[4강]

모집단의 분포(1) : 이산형 확률분포

정보통계학과 이긍희 교수

학습목표

1. 베르누이분포를 이해한다
2. 이항분포를 이해한다
3. 포아송분포를 이해한다.

[4강]

모집단의 분포(1)

1 모집단의 확률분포

1.1 확률분포

- 이산형 확률변수 : 확률질량함수
  - $f(x) = P(X = x), x = 0,1, \cdots$
  - 베르누이분포, 이항분포, 포아송분포, 기하분포, 초기하분포, 음이항분포

1.1 확률분포

- 연속형 확률변수 : 확률밀도함수

$$F(x) = P(X \le x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt$$

$$f(x) = \frac{d}{dx}F(x)$$

- 연속형 균등분포, 지수분포, 감마분포, 정규분포, 베타분포, 로그정규분포

2 이산형 확률분포

2.1 베르누이분포

- **베르누이 시행** : 시행 결과 두 가지 범주 중에서 하나
  - 불량품 여부, 찬성 여부, 동전 앞면 여부

2.1 베르누이분포

- **베르누이 분포** : 베르누이 시행과 관련된 분포
  - $X \sim Ber(p)$
  - $f(x) = P(X = x) = p^x(1-p)^{1-x},\ x = 0,1$

2.1 베르누이분포

예 3.1

자유투 성공률 70%,
자유투 성공하면 1, 그렇지 않으면 0인
확률변수의 확률질량함수는?

2.1 베르누이분포

- 베르누이 분포의 기댓값과 분산
  - $E(X) = p$
  - $Var(X) = p(1-p)$

2.1 베르누이분포

- 베르누이 분포의 적률생성함수
  - $M(t) = E(e^{tX}) = (1-p) + pe^t$

2.1 베르누이분포

예 3.2

적률생성함수를 이용하여 베르누이분포의 평균과 분산을 구하라.

2.2 이항분포

- n번 독립적으로 베르누이 시행을 반복했을 때 성공횟수 → 이항분포 $X \sim B(n, p)$
  - 동전 n번 독립적으로 던졌을 때 앞면 총 수

2.2 이항분포

예 3.3

선수의 자유투 성공률이 70%, 3번의 자유투를 시도할 때 성공 횟수의 확률질량함수는?

2.2 이항분포

- 확률질량함수

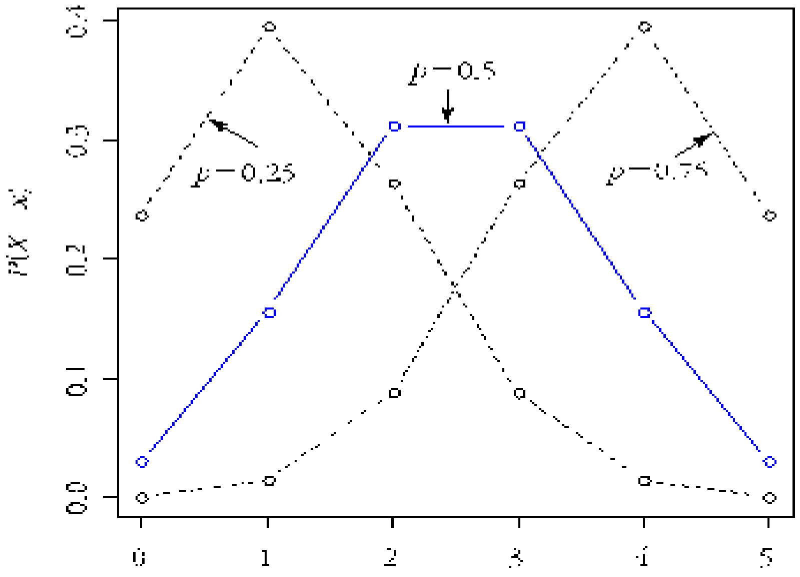
$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \qquad x = 0, 1, \ldots, n$$

