中 山 大 学

2017年港澳台人士攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：360

科目名称：统计学

考试时间： 4 月 9 日 上 午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不计分!答题要写清题号，不必抄题。

一、单项选择题（每小题3分，共60分）

1. 下面关于概率P的叙述中不正确的是（）

（A） 空集的概率$P(\emptyset)=0$

（B） 全集的概率$P(\Omega)=1$

（C） 如果事件A,B互不相容，则$P(A\cup B)=P(A)P(B)$

（D） 如果事件A,B互不相容，则$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

2. 在[0,1]线段上随机投掷两点，两点间距离大于 0.8 的概率为（）

（A） 0.04　　（B） 0.16　　（C） 0.20　　（D） 0.25

3. 设两两相互独立的三个随机事件A,B,C满足条件$ABC=\emptyset$，$P(A)=P(B)=P(C)<1/2$，且已知$P(A\cup B\cup C)=2/3$，则$P(A)$是（）

（A） 1/3　　（B） 2/3　　（C） 1/5　　（D） 1/4

4. 三个工作小组独立对某个密码进行破译。如果他们成功的概率为 0.4、0.5、0.7，则该密码被成功破译的概率为（）

（A） 0.14　　（B） 0.86　　（C） 0.91　　（D） 0.16

5. 当X服从哪个分布时，$EX=DX$？（）

（A） 二项分布$B(n,0.5)$　　（B） 参数为 2 的泊松分布Poisson(2)

（C） 参数为 2 的指数分布Exp(2)　　（D） 参数为 1 的卡方分布$\chi^2(1)$

6. 从 1,2,3,4 中任取一个数，记为X；再从$1,2,\dots,X$中任取一个数，记为Y，则$P(X=3|Y=1)$是（）

（A） 25/48　　（B） 1/4　　（C） 1/3　　（D） 4/25

7. 如果随机变量X的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} x, & 0\le x<1, \\ 2-x, & 1\le x<2, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

则$P(X\le 1.5)$是（）

（A） $\int_0^1 xdx+\int_1^{1.5}(2-x)dx$　　（B） $\int_1^{1.5}(2-x)dx$

（C） $\int_1^{1.5}(1-x)dx$　　（D） $\int_{-\infty}^{1.5}(2-x)dx$

8. 某保险公司多年的统计资料表明， 被盗索赔户占所有索赔户中的 20%。记$\Phi(x)$为标准正态分布的分布函数。现随机抽查 100 个索赔户，则被盗索赔户不少于 12 户且不多于 28 户的概率近似值为（）

（A） $\Phi(1)$　　（B） $\Phi(2)$　　（C） $2\Phi(2)-1$　　（D） $1-\Phi(1)$

9. 下面关于随机变量X_n的收敛性中，正确的是（）

（A） 若X_n依分布收敛于X，则X_n依概率收敛于X

（B） 若X_n依概率收敛于X，则X_n依分布收敛于X

（C） 若X_n依二阶矩收敛于X，则X_n几乎处处收敛于X

（D） 若X_n依概率收敛于X，则X_n几乎处处收敛于X

10. 设$X_1,\cdots,X_n$为来自正态分布$N(\mu,\sigma^2)$的样本，其中μ已知而σ^2未知，则下列不是统计量的是（）

（A） $\sum_{i=1}^n X_i/\sigma$　　（B） X_1　　（C） $\sum_{i=1}^n X_i^2/n$　　（D） $\mu X_1X_2\cdots X_n$

11. 设$X_1,\cdots,X_4$为来自正态分布$N(0,\sigma^2)$的样本，则$Y=\left(\frac{X_1+X_2}{X_3-X_4}\right)^2$的分布是（）

（A） $\chi^2(1)$　　（B） $t(1)$　　（C） $t(2)$　　（D） $F(1,1)$

12. 设$X_1,\cdots,X_n$为来自正态分布$N(0,1)$的样本，$\bar{X}$为样本均值，则（）

（A） $\bar{X}\sim N(0,1)$ （B） $n\bar{X}\sim N(0,1)$

（C） $nX_1^2/\sum_{i=1}^n X_i^2\sim F(1,n)$ （D） $(n-1)X_1^2/\sum_{i=2}^n X_i^2\sim F(1,n-1)$

13. 下列关于统计学常用的分布的判断中，错误的是（）

（A） 若$T\sim F(n_1,n_2)$，则$1/T\sim F(n_2,n_1)$

（B） 若$T\sim t(n)$，则$T^2\sim F(1,n)$

（C） 若$T\sim N(0,1)$，则$T^2\sim \chi^2(1)$

（D） 若$T_1\sim N(0,1)$，$T_2\sim \chi^2(n)$，则$T_1/T_2\sim t(n)$

14. 设$X_1,\cdots,X_n$为来自均匀分布$U(0,\theta)$的样本，其顺序统计量记为$X_{(1)},\cdots,X_{(n)}$，则θ的充分统计量为（）

（A） $X_{(1)}$ （B） $X_{(n)}$ （C） $X_{(n)}-X_{(1)}$ （D） 以上皆非

15. 设$X_1,\cdots,X_n$为来自正态分布$N(\mu,\sigma^2)$的样本，若$T=C\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$是$\sigma^2$的无偏估计，则$C$为（）

