به نام خداوند جان و خرد

نام و نام خانوادگی:محمد حسین کریمی

شماره دانشجویی:9731833

پروژه گرگ و گوسفند

تابستان 1400

توضیح کلی

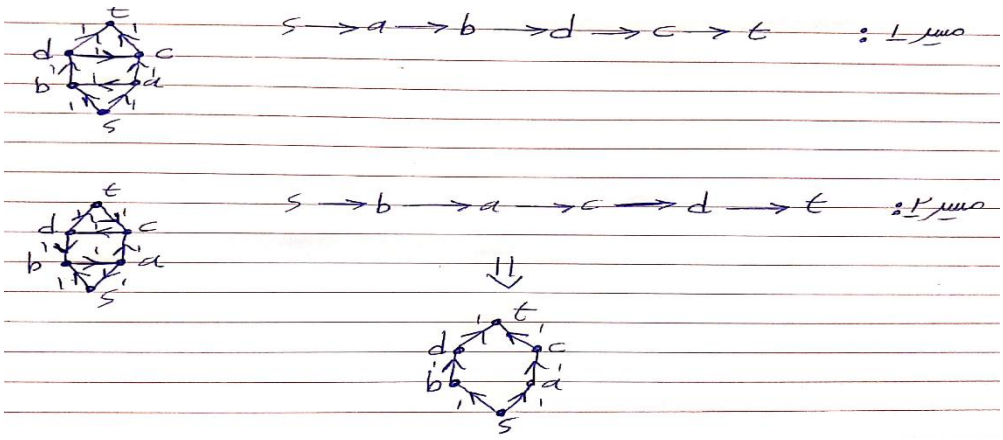
در این پروژه می خواهیم یک الگوریتم با پیچیدگی چند جمله ای ارائه دهیم که دو مسیر با این ویژگی (جدا از یال - edge-disjoint) را پیدا کند، در صورتی که چنین مسیری وجود داشت (امنیت گوسفند تضمین شود)، این مسیر ها را چاپ می کند.

از الگوریتم max flowاستفاده کردیم.اگر در گراف گفته شده 2مسیر مجزا بین دو یال tوs که راس sبرابر startو راس t برابر sink و گنجایش تمامی یال هارا برابر با 1 در نظر می گیریم حال در مسئله گفته شده ایا max flowبین s,t بزرگ تر مساوی 2 است یا خیر اگر هست مسیر ها را چاپ می کند.

توضیح برنامه

از الگوریتم فولد فالکرسون استفاده می کنیم به این صورت که در هر مرحله یک مسیر افزایشی بین sوtرا پیدا کرده و این جریان را عبور می دهد.در الگوریتم گفته شده به ازای هر یالی که میزان جریانی از آن رد می شودیالی با جهت برعکس بین 2 راس قرار می دهیم زیرا ممکن است راه بهینه این باشد که این جریان اصلا عبور نکند.(ظرفیت یال برعکس را برابر با جریان عبوری از آن قرار می دهیم.چون در ابتدا تمامی ظرفیت ها اعداد صحیح هستند و با هربار پیدا شدن مسیر افزایشی و عبورجریان آن اندازه min ظرفیت یالهای موجود در مسیر جریان عبور می کند نتیجه می شود که هر مسیر افزایشی یک میزان صحیح جریان عبور می دهد و حداقل برابر 1 واحد است.

پس یعنی هر بار الگوریتم گفته شده یک واحد به جریان عبوری اضافه می کند حال ما چون می خواهیم ببینیم که ایا جریان بیشینه بزرگ تر مساوی 2 است یا نه کافی است 2 بار الگوریتم را اجرا کنیم. برای پیدا کردن مسیر افزایشی از bfsاستفاده می کنیم حال اگر bfsمسیری بین sوt پیدا کند که به جریان یک واحد اضافه می کنیم و به مرحله بعد می رویم در غیر این صورت الگوریتم متوقف می شود چون نمی توان به شار افزود.حال برای پیدا کردن 2 مسیر در bfs هرگاه از راسی به راس دیگر می رویم راس پدر آن را ذخیره می کنیم تا بتوانیم بعد از رسیدن به t مسیر را بدست آوریم. حال دو مسیر مختلف بین s,t داریم اما ممکن است در مسیر 1 یالی داشته باشیم و در مسیر2 از برعکس ان اسفتاده کرده باشیم مثال:



حال اگر یال هایی که خودشان در یک مسیر و معکوس شان در مسیر دیگر استفاده شود را حذف می کنیم که عبارت است از:(a,b),(b,a),(d,c),(c,d)

یال های باقی مانده تشکیل 2 مسیر مجزا یالی بین 2 راس sوt را می دهند.حذف یال های گفته شده به این خاطر است که اصلا از ان جریانی رد نمی شود(جریان ها یک دیگر را خنثی می کنند).

نکته مهم این است که در هنگام وارد کردن رئوس باید دقت شود که دور ایجاد نشود.بطور مثال:

```
Enter N:
1
Enter M:
3
Enter edges:
1 2
2 3
1 3
Enter S:
1
Enter T:
3
The edges of two paths are:
0
```

متد bfs

ابتدا یک آرایه برای دیدن راس ها در نظر می گیریم که مقدار اولیه انها falseاست یعنی ان راس ملاقات نشده است.سپس با استفاده ازlinked listیک صف ایجاد می کنیم و تمام رئوس را در آن اضافه می کنیم. و همه مقادیر انهارا trueمی کنیم و راس والد را برابر -1 قرار می دهیم. سپس تا اتمام صف با استفاده از bfsچک می کنیم اگر مسیری بین مبدا و مقصد پیدا کردیم که الگوریتم متوقف شده و راس والد را trueمی کنیم.اگر به مسیری نرسیدیم ان را falseمی کنیم.

متدhastwodisjointpath

ابتدا یک گراف باقی مانده ایجاد می کنیم و پر می کنیم ان را با ظرفیت یالها.در این گراف ظرفیت باقی مانده یالها را نمایش می دهد که اگر صفر باشد یعنی ان یال وجود ندارد.سپس با استفاده از bfsبه دنبال کم ترین ظرفیت می رویم یا به عبارتی دیگر پیدا کردن بیشترین شار.در اولین forبین ظرفیت یال باقی مانده و شار فعلی کمترین را انتخاب می کنیم و در نهایت ظرفیت باقی مانده یالها را اپدیت کرده و یال را برعکس می کنیم.

پیچیدگی زمانی

پیچیدگی زمانی الگوریتم برابر با اجرای 2 بار bfsدر یک گراف جهت دار است که تعداد یال هایش حداکثر 2 برابر تعداد یال های اولیه اش است.در bfsبرابر o(n+m) است پس الگوریتم گفته شده در o(n+m) به جواب می رسد.

اجرای برنامه

```
Enter N:
5
Enter M:
7
Enter edges:
1 2
1 3
2 3
3 5
2 4
4 5
5 5
Enter S:
1
Enter T:
5
The edges of two paths are:
0 1 1 0 0
0 0 0 1 0
0 0 0 0 1
0 0 0 0 1
0 0 0 0 0

Process finished with exit code 0
```

```
Enter N:
6
Enter M:
8
Enter edges:
1 2
1 3
2 3
3 5
2 4
4 6
5 6
5 4
Enter S:
1
Enter T:
6
The edges of two paths are:
0 1 1 0 0 0
0 0 0 1 0 0
0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0
```