中 山 大 学

2018年港澳台人士攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：353

科目名称：统计学

考试时间： 4月15日上午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不计分!答题要写清题号，不必抄题。

一、单项选择题（每小题5分，共30分）

1. 设随机变量X的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}2e^{-2x}, & x>0,\\ 0, & x\leq 0.\end{cases}$$

记$Y=\min\{X,6\}$，则$\mathrm{P}(\mathrm{Y}=6)$等于（）

（A） e^{-2}　（B） e^{-6}　（C） e^{-12}　（D） $1-e^{-6}$

2. 设随机变量X,Y相互独立，且服从区间$[0,1]$上的均匀分布，则（）

（A） $Z=X+Y$服从$[0,2]$上的均匀分布

（B） $Z=X-Y$服从$[-1,1]$上的均匀分布

（C） $Z=\max\{X,Y\}$服从$[0,1]$上的均匀分布

（D） (X,Y)服从区域$\{(x,y):0\leq x\leq 1,0\leq x\leq 1\}$上的均匀分布

3. 设随机变量$X\sim \mathrm{N}(0,1)$，对给定的$\alpha\ (0<\alpha<1)$，实数Z_α满足$\mathrm{P}(X<Z_\alpha)=\alpha$。若$\mathrm{P}(|X|>c)=\alpha$，则c等于（）

（A） Z_α　（B） $Z_{1-\alpha/2}$　（C） $Z_{(1-\alpha)/2}$　（D） $Z_{1-\alpha}$

4. 设$X_1,\cdots,X_n$为来自正态分布$\mathrm{N}(1,2^2)$的样本，$\bar{X}$为样本均值，则（）

（A） $\frac{\bar{X}-1}{2/\sqrt{n}}\sim t(n)$　（B） $\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{n}(X_i-1)^2\sim F(n,1)$

（C） $\frac{\bar{X}-1}{\sqrt{2}/\sqrt{n}}\sim \mathrm{N}(0,1)$　（D） $\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{n}(X_i-1)^2\sim \chi^2(n)$

5. 设$X_1,\cdots,X_n$为来自正态分布$N(\mu,\sigma^2)$的样本，$\bar{X}$为样本均值，$S^2=\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2/(n-1)$为样本方差，则下列叙述不正确的是（）

（A） $\bar{X}$是μ的无偏估计

（B） $\bar{X}$是μ的最大似然估计

（C） S^2是σ^2的无偏估计

（D） S^2是σ^2的最大似然估计

6. 关于假设检验第二类错误概率的叙述，下列正确的是（）

（A）H_0为真，经检验拒绝H_0的概率

（B）H_0为真，经检验接受H_0的概率

（C）H_0为假，经检验拒绝H_0的概率

（D）H_0为假，经检验接受H_0的概率

二、填空题（每小题 5 分，共 30 分）

1. 从 1、2、3、4 中任取一个数，记为X；再从$1,2,\cdots,X$中任取一个数，记为Y，则$P(Y=2)$等于______；而$P(X=3|Y=2)$等于______。

2. 掷一枚均匀硬币 196 次。用中心极限定理求掷出正面次数在 84 到 112 次的概率的近似值为______。(用标准正态分布累积分布函数$\Phi(x)$表示。)

3. 设$X_1,\cdots,X_n\,(n>2)$为来自正态分布$N(0,\sigma^2)$的样本，$\bar{X}$为样本均值。记$Y_i=X_i-\bar{X}$，$i=1,2,\cdots,n$。若$c(Y_1^2+Y_n^2)$是σ^2的无偏估计量，则常数c等于______。

4. 设X_1,X_2,X_3,X_4为来自正态分布$N(0,3^2)$的样本，$Y=\frac{(X_2+X_3+X_4)^2}{3X_1^2}$服从的分布是______。

5. 设$X_1,\cdots,X_n$为来自均匀分布$\mathrm{Unif}(0,\theta)$的样本，则θ的最大似然估计是______。

6. 设$X_1,\cdots,X_n$为来自正态分布$N(\mu,1)$的样本。若μ的 95%置信区间长度不大于 0.2，则样本量n至少为______。(用标准正态分布分位数Z_α表示。)

三、(20 分) (X,Y)为两个定义在同一概率空间上的随机变量，均取值于$\{-1,1\}$，且 $P(X=1)=1/2$，$P(Y=1|X=1)=P(Y=-1|X=-1)=1/3$。

(1)(8 分) 求(X,Y)的联合分布。

(2)(8 分) 求X,Y的相关系数。

(3)(4 分) 判断X与Y是否相互独立，并说明理由。

四、（20 分）设总体X密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\beta x^{-\beta-1}, & x>1,\\ 0, & x\le 1.\end{cases}$$

其中$\beta>1$为未知参数。设$X_1,\cdots,X_n$为来自总体X的简单随机样本。

（1）（10 分）求β的矩估计量。

（2）（10 分）求β的最大似然估计量。

五、（20 分）设总体X的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\theta}, & 0<x<\theta,\\ \dfrac{1}{2(1-\theta)}, & \theta\le x<1,\\ 0, & 1\le x.\end{cases}$$

其中$0<\theta<1$为未知参数。设$X_1,\cdots,X_n$为来自总体X的简单随机样本。

（1）（8 分）求θ的矩估计量。

（2）（12 分）判断$8\bar{X}^2$是否为θ^2的无偏统计量。

六、（30 分）假设 A、B 两种轮胎的寿命分别服从正态分布$N(\mu_1,\sigma^2)$和$N(\mu_2,\sigma^2)$，其中μ_1、μ_2和σ^2均未知。为了比较 A、B 两种轮胎的寿命，现分别随机地抽 18 只 A、B 轮胎试用，测得它们的寿命。具体数据为x_{ij} $(i=1,2;j=1,2,\cdots,18)$，如下：

A、B 两种轮胎的寿命（单位：千公里）				样本量 n_i	均值 $\bar{x}_i$	样本方差 $s_i^2=\sum_{j=1}^{n_i}(x_{ij}-\bar{x}_i)^2/(n_j-1)$
A 轮胎	46.8	48.5	…	18	47.37	6.0
B 轮胎	50.3	46.1	…	18	48.62	6.5

（1）（12 分）求参数σ^2的最大似然估计量，并给出估计值$\hat{\sigma}^2$。

（2）（18 分）求常数b，使$\frac{b(\bar{X}_1-\bar{X}_2)}{\hat{\sigma}}$服从$t$分布。并利用此$t$分布，求$\mu_1-\mu_2$的 95%置信区间。