

中山大学

2018 年港澳台人士攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 201

科目名称: 高等数学

考试时间: 4 月 14 日下午

考生须知

全部答案一律写在答题纸上, 答在试题纸上的不计分! 答题要写清题号, 不必抄题。

本卷共十五大题, 每大题 10 分, 满分为 150 分。

一、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{\tan x} - \frac{1}{\sin x} \right)$.

二、设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x)}{ax}, & x < 0 \\ e, & x = 0 \\ (1-bx)^{\frac{1}{x}}, & x > 0 \end{cases}$. 请问 a, b 分别取为何值时, $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续.

三、证明: 函数 $f(x) = (x-1)\cos x - \sin x$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ 恒为负值.

四、求不定积分 $\int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$.

五、求由曲线 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 所围图形绕 y 轴旋转所得立体的体积.

六、求 $\int_L (x^2 + 4xy^3)dx + (6x^2y^2 + y)dy$ 的值, 其中 L 是从 $A(0,0)$ 到 $B(1,2)$ 的任意路径.

七、求微分方程 $y'' + y' = x - 2$ 的通解.

八、写出 $\frac{3x}{x^2 + x - 2}$ 在 $x=0$ 处的幂级数展开式, 并指出收敛域.

九、判断广义积分 $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^2}}$ 是否收敛.

十、计算三重积分 $\iiint_{\Omega} (x^4 + 2x^2y^2 + y^4)dV$, 其中 $\Omega: \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2$.

十一、设随机事件 A 与 B 相互独立, 且 $P(B) = 0.5, P(A-B) = 0.3$, 求 $P(B-A)$.

十二、设随机变量 X 服从参数为 $\lambda (\lambda > 0)$ 的指数分布, 且 $P\{X \leq 1\} = \frac{1}{2}$, 求

(1) 参数 λ ;

(2) 求 $P\{X > 2 | X > 1\}$.

十三、设随机变量 X 服从正态分布 $N(2, \sigma^2)$, 已知其概率满足 $P\{2 < X < 4\} = 0.3$, 则 $P\{X < 0\}$ 是多少?

十四、设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}, -\infty < x < +\infty$, 求

(1) X 的数学期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$;

(2) 求 X 与 $|X|$ 的协方差, 并问 X 与 $|X|$ 是否不相关?

十五、设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \theta, & 0 < x < 1 \\ 1-\theta, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 其中 θ 是未知参数且 $0 < \theta < 1$.

X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的简单随机样本, 记 N 为样本值 x_1, x_2, \dots, x_n 中小于 1 的个数. 求

(1) θ 的矩估计;

(2) θ 的最大似然估计.