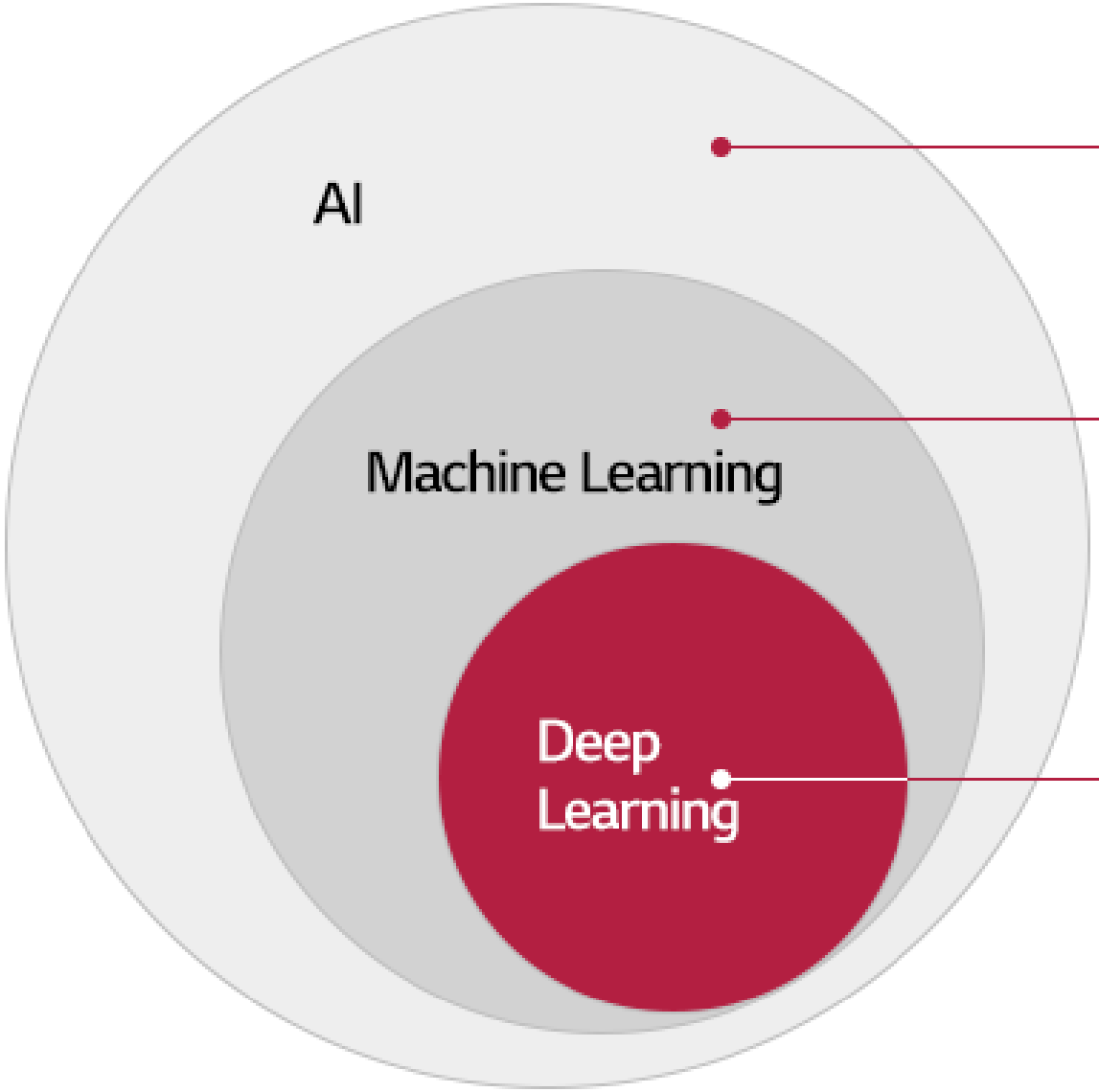
LG계약학과 제어시스템전공 2024년 동계 집중교육 특강

인공지능 SW 설계 II

안상태 교수

2024년 1월 30일 (화)

3. 인공신경망



인공지능(Artificial Intelligence)

사람이 해야 할 일을 기계가
대신할 수 있는 모든 자동화에 해당

머신러닝(Machine Learning)

명시적으로 규칙을 프로그래밍하지 않고
데이터로부터 의사결정을 위한 패턴을
기계가 스스로 학습

딥러닝(Deep Learning)

인공신경망 기반의 모델로, 비정형
데이터로부터 특징 추출 및 판단까지
기계가 한 번에 수행

3.1 뇌의 동작을 흉내 내자 - 연결주의자의 목표

- 뇌는 뉴런neuron이라는 수없이 많은 신경세포들의 연결을 갖고 있음

- 인공 신경망은 이러한 신경세포의 동작을 흉내 내는 장치나 소프트웨어를 만들어 뇌가 수행하는 인지나 사고 능력을 갖춘 기계를 만들려는 노력

  - 이러한 방식의 연구를 통해 인공지능을 구현하려는 방식을 연결주의connectionism

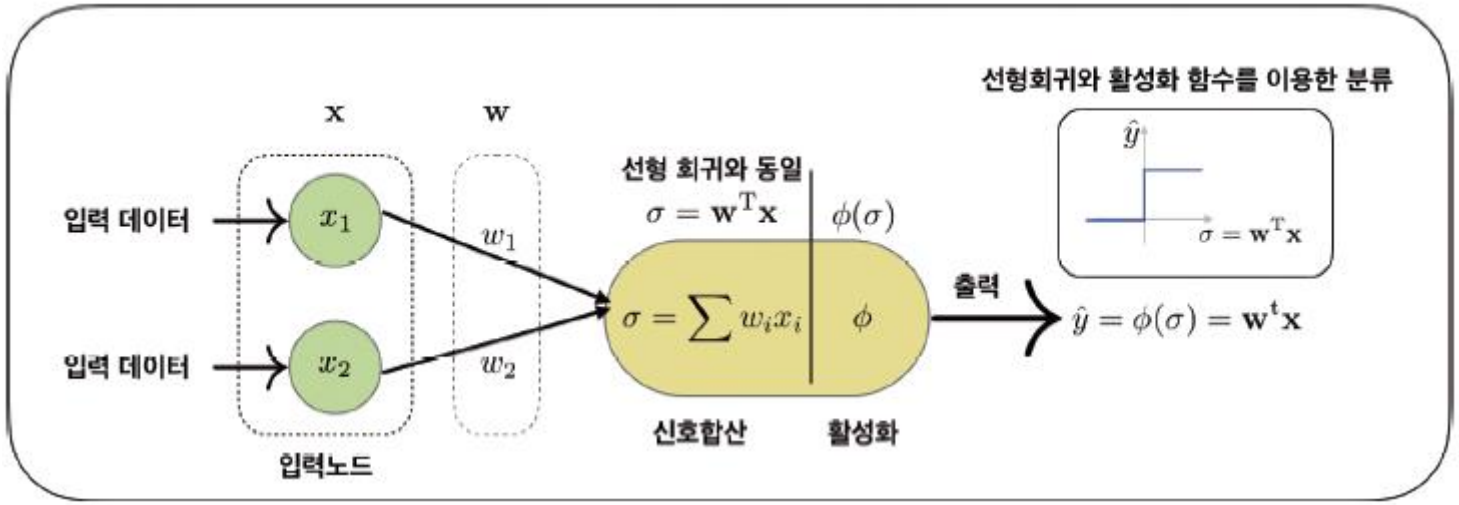
3.2 학습할 수 있는 신경 모델 - 퍼셉트론

- 학습이 가능하게 만든 것이 퍼셉트론perceptron

- 1958년에 프랭크 로젠블랫Frank Rosenblatt이 만든 퍼셉트론은 미국 해군에 의해 최초로 공개되어, 당시 인공지능의 새로운 장을 연 기술로 각광

3.2 학습할 수 있는 신경 모델 - 퍼셉트론

- 가장 중요한 변화는 그림 왼쪽의 입력을 받아들이는 신경세포 x_i들이 출력을 수행하는 노드로 연결될 때 연결강도weight w_i에 의해 조정되어 전달된다는 것
- 출력 노드는 두 가지 일을 하는데, 우선 전달되어 오는 신호를 모두 합한다.
- 합산된 신호에 따라 출력을 결정하는 활성화activation 함수가 최종 출력을 발생

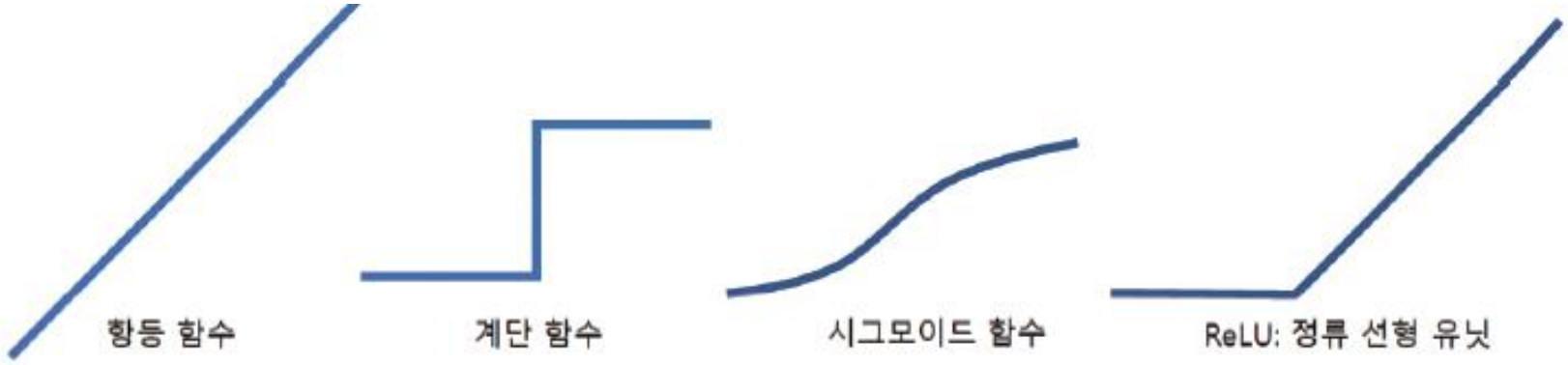


3.2 학습할 수 있는 신경 모델 - 퍼셉트론

- **학습은 경험을 통해 기능이나, 성능이 바뀌는 것**
  - 이를 위해서는 학습 과정을 통해 바뀌는 부분이 모델 내에 존재해야 함
  - 퍼셉트론은 학습을 통해 연결강도를 바꾸어 나감
  - 출력의 결과와 정답을 비교하면 오차를 알 수 있으며 이를 줄이도록 연결강도를 바꾸는 과정이 바로 학습

3.2 학습할 수 있는 신경 모델 - 퍼셉트론

- 활성화 함수는 출력 노드에 모아진 신호를 다음으로 내어 보낼때 얼마나 강하게 보낼지를 결정하는 함수
  - 계단 함수는 최초의 퍼셉트론이 채택한 활성화 함수 미분이 되는 구간에서 미분치가 언제나 0이기 때문에 경사 하강법을 통한 최적화가 불가능
  - 이러한 이유로 신경망 분야에서 새롭게 도입되어 오랫동안 사용되던 활성화 함수가 시그모이드sigmoid 함수



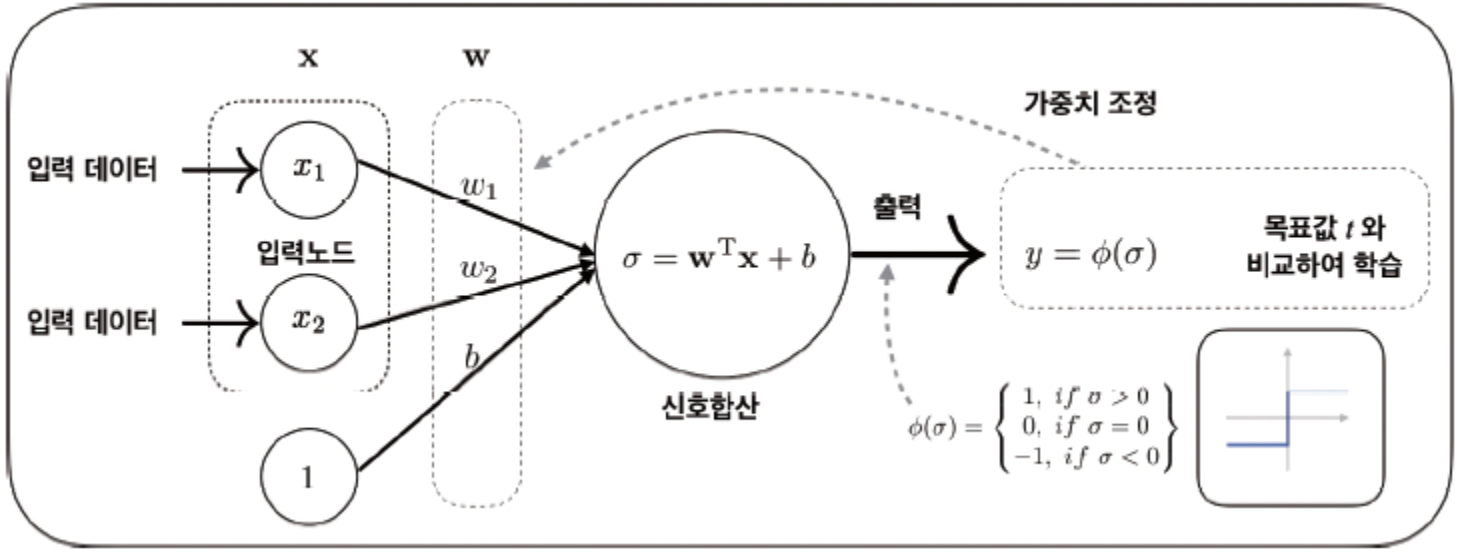
3.2 학습할 수 있는 신경 모델 - 퍼셉트론

- 신경망이 동작을 변경하는 방법은 연결강도를 조정하는 것

- 인공 신경망의 학습이라는 것은 출력을 목표치와 비교하여 오차를 계산하고 이 오차를 줄이는 방향으로 연결강도를 변경하는 일을 의미
  - 신경망 모델에서는 이 연결강도가 바로 모델의 동작을 결정하는 파라미터parameter
  - 오차를 계산하는 방법은 다양하며, 이 오차를 줄이는 방향으로 연결강도를 조정하는 일이 신경망의 최적화optimization, 즉 학습
  - 학습과정을 조절하는 하이퍼파라미터hyperparameter로는 오차에 따른 연결강도 조정 정도, 최적화 방법, 학습 반복 횟수 등이 있음