（A） $\frac{1}{n}$ （B） $\frac{1}{n-1}$ （C） $\frac{1}{2(n-1)}$ （D） $\frac{1}{2n}$

16. 设$X_1,\cdots,X_n$为来自正态分布$N(0,\sigma^2)$的样本，$\bar{X}$为样本均值，则σ^2的无偏估计是（）

（A） $\sum_{i=1}^n(X_i-\bar{X})^2/n$ （B） $\sum_{i=1}^n X_i^2/(n-1)$

（C） $\sum_{i=1}^n X_i^2/n$ （D） $(n-1)\bar{X}^2$

17. 设$X_1,\cdots,X_n$为来自均匀分布$N(\mu,\sigma^2)$的随机样本，则μ的相合估计是（）

（A） $X_{(1)}$ （B） $X_{(n)}$ （C） $\left(X_{(n)}+X_{(1)}\right)/2$ （D） 以上皆非

18. 设$X_1,\cdots,X_n$为来自正态分布$N(\mu,1)$的样本，则μ的上侧 95%置信区间为（）

（A） $\left(-\infty,\bar{X}-\frac{1.64}{\sqrt{n}}\right)$ （B） $\left(-\infty,\bar{X}+\frac{1.64}{\sqrt{n}}\right)$

（C） $\left(\bar{X}-\frac{1.64}{\sqrt{n}},+\infty\right)$ （D） $\left(\bar{X}+\frac{1.64}{\sqrt{n}},+\infty\right)$

19. 假设其他条件不变，把α从 5%上升到 10%，则总体均值μ的置信程度为$1-\alpha$的置信区间的宽度将（）

（A） 增加　　（B） 降低　　（C） 不变　　（D） 不能确定

20. 关于假设检验第一类错误概率的叙述，下列正确的是（）

（A）H_0为真，经检验拒绝H_0的概率　　（B）H_0为真，经检验接受H_0的概率

（C）H_0为假，经检验拒绝H_0的概率　　（D）H_0为假，经检验接受H_0的概率

二、（24 分）设二维随机向量(X,Y)的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}Ae^{-y}, & 0<x<y,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

（1）（8 分）求A和X,Y的边缘密度$f(x)$，$f(y)$。

（2）（8 分）求X,Y的相关系数；判断X与Y是否相互独立，并说明理由。

（3）（8 分）求$\mathrm{P}(X+Y<2)$。

三、（12 分）设$X_1,\cdots,X_n(n\geq 2)$为来自总体X的样本，总体期望为μ，总体方差为σ^2，记$T=\sum_{i=1}^n a_iX_i$，其中$\sum_{i=1}^n a_i=1$。

（1）（6 分）证明：对任意满足$\sum_{i=1}^n a_i=1$的常数a_i，T均为μ的无偏估计。

（2）（6 分）求满足$\sum_{i=1}^n a_i=1$的a_i，使得T为最小方差无偏估计。

四、（12 分）设总体X的概率分布列为：

X	0	1	2	3
概率	p^2	$2p(1-p)$	p^2	$1-2p$

其中p $(0<p<\frac{1}{2})$是未知参数. 利用总体X的如下样本值：

1，3，0，2，3，3，1，3

（1）（6 分）求p的矩估计值。

（2）（6 分）求p的极大似然估计值 。

五、（18 分）某冶金实验室对锰的熔化点作了四次试验，结果分别为：

1269^0C　　1271^0C　　1263^0C　　1265^0C

设数据服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，以$\alpha=0.05$的水平作如下检验：

（1）（9 分）这些结果是否符合于公布的数字 1260^0C？

（2）（9 分）测定值的标准差是否不超过 2^0C？

（注：要求须详细写出检验过程）

六、（24 分）设$X_1,\cdots,X_{10}$为来自正态分布$N(\mu,1)$的样本。考虑如下检验：

$$H_0\colon \mu=0 \quad v.s. \quad H_1\colon \mu\neq 0,$$

（1）（6 分）若在显著水平$\alpha=0.05$下取拒绝域为$W=\{|\bar{X}|\geq c\}$，求c的值。

（2）（6 分）若已知$\bar{x}=-1.2$，是否可以得到拒绝H_0的结论？

（3）（6 分）若取拒绝域为$W=\{|\bar{X}|\geq 1\}$，求该检验的第一类风险。

（4）（6 分）若μ的真实值为 1，拒绝域取为$W=\{|\bar{X}|\geq 1\}$，求该检验的第二类风险。

附表

1. 记$\Phi(x)$为标准正态分布的分布函数。$\Phi(1.28)=0.90$；$\Phi(1.64)=0.95$；$\Phi(1.96)=0.975$；$\Phi(2.33)=0.99$。

2. 记$t_\alpha(n)$为$t(n)$分布的α上侧分位数。

	$\alpha=0.1$	$\alpha=0.05$	$\alpha=0.025$	$\alpha=0.01$
$n=1$	3.08	6.31	12.71	31.82
$n=2$	1.89	2.92	4.30	6.96
$n=3$	1.64	2.35	3.18	4.54
$n=4$	1.53	2.13	2.78	3.75

3. 记$\chi^2_\alpha(n)$为$\chi^2(n)$分布的α上侧分位数。

	$\alpha=0.1$	$\alpha=0.05$	$\alpha=0.025$	$\alpha=0.01$
$n=1$	2.71	3.84	5.02	6.63
$n=2$	4.61	5.99	7.38	9.21
$n=3$	6.25	7.81	9.35	11.34
$n=4$	7.78	9.49	11.14	13.28