

## به نام خدا

گزارش پروژه چهارم (شرکت پست) غزل یوراسفندیار بروجنی (9820453)

ابتدا وزن بارها را مرتب می کنیم. هربار کامیون با وزن کمتر را پیدا کرده و سنگین ترین بار را سوار آن می کنیم و بار را از لیست حذف می کنیم.

### پیچیدگی زمانی الگوریتم:

در یک حلقه  $n$  تایی، هر بار یک مرتب سازی برای پیدا کردن  $\min$  داریم. پس پیچیدگی زمانی الگوریتم برابر  $O(n \cdot n \log n) = O(n^2 \log n)$  می باشد.

### مثالی از ورودی برنامه :

```
Enter number of objects :  
10  
Enter weight of objects :  
9 8 19 5 4 17 10 8 2 14  
Enter number of trucks :  
4
```

### مثالی از خروجی برنامه :

```
The weight of trucks : [24, 23, 24, 25, ]
```

### اثبات نرخ تقریب :

اگر وزن قطعات را به صورت مرتب شده (نزولی) در نظر بگیریم به طوری که اگر  $j > i$  باشد، آنگاه داریم :

$$w[i] \leq w[j]$$

فرض کنیم مقدار بهینه برابر  $best$  باشد. پس میدانیم که به ازای هر  $i$  داریم :

$$best \geq w[i]$$

همچنین داریم : (که عبارت سمت راست در صورتی است که بتوان وزن قطعات را کسری در نظر گرفت و یک قطعه را در چند کامیون تقسیم کرد.)

$$best \geq \frac{\sum_{i=1}^n w[i]}{k}$$

همچنین وزن ها به صورت نزولی اند. پس داریم :

$$w[j] \leq \frac{\sum_{i=1}^j w[i]}{j}$$

برای  $k$  های بزرگتر یا مساوی  $n$  الگوریتم قطعا جواب درست را می دهد زیرا تعداد کامیون ها از بارها بیشتر یا مساوی است و هر بار را در یک کامیون قرار می دهیم. پس ماکزیمم مقدار وزن ها همان جواب بهینه است.

اما برای  $k$  های کوچکتر از  $n$  اقدام به اثبات می کنیم:

اگر کامیون اول بیشترین وزن را داشته باشد و آخرین قطعه ای که در آن قرار گرفته است، برابر باشد با  $w[j]$ ، آنگاه اگر  $j \leq k$  باشد که یعنی این کامیون فقط یک قطعه دارد و الگوریتم جواب بهینه را می دهد. اگر  $j > k$  باشد، آنگاه اگر فرض کنیم وزن کامیون اول در پایان  $W$  باشد، آنگاه داریم:

$$\frac{\sum_{i=1}^{j-1} w[i]}{k} \geq (W - w[j])$$

(قطعه  $w[j]$  در کامیون اول از همه سبکتر است.)

پس داریم :

$$\text{best} \geq \frac{\sum_{i=1}^n w[i]}{k} \geq \frac{\sum_{i=1}^{j-1} w[i]}{k} \geq (W - w[j])$$

و در نتیجه :

$$\text{best} \geq (W - w[j])$$

و در نهایت :

$$W - \text{best} \leq w[j] \leq w[1] \leq \text{best}$$

و در آخر داریم:

$$W \leq 2\text{best}$$

پس نرخ تقریب الگوریتم برابر 2 می باشد.