

中山大学

2019 年港澳台人士攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 384

科目名称: 计算机学科专业基础综合

考试时间: 4 月 14 日上午

考生须知

全部答案一律写在答题纸上, 答在试题纸上的不计分! 答题要写清题号, 不必抄题。

一、基础理论题 (90 分)

1. (10 分) 设 R 是集合 S 上的一个等价关系。对任意 $x, y \in S$, $S_x = \{z | (x, z) \in R\}$, $S_y = \{z | (y, z) \in R\}$ 。证明: (1) S_x 与 S_y 要么相交为空集, 要么相等; (2) 集合 $\{S_x | x \in S\}$ 构成 S 的一个分划, 即 $\bigcup_{x \in S} S_x = S$ 。(注意: 集合 $\{S_x | x \in S\}$ 中只考虑不同的元素。)

2. (10 分) 设 m 是非素数, $x \in Z_m = \{0, 1, 2, \dots, m-1\}$ 。若不存在 $y \in Z_m$ 使得 $xy \bmod m = 1$, 证明: $x^{m-1} \bmod m \neq 1$ 。 $x \bmod m = 1$ 的定义是存在 k 使得 $x = km + 1$ 。

3. (10 分) 根据以下逻辑表达式写出其表示的一个定理:

$\forall n \in Z^+ (\forall m \in N (\exists q \in N (\exists r \in N ((r < n) \wedge (m = qn + r))))))$, 这里 Z^+ 表示正整数集, N 表示自然数。

另外, 用逻辑表达式描述 $f(x) = O(g(x))$ 。

4. (10 分) 设 $T(n) = rT(n-1) + a$, $T(0) = b$, 且 $r \neq 1$ 。证明: 对任意非负整数 n , 有 $T(n) = r^n b + a \frac{1-r^{n+1}}{1-r}$ 。

5. (10 分) 设有递归公式 $T(n) = aT(\frac{n}{2}) + n$, 其中 $a > 0$ 且 $T(1) \geq 0$, 证明: (1) 若 $a < 2$, 则 $T(n) = \Theta(n)$; (2) 若 $a = 2$, 则 $T(n) = \Theta(n \log n)$ 。

6. (10 分) 证明贝叶斯定理: 假设 E, F 是取自样本空间 S 的两个事件, 且 $p(E) \neq 0, p(F) \neq 0$, 则 $p(F|E) = \frac{p(E|F)p(F)}{p(E|F)p(F) + p(E|F)p(F)}$ 。

