*)
11. Эллипс, гипербола и парабола, их свойства. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе. (*Для потока Д.А. Терёшина: уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярной системе координат.*)
12. Эллипсоиды, гиперболоиды и параболоиды. Их основные свойства. Прямолинейные образующие. Цилиндры и конусы. Поверхности вращения. (*Кроме потока Д.А. Терёшина: классификация и канонические уравнения алгебраических поверхностей второго порядка.*)
13. Отображения и преобразования плоскости. Композиция (произведение) отображений. Взаимно однозначное (биективное) отображение. Обратное отображение. Линейные преобразования плоскости и их свойства. Координатное представление линейных преобразований плоскости.
14. Аффинные преобразования и их свойства. Геометрический смысл модуля и знака определителя матрицы аффинного преобразования. (*Кроме потока И.А. Чубарова: аффинная классификация линий второго порядка на плоскости.*)
15. Ортогональные преобразования и их свойства. Главные направления аффинного преобразования и их нахождение. Разложение аффинного преобразования в произведение ортогонального и двух сжатий.
16. (*Кроме потока Д.А. Терёшина: понятие о группе. Группа аффинных преобразований плоскости и ее подгруппы.*)
17. Умножение и обращение матриц. (*Кроме потока Д.А. Терёшина: ортогональные матрицы.*) Элементарные преобразования матриц. (*Кроме потока И.А. Чубарова: матричная форма элементарных преобразований.*)
18. Определение и основные свойства детерминантов (определителей) матриц. Детерминант (определитель) произведения матриц.

## Литература

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. — 10-е изд. — М.: Наука, 2003.
2. Умнов А. Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. — М.: МФТИ, 2011, <http://www.umnov.ru>.
3. Чезлов В. И. Лекции по аналитической геометрии и линейной алгебре. — М.: МФТИ, 2000.
4. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Ч. 1. Основы алгебры. — М.: Физматлит, 2004.

# ЗАДАНИЯ

## Литература

1. *Беклемешева Л. А., Петрович А. Ю., Чубаров И. А.* Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. — 3-е изд. — СПб.: Лань, 2008. (цитируется **С**)

## Замечания

1. Задачи с подчеркнутыми номерами рекомендовано разобрать на семинарских занятиях.
2. Задачи, отмеченные \*, являются необязательными для всех студентов.

## ПЕРВОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 1–5 октября)

### I. Матрицы и определители 2-го и 3-го порядков. Системы линейных уравнений. Правило Крамера

**С:** 14.4(3); 14.7(4, 6); 15.2(1); 15.5(1, 2, 7); 15.10(3); 15.12(7); 15.8\*; 17.1(3)  
(решить, используя правило Крамера).

### II. Векторы

**С:** 1.1; 1.6; 1.11(2, 3); 1.17.

**Т.1.** В пространстве заданы четыре различные точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Найти все такие точки  $O$ , что  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{0}$ .

**С:** 1.23(2); 1.50; 1.51; 1.35\*.

### III. Скалярное, векторное и смешанное произведение

**С:** 2.7(3); 2.11; 2.21; 2.25; 2.27(2); 2.45; 3.2(2); 3.8(1); 3.12; 3.13(1, 2, 3); 3.16; 3.28; 3.33.

**Т.2.** Докажите, что если векторы  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  удовлетворяют следующим равенствам:  $[\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{b} + \mathbf{c}] = [\mathbf{b} + \mathbf{c}, \mathbf{c} + \mathbf{a}] = [\mathbf{c} + \mathbf{a}, \mathbf{a} + \mathbf{b}]$ , то справедливы равенства  $[\mathbf{a}, \mathbf{b}] = [\mathbf{b}, \mathbf{c}] = [\mathbf{c}, \mathbf{a}]$ .

**Т.3\*.** Дана четырехугольная пирамида  $OABCD$ , где  $O$  — вершина,  $ABCD$  — параллелограмм. Известно, что плоскости  $OAC$  и  $OBD$  перпендикулярны. Доказать, что суммы квадратов площадей противоположных боковых граней равны между собой:  $S_{OAB}^2 + S_{OCD}^2 = S_{OBC}^2 + S_{OAD}^2$ .

### IV. Замена базиса и системы координат

**С:** 4.3; 4.14; 4.19; 4.25; 4.24\*.

## Рекомендации по решению

### первого домашнего задания по неделям

1 неделя	<b>С:</b> 14.4(3); 14.7(4, 6); 15.2(1); 15.5(1, 2, 7); 15.10(3); 15.12(7); 15.8 <sup>*</sup> ; 17.1(3).
2 неделя	<b>С:</b> 1.1; 1.6; 1.11(2, 3); 1.17; Т.1. <b>С:</b> 1.23(2); 1.50; 1.51; 1.35 <sup>*</sup> .
3 неделя	<b>С:</b> 2.7(3); 2.11; 2.21; 2.25; 2.27(2); 2.45; 3.2(2); 3.8(1); 3.12; 3.13(1, 2, 3); 3.16; 3.28; 3.33; Т.2; Т.3 <sup>*</sup> .
4 неделя	<b>С:</b> 4.3; 4.14; 4.19; 4.25; 4.24 <sup>*</sup> .