3.3 학습의 원리 - 연결강도의 변경

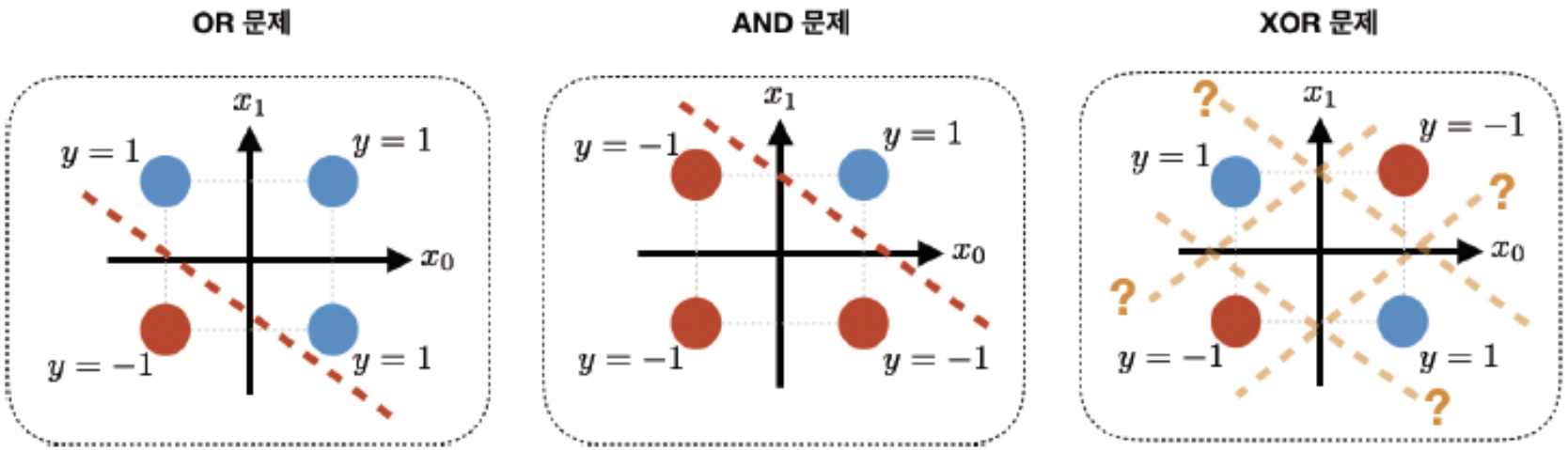
- 이항 불리언 연산binary boolean operation이 가능하도록 하는 퍼셉트론은 아래 그림처럼 만들 수 있음
- 참 또는 거짓을 갖는 입력은 x_1과 x_2에 제공
- 이 신호는 가중치가 곱해져 출력 노드로 전달
- 이때 신호의 편향bias이 이루어지도록 하는 가중치 b가 추가
- **편향은 신호값을 양의 방향이나 음의 방향으로 이동시키는 역할**



3.4 퍼셉트론, 연결주의가 누린 첫 영예와 긴 좌절

- 기호주의자들은 로젠블랫이 과학적 기준을 따르지 않고, 언론을 편파적으로 활용해 "과장된 주장overclaim"을 한다고 봄

- 마빈 민스키와 시모어 패퍼트가 쓴 "퍼셉트론"이라는 저서는 당시 엄청난 기대를 받던 신경망의 한계를 밝혀내기 위해 온 힘을 기울여 쓴 책
  - 가장 잘 알려진문제는 퍼셉트론이 XOR 연산을 구현하지 못 한다는 것

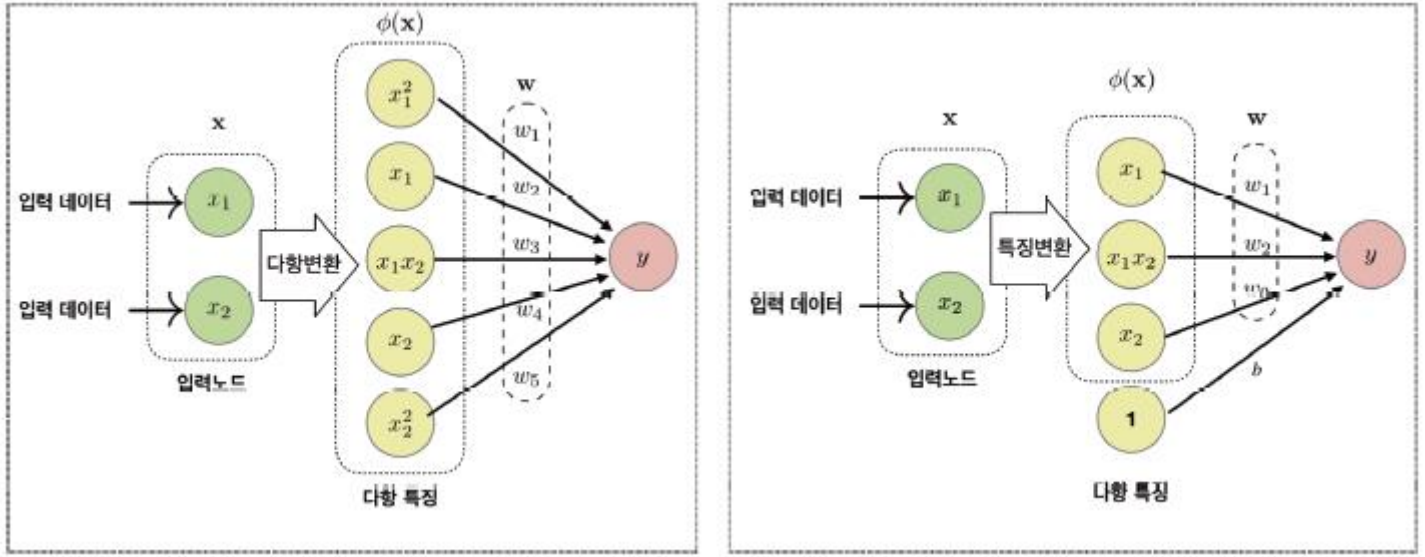


3.5 퍼셉트론이 XOR 문제를 풀 수 있게 만드는 방법

- 입력 노드가 출력으로 바로 연결되어 있는 단순한 퍼셉트론은 선형 분리만 가능하지만, 이미 맥컬록과 피츠의 신경 모델에서도 신호는 여러 층을 거쳐 전달되는 모델이 사용됨
- 퍼셉트론의 구조를 복잡하게 만들어 다양한 일을 하게 할 수 있지 않을까? 선형 함수로서 동작하는 모델을 비선형 함수로 바꾸는 방법 중에 우리가 이미 살펴본 것은 특징 벡터를 다항화하는 방법
- 단순한 퍼셉트론 모델에서는 x_1 와 x_2 의 입력을 가지므로, 이를 2차 다항화하면 다음과 같은 특징 벡터를 얻을 수 있을 것

$$\left(x_1^2, x_1, x_1 x_2, x_2^2\right)$$

- 두 개의 입력을 이렇게 다항화하고 이를 퍼셉트론으로 인지하는 모델은 아래의 왼쪽과 같은 퍼셉트론으로 설명

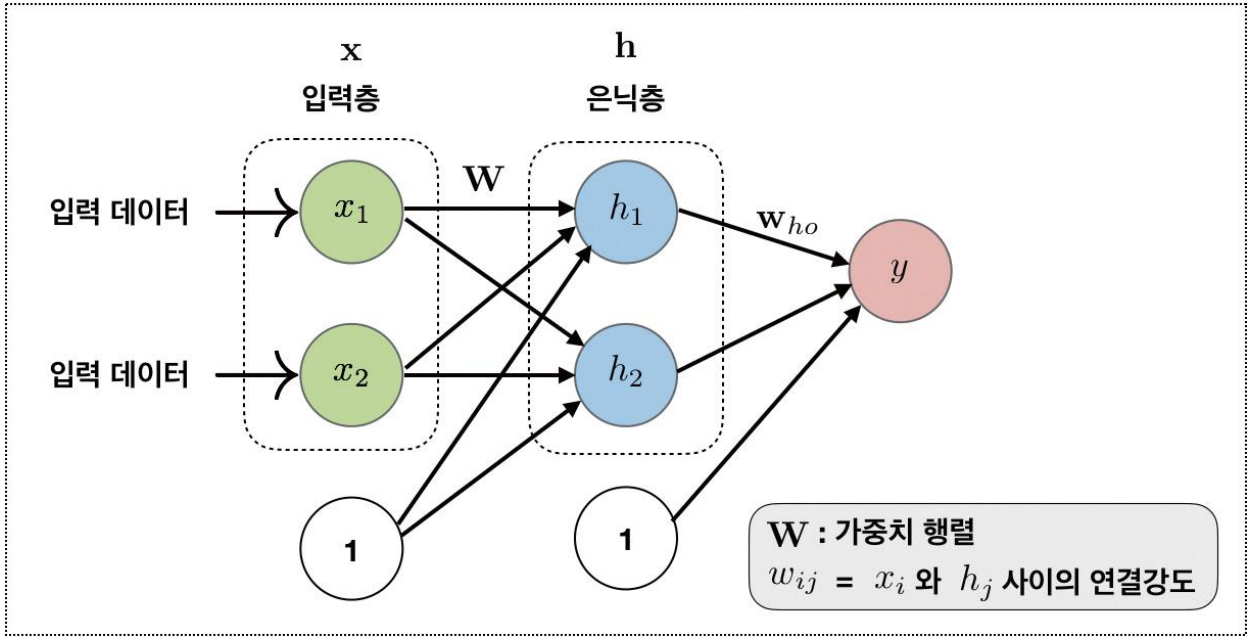


- 원래의 입력 x_1, x_2를 다항 변환하여 새로운 입력 $\phi(\mathrm{x})$로 만드는 과정은 신호를 전달하는 것이 아니라 직접적인 계산이 이루어짐
- 입력과 출력을 바로 연결하지 않고 중간에 신호를 중계하는 신경세포들을 두는 것
  - 입력과 출력 사이에 존재하는 이런 중간 노드들의 계층을 은닉층hidden layer

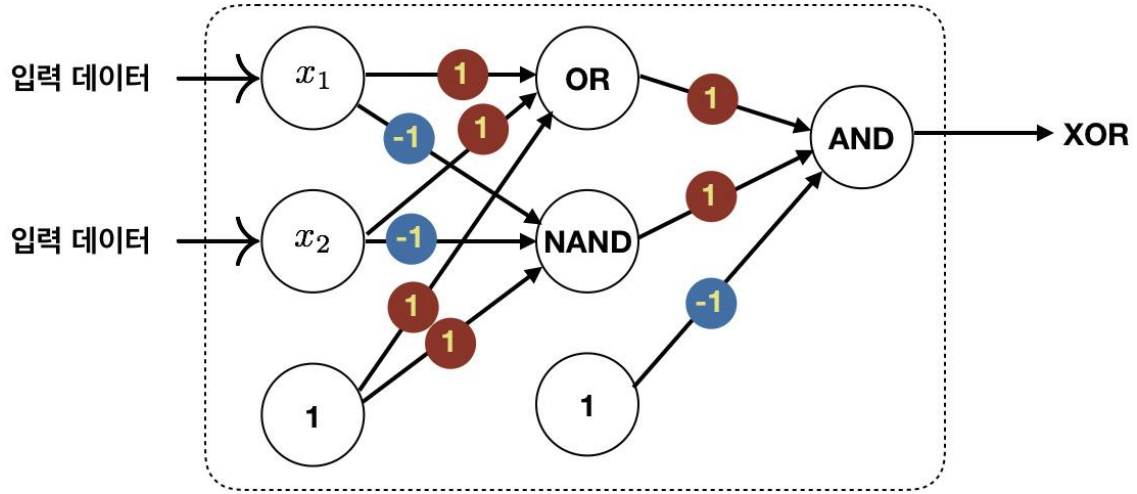
- 중간에 층을 두고 연결하면 다음과 같은 구조의 다층 퍼셉트론multi-layer perceptron을 만들 수 있을 것

- 가중치는 입력층에 있는 n개의 노드가 발생시키는 신호를 은닉층에 있는 m개의 노드로 연결하는 가중치 행렬 W에 의해 전달

- 은닉층의 노드들이 발생시키는 신호는 또 다른 연결강도 벡터 w_{ho}에 의해 출력으로 연결



- 이런 구조의 퍼셉트론은 **더 많은 수의 연결이 더 많은 단계로 연결**되어 복잡한 동작을 할 수 있음
- 적절한 연결강도를 부여하면 단순한 모델이 할 수 없었던 XOR 문제 풀이도 가능



