Automatique Segway

Dossier de travail

by

Groupe 8 : "Les Recrutés"

Membres
DOL, Timothée
INCACUTIPA PEREZ, Cristian
ROUDEIX, Roméo
WU, Kaiwei

Encadrant(s)
Florent Di Meglio

décembre 2023

0.1 Introduction

Notre projet consistait à contruire et commander un robot de type "Segway", prenant la forme d'une plache montée sur deux roues, et présentant un centre de gravité bien au-dessus de l'axe des roues. Ce robot possède une position verticale d'équilibre instable. En effet, en l'absence de contrôle, celui-ci bascule naturellement, et l'enjeu majeur du contrôle de ce robot était de le maintenir dans cette position verticale instable. Le challenge à relever consiste à maintenir le segway en équilibre, le faire avancer à une vitesse constante, et lui faire monter une lègère pente.

La motorisation du robot est consituée de deux moteurs à courant continu pouvant entraîner chacune des roues indépendemment. Chacun est pilotable par une tension d'entrée en arduino. L'entrée de notre système est donc imposée, il s'agit des tensions à l'entrée de chacun des moteurs entrainant les roues.

Par ailleurs, le segway dispose de plusieurs capteurs. Il y a deux encodeurs, fixés au chassis, qui mesurent les angles relatifs de chacune des roues par rapport au chassis. Le robot est également doté d'une carte IMU, équipée d'un accéléromètre et d'un gyroscope, fixé au chassis. Dans notre cas, le gyromètre mesure la vitesse de rotation du chassis par rapport au référentiel inertiel terrestre, et l'accéléromètre mesure l'accélération spécifique dans le repère de l'IMU, qui peut ainsi nous donner l'accélération du chassis dans le référentiel terrestre.

Dans ce contexte, il était envisageable d'effectuer un contrôle en agissant sur la tension d'entrée afin que le robot ait les performances voulues.

0.2 Choix de l'état

Il était clair dès le début que les deux entrées du système seraient les tensions U_r et U_l à l'entrée des moteurs droits et gauches respectivement. Nous n'avons pas introduit de perturbations au début de l'étude.

Pour décrire cinématiquement et géométriquement le système, nous avons décidé de ne pas considérer la position du robot dans l'état, car il n'apparait pas dans les équations de la dynamique du robot. Nous voyons apparaître dans les trois équations régissant la dynamique du segway que les variables $u, \theta, \omega, \psi, \dot{\psi}$ ainsi que leurs dérivées temporelles sont les seuls paramètres géométriques et cinématiques qui interviennent. Du fait des relations : $\dot{x} = u \cos(\psi)$ et $\dot{y} = u \sin(\psi)$, nous voyons que la vitesse longitudinale du chassis et son angle de lacet suffisent à décrire correctement la vitesse du centre de l'axe des roues, solaidaire au chassis. $\theta et \omega$ permettent quand à eux de rendre compte de son inclinaison, son tangage.

Maintenant, afin de décrire cinématiquement et géométriquement l'entièreté du système, il reste à décrire la rotation des roues par rapport au sol ou au chassis. Néanmoins, le système est contraint cinématiquement par les relation suivantes : $\Omega_r + \Omega_l + 2\omega = \frac{2}{\rho}u$ et $\Omega_r - \Omega_l = \frac{l}{\rho}\dot{\psi}$. Ω_r et Ω_l peuvent donc s'exprimer aisément à l'aide des paramètres d'état déjà définis. La position angulaire des roues n'apparaissant pas dans les équations, le système est bien décrit avec les variables géométriques et cinématiques précédentes.

Pour décrire le couple que subissent les roues, qui apparait dans les équations, les intensités i_l eti_r du courant dans les moteurs gauche et droit respectivement y sont directement reliées. L'état final choisi est donc $(u, \theta, \omega, \psi, r = \dot{\psi}, i_l, i_r)$.

0.3 Recherche des points d'équilibre

Les équations de la dynamique du robot étant assez compliquées, nous avons décidé dans un premire temps de ne pas écrire les équations sous forme d'état, mais d'entamer la recherche des points d'équilibre et la linéarisation à l'aide des équations données telles quelles. Avec notre choix d'état, l'équilibre s'obtient lorsque : $\dot{u} = 0$, $\dot{\theta} = \omega = 0$, $\dot{\omega} = 0$, $\dot{\psi} = r = 0$, $\dot{r} = 0$, $\frac{di_l}{dt} = 0$, $\frac{di_r}{dt} = 0$, $\dot{U_l} = 0$, $\dot{U_r} = 0$.