39 + 4 <sup>*</sup>
---------------------

## ВТОРОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 5–9 ноября)

### I. Прямая и плоскость

**С:** 5.1; 5.4(1); 6.1(1, 2, 3); 6.2; 6.3; 6.8(2); 6.10(1, 2, 4); 6.11(3, 4, 8); 5.7; 5.19; 6.16(2); 6.18(1); 6.25(5); 6.29(1); 6.38(1); 5.54; 6.61(3).

### II. Линии второго порядка

**С:** 9.1(2, 3); 9.4(3, 4); 9.19(1); 7.25(1); 7.26(5); 7.33(1); 7.48(2); 7.49(1); 7.54(2); 7.56<sup>\*</sup>; 7.64<sup>\*</sup>.

**С:** 8.1(2); 8.7(3); 8.9(4); 8.25(2); 8.18<sup>\*</sup>; 8.24(1); 8.28(1); 8.29(1)<sup>\*</sup>; 8.33(1)<sup>\*</sup>.

## Рекомендации по решению

### второго домашнего задания по неделям

1 неделя	<b>С:</b> 5.1; <u>5.4(1)</u> ; 6.1(1, 2, 3); <u>6.2</u> ; 6.3; 6.8(2); 6.10(1, 2, 4); 6.11(3, 4, 8).
2 неделя	<b>С:</b> 5.7; 5.19; 6.16(2); 6.18(1); 6.25(5); 6.29(1); 6.38(1); 5.54; 6.61(3).
3 неделя	<b>С:</b> 9.1(2, 3); 9.4(3, 4); 9.19(1); 7.25(1); 7.26(5); 7.33(1); 7.48(2); 7.49(1); 7.54(2); 7.56 <sup>*</sup> ; 7.64 <sup>*</sup> .
4 неделя	<b>С:</b> 8.1(2); 8.7(3); 8.9(4); 8.25(2); 8.18 <sup>*</sup> ; 8.24(1); 8.28(1); 8.29(1) <sup>*</sup> ; 8.33(1) <sup>*</sup> .

40 + 5 <sup>*</sup>
---------------------

## ТРЕТЬЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 10–14 декабря)

### I. Поверхности второго порядка

**С:** 10.3(6, 9); 10.7(2); 10.9(2); 10.15; 10.38; 10.39; 10.40; 10.82.

**Т.1.** Найти уравнение конуса, описанного около двух сфер с центрами  $O_1(-3, 0, 0)$  и  $O_2(3, 0, 0)$  и радиусами  $r_1 = 1$ ,  $r_2 = 2$  соответственно.

## **II. Аффинные преобразования плоскости**

**С:** 12.28(1, 3); 9.13(3, 4); 12.31; 12.40(1); 12.53(2, 4, 6, 9); 12.82 (для преобразования 12.81(7)).

**Т.2.** Для аффинного преобразования  $f$ , заданного следующими формулами:  $x^* = 6x - y + 2$ ,  $y^* = 7x - 3y + 4$ , найти:

- а) площадь образа круга радиуса 1;
- б) площадь прообраза круга радиуса 1;
- в) все неподвижные точки;
- г) все инвариантные прямые.

## **III. Определители $n$ -го порядка**

**С:** 14.12; 14.15; 14.23(4, 6, 11, 16); 14.24(7); 14.31(1, 2)\*.

## **IV. Операции с матрицами. Обратная матрица**

**С:** 15.11(1, 3); 15.22(3); 15.24(3); 15.45(1); 15.48(1, 3).

## **Рекомендации по решению**

### **третьего домашнего задания по неделям**

1 неделя	<b>С:</b> 10.3(6, 9); 10.7(2); 10.9(2); 10.15; 10.38; 10.39; 10.40; 10.82; Т.1.
2 неделя	<b>С:</b> 12.28(1, 3); 9.13(3, 4); 12.31; 12.40(1); 12.53(2, 4, 6, 9); 12.82; Т.2.
3 неделя	<b>С:</b> 14.12; 14.15; 14.23(4, 6, 11, 16); <u>14.24(7)</u> ; 14.31(1, 2)*.
4 неделя	<b>С:</b> 15.11(1, 3); 15.22(3); 15.24(3); 15.45(1); 15.48(1, 3).

36 + 2\*