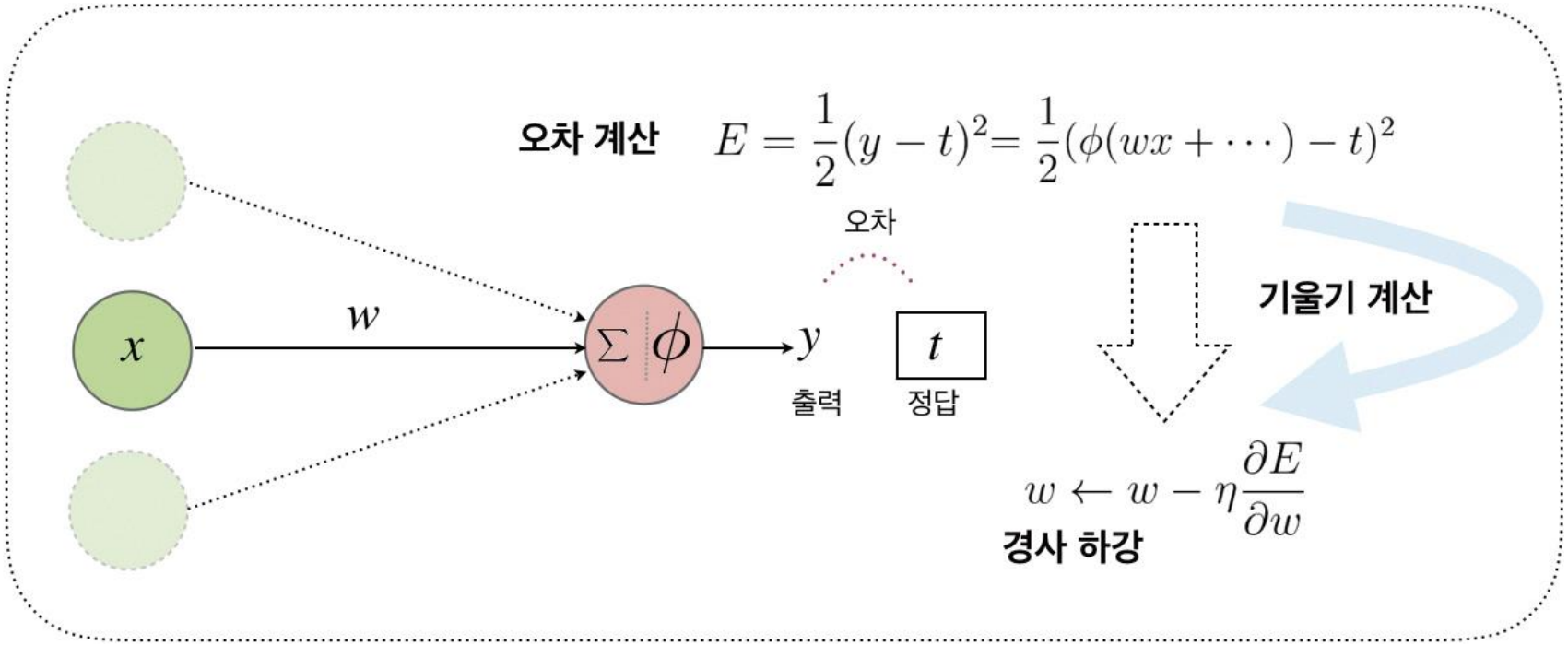
- 헵의 학습 규칙은 최종 은닉층과 출력의 연결에만 적용
- 층을 쌓아 만든 퍼셉트론이 분명 다양한 기능을 수행할 수 있지만, 오류를 줄이고 원하는 기능을 학습할 수 있도록 하는 방법이 없다면 이 모델을 훈련시킬 수 없음

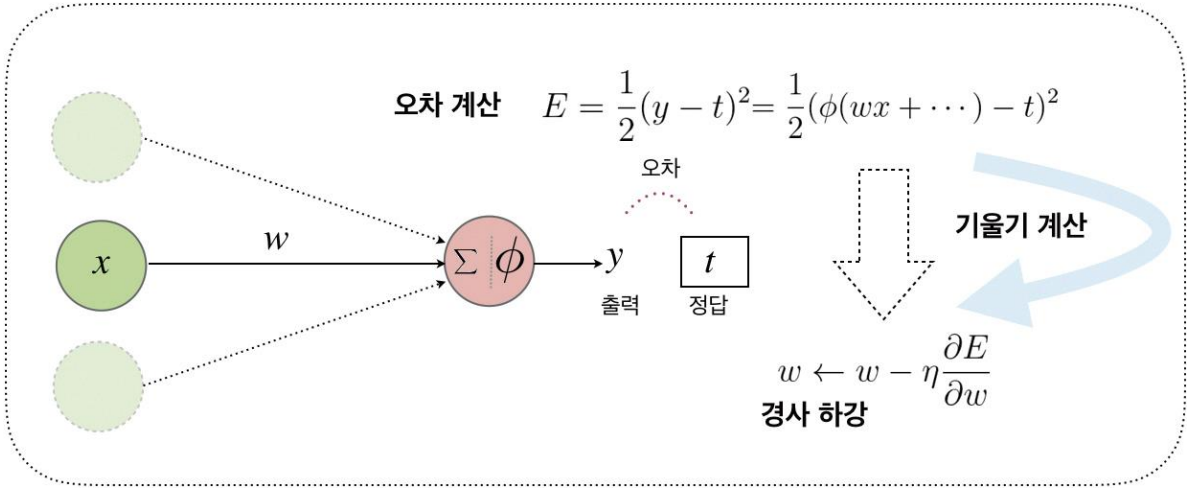
3.6 다층 퍼셉트론의 학습

- 인공 신경망에서 연결강도를 조정해 오차를 줄이는 방법

- 오차 곡면의 기울기를 연결강도에 대해 구한 뒤에 이 기울기를 따라 내려가는 경사 하강법gradient descent을 사용하여 구현할 수 있음

- x가 연결강도 w로 출력 노드에 연결되어 있다고 하자.
- 출력 노드는 x를 비롯한 여러 노드에서 신호를 수신하여 합산하는 부분과 이 값을 활성화함수에 넣어 최종 출력을 결정하는 부분으로 나뉨
- 출력과 정답(목표값)의 차이를 제곱하여 오차를 구하는 일반적인 방법을 사용 가능
- 출력 노드의 출력값 y가 $\phi(wx + \cdots)$이므로, 오차E는 $1/2\,(\phi(wx + \cdots) - t)^2$





- 오차를 연결강도 w에 대해 편미분

$$\frac{\partial E}{\partial w} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial w}(\phi(wx+\cdots)-t)^2$$

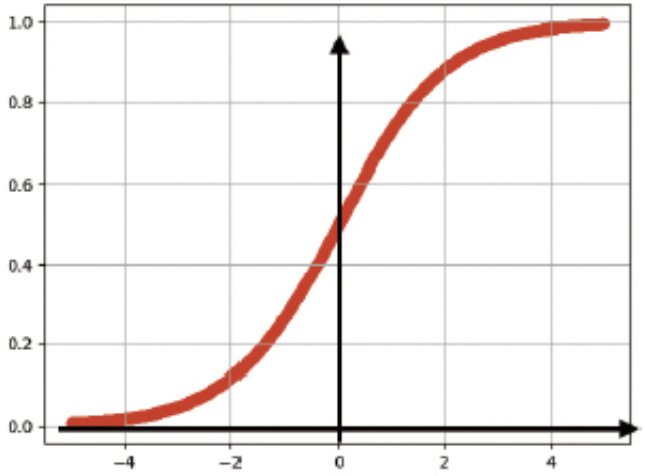
$$= (\phi(wx+\cdots)-t)\cdot\frac{\partial}{\partial w}\phi(wx+\cdots)$$

$$= (\phi(wx+\cdots)-t)\cdot\phi'(wx+\cdots)\cdot\frac{\partial}{\partial w}(wx+\cdots)$$

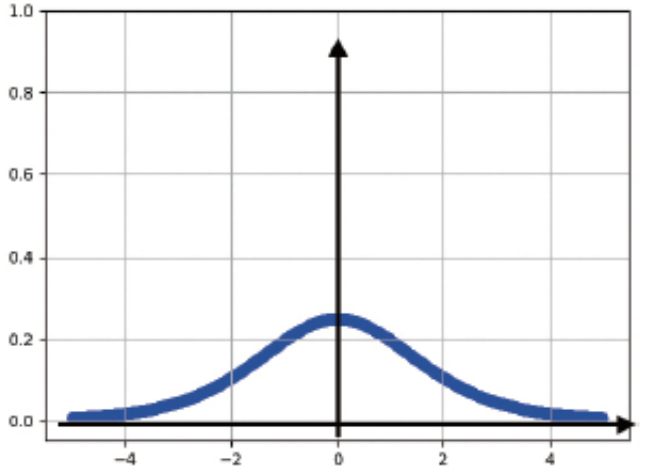
$$= (y-t)\cdot\phi'(wx+\cdots)\cdot x$$

- 기울기를 이용하여 연결강도를 수정
- 활성화 함수 $\phi()$의 미분 $\phi'()$ 만 안다면 입력 x, 출력 y, 목표값 t를 이용하여 간단히 계산할 수 있음
- 계단함수는 미분이 불가능한 지점이 있고, 미분이 되는 곳에서도 미분치가 언제나 0
  - 이 방법을 위해서는 미분이 가능한 새로운 활성화 함수가 필요
  - 신경망에서는 다음과 같은 시그모이드sigmoid 혹은 로지스틱logistic 함수를 활성화 함수로 도입

$$\phi(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$$



$$\phi'(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}\left(1-\frac{1}{1+e^{-x}}\right)$$



- 이 함수는 미분이 가능하다는 장점과 함께, 이 함수의 미분은 다음과 같이 원래의 함수를 이용하여 표현할 수 있는 장점이 있음

$$\phi'(x) = \phi(x)(1-\phi(x))$$

- 조금 전 구했던 오차의 기울기에서 활성화 함수의 미분으로 표시된 부분을 출력값 y로 표현할 수 있음

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial w} &= (y-t)\cdot\phi'(wx+\cdots)\cdot x \\ &= (y-t)\cdot\phi(wx+\cdots)\cdot(1-\phi(wx+\cdots))\cdot x \\ &= (y-t)\cdot y\cdot(1-y)\cdot x\end{aligned}$$

- 출력값과 목표값만 알면 출력의 오차를 줄이는 연결강도 변경을 아래의 수식을 사용하여 수행할 수 있음

$$w \leftarrow w - \eta \cdot \partial E / \partial w$$

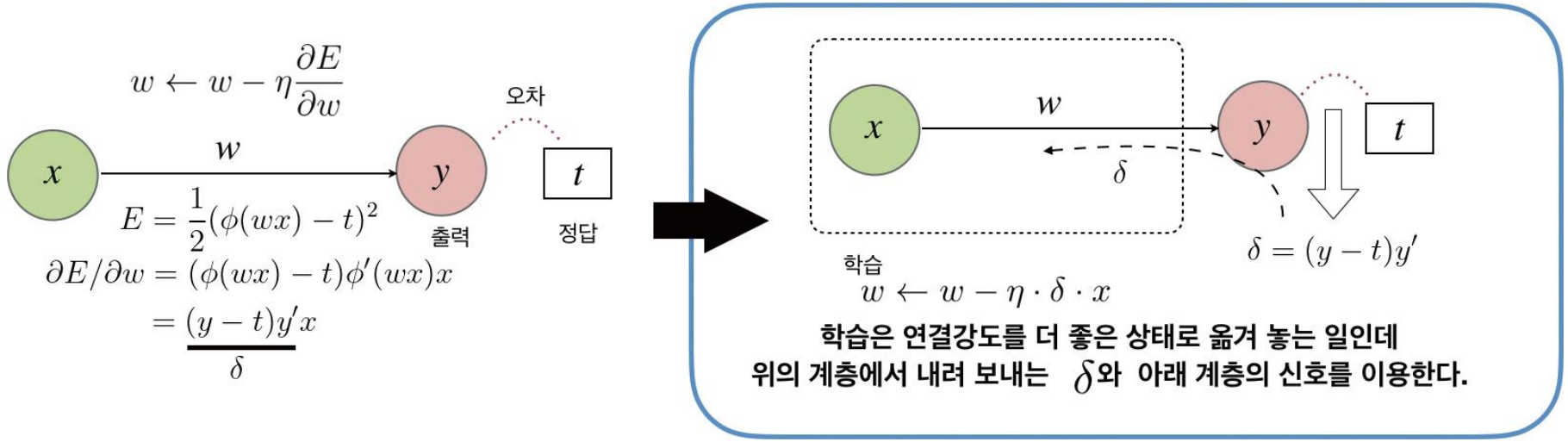
- 여기서 출력값 y와 목표값 t만 알면 연결강도 수정에 필요한 $\delta = (y - t)\phi'(wx + \cdots)$ 가 $\delta = (y - t) \cdot y \cdot (1 - y)$를 통해 쉽게 계산되며 δ를 이용하여 연결강도를 더 좋은 상태로 바꿀 수 있음

$$w \leftarrow w - \eta \cdot \delta \cdot x$$

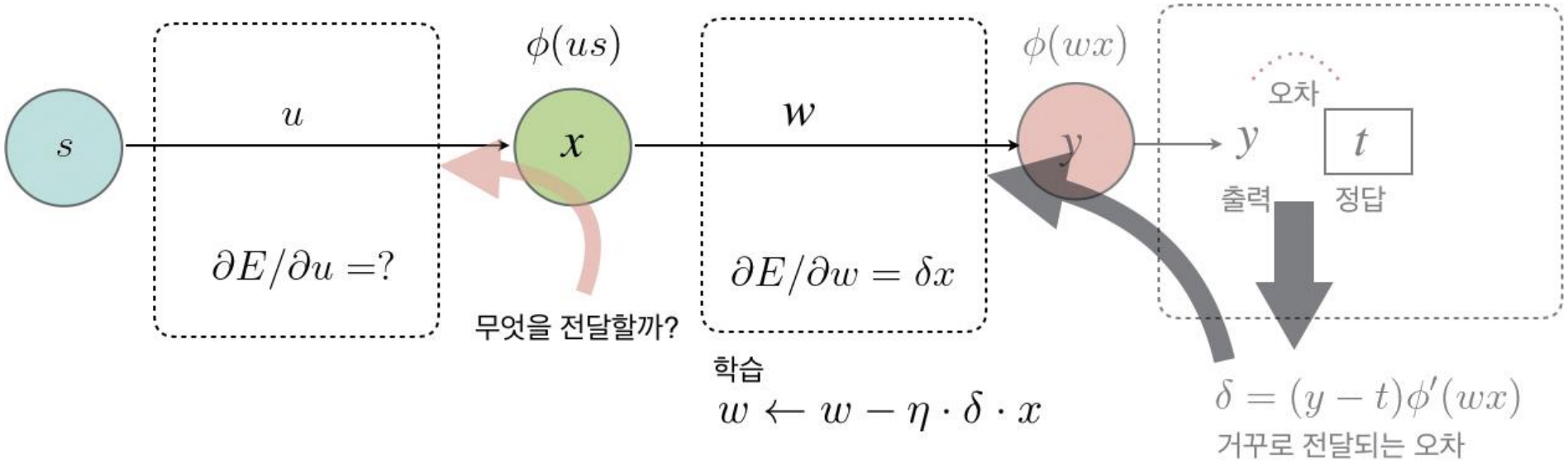
- 신경망의 각 연결강도에 적용하여 오차를 줄일 수 있다면, 복잡한 신경망도 학습이 가능