En combinant les équations (1) et (3) à l'équilibre, on obtient : $\overline{i_l} = \overline{i_r} = 0$. De l'équation (2), on tire ensuite $\overline{\theta} = 0$.

En exprimant $\overline{\Omega_l} = \overline{\Omega_r}$ en fonction de $\overline{u}$, puis en remplaçant dans (5), on trouve : $\overline{U_r} = \overline{U_l} = \frac{k}{\rho}\overline{u}$. L'équilibre sera donc paramétré par une vitesse longitudianale $\overline{u}$ choisie et constante, et un angle ψ, dont le choix n'a aucun influence sur l'équilibre du système. En effet, l'angle de tangage du segway induira simplement une roation du système entier, dans l'axe parallèle à la pensanteur, et cela ne change en rien le système.

L'équilibre est donc : $(\overline{u}, 0, 0, \psi, 0, 0, 0, \frac{k}{\rho}\overline{u}, \frac{k}{\rho}\overline{u})$.

Il s'agit d'une position où le chassis du robot reste parfaitement vertical, et où il avance à vitesse constante sans changer de direction. Une tension d'entrée permet de commander le déplacement du robot. C'est un équilibre auquel on pouvait s'attendre.

0.4 Linéarisation autour du point d'équilibre

Nous avons décidé de faire fonctionner le robot autour de son point d'équilibre précédent, car il semble plus commode de le piloter de cette manière, et limite les comportements aux grandes amplitudes lorsque l'angle de tangage devient trop important et que le robot est trop déséquilibré. Il convient donc de linéariser le système autour de ce point d'équilibre.

En linéarisant l'équation (3), on tire : $\delta\dot{r} = \frac{lk}{2\rho I_{psi}}(\delta i_r + \delta i_l)$.

Linéariser les équations (1) et (2) mène à un système linéaire de deux équations, d'inconnues $\delta\dot{u}$ et $\delta\dot{\omega}$, et dont tous les autres termes et paramètres sont des constantes ou des varaibles d'état :

$$\begin{cases} A\delta\dot{u} + \ B\delta\dot{\omega} = \frac{1}{\rho}(i_r + i_l) \\ m_b dg\delta\theta + A'\delta\dot{u} + B'\delta\dot{\omega} = -(i_r + i_l) \end{cases} \tag{1}$$

A, B, A' et B' sont des constantes ne dépendant que des paramètres du système. La résolution de ce système permet d'exprimer $\delta\dot{u}$ et $\delta\dot{\omega}$ en fonction de i_r, i_l et $\delta\theta$.

Des équations de fermeture cinématique (7) et (8), on tire $\Omega_l = \frac{1}{rho}u - \frac{l}{2\rho}r - \omega$ et $\Omega_l = \frac{1}{\rho}u + \frac{l}{2\rho}r - \omega$. En remplaçant dans (5), on obtient :

$$\begin{cases} \frac{di_l}{dt} = \frac{1}{L}U_l - \frac{R}{L}i_l - \frac{k}{L\rho}u + \frac{kl}{2L\rho}r + \frac{k}{L}\omega \\ \frac{di_r}{dt} = \frac{1}{L}U_r - \frac{R}{L}i_r - \frac{k}{L\rho}u - \frac{kl}{2L\rho}r + \frac{k}{L}\omega \end{cases} \tag{2}$$

Nous avons donc travaillé avec cet état linéarisé.

0.5 Simplification des intensités par perturbation singulière et découplage

Par l'étude des valeurs propres du système linéarisé, nous nous sommes rendus compte que deux d'entre elles étaient égales à 2156 et 2179, ce qui correspondant approximativement à $\frac{R}{L} \approx 2200$. Il s'agit de la constante de temps de l'intensité des moteurs. Sachant déjà qu'en principe, la réponse électrique d'un système est toujours plus rapide que sa réponse mécanique, étant donné que l'on s'intéresserait essentiellement au contrôle du robot à partir de mesures sur des variables mécaniques, on a décidé de simplifier les intensités par perturbation singulière, se plaçant directement en régime électrique permanent.