2.2 이항분포

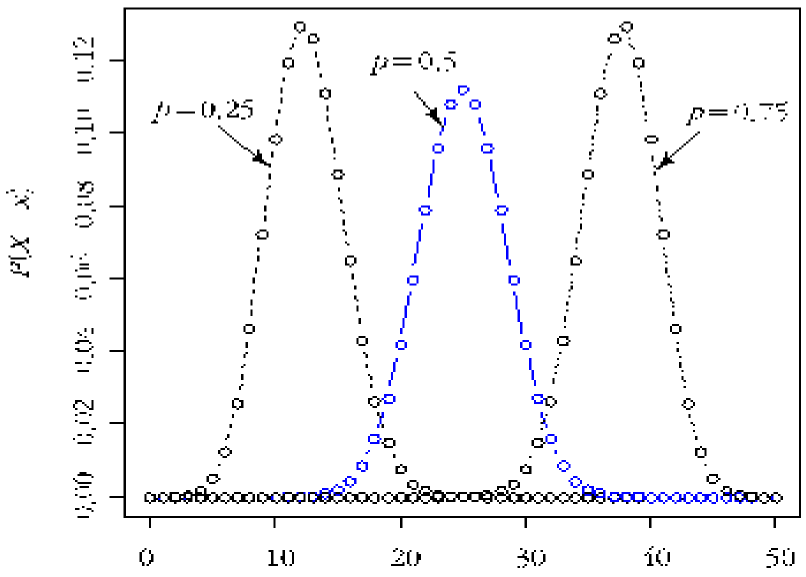
- $\sum_{x=0}^{n} \binom{n}{x} a^x b^{n-x} = (a+b)^n$
- $\sum_{x=0}^{n} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = 1$

2.2 이항분포

- 확률질량함수의 그래프



(a) $n=5$



(b) $n=50$

2.2 이항분포

예 3.4

자유투를 3번 시도할 때 성공 횟수가 2회일 확률은?

2.2 이항분포

- 기댓값과 분산
  - $E(X) = np$
  - $Var(X) = np(1-p)$

2.2 이항분포

- 적률생성함수

$$M(t) = [(1-p) + pe^t]^n$$

2.2 이항분포

예 3.5

이항분포 $B(n, p)$를 따르는 확률변수의 적률생성함수를 도출하라.