3.7 다층 퍼셉트론의 학습 – 오차 전파

- 아래 그림과 같은 신경망이 연결된 구조에서 신호가 x를 거쳐 y로 전달되는데 이 방향을 순전파forward propagation라고 함
- 앞 절에서 오차를 줄이는 방향으로 연결강도를 변경하는 방법을 아래와 같이 출력 부분에서 확인할 수 있는 목표 t와 출력 y의 차이, 그리고 출력의 미분 y'가 연결망을 거꾸로 타고 전달되어 가중치를 조정하는 것으로 봄



- s를 거쳐 x를 통과한 다음 출력노드 y로 연결되는 다층 신경망을 고려해보자.
- 연결강도 w를 갱신하는 방법을 그 이전 단계에 있는 연결강도 u 에도 전파할 수 있으며 이것이 오차 역전파error backpropagation의 기본 개념



- u를 갱신하는 학습을 위해 우리는 오차 곡면의 기울기를 u기준으로 계산

$$\frac{\partial E}{\partial u} = \frac{\partial E}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial u}$$

- $\partial E/\partial u$는 제곱 오차 $1/2\,(\phi(wx)-t)^2$를 w가 아니라 x로 미분한 것이므로 앞에서 구한 $\partial E/\partial w$식에서 w와 x의 역할을 바꿈

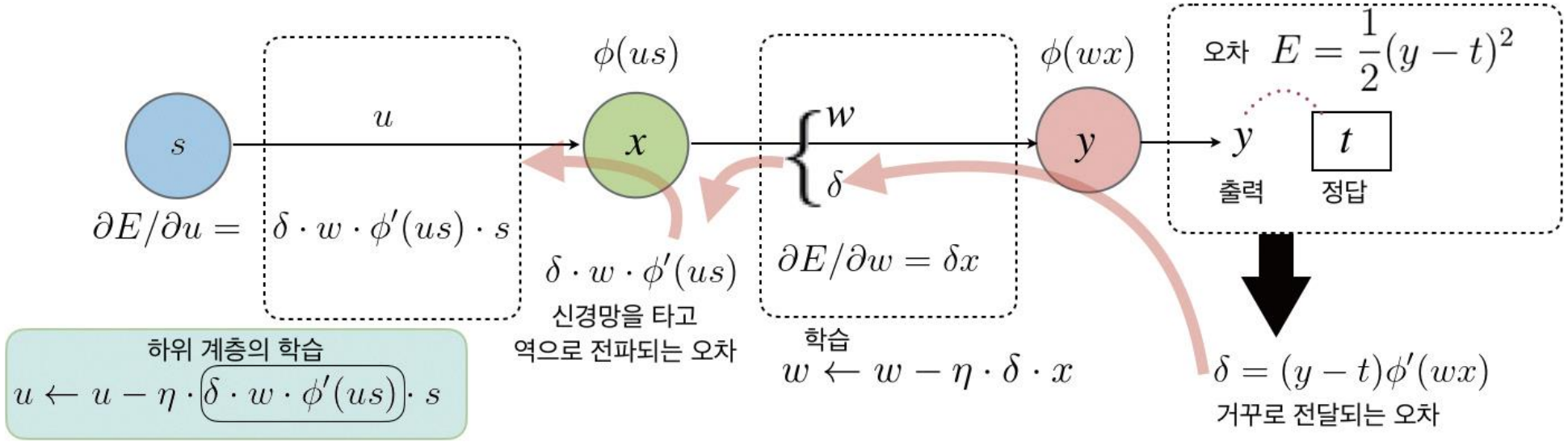
$$\partial E/\partial w = (y-t)y'x = \delta x$$
$$\partial E/\partial x = (y-t)y'w = \delta w$$

- 출력에 더 멀어진 단계의 가중치 u를 갱신하기 위한 오차의 미분을 계산하면 x값은 노드 s신호에 연결강도 u가 곱해진 뒤 활성화 함수를 통과한 결과인 $\phi(us)$이므로

$$\frac{\partial E}{\partial u} = \frac{\partial E}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial u} = \delta \cdot w \cdot \frac{\partial \phi(us)}{\partial u} = \delta \cdot w \cdot \phi'(us) \cdot s$$

- 순전파forward propagation 단계에서는 입력의 신호가 연결강도로 증폭되고 활성화 함수를 통과하여 출력 노드로 전달되는 과정

- 학습 과정은 연결강도를 수정하는 것이기 때문에, 출력단의 오차가 역방향으로 활성화 함수의 미분 함수를 거친 뒤에 연결강도에 의해 증폭되어 입력단까지 전달되는 과정으로, 이러한 신경망 학습 방법을 오차 역전파error backpropagation 알고리즘



3.8 TensorFlow

- 오차 역전파를 통한 신경망 학습의 방법을 살펴보고 직접 구현하면서 여러 층으로 이루어진 신경세포 층들 사이의 신호 전달이 동일한 방식으로 차원만 바꾸어 진행되는 행렬-벡터 연산임을 확인

- 신경망 구현은 텐서플로우TensorFlow라는 도구를 사용

TensorFlow

3.8 TensorFlow

- TensorFlow는 케라스keras라는 심층신경망 구현을 위한 API가 포함되어 있는데, 이를 이용하면 간단히 신경망을 만들고 학습 가능

```
> conda install tensorflow
```

```
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
# 텐서플로우와 케라스를 사용할 수 있도록 준비
import tensorflow as tf     # 텐서플로우는 주로 tf라는 별명을 사용한다
from tensorflow import keras
```

3.8 TensorFlow

- 모델은 신경 계층이 차례로 이어져 순차적으로 신호를 전달하는 모델
- 이런 모델은 Keras에서 제공하는 시퀀셜Sequential 클래스로 구현
- 모든 층들은 이전 단계의 층이 가지는 신경세포 노드와 빠짐없이 다 연결
  - 이러한 연결을 밀집dense 계층
  - 각 층이 가진 활성화 함수는 sigmoid

```
model = keras.models.Sequential( [
    keras.layers.Dense(6, activation= 'sigmoid'),
    keras.layers.Dense(4, activation= 'sigmoid'),
    keras.layers.Dense(1, activation= 'sigmoid'),
])
```

3.8 TensorFlow

- 전체 데이터를 다 사용하지 않고 임의로 선택된 데이터 인스턴스만을 가지고 경사 하강법을 적용하는 확률적 경사 하강법stochastic gradient descent:SGD을 사용
- 확률적 경사 하강법은 전체 데이터를 이용하여 학습하는 경사 하강법과는 다르게 임의적으로 추출한 일부 데이터를 사용해서 가중치를 조절 하기에 가중치 조절의 속도가 개선되는 효과
- 모델을 사용하기 위해서는 컴파일compile 과정
  - 컴파일 과정에서는 최적화 방법을 지정하고, 오차 측정을 어떤 기준으로 할 것인지 지정
  - 평균 제곱 오차를 손실함수로 사용한다면 'mse'를 손실 매개변수 loss의 인자로 지정

```
optimizer = keras.optimizers.SGD(learning_rate=5.0)
model.compile(optimizer=optimizer, loss='mse')
```

3.8 TensorFlow

- 모델을 훈련시킬 데이터

```
data_loc = 'https://github.com/dknife/ML/raw/main/data/'
df = pd.read_csv(data_loc+'nonlinear.csv')
X = df['x'].to_numpy()
y_label = df['y'].to_numpy()
```

- 모델의 훈련은 입력과 레이블을 fit() 메서드
- 에폭epoch을 지정하는데, Epoch은 하나의 데이터셋에 대해 몇 번 훈련을 반복할 것인지를 의미

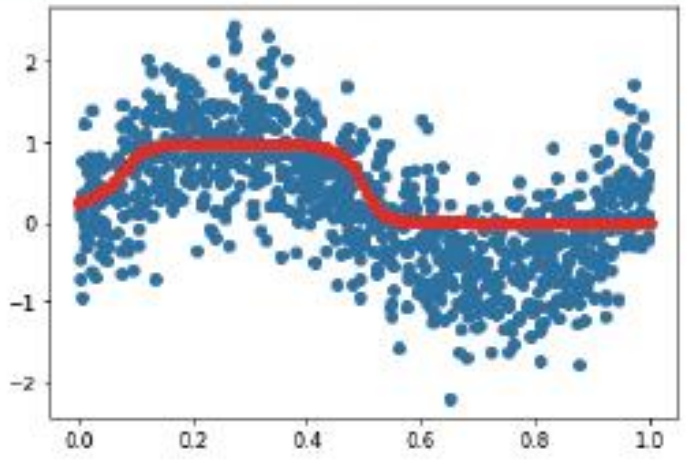
```
model.fit(X, y_label, epochs=100)
```

```
Epoch 1/100
32/32 [==============================] - 1s 1ms/step - loss: 0.6938
...
Epoch 100/100
32/32 [==============================] - 0s 1ms/step - loss: 0.3652
```

3.8 TensorFlow

- 테스트용 입력을 모델에 넣어서 예측
- Keras 모델에서 예측을 수행하는 방법은 predict() 메서드에 입력 데이터를 넘김

```
domain = np.linspace(0, 1, 100).reshape(-1,1) # 입력은 2차원 벡터로 변형
y_hat = model.predict(domain)
plt.scatter(df['x'], df['y'])
plt.scatter(domain, y_hat, color='r')
```



4. 심층신경망

4.1 활성화 함수의 다양화

- 서로 다른 초기화 방법이 제안된 이유는 활성화 함수에 따라 신호 전파가 다르기 때문
- 깊은 층을 가진 네트워크에서는 활성화 함수가 포화되지 않는 ReLU와 그 변형들이 오차 기울기를 잘 전달할 수 있는 것으로 알려짐

$$ReLU(x) = \max(0, x)$$

- ReLU는 쉽게 죽는다는 단점
  - 사용하는 노드가 0을 출력하게 되면, 해당 노드의 미분은 0 오차를 아래로 전달하지 못해 계속해서 0을 출력하는 노드로 남게 되는 것
  - 이 ReLU를 개선하기 위해 만들어진 활성화 함수들은 ReLU 변종variants

4.1 활성화 함수의 다양화

- 첫 번째는 Leaky ReLU로 다음과 같은 식

$$LeakyReLU_{\alpha}(x) = \max(\alpha x, x), \;\; 0 < \alpha < 1$$

- 입력이 음수인 곳에서도 0을 출력하지 않고 1보다 작은 기울기로 약간의 신호를 내어 보냄

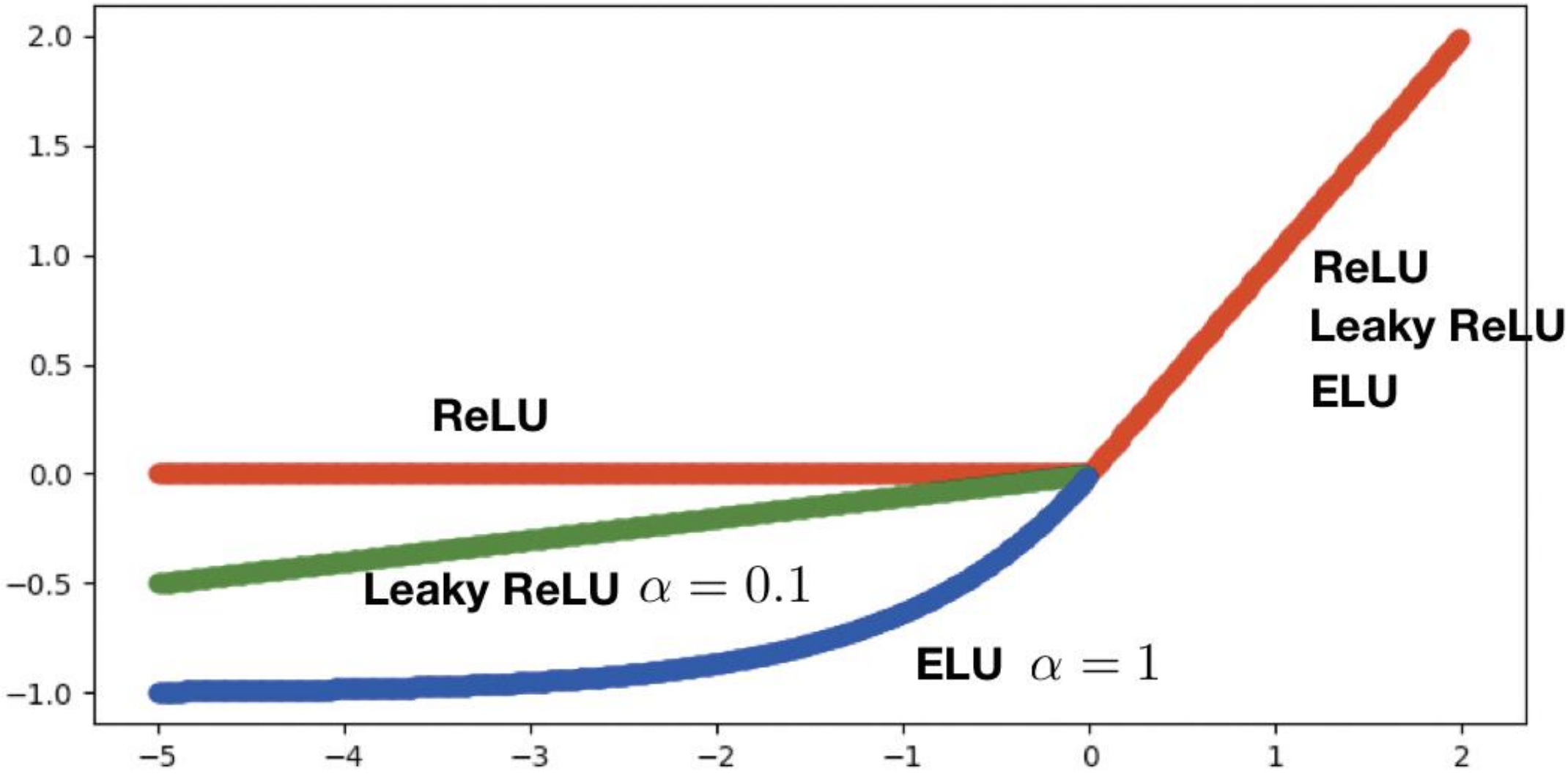
- 이 구간의 미분은 α가 되고, 이 값은 0이 아니기 때문에 오차를 내려 보내어 연결강도 조정하는 일이 가능

