

# 中山大学

## 2017 年港澳台人士攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 201

科目名称: 高等数学

考试时间: 4 月 8 日下午

考生须知

全部答案一律写在答题纸上, 答在试题纸上的不计分! 答题要写清题号, 不必抄题。

本卷共十五大题, 每大题 10 分, 满分为 150 分。

一、求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$ .

二、设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{ax}, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ (1+bx)^{\frac{1}{x}}, & x > 0 \end{cases}$ . 请问  $a, b$  分别取为何值时,  $f(x)$  在  $x=0$  处连续.

三、求函数  $f(x) = x \cos x - \cos x - \sin x$  在区间  $\left[ \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \right]$  上的最大值.

四、求定积分  $\int_{\frac{1}{e}}^e |\ln x| dx$ .

五、求由曲线  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  所围图形绕  $y$  轴旋转所得立体的体积.

六、求  $\int_L (x^2 + 8xy^3)dx + (12x^2y^2 + y)dy$  的值, 其中  $L$  是从  $A(0,0)$  到  $B(1,1)$  的任意路径.

七、求常微分方程  $y'' + y' = x + \sin 3x$  的通解.

八、写出函数  $\frac{2x+1}{x^2+x-2}$  在  $x=0$  处的幂级数展开式, 并指出收敛域.

九、判断广义积分  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{1-x^3}}$  是否收敛.

十、计算三重积分  $\iiint_{\Omega} (x^4 + 2x^2y^2 + y^4) dV$ , 其中  $\Omega: \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$ .



十一、袋中有20个红球和30个白球，有两人先后随机地从袋中各取一球，取后不放回。请问第二个人取得红球的概率是多少？

十二、设随机变量 $\xi$ 在(1,6)上服从均匀分布，则方程 $x^2 + \xi x + 1 = 0$ 有实根的概率是多少？

十三、设随机变量 $X$ 服从正态分布 $N(\mu, 2^2)$ ，已知其概率满足 $3P\{X \geq 1.5\} = 2P\{X < 1.5\}$ ，则 $P\{|X - 1| \leq 2\}$ 是多少？  
(查正态分布表，已知 $\Phi(0.25) = 0.6$ )

十四、设随机变量 $X$ 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 4xe^{-2x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$ ，求

(1)  $X$ 的数学期望 $E(X)$ ；

(2)  $X$ 的方差 $D(X)$ 以及方差 $D(2X - 1)$ 。

十五、箱中装有6个球，其中红、白、黑球的个数分别为1、2、3个。现从箱中随机地取出2个球，记 $X$ 表示取出的红球个数， $Y$ 表示取出的白球个数。

(1) 求随机变量 $(X, Y)$ 的概率分布；

(2) 求协方差 $Cov(X, Y)$ 。