中 山 大 学

2019 年港澳台人士攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：201

科目名称：高等数学

考试时间：4 月 13 日 下 午

考 生 须 知
全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！答题要写清题号，不必抄题。

一、单项选择题（每小题 5 分，共 25 分）

1. 设 $\lim\limits_{x\to\pi/2}\left(1+\dfrac{5}{\tan(x)}\right)^{\sec(x)}=h$，则（ ）。

   (A) $h=1$； (B) $h=e$； (C) $h=e^5$； (D) $h=e^{-5}$.

2. 函数 $y=\dfrac{1}{x}+\ln(1+e^x)$ 渐近线的条数为（ ）。

   (A) 0； (B) 1； (C) 2； (D) 3.

3. 设 $\lim\limits_{x\to1}f(x)=\infty$，$\lim\limits_{x\to1}g(x)=0$，则下列式子中正确的是（ ）。

   A $\lim\limits_{x\to1}[f(x)+g(x)]=\infty$； B $\lim\limits_{x\to1}[f(x)+g(x)]=0$；

   C $\lim\limits_{x\to1}f(x)g(x)=\infty$； D $\lim\limits_{x\to1}f(x)g(x)=0$.

4. 设连续型随机变量 X_1,X_2,X_3 彼此两两相互独立，则（ ）。

   (A) X_1 与 $X_1+X_2+X_3$ 相互独立； (B) X_1+X_2 与 X_1-X_2 相互独立；

   (C) X_1+X_2 与 X_1+X_3 相互独立； (D) X_1 与 X_2+X_3 相互独立.

5. 函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{9-x^2}}+\arcsin\dfrac{x-1}{3}$ 的定义域是（ ）。

   (A) $(-3,3)$； (B) $(-2,3)$； (C) $[-2,3)$； (D) $[-2,4]$.

二、填充题（每小题 5 分，共 25 分）

1. 设 $f(x)=\tan(x)$，$\varphi(x)=e^x$，则 $f[\varphi(x)]=$________________。

2. $y=\ln(x-1)+2$ 的反函数是 $y=$________________。

3. 行列式 $\begin{vmatrix}1&0&1\\3&2&0\\0&1&2\end{vmatrix}=$____________________。

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan(2x)}{\tan(3x)}=$ ________________。

5. 设 $z=xe^{yx^2}$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$ ________________。

三、(每小题 6 分，共 12 分)

1. 求 $\lim\limits_{x\to\infty}x^2(e^{1/x}-1-1/x)$；

2. 设 $y=(x+e^x)^x$，求 y'。

四、(15 分) 设 y 为关于自变量 x 的函数，求微分方程 $y''+y=e^x+x$ 的通解。

五、(10 分) 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&1\\1&0&1\end{pmatrix}$，求 A^{-1}。

六、(12 分) 设隐函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $xyz=e^z$ 确定，试求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\dfrac{\partial z}{\partial y}$。

七、(12 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上有三阶导数，且 $f(1)=0$，记 $F(x)=x^3f(x)$，试证 $F'''(x)=0$ 在 $(0,1)$ 内至少有一个根。

八、(每小题 6 分，共 12 分)

1. 计算不定积分 $\int\sin^3(x)dx$；

2. 计算二重积分 $\iint\limits_D(x+y)^2dxdy$，其中 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1,x\ge 0,y\ge 0\}$。

九、(12 分) 设 $p>0$，试讨论 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})^p\ln\dfrac{n-1}{n+1}$ 收敛性。

十、(15 分) 设随机变量 ξ 的概率密度为 $p(x)=\begin{cases}e^{Ax}, & x\le 0\\ \dfrac{1}{2}, & 0<x\le 1\\ 0, & x>1\end{cases}$，试求：

(1) 常数 A；

(2) ξ 的分布函数 $F(x)$；

(3) 事件 $\{\xi\le 1/2\}$ 的概率。