4.1 활성화 함수의 다양화

- 허 초기화를 제안한 논문에서 함께 제안한 활성화 함수가 PReLUparametric ReLU인데, 이것은 α를 하이퍼 파라미터가 아니라 파라미터로 만들어 학습 과정에 이것도 함께 학습되게 하는 것
- 음수 구간에서 선형 모델을 사용하지 않고 지수 함수를 사용하는 다음과 같은 ELU 모델도 제안

$$ELU(x) = \begin{cases} x & , \ x \geq 0 \\ \alpha(e^x - 1), & x < 0 \end{cases}$$

- Leaky ReLU와 마찬가지로 음수 구간에서 음수 출력을 하여 사라지는 기울기 문제를 완화시키면서 α가 1이면 함수가 어디서나 미분가능하다는 장점
- 경사 하강법의 동작이 튀지 않게 만들지만 계산 비용이 ReLU보다 크다는 점은 단점


2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
ReLU
Leaky ReLU $\alpha = 0.1$
ELU $\alpha = 1$
ReLU
Leaky ReLU
ELU

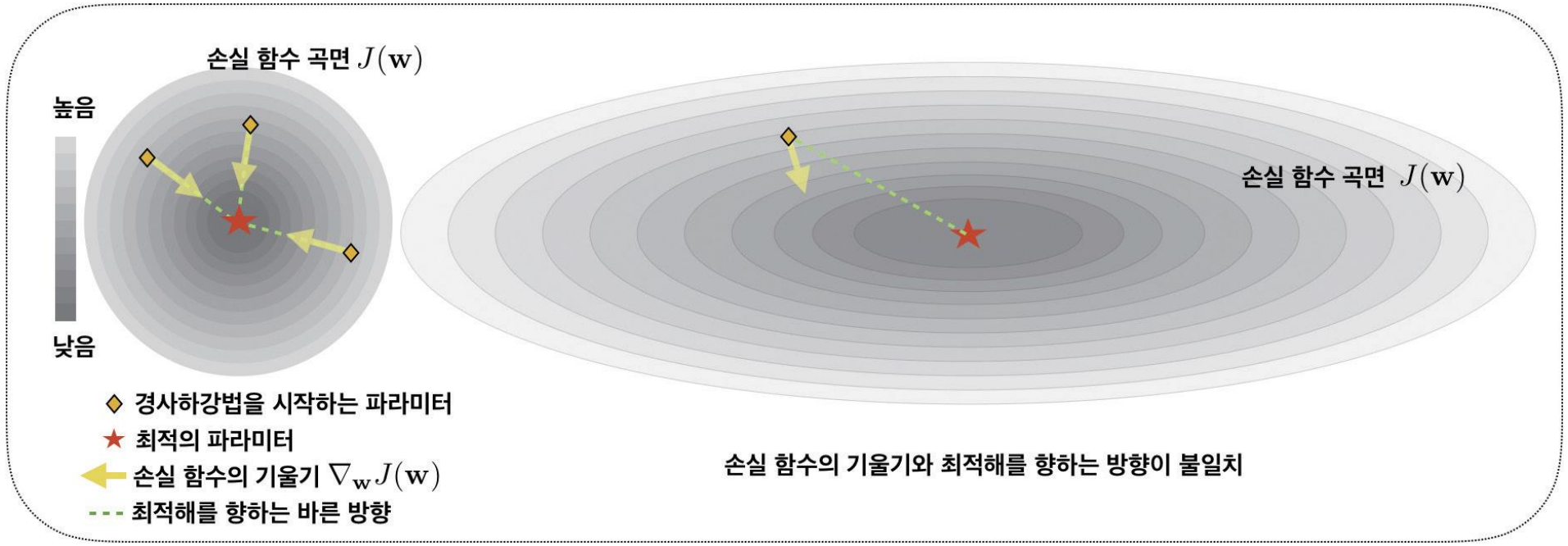
4.2 최적화 기법

- 인공 신경망 모델의 학습에 사용되는 경사 하강법은 파라미터가 w일 때, 오차를 측정하는 손실함수 $J(w)$를 정의하고, 파라미터에 대한 손실함수의 기울기를 따라 파라미터를 수정하는 방법

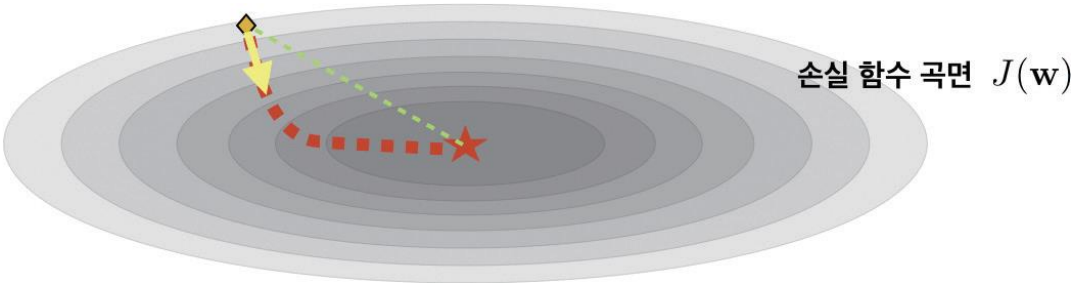
- 수정하는 정도가 학습률 η이며 경사 하강법의 기본적인 수식 ($\nabla J(w)$는 파라미터 w에 대한 손실함수의 기울기)

$$\mathbf{w} \leftarrow \mathbf{w} - \eta \nabla J(\mathbf{w})$$

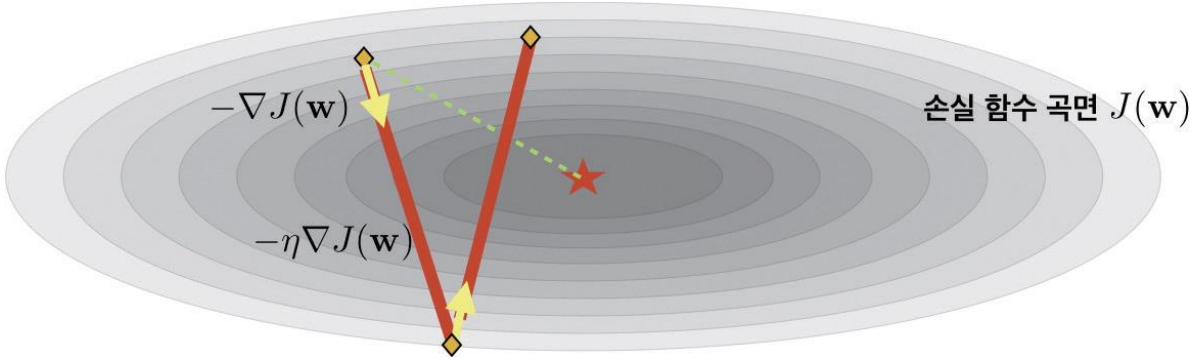
- 그림의 왼쪽처럼 오차 곡면이 최적해를 중심으로 하는 동심원 (3차원에서는 구sphere, 4차원 이상에서는 초구hypersphere가 될 것이다) 모양일 경우, 오차를 표현하는 손실 함수 곡면의 기울기의 반대방향은 언제나 최적해를 정확히 가리킴
- 곡면이 오른쪽과 같이 특정한 방향으로 늘어난 형태라고 생각하면 **기울기를 따라 가는 방법은 최적해를 향하는 가장 빠른 길을 따르지 못 함**



- 학습률 η는 기울기를 따라 얼마나 이동할 것인지를 결정하는 하이퍼파라미터이며 작게 유지하면 기울기를 따라 조금씩 움직일 것이고, 그 결과는 아래 그림과 같이 급한 경사를 먼저 내려간 뒤에 골을 따라 최적해로 이동하게 될 것



- 학습률 η가 너무 큰 값이 되면 다음과 같이 골을 여러번 건너며 빠르게 수렴하지 못 하거나, 심지어 발산해 버릴 수도 있음



- 이러한 문제를 막는 방법은 η를 안전하게 작은 값으로 두는 것

- 학습률을 작은 값으로 둔다는 것은 한 번 계산할 때 움직이는 거리가 작아지는 것
  - 이것은 최적해에 도달하기 위해 더 많은 기울기 계산을 해야 한다는 것을 의미

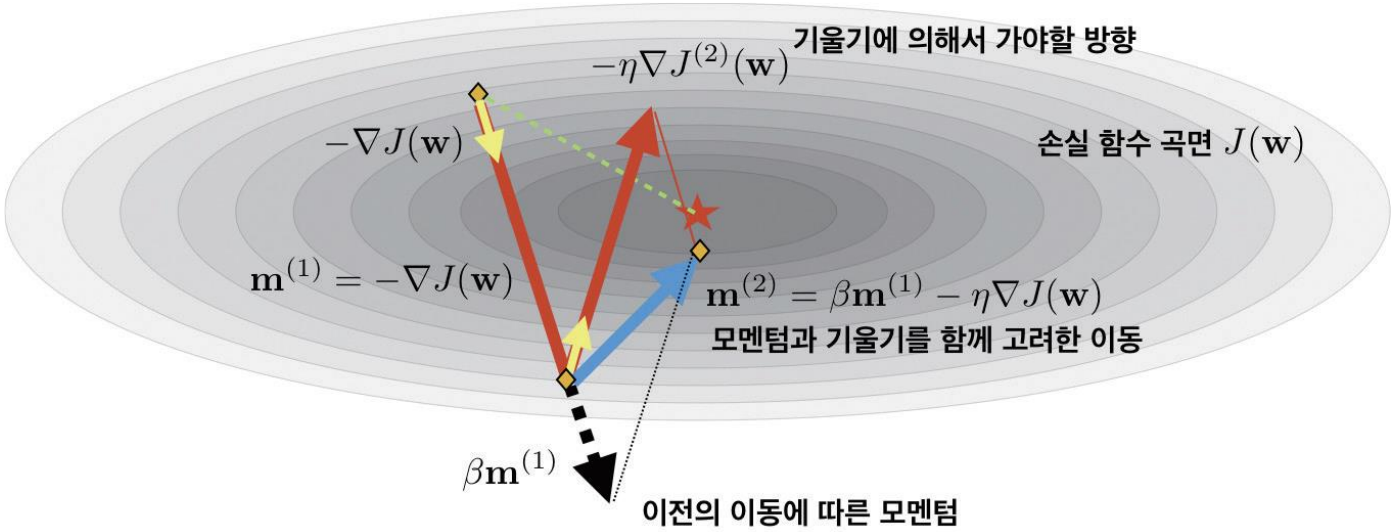
- 문제를 개선하고, 학습률을 크게 하면서 큰 걸음으로 최적해에 도달할 수 있도록 하는 다양한 변형 기법들이 등장

모멘텀momentum 기법

- 이것은 현재 위치에서 계산된 기울기만으로 이동할 방향을 정하는 것이 아니라, 지금까지 **기울기를 따라 이동한 경로를 누적한 모멘텀** m을 정의하고, 이를 이용해 파라미터를 갱신
- 모멘텀은 매번 β에 의해 감쇠하고 오차곡면의 새로운 기울기를 따라 이동하는 정도가 추가로 누적됨

$$\mathbf{m} \leftarrow \beta\mathbf{m} - \eta\nabla J(\mathbf{m})$$

$$\mathbf{w} \leftarrow \mathbf{w} + \mathbf{m}$$



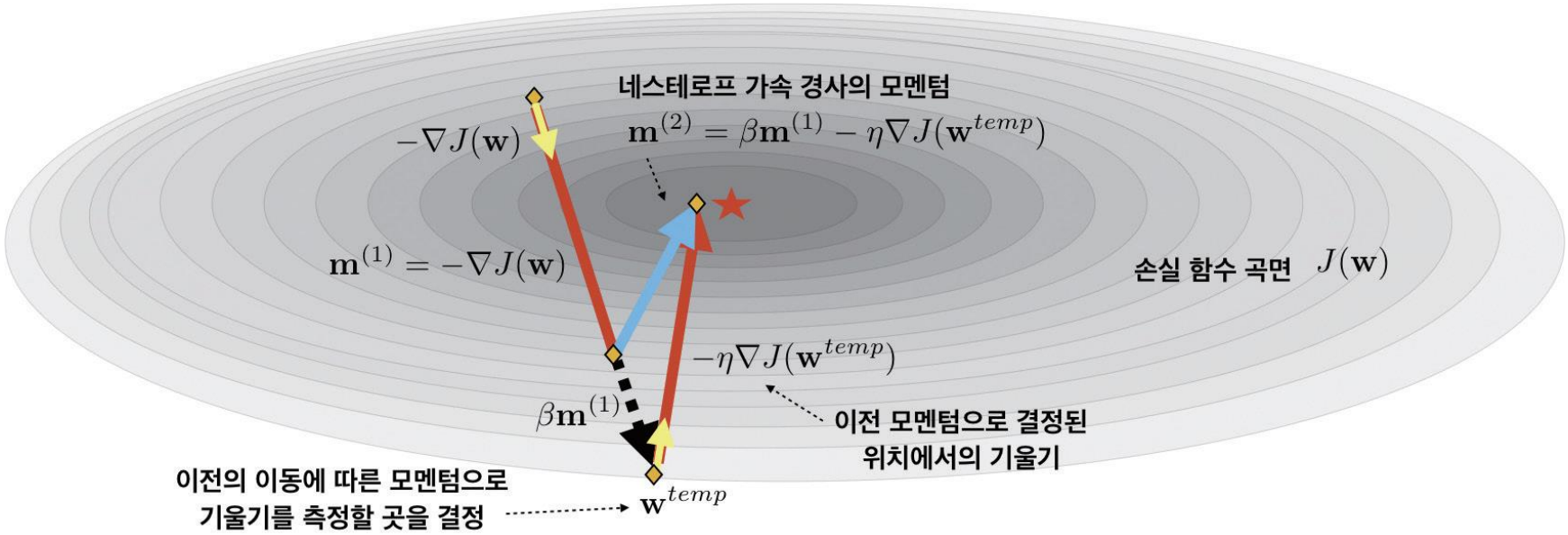
네스테로프 가속 경사Nesterov accelerated gradient 기법