L'équation (5) nous a permis d'exprimer i_l et i_r en fonction de u, r et ω. Or, les expressions de $\dot{r}, \dot{u}$ et $\dot{\omega}$ ne font apparaître que la somme ou la différence des intensités. D'après les équations (1.2), nous pouvons voir que la somme des intensités i_+ ne dépend que de ω et u et la somme des tensions, notée U_+ et que leur différence $i_- = i_r - i_l$ ne fait apparaitre que r et la différence des tensions, notée $U_- = U_r - U_l$. De cette manière, en remplaçant i_- et i_+ dans l'expression des autres variables d'état, nous exprimons $\dot{\omega}$ et $\dot{u}$ en fonction de u, θ, ω et U_+, et nous exprimons $\dot{r}$ en fonction de r et U_-.

De cette manière, la simplification par perturbation singulière a naturellement fait apparaître un découplage du système. Celui-ci s'interprète par le fait que si les deux roues tournent à la même vitesse, ce qui implique que le comportement électrique de chaque moteur est le même, donc que i_- et U_- sont nuls, le segway avance droit, sans effectuer de rotation suivant ψ, Alors, seuls u, θ et ω ont une influence sur la dynamitque longitudiale du robot, sur sa translation, et les paramètres de lacet n'interviennent nullement. Parallèlement, lorsque les roues tournent à des vitesses de rotation opposées, le robot n'avance pas, mais tourne sur lui-même. Dans ce cas, i_+ et U_+ sont nuls, et seuls r a une influence sur la rotation du robot, aux termes électriques près. Nous voyons donc que nous pouvons étudier séparément la rotation du robot et sa translation, ce qui est une conséquence du découplage du système.

Les nouvelles valeurs propres obtenues après simplificaiton ne diffèrent des anciennes que d'une valeur relative de 2 % environ, ce qui confirme la légitimité de cette simplification.

0.6 Etude du système en translation et changement de variables

Nous remarquons que pour le challenge demandé, le segway fonctionnera uniquement en translation, ψ va a priorer rester constant et il ne sera a priori pas nécessaire de nous en soucier. Un contrôle sur le système en translation est néanmoins nécessaire étant donnée l'instabilité du système.

Pour ce faire, nous avons décidé d'effectuer un changement de variables qui prend en compte la position du robot. Nous avons défini les variables : $\mu = (\rho A + A')p + (\rho B + B')\theta$, et $\nu = \dot{\mu}$, où nous avons utilisé les notations des paramètres du système (1.1). D'après (1.1), nous voyons ainsi apparaître :

$$\begin{cases} \dot{\mu} = \nu \\ \dot{\nu} = -m_b d g \delta \theta \\ \dot{\theta} = \omega \\ \dot{\omega} = a_\nu \nu + a_\theta \theta + a_\omega \omega + a_U U_+ \end{cases} \tag{3}$$

où $a_\nu, a_\theta, a_\omega$ et a_U sont des paramètres que l'on a calculés.

L'étude des valeurs propres du système permet de mettre en évidence une valeur propre strictement positive, correspondant à l'instabilité de la variable theta ; une valeur propre nulle, dû à la nullité de la colonne de μ dans la matrice d'état, une valeur propre égale à -3.0661 et une égale à -15.9593. Comme ω est une variable plus rapide que les autres, on a l'intuition que cette dernière valeur propre est associée à ω. Comme elle est à un ordre de grandeur supérieure aux autres, on décide de simplifier omega par perturbations singulières, et on a obtenu le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{\mu} = \nu \\ \dot{\nu} = -m_b d g \delta \theta \\ \dot{\theta} = \frac{-a_\nu}{a_\omega}\nu + \frac{-a_\theta}{a_\omega}\theta + \frac{-a_U}{a_\omega}U_+ \end{cases} \tag{4}$$

Les nouvelles valeurs propres obtenues différaient des précédentes d'un facteur relatif d'environ 5 %, ce que l'on considère comme une approcimation acceptable à première vue.

0.7 Contrôle du système

Le système obtenu présente une valeur propre strictement positive, associée à θ. Il est donc nécessaire de le contrôler. La statégie que l'on utilisera consistera à rendre θ stable et à l'accélérer dans un premier temps. Cela permettra au robot de se redresser lorsqu'il tombera. Dans un deuxième temps, nous contrôlerons μ et ν pour que le robot ait les performances voulues en vitesse et en positionnement. Nous avons alors opté pour une cascade de deux contrôleurs.

