

بسم الله الرحمن الرحيم
گزارش شرکت پست
ریحانه حیدری 9731483

شرح مسئله:

قرار است N قطعه از شهر تهران به بندرعباس ببریم با تعداد K کامیون که کامیون ها در چند نقطه از مسیر وزن می شوند و اگر وزن هر کامیون از حد مجاز بیشتر باشد لازم است که شرکت جریمه پرداخت نماید پس ما قصد داریم از وزن سنگین ترین کامیون بکاهیم و آن را \min کنیم.

قصد ما این است که با فرض اینکه وزن را بدانیم یک الگوریتم ساده حریصانه برای تخصیص قطعه ها به کامیون ها ارائه دهیم بطوریکه برای حداقل کردن وزن سنگین ترین کامیون نرخ تقریب 2 را داشته باشیم.

توضیح کلی:

این مسئله NP complete است و در زمان چندجمله ای قادر به حل آن نیستیم یک راه کلی برای حل این مسائل هست که ضریبی از راه حل بهینه را به ما می دهد که در بدترین حالت دو برابر آن است. (به نسبت راه حل تقریبی و راه حل بهینه نرخ تقریب می گوئیم).

توضیح:

اطلاعات را از کاربر می گیریم وزن قطعات را مرتب میکنیم.

همه ی کامیون ها را با وزن خالی در یک صف اولویت قرار میدهیم.

با استفاده از یک حلقه ی **for** که به تعداد قطعات تکرار می شود با توجه به **رویکرد حریصانه**

هر بار بزرگ ترین قطعه را در نظر می گیریم و آن را در کامیونی قرار می دهیم که جای خای بیشتری دارد (اگر وزن دو کامیون برابر بود یکی را رندوم انتخاب می نماییم) و سپس وزن کامیون و وضعیت آن را در صف اولویت به روزرسانی می کند و سپس به سراغ یافتن جای مناسب برای قطعه بعدی با توجه به صف اولویت جدیدی که برای کامیون ها موجود است می رویم.

پس از تمام شدن حلقه ما هر کدام از قطعات را در کامیونی قرار داده ایم.

اثبات نرخ تقریب:

میخواهیم ثابت کنیم که نرخ تقریب 2 هست برای این کار از **برهان خلف** استفاده می کنیم.

فرض میکنیم که حالتی هست که در آن الگوریتم ارائه شده جوابی بیشتر از دو برابر جواب اصلی بدهد.

کامیونی را که بیشترین وزن را در الگوریتم داده شده دارد را A در نظر می گیریم و وزن آن را نیز W بنامیم
حال بر طبق برهان خلف روشی برای اختصاص دادن قطعات به کامیون ها وجود دارد که نرخ تقریب 2 را نقص
می کند پس اگر سنگین ترین کامیون B در این روش دارای وزن Z باشد داریم:

برای کامیون A

$$W=2z+\Theta$$

برای کامیون B

Z وزن

حال آخرین قطعه ای را که ما در الگوریتم گفته شده در A قرار دادیم را در نظر میگیریم.
لم:

ثابت میکنیم که وزن قطعه ی گفته شده از $z+\Theta/2$ کمتر است.

چون قطعات را به ترتیب مرتب می نماییم و از بزرگترین قطعه شروع کردیم اگر این اتفاق بیافتد وزن این قطعه
از مجموع از مجموع قطعاتی که در کامیون A قرار دارند بیشتر می شود که یعنی از تک تک آنها بیشتر است
آنها در لیست قبل از این قطعه بودند که یعنی وزنشان باید بیشتر باشد که این تناقض است.

طبق لم گفته شده آخرین قطعه ای که در کامیون A قرار می دهیم دالای حداکثر وزن $z+\Theta/2$ است پس داخل
کامیون حداقل $z+\Theta/2$ بار وجود دارد و چون طبق الگوریتم کامیونی را انتخاب می کردیم که مجموع بار آن در
بین کامیون ها کمترین باشد پس در تمامی کامیون ها حداقل $z+\Theta/2$ بار هست پس یعنی مجموع بارها حداقل
برابر است با:

$$K * z + \Theta/2$$

اما در روش بهینه که وزن سنگین ترین کامیون در آن Z بود مجموع وزن قطعات حداکثر برابرست با :

$$K * z$$

که این تناقض است

پس فرضخلف رد می شود و ثابت کردیم نرخ تقریب بیشتر از 2 نخواهد بود.

پیچیدگی زمانی:

ما در برنامه یک مرتب سازی داریم و از آنجایی که تعداد قطعات n تا است : $n \log n$
از آنجایی که در هر مرحله برای پیدا کردن کامیونی که کمترین وزن را تا اینجا دارد از صف اولویت استفاده می کنیم برای هربار پیدا کردن کوچک ترین عضو:

Logn

برای حذف آن:

Logn

برای اضافه کردن عضو جدید با وزن جدید:

Logn

که در مجموع برابر هست با $3 \log n$ زمان نیاز داریم.

این کارها را برای تمام قطعات انجام میدهیم پس در مجموع داریم:

$$O(n \log n) + O(3n \log n) = O(n \log n)$$

عملکرد برنامه:

```
Post X
"C:\Program Files\Java\jdk1.8.0_281\bin\java.exe" -Djava.class.path=.\bin\..\lib\*.jar
Enter N:
10
Enter K:
4
Enter wights:
9 7 4 3 2 1 10 43 7 8
43.0

Process finished with exit code 0
|
```

```
Post X
"C:\Program Files\Java\jdk1.8.0_281\bin\java.exe" -Djava.class.path=.\bin\..\lib\*.jar
Enter N:
7
Enter K:
3
Enter wights:
1 2 3 4 5 6 7
10.0

Process finished with exit code 0
```