2.2 이항분포

예 3.6

동전을 10번 던졌을 때 앞면 수를 변수 X

(1) $P(X \geq 4)$

2.2 이항분포

예 3.6

동전을 10번 던졌을 때 앞면 수를 변수 X

(2) 적률생성함수

2.2 이항분포

예 3.6

동전을 10번 던졌을 때 앞면 수를 변수 X

(3) 기댓값

2.2 이항분포

- 베르누이분포와 이항분포
  - 베르누이 분포 : 이항분포 $B(1, p)$
  - 이항분포 : 베르누이를 따르는 n개 확률표본의 합

2.3 포아송분포

- 특정 기간(영역)에서 일어나는 사건 수의 분포

$$X \sim Poisson(\lambda)$$

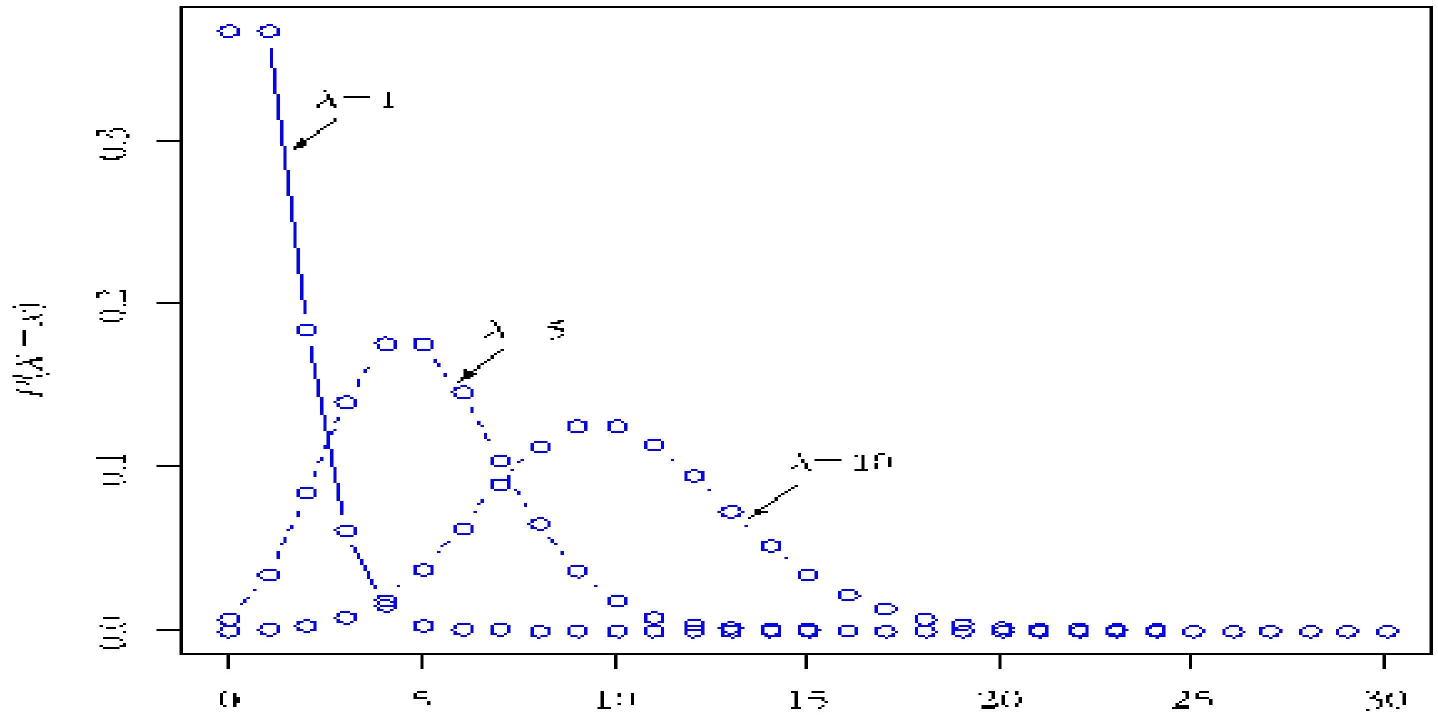
2.3 포아송분포

- 확률질량함수

$$f(x) = P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!},$$
$$x = 0,1, \dots \quad (\lambda > 0)$$

2.3 포아송분포

- 확률질량함수



2.3 포아송분포

- 포아송분포

  이항분포에서 n이 크고 p가 작으면서 $np = \lambda$일 때 분포

2.3 포아송분포

- 이항분포와 포아송분포
  - $\lim_{n\to\infty}\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}$

2.3 포아송분포

- 이항분포와 포아송분포
  - $\lim_{n\to\infty}\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}$

2.3 포아송분포

- 어떤 사건이 1년에 평균 λ건 일어날 때
  - t년 동안 일어나는 사건의 수 : X

$$X \sim Poisson(\lambda t)$$

2.3 포아송분포

예 3.7

주차장에 매 10분 단위로 평균 1대 차가 주차.
한 시간 동안 주차 숫자가 3대 이하일 확률은?

2.3 포아송분포

- 기댓값과 분산
  - $E(X) = \lambda$
  - $Var(X) = \lambda$

2.3 포아송분포

- 적률생성함수

$$M(t) = e^{\lambda(e^t - 1)}$$

2.3 포아송분포

예 3.8

$Poisson(\lambda)$의 적률생성함수를 도출하라.

2.3 포아송분포

예 3.8

$Poisson(\lambda)$의 적률생성함수를 도출하라.

3 정리하기

정리하기

1. 베르누이 분포는 실험시행의 결과 두 가지 범주 중에서 하나인 베르누이 시행과 관련된 분포이다.
2. 이항분포는 n번의 독립적인 베르누이 시행에서 성공 횟수와 관련된 분포이다.
3. 포아송분포는 일정기간에 희귀한 사건의 발생건수의 분포이다.

다음 시간 안내 ▼

5강. 모집단의 분포(2)

수고하셨습니다.