

Проект Этап 3

Комплексы программ. Описание программной реализации проекта

2 мая 2025

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Нефедова Наталия Николаевна
- Стариков Данила Андреевич
- Коннова Татьяна Алексеевна
- Тарутина Кристина Еленовна
- Уткина Алина Дмитриевна

- Нефедова Наталия Николаевна
- Студент
- Обучающийся на кафедре математического моделирования и искусственного интеллекта
- Российский университет дружбы народов
- <https://github.com/nnnefedova>

Цель работы

Создать комплект программ. Выполнить описание программной реализации проекта

Постановка задачи

Необходимо смоделировать движение (N) точек (частиц) в двумерной плоскости, которые:

- Испытывают гравитационное притяжение к центральной неподвижной точке (например, “Солнцу”).
- Не взаимодействуют между собой.
- Двигутся по круговым орбитам с первой космической скоростью.

Теоритическая часть

Согласно теории Фридмана, Леметра, Гамова возникновение Вселенной произошло из точки в результате Большого взрыва примерно 13,7 млрд. лет назад [46]. В этот момент времени, который берется за начало от- счета, Вселенная имела очень малый размер и экстремально высокие плотность и температуру.

Происходило формирование крупномасштабной структуры Вселенной — возникали сверхскопления галактик. Более крупных образований в Метагалактике — наблюдаемой области Вселенной — нет. Образовавшиеся звезды эволюционировали.

Наиболее массивные, масса которых превышала массу Солнца в несколько десятков раз, исчерпали свое водородное топливо за 3–8 миллионов лет и после этого превратились в сверхновые звезды, быстро проходя этап красного гиганта и сбрасывая оболочку мощным взрывом, в результате которого образовались ударные волны. Во время взрыва синтезировались тяжелые элементы. Ядро таких звезд быстро сжимается, и, если его масса не превышает двух масс Солнца, превращается в нейтронную звезду.

Математическая модель

Главные формулы или принципы

- Пусть центральное тело имеет массу

$$M$$

, гравитационную постоянную

$$G$$

- Для частицы на орбите радиуса

$$r_i$$

первая космическая скорость равна:

$$v_i = \sqrt{\frac{GM}{r_i}}$$

- Угловая скорость частицы:

$$\omega_i = \frac{v_i}{r_i} = \sqrt{\frac{GM}{r_i^3}}$$

Программная реализация на Julia

Рассмотрим два подхода:

- В первом (аналитическом) подходе частицы движутся по идеально круговым орбитам с постоянной угловой скоростью, вычисленной по формуле первой космической скорости.
- Во втором (численном) подходе решается система дифференциальных уравнений второго порядка, описывающая движение частиц под действием центральной силы притяжения, что позволяет учитывать более общие случаи и получать траектории численным интегрированием.

using Plots

```
function simulate_particles(N::Int, time_steps::Int, dt::Float64, central_mass::Float64) positions =  
zeros(Float64, N, 2) velocities = zeros(Float64, N, 2)
```

```
for i in 1:N  
    r = 10.0 * i  
    v = sqrt(central_mass / r)  
    positions[i, :] = [r, 0.0]  
    velocities[i, :] = [0.0, v]  
end
```

```
trajectory = zeros(Float64, time_steps, N, 2)
```

```
for t in 1:time_steps
```

```
using Plots function plot_trajectory(trajecory) time_steps, N, _ = size(trajecory) anim = (animate?)  
for t in 1:time_steps x = trajecory[t, :, 1] y = trajecory[t, :, 2] scatter(x, y, xlims=(-500, 500),  
ylims=(-500, 500), aspect_ratio=:equal, legend=false, title="Particle Orbits") end gif(anim,  
"particle_orbits.gif", fps=30) end
```

```
N = 10 time_steps = 500 dt = 0.01 central_mass = 1000.0
```

```
trajecory = simulate_particles(N, time_steps, dt, central_mass) plot_trajectory(trajecory)
```

Выполнение кода

Ниже представлен код на языке Julia

```
Documentation: https://docs.julialang.org
Type "?" for help, "[]" for Pkg help.
Version 1.11.3 (2025-01-21)
Official https://julialang.org/ release

julia> using Plots
# Константы
julia> G = 1.0 # Гравитационная постоянная (в условных единицах)
1.0
julia> M = 10.0 # Масса центрального тела
10.0
julia> N = 5 # Количество частиц
# Радиусы орбит и начальные углы
5
```

Рис. 1: Код на Julia

В итоге получился gif движения планетной системы, результат в видео формате будет представлен в защите презентации.