Pour contrôler θ, nous avons opté pour un premier contrôleur proporotionnel en θ, de la forme : $U_+ = k_\theta \theta + q_r$, où q_r est la sortie du second contrôleur, que l'on étudiera après.

On obtient alors, $\dot{\theta} = \underbrace{(\frac{-a_\theta}{a_\omega} - \frac{-a_U k_\theta}{a_\omega})}_{=\lambda} \theta - \frac{-a_\nu}{a_\omega}\nu - \frac{-a_U}{a_\omega} q_r$

Afin d'accélérer θ, nous avons choisi λ pour que la valeur propre associée à θ soit de l'ordre de -15. Cela permet d'accélérer suffisamment theta pour assurer une convergence rapide vers une position verticale du segway tout en n'augmentant pas trop les gains.

La valeur propre associée à theta est maintenant en valeur absolue d'un ordre de grandeur supérieure à celle assciée à ν. Nous pouvons donc raisonnablement simplifier θ par perturbation singulière, et l'exprimer en fonction de q_r. On obtient en conséquence le système suivant à contrôler :

$$\begin{cases} \dot{\mu} = \nu \\ \dot{\nu} = \underbrace{\frac{-m_b dg}{a_\omega \lambda}}_{=K} a_\nu \nu + \frac{-m_b dg}{a_\omega \lambda} a_U q_r \end{cases} \tag{5}$$

Nous disposons d'un système d'ordre 2, contrôlable par un contrôleur proportionnel dérivateur. Nous avons donc opté pour cette solution, et proposé un contrôleur proportionnel dérivateur en μ : $q_r = k_\mu(\mu - \mu_{ref}) + k_\nu(\nu - \nu_{ref})$.

Alors, $\dot{\nu} = K(a_\nu + a_U k_\nu)\nu + K a_U k_\mu \mu - K a_U(k_{nu}\nu_{ref} + k_\mu \mu_{ref})$.

La matrice d'état est donc :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ K a_U k_\mu & K(a_\nu + a_U k_\nu) \end{pmatrix}$$

On souhaite que le système contrôlé ait les caractéristiques d'un sytème d'ordre 2 de pulsation propre : $\omega_0 = 1$ et de coefficient d'amortissement $\xi = 0.9$. En calculant le polynome caractéristique du système que l'on a :

$\chi(s) = s^2 - K(a_\nu + A_U k_\nu)s - K k_\mu a_U = s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2$.

D'où,

$$\begin{cases} k_\nu = -\frac{1}{a_\nu}(\frac{2\xi\omega_0}{K} + a_\nu) = -3.1299 \\ k_\mu = -\frac{\omega_0^2}{K a_U} = 49.6682 \end{cases} \tag{6}$$

Le système est donc maintenant entièrement contrôlé.

0.8 Mesures

Le contrôle du système n'est possible que si l'on est capable de mesurer les différentes grandeurs que l'on veut contrôler.

Afin de mesurer μ, nous avons besoin de mesurer la position du robot p, et l'angle θ. Nous savons que chaque encodeur mesure l'angle relatif des roues par rapport au chassis, à une erreur de mesure près : α_r pour la roue droite et α_l pour la roue gauche. Par hypothèse de roulement sans glissement, en notant $\alpha_+ = \alpha_l + \alpha_r$, $p = \frac{\rho}{2}(\frac{\alpha_+}{2} + \theta)$. IL nous reste donc à mesurer θ.

Malheuresement, le gyromètre et l'accéléromètre de l'IMU ne peuvent mesurer correctement θ. En effet, nous souhaitons que le robot avance tout droit, et donc que $\dot{\psi} = 0$. De ce fait, nous ne pouvons pas obtenir θ à partir des mesures $\dot{\psi}cos(\theta)$ et $\dot{\psi}sin(\theta)$ données par le gyromètre. Il a donc été nécessaire d'obtenir l'angle θ d'une autre manière.