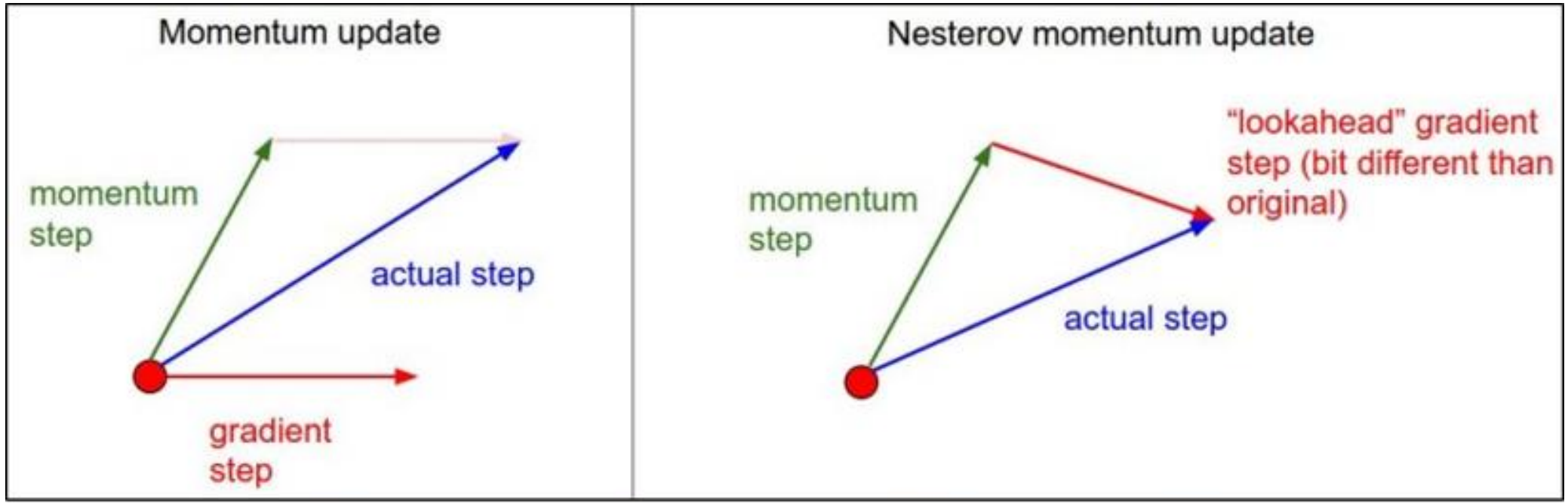
- 손실 함수 곡면의 기울기를 계산할 때 이전 모멘텀만큼 이동한 곳에서 기울기를 측정하여 이 기울기와 모멘텀을 함께 고려하여 최종적으로 이동할 곳을 찾는 것

$$\mathbf{w}^{temp} \leftarrow \mathbf{w} + \beta\mathbf{m}$$

$$\mathbf{m} \leftarrow \beta \leftarrow \mathbf{m} - \eta\nabla J(\mathbf{w}^{temp})$$

$$\mathbf{w} \leftarrow \mathbf{w}^{temp} + \mathbf{m}$$





Difference between Momentum and NAG. Picture from CS231.

- 변형된 경사 하강법이 필요한 이유는 이것은 손실 함수 곡면이 동그란 공 모양이 아니고 특정한 축 방향으로 늘어나 있기 때문이라고 생각할 수 있다. 길게 늘어난 있는 축 방향으로 손실 함수 곡면의 크기를 줄여주면 더 좋은 수렴 성능을 보일 수 있을 것
  - 적응적 경사adaptive gradient 기법인 AdaGrad
- 기울기를 구할 때마다 기울기 벡터의 i번째 요소의 제곱값을 구해서 s_i누적한다. 이 누적값은 해당 차원의 경사가 급할수록 큰 값이 되므로 기울기를 따라 파라미터를 이동할 때 이 s_i값으로 학습률을 조정하여 경사가 급한 곳은 천천히 이동하게 하면 손실 함수 곡면의 왜곡을 보정하는 역할
- s_i의 제곱근으로 학습률을 나누는 방식으로 간단히 구현할 수 있다. 수식은 아래와 같다. ϵ은 0으로 나누는 일을 막기 위한 작은 상수

$$s_i \leftarrow s_i + \nabla J(\mathbf{w})_i^2$$

$$\mathbf{w}_i \leftarrow \mathbf{w}_i - \frac{\eta}{\sqrt{s_i + \epsilon}} \nabla J(\mathbf{w})_i$$

- 이 방법은 손실함수 곡면의 왜곡을 수정하지만, s는 지속적으로 증가하게 된다.
  - 학습의 후반부에 학습률은 큰 수로 나누어지기 때문에 점점 해를 찾는 속도가 느려짐
- 이런 문제를 해결한 방법인 RMSProp 알고리즘을 소개
- 이 기법은 간단히 이전 s_i가 일정한 비율로 쇠퇴하게 만들고 새로운 값이 쇠퇴한 만큼 추가되도록 하는 것으로 쇠퇴 비율 ρ는 보통 0.9 정도를 사용

$$s_i \leftarrow \rho \cdot s_i + (1-\rho) \cdot \nabla J(\mathbf{w})_i^2$$

- 현재 가장 많이 사용되는 최적화 방법 중에 하나는 모멘텀 최적화와 RMSProp을 섞어서 사용하는 적응적 모멘텀 추정 기법adaptive momentum estimation, 일반적으로 Adam이라 부르는 기법

4.3 텐서플로우 (TensorFlow)

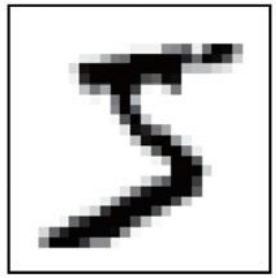
- 머신러닝과 딥러닝을 위한 프레임워크로는 텐서플로우, 테아노theano, 파이토치pytorch, mxnet, 케라스keras, 사이킷런scikit-learn, NLTK 등

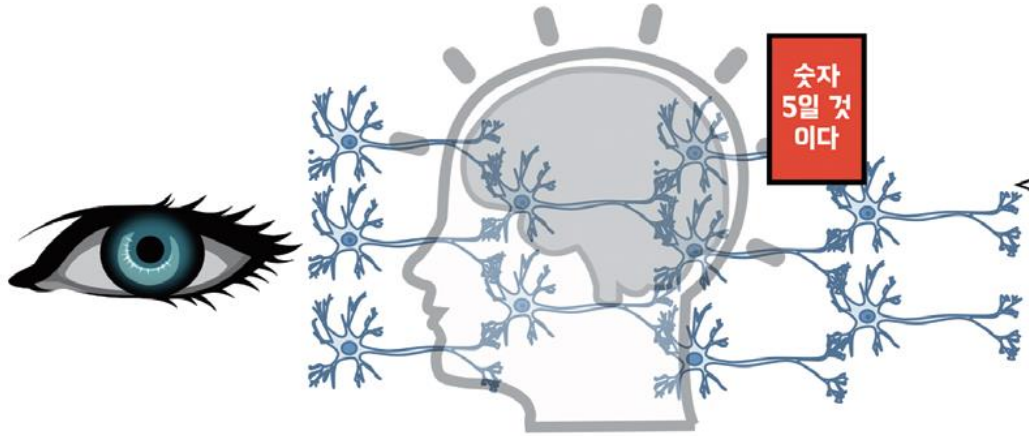
- 텐서플로우TensorFlow는 **머신러닝과 딥러닝을 위한 오픈소스 프레임워크**로 구글의 인공지능 개발부서에서 개발하여 내부적으로 사용하다가 2015년에 오픈소스로 공개되어 현재 텐서플로우2 버전으로 발전

4.3 텐서플로우 (TensorFlow)

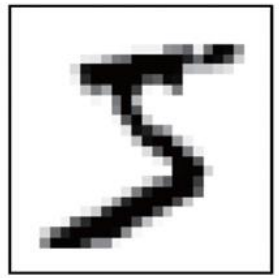
- 텐서플로우 역시 기계학습을 위한 많은 학습 데이터를 제공하고 있는데, 이 중 하나인 MNIST 데이터를 사용

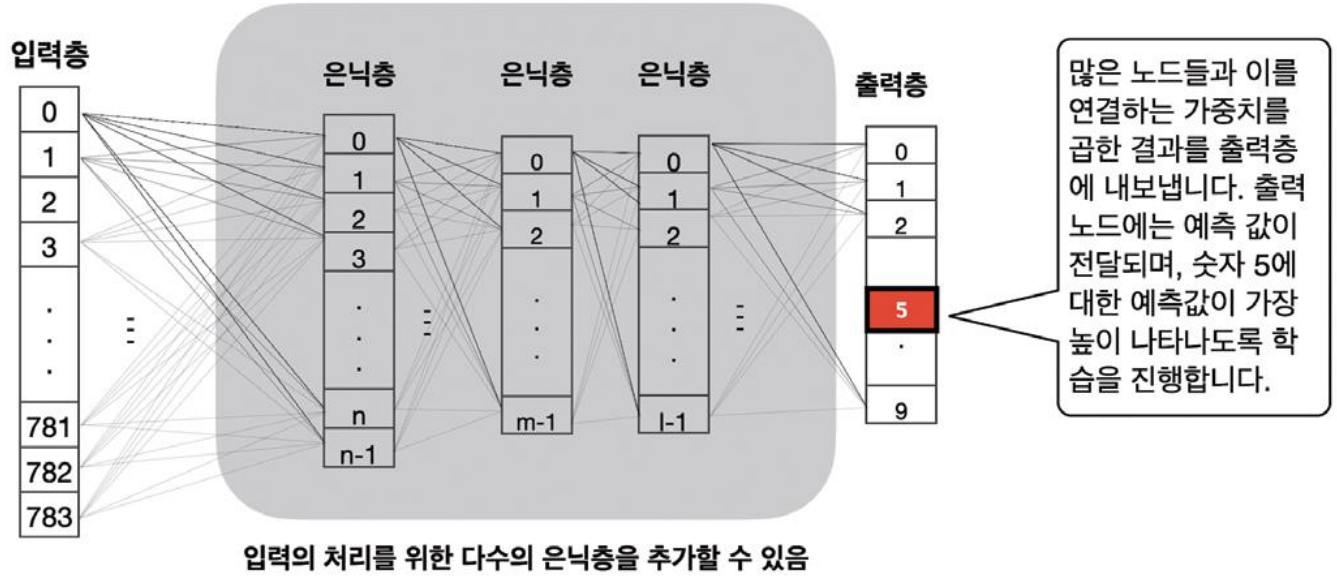
- 미국 국립표준 연구소National Institute of Standards and Technology에서는 손으로 쓴 숫자들로 이루어진 글씨 데이터를 스캐닝하여 다양한 화상처리 시스템에서 사용하기 위하여 제공하고 있는데 이 데이터가 바로 MNISTModified National Institute of Standards and Technology 데이터베이스