7. (10 分) 判定图 A 与图 B 是否同构; 图 C 与图 D 是否同构, 并给出证明。

8. (10 分) 证明: 带有 n 个顶点的树含有 $n-1$ 条边。

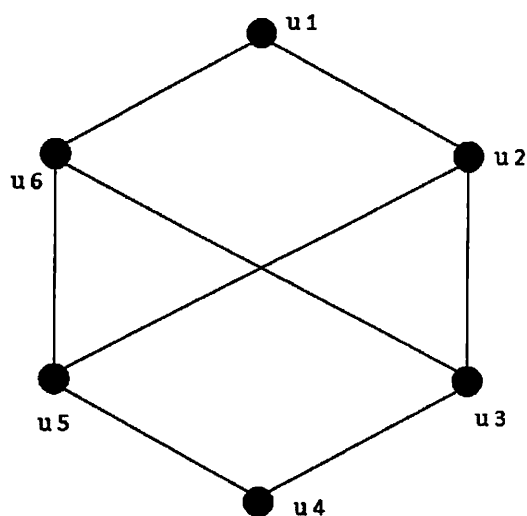


图 A

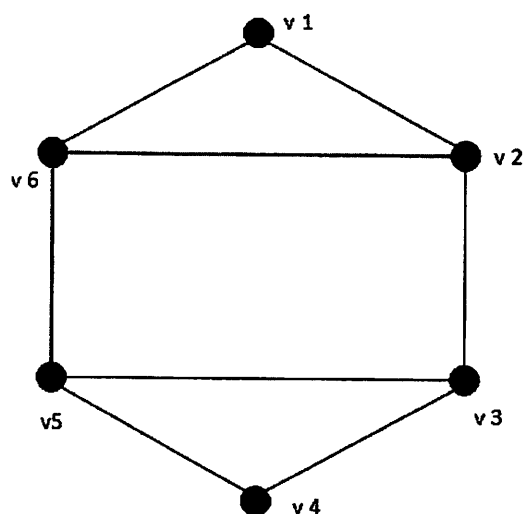


图 B

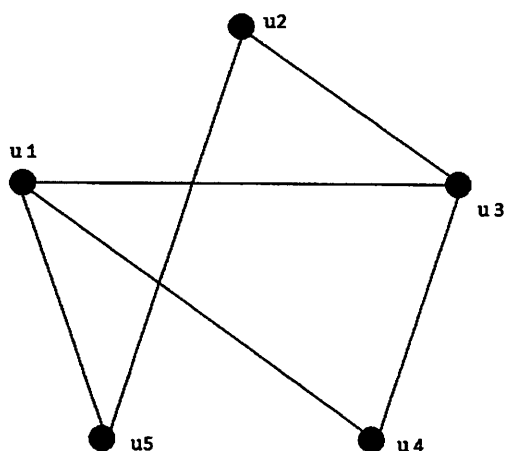


图 C

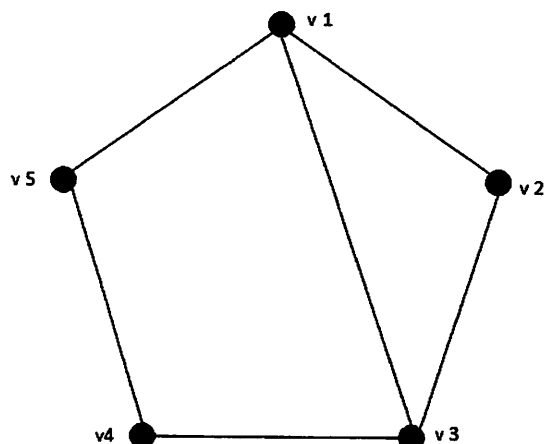


图 D

9. (10 分) 证明：两个正则语言的交和并都是正则语言。

二、专业综合题 (60 分)

1. (10 分) 设有一整型 int 组成的无序单链表，试设计一个时间复杂度为 $O(n)$ 的算法，在原结点的基础上将其调整为左右两部分，左边所有结点元素为负整数，右边所有结点元素为自然数，不要求对这些元素排序。已知链表数据结构如下：

```
typedef struct Lnode{
    int data;
    Lnode *next;
}List;
```

链表头结点为链表第一个结点。算法原型如下：

```
void Adjust(List* &head);
```

要求：

(1) 给出算法的设计思想；

(2) 根据设计思想，采用 C 或 C++ 描述算法，关键之处给出注释。

2. (10 分) 已知有 6 个顶点的有向带权图 G, 其邻接矩阵 A 如下:

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 & \infty & \infty & \infty \\ & 0 & \infty & 2 & 3 & \infty \\ & & 0 & 4 & \infty & 3 \\ & & & 0 & \infty & 2 \\ & & & & 0 & 2 \\ & & & & & 0 \end{pmatrix}$$

要求:

- (1) 画出有向带权图 G;
- (2) 求图 G 的关键路径, 并计算该关键路径的长度。

3. (10 分) 设计算机的主存地址空间大小为 256MB, 按字节编址。指令 Cache 和数据 Cache 分离, 均有 8 个 Cache 行, 每个 Cache 行大小为 64B, 数据 Cache 采用直接映射方式。现有两个程序甲和乙, 其伪代码如下:

```
程序甲:
int sumA(int arr[256][256]){
    int sum=0;
    for(int i=0;i<256;i++)
        for(int j=0;j<256;j++)
            sum+=arr[i][j];
    return sum;
}
```

```
程序乙:
int sumB(int arr[256][256]){
    int sum=0;
    for(int i=0;i<256;i++)
        for(int j=0;j<256;j++)
            sum+=arr[j][i];
    return sum;
}
```