La méthode pour laquelle nous avons opté a été de construire un observateur de θ, noté $\hat{\theta}$, ainsi qu'un observateur de ω, noté $\hat{\omega}$. Le gyromètre nous donne directement une valeur de ω à une erreur de mesure près, que l'on notera y_e, et l'accéléromètre mesure, dans le domaine linéarisé autour du point d'équilibre calculé au début, en supposant ψ constant, donc en mouvement de translation, qui nous intéresse, $y_a = \dot{u} - g\theta + d_i\dot{\omega}$. Or, comme $\dot{\nu} = (\rho A + A')\dot{u} + (\rho B + B')\dot{\omega} - m_b dg\theta$, on peut exprimer $\dot{u}$ en fonction de θ et $\dot{\omega}$, et donc écrire y_a sous la forme : $\alpha\theta + \beta\dot{\omega} \Leftrightarrow \dot{\omega} = \frac{y_a - \alpha\theta}{\beta}$.

On construit donc un observateur de θ et ω, qui sera solution du ststème d'équations différentielles du premier ordre suivant :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}} = y_g - k_1(\hat{\omega} - \omega) \\ \dot{\hat{\omega}} = \frac{y_a - \alpha\hat{\theta}}{\beta} - k_2(\hat{\omega} - \omega) \end{cases} \tag{7}$$

Ces observateurs sont construits de sorte à converger vers les estimations des mesures de θ et ω respectivement en un temps inférieur à celui nécessaire pour amorcer le contrôle du robot. Cela signifie que l'on souhaite que les variables $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ et $\tilde{\omega} = \hat{\omega} - \omega$ convergent vers 0.

Or, à une erreur de mesure près, $y_g = \omega$, donc, en observant que $\frac{y_a - \alpha\hat{\theta}}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta}\theta + \dot{\omega} - \frac{\alpha}{\beta}\hat{\theta}$, on réécrit le système comme :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\theta}} = -k_1\tilde{\omega} \\ \dot{\tilde{\omega}} = \frac{\alpha}{\beta}\tilde{\theta} - k_2\tilde{\omega} \end{cases} \tag{8}$$

On a un système d'équations différentielles linéaire d'ordre 2. On souhaite que les valeurs propres de la matrice associée soient -1 et -1, ce qui donne : $k_2 = 2$ et $k_1 = -\frac{\alpha}{\beta} = 43.0088$.

Alors, pour obtenir une mesure de θ et ω via $\hat{\theta}$ et $\hat{\omega}$, il suffit de résoudre l'équation différentielle linéaire du second ordre (1.7) en $\hat{\theta}$ et $\hat{\omega}$, dont on connait tous les paramètres en temps réels, via les mesures de y_g et y_a. Nous avons alors résolu numériquement cette équation avec la méthode d'Euler.

Nous avons donc utilisé $\hat{\theta}$ et $\hat{\omega}$ comme musures des paramètres d'état. Cela a permis de mesurer entièrement μ, θ et ω. Il reste encore à mesurer ν, qui s'exprime en fonction de u et ω. Disposant déjà d'une mesure de ω via $\hat{\omega}$, il nous suffit de pouvoir mesurer u. Par roulement sans glissement des roues sur le sol, on a la relation suivante : $u = \frac{\rho}{2}(\frac{\Omega_+}{2} + \omega)$, où $\Omega_+ = \Omega_l + \Omega_r$.

Afin d'obtenir une mesure de Ω_+, nous avons utilisé une dérivée filtrée de la mesure des encodeurs, en appliquant un filtre passe-bas à la dérivée obtenue par différentiation, afin de ne pas amplifier le bruit de mesure aux hautes fréquences.

De cette manière, nous disposions d'une mesure de toutes les variables d'état.

0.9 Résultats obtenus

En appliquant le contrôleur conçu précédemment au système non linéarisé modélisé avec simulink, nous avons noté des écarts importants par rapport aux prédictions établies par l'étude du sytème linéarisé contrôlé.

Nous avons donc opté pour un réglage du contrôleur à partir des performances réelles du robot. Afin d'avoir une vision plus claire de l'effet des gains du contrôleur, nous avons décidé d'effectuer un contrôleur d'entrée en fonction des variables p, u, θ, et ω. En notant k_θ, k_p, k_u, k_ω les gains associés à chaque variable, le contrôleur que l'on a en pratique utilisé dans l'entrée de la carte arduino était le suivant :

$U_+ = k_\theta \theta + k_\omega \omega + k_p p + k_u$, en utilisant les mesures des paramètres obtenus précédemment.