인간의 신경세포와 인식의 과정





다층 신경망과 인식의 과정

4.4 MNIST 예제

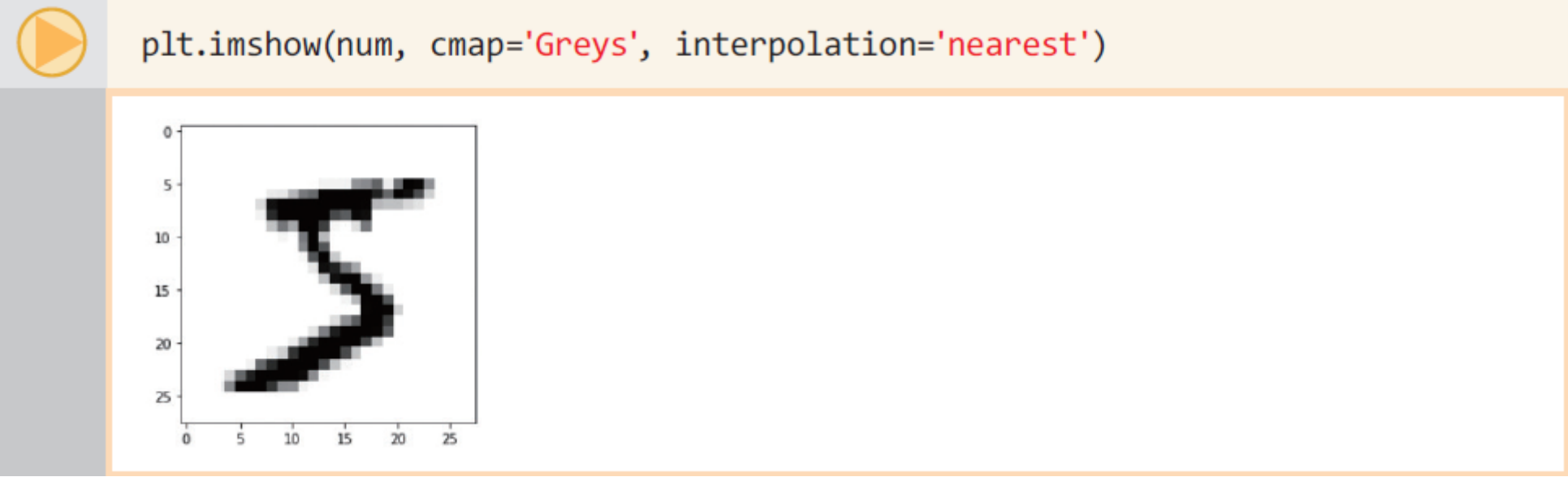
```
import tensorflow as tf
from tensorflow import keras
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

mnist = tf.keras.datasets.mnist

(x_train, y_train), (x_test, y_test) = mnist.load_data()

print('x_train 데이터의 형태:', x_train.shape)
print('x_train[0] 데이터의 형태:', x_train[0].shape)
print('y_train 데이터의 형태:',y_train.shape)
```

```
x_train 데이터의 형태: (60000, 28, 28)
x_train[0] 데이터의 형태: (28, 28)
y_train 데이터의 형태: (60000,)
```

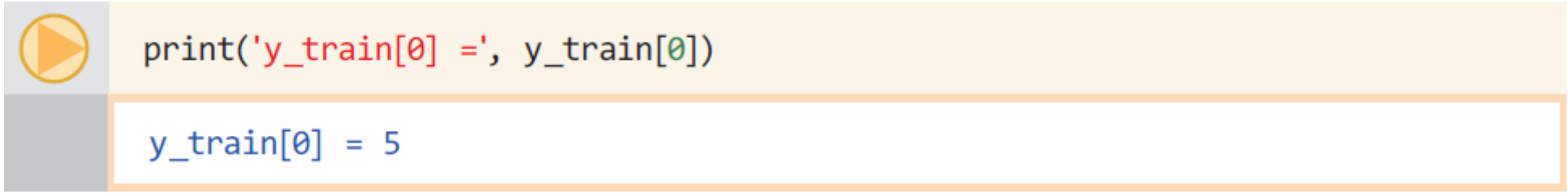
```
num = x_train[0]
for i in range(28):
    for j in range(28):
        print('{:4d}'.format(num[i][j]), end='')
    print()
```

```
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  18  18  18 126 136 175  26 166 255 247 127   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0  30  36  94 154 170 253 253 253 253 253 225 172 253 242 195  64   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0  49 238 253 253 253 253 253 253 253 253 253 251  93  82  82  56  39   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0  18 219 253 253 253 253 253 198 182 247 241   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0  80 156 107 253 253 205  11   0  43 154   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0  14   1 154 253  90   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 139 253 190   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  11 190 253  70   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  35 241 225 160 108   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  81 240 253 253 119  25   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  45 186 253 253 150  27   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  16  93 252 253 187   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 249 253 249  64   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  46 130 183 253 253 207   2   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  39 148 229 253 253 253 250 182   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  24 114 221 253 253 253 253 201  78   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0  23  66 213 253 253 253 253 198  81   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0  18 171 219 253 253 253 253 195  80   9   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0  55 172 226 253 253 253 253 244 133  11   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0 136 253 253 253 212 135 132  16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
```

- 출력 결과는 대부분의 수가 0의 값을 가지며 최소값이 0이고, 최대값이 255인 정수 데이터임을 알 수 있음
  - 이 데이터의 형태가 기울어진 5와 비슷
  - 이제 다음과 같은 방법으로 부드럽게 보간된 회색조 이미지로 만들어 이 배열의 의미를 이해하자



- 이 배열 데이터는 숫자 5의 손글씨와 비슷한 이미지 임을 알 수 있는데, 이 이미지의 의미는 다음과 같이 y_train[0] 배열에 5라고 레이블링 되어 있다.



```
print('y_train[0] =', y_train[0])
```

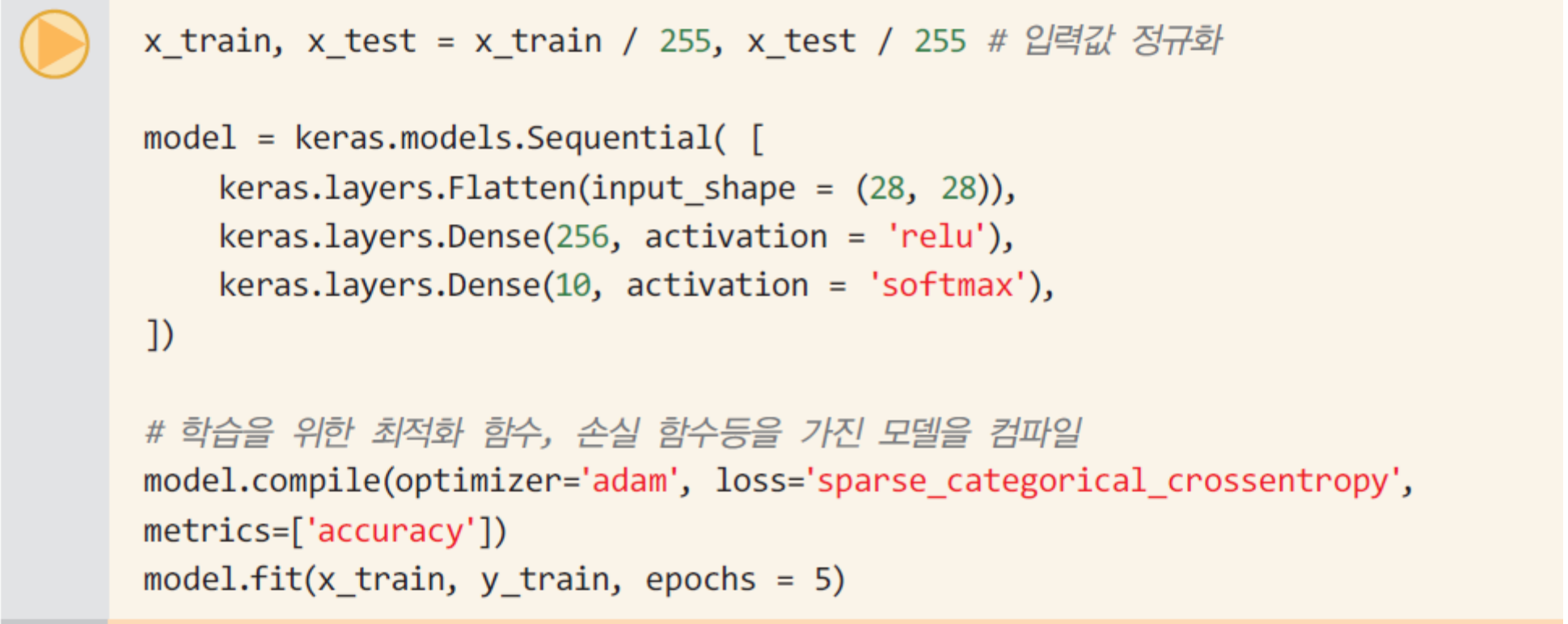
```
y_train[0] = 5
```

4.5 심층 신경망 구축

- 이제 MNIST 데이터를 사용하여 우리가 할 일
  1. 6만 개의 이미지로 이루어진 x_train 데이터를 심층 신경망 모델에 넣어서 y_train 데이터의 숫자로 인식하도록 학습을 시키는 일
  2. 이 때 노드의 활성화 함수, 학습을 위한 최적화 함수, 손실 함수, 측정 방법을 정의하는 일
  3. 1만 개의 이미지로 이루어진 x_test 데이터를 학습을 마친 모델의 입력으로 넣어서 이 모델의 정확도를 알아보는 일

- 심층 신경망을 Numpy를 통해서 구현하는 것은 많은 노력과 시간이 필요하며, 코드의 이식성도 떨어지기 때문에 TensorFlow의 Keras 사용

- 가장 상단에 x_train / 255, x_test / 255는 원래 입력값의 범위 0~255를 0에서 1사이의 값으로 조정하는 정규화normalization단계

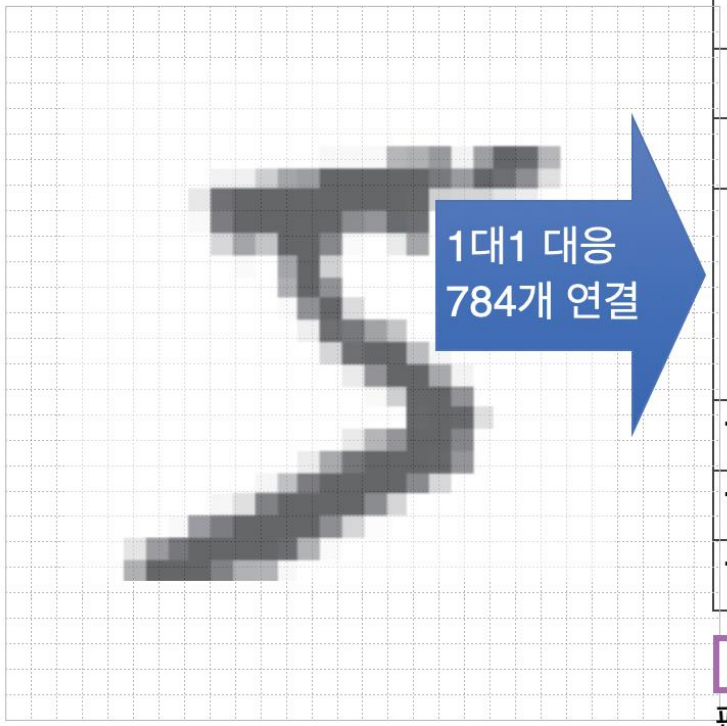


```
x_train, x_test = x_train / 255, x_test / 255 # 입력값 정규화

model = keras.models.Sequential( [
    keras.layers.Flatten(input_shape = (28, 28)),
    keras.layers.Dense(256, activation = 'relu'),
    keras.layers.Dense(10, activation = 'softmax'),
])

# 학습을 위한 최적화 함수, 손실 함수등을 가진 모델을 컴파일
model.compile(optimizer='adam', loss='sparse_categorical_crossentropy',
metrics=['accuracy'])
model.fit(x_train, y_train, epochs = 5)
```

- Sequential() 모델을 사용
  - 여러 개의 층으로 이루어진 순차적 모델로 각 입력층은 하나의 입력 텐서와 출력 텐서를 가짐
- 28x28 크기의 이미지는 1차원 배열로 변환한 경우 784개의 값이 되는데, 이 값이 신경 회로망을 통과하여 10개 중 하나의 범주category로 분류
- 학습층을 만드는 명령이 keras.layers.Dense()이며 Dense는 학습을 위한 연결을 밀집된dense 구조의 네트워크 층 혹은 완전 연결fully connected층으로 한다는 의미
- 최종적으로 10개의 카테고리에 입력이 연결되도록 하는 Keras 모델을 keras.Sequential()로 생성
- TensorFlow와 Keras를 이용하면 복잡한 노드와 그 구조를 손쉽게 생성

Flatten
2차원 입력 28x28 배열을
784개의 1차원 배열로 변환

입력: 28x28 픽셀



1대1 대응
784개 연결

0
1
2
3
. . .
781
782
783
편향값

785:256 대응
200,960 개의 연결

Dense
785개 입력이 256개 출력에
촘촘히 연결됨

0
1
2
3
. . .
254
255
편향값

출력 노드가 켜지는 방법은
입력을 모아
ReLU를 적용

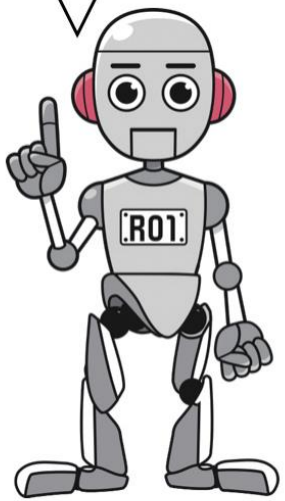
256:10 대응
2,560 개의 연결

Dense
256개 입력이 10개 출력에
촘촘히 연결됨

0 0
1 1
2 2
. . .
9 9

출력 노드가 켜지는 방법은
입력을 모아
SoftMax를 적용

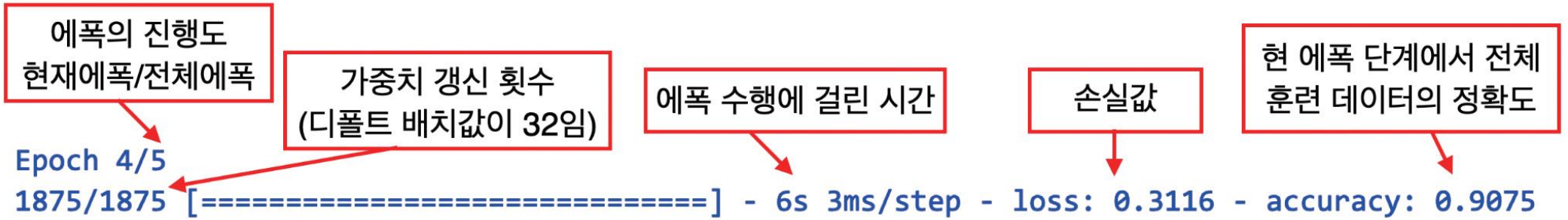
10개의 범주로 분류하기 위해
입력에서 출력까지 연결되어 있죠.
이 연결의 강도를 변화시킬 수 있는
순차적 구조를 만들어 보아요.