其中 int 数据类型用 32 位

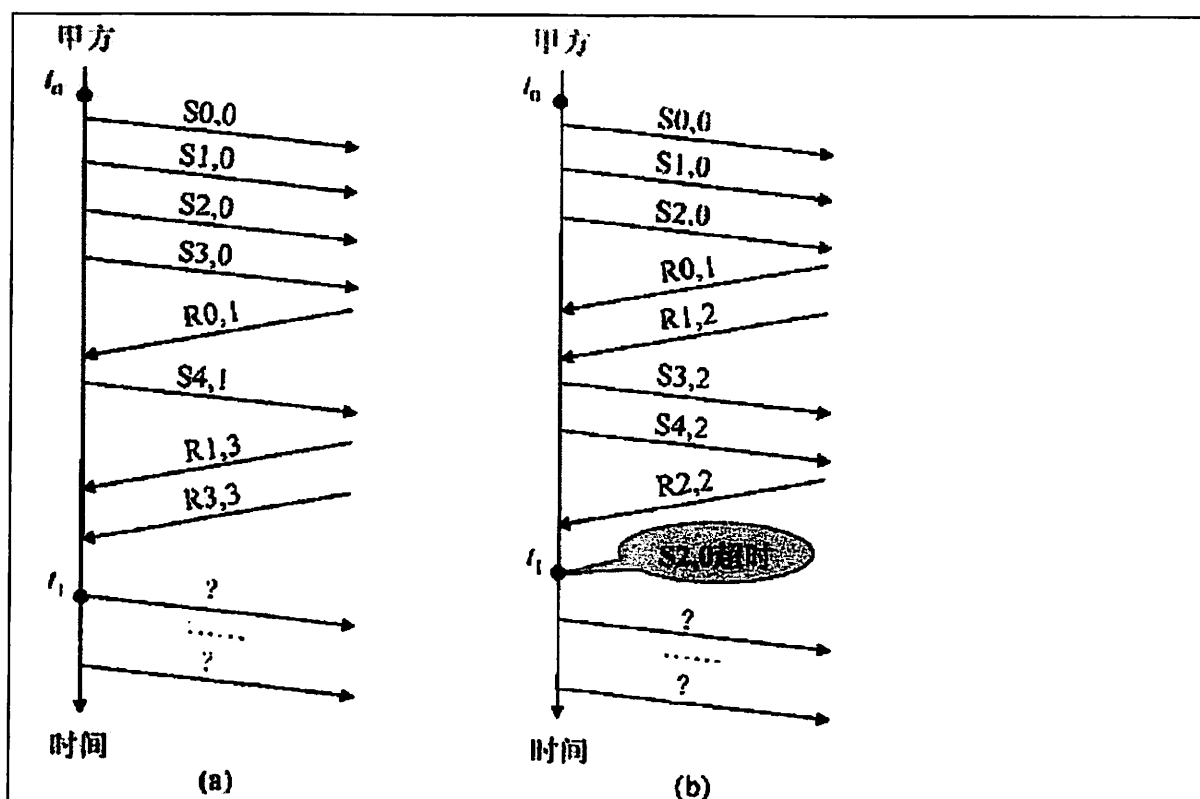
补码表示, 程序编译时 i、j、sum 均分配在寄存器中, 数组 arr 按行优先方式存放, 要求:

- (1) 不考虑用于 Cache 一致性维护和替换算法的控制位, 分析数据 Cache 的总容量(B);
- (2) 分析程序甲和程序乙的数据访问命中率。

4. (10 分) 某文件系统空间的最大容量为 4TB (1TB=2⁴⁰B), 以磁盘块为基本分配单位。磁盘块大小为 1KB。文件控制块 (FCB) 包含一个 512B 的索引表区。要求:

- (1) 若索引表区仅采用直接索引结构, 索引表区存放文件占用的磁盘块号, 分析文件系统支持的单个文件最大字节数(KB);
- (2) 若索引表区采用如下结构: 第 0~7 字节采用<起始块号, 块数>格式表示文件创建时预分配的连续存储空间, 其中起始块号占 6B, 块数占 2B; 剩余 504 B 采用直接索引结构, 一个索引项占 6B, 分析此时文件系统支持的单个文件最大字节数(KB)。

5. (10 分) 甲乙计算机通过采用捎带确认的后退 N 帧协议 (GBN) 进行持续的双向数据传输。下图给出了甲方的两种场景, 其中 t₀ 为初始时刻, t₁ 时刻甲方仍有足够多的数据待发送。



符号“ $S_{x,y}$ ”和“ $R_{x,y}$ ”分别表示甲方和乙方发送的数据帧，其中数字 x 表示发送序号，数字 y 表示确认序号，数据帧的发送序号和和确认序号字段均为 3bit。要求：

- (1) 对于图 a, t_0 到 t_1 期间，分析甲方可以确定乙方已正确接收的数据帧的序号（请用 $S_{x,y}$ 形式给出）； t_1 时刻起，甲方在不出现超时且未收到乙方新的数据帧之前，计算最多还可以发送多少帧；
- (2) 对于图 b, t_1 时刻起，甲方在不出现新的超时且未收到乙方新的数据帧前，计算需要重发的帧数目；并给出重发的第一个帧的序号（请用 $S_{x,y}$ 形式给出）。

6. (10 分) 设计算机的机器字长为 32bit, CPU 主频为 800MHz, Cache 命中时每条指令执行的时钟数 (CPI) 为 4, 主存采用 8 体交叉存储方式, 每个体的存储周期为 40ns; 存储器总线宽度为 32bit, 总线时钟频率为 200MHz, 支持突发传送总线事务。一次读突发传送总线事务包括一次地址传送和 32B 数据传送, 其中传送地址或 32 bit 数据均需要一个总线时钟周期。要求：

- (1) 计算 CPU 和总线的时钟周期, 及总线的带宽 (即最大数据传输率);
- (2) 分析存储器总线完成一次读突发传送总线事务所需的时间(ns)。