Nous avons observé plusieurs écarts par rapport à la modélisation dûs à la conception mécanique du robot. D'une part, les frottements solides étaient plus imporants sur une des roues que sur l'autre, entrainant une asymétrie dans la rotation des roues. Etant donné que l'on souhaite uniquement que le robot se déplace en ligne droite, il est nécessaire que les deux roues aient la même vitesse de rotation à chaque instant, pour ne pas avoir de rotation dû à une possible différence. Nous avons donc corrigé cela en ajoutant un contrôleur sur ψ, proportionnel à la différence des angles des roues, avec un coefficient de 5 en valeur absolue, qui a été réglé empiriquement. De cette manière, les écarts dans la rotation des roues ont pu être corrigés.

Il a également fallu adapter le signe de la certains paramètres et de la tension de commande pour prendre en compte les différences de convention entre le calcul et le montage réel, notamment l'orientation du repère de l'IMU et le branchement des moteurs.

De plus, le centre de gravité du robot n'était pas exactement dans le plan de l'axe des roues, ce qui induisait une position d'équilibre inclinée d'environ 10° par rapport à la verticale, et pouvant être source d'écart entre la modélisation et le système réel.

Nous avons aussi observé une erreur de mesure constante de l'angle θ, donné par $\hat{\theta}$, dû au bruit de mesure de l'IMU. Nous avons donc ajouté cette erreur dans le contrôleur en soustrayant θ par cette erreur.

Finalement, nous avons réglé les différents gains du contrôleur, mais aussi revu les gains de l'observateur en θ et en ω, pour finalement stabiliser le robot.

Identification des paramètres électriques :

Paramètres à déterminer : inductance L des moteurs, résistance R des moteurs, constante de couple k.

Afin de déterminer R et k, nous avons eu recours à la documentation technique des moteurs utilisés, c'est-à-dire le modèle « Pololu 37 mm numéro 4742 ». La documentation technique fournissait le courant $I_d = 5{,}5\ A$, pour une tension nominale de 12 V. Il s'agit des valeurs du courant dans le moteur en régime permanent lorsqu'il n'y a pas de charge sur le rotor et que la vitesse de rotation de celui-ci est nul. Dans ces conditions, on obtient : $R = \frac{U}{I_d} \approx 2{,}2\ \Omega$.

Afin de déterminer k, nous avons utilisé la donnée du courant $I_v = 0{,}2\ A$ et de la vitesse de rotation à vide $\Omega_v = 330\ tr/min$ pour une tension de 12 V. Du fait de la résistance, $I_v \neq 0$. Et on a toujours la relation : $U - RI - k\Omega = 0$, d'où $k \approx 0{,}33\ A.\Omega^{-1}$.

Identification des paramètres intertiels :

Afin de déterminer le moment d'inertie de l'ensemble {roue + rotor + engrenages} dans un des moteurs, autour de son axe de rotation, nous nous sommes servis de l'équation mécanique d'un moteur à courant continu, qui est : $I_y^w\dot{\Omega} = ki$. En régime permanent, on peut exprimer i en fonction de Ω grâce à l'équation électrique du moteur pour obtenir : $\dot{\Omega} + \frac{k^2}{I_y^w R}\Omega = \frac{kU}{I_y^w R}$.

Pour une tension d'alimentastion constante, cette équation s'intègre facilement sous la forme : $\Omega(t) = K\, e^{\frac{t}{\tau}} + \frac{U}{k}$ avec $\tau = \frac{k^2}{I_y^w R}$.

Il s'agit donc de déterminer le temps caractéristique du système. Pour ce faire, nous avons fait tourner le moteur avec un échelon de tension d'alimentation et étudié le régime transitoire grâce à la fonction matlab « tfest », prenant en entrée l'allure vitesse de rotation mesurée, et le modèle de simulation voulu, ici un système d'ordre 1, qui nous a ainsi fourni une estimation de τ, donnant accès à I_y^w, puisque l'on connait déjà k et R. On obtient donc $I_y^w \approx 0.0067\ kg.s^{-2}$. Nous avons également eu accès au gain de la fonction de transfert du système, avec comme entrée U, et comme sortie Ω. Il s'avère analytiquement que le gain G est égal à $\backslash\, frac\{\tau\}\{k\}$. Cela a permis d'affiner la valeur de k, que l'on a trouvée étale à 0.35.