4.6 신경망 최적화

- 순차 모델은 compile() 함수를 통해서 학습을 위한 하이퍼파라미터 등의 환경을 설정하는 단계를 거침
- compile() 함수에서 모델의 하이퍼파라미터로
  - 최적화 함수를 무엇으로 할 것인지를 설정하는 optimizer
  - 손실 함수는 어떤 것을 사용할지를 설정하는 loss
  - 훈련기간동안 어떠한 측정 도구를 사용하여 정답 레이블과의 차이를 측정할 지를 결정하는 metrics 등이 있음
- 우리는 최적화 함수로 Adam 알고리즘, 손실 함수로 Categorical Cross Entropy 함수, 측정 기법으로 정확도accuracy 측정기를 사용

- 인공 신경망 모델을 만들고 model.fit() 함수를 통해서 최적화를 수행
  - 인자로 x_train, y_train을 주고 epoch이라는 추가적인 인자를 부여
  - 에폭epoch은 **전체 훈련 데이터 집합을 모두 신경망에 넣어서 학습을 수행시키는 것**을 말하는데, 여기서는 6만 개의 훈련 데이터를 순전파 전달 과정과 역전파 알고리즘에 적용
- 학습에 사용되는 데이터 6만 개를 한꺼번에 학습시켜 가중치를 갱신하는 방법은 가중치 계산에 시간이 많이 걸리고 가중치 갱신도 느려 비효율적
  - 일부 데이터를 골라서 학습을 시킬 수 있는데 이것이 미니 배치mini-batch 학습 방식이며 미니 배치의 크기는 디폴트로 32를 사용
  - 1,875번의 가중치 갱신을 해야 6만 개 데이터 전체에 대한 학습이 완료된다. 이것이 바로 1 에폭

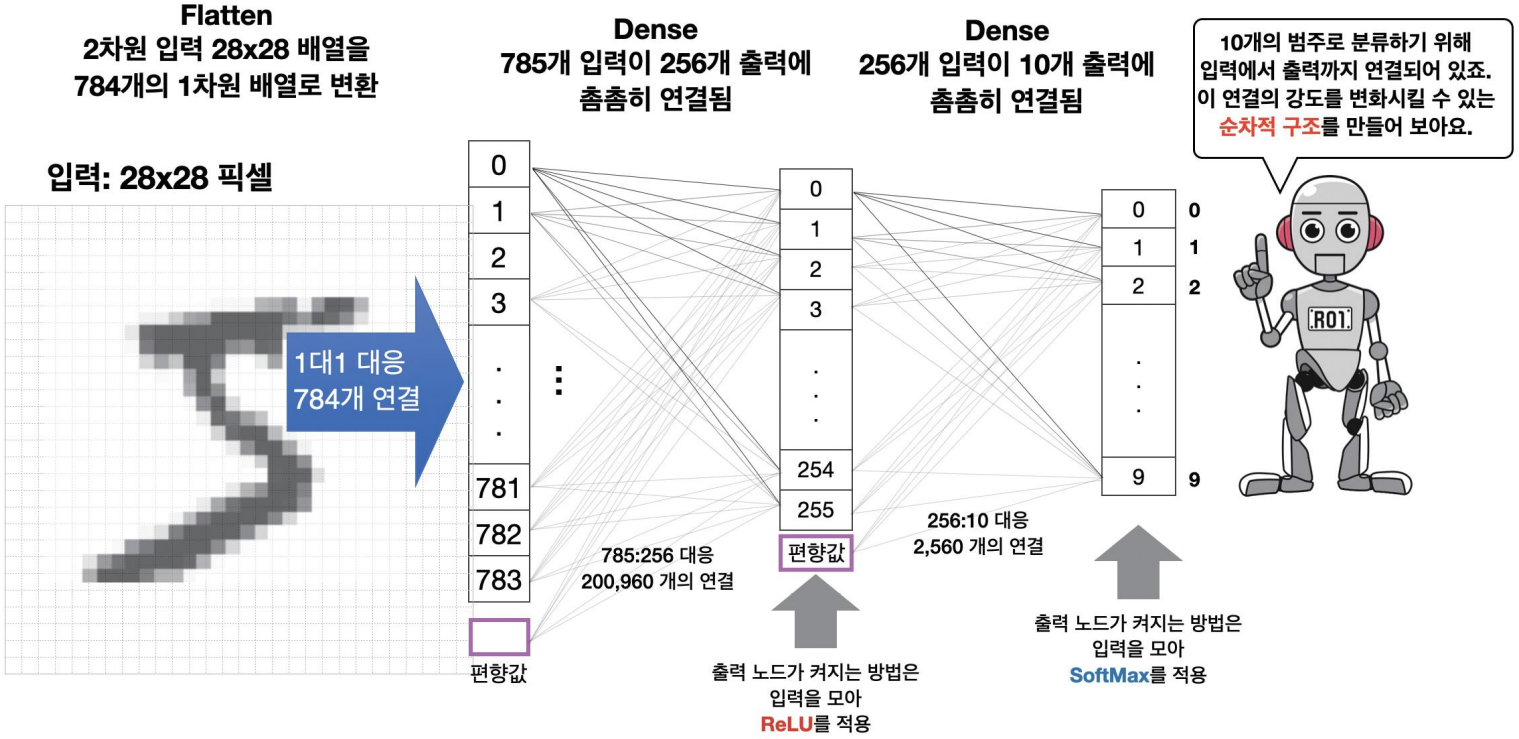


- 만든 신경망 모델이 어떤 형태를 가지고 있으며, 몇 개의 파라미터를 훈련시켜서 만든 모델인가를 model.summary() 함수를 통해서 확인

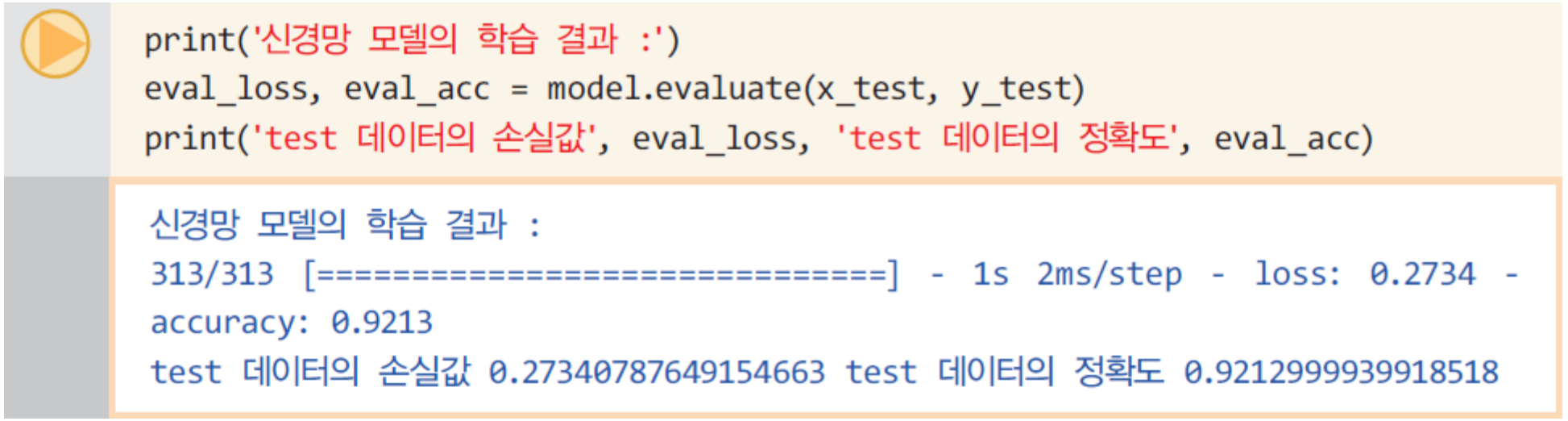
```
model.summary()
```

```
Model: "sequential"
_________________________________________________________________
Layer (type)                 Output Shape              Param #
=================================================================
flatten (Flatten)            (None, 784)               0
_________________________________________________________________
dense (Dense)                (None, 256)               200960
_________________________________________________________________
dense_1 (Dense)              (None, 10)                2570
=================================================================
Total params: 203,530
Trainable params: 203,530
Non-trainable params: 0
```

- 이때 입력 데이터가 첫번째 은닉층을 통과할때 모두 784개의 입력과 1개의 편향값(784 + 1)에 대하여 256개의 은닉층 노드간의 연결이 필요하므로 785 * 256 = 200,960개의 파라미터를 훈련시켜야함
- 256개의 은닉층과 10개의 출력층을 연결하는 파라미터에도 편향값이 하나 더 추가되어 2,570개가 훈련 파라미터가 필요
  - 우리가 학습시켜야 할 전체 파라미터는 200,960 + 2,570 = 253,530개의 매우 많은 파라미터



- 이제까지 학습에 사용하지 않은 1만 개의 숫자 이미지가 있는 x_test를 이 모델에 넣어서 y_test와 비교

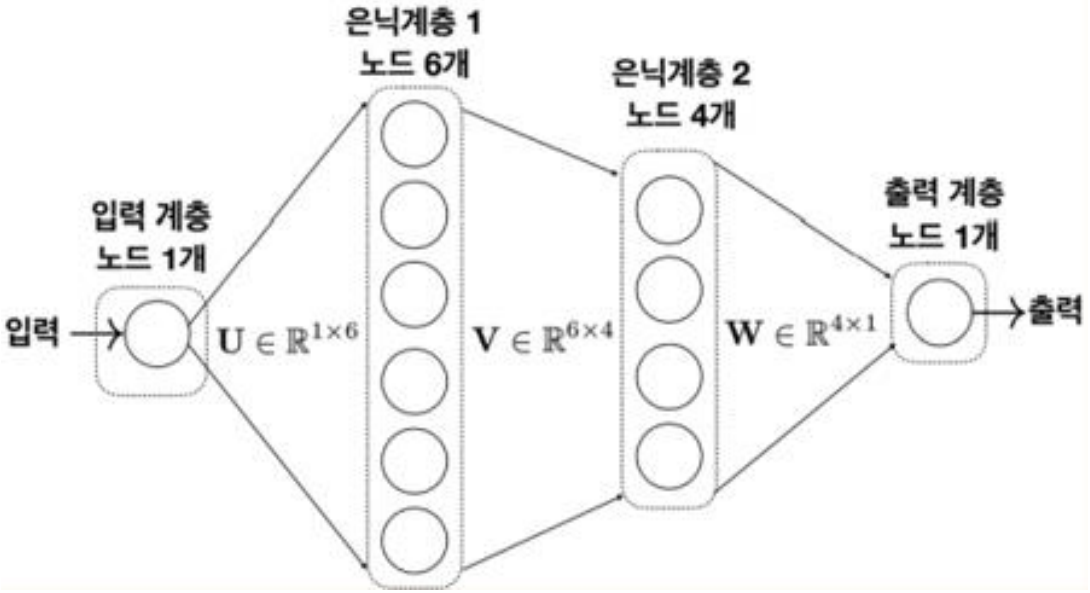


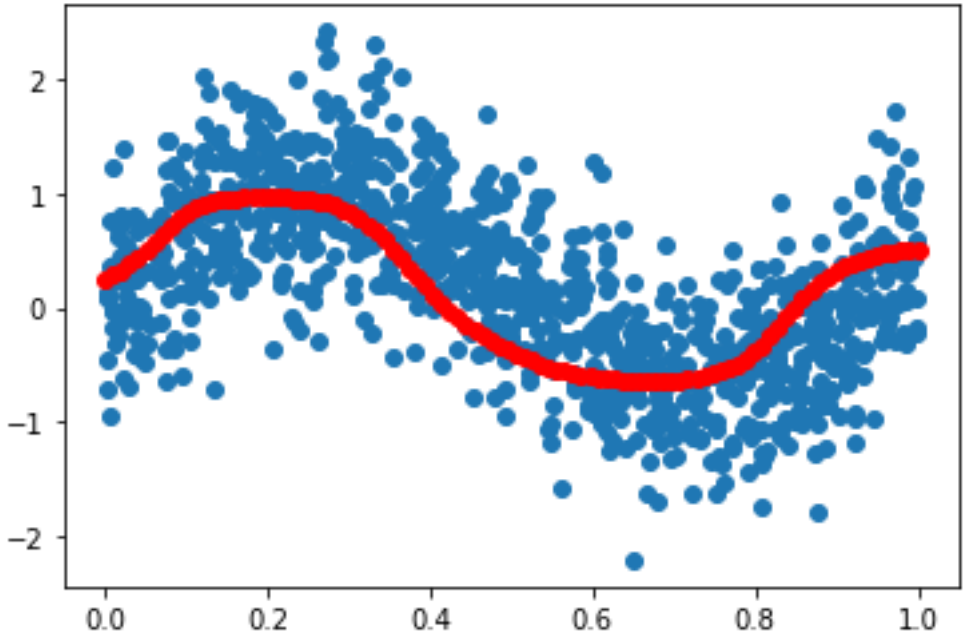
```
print('신경망 모델의 학습 결과 :')
eval_loss, eval_acc = model.evaluate(x_test, y_test)
print('test 데이터의 손실값', eval_loss, 'test 데이터의 정확도', eval_acc)
```

```
신경망 모델의 학습 결과 :
313/313 [==============================] - 1s 2ms/step - loss: 0.2734 -
accuracy: 0.9213
test 데이터의 손실값 0.27340787649154663 test 데이터의 정확도 0.9212999939918518
```

실습문제

- 아래 그림과 같은 다층 퍼셉트론을 주어진 데이터와 Keras를 이용해 구현하고 아래 그래프를 그려라.
  - “nonlinear.csv” 데이터 사용
  - 곡선의 범위는 0과 1사이에 100개
  - learning rate = 0.1, epoch = 100
  - 활성화함수: tanh (hyperbolic tangent)





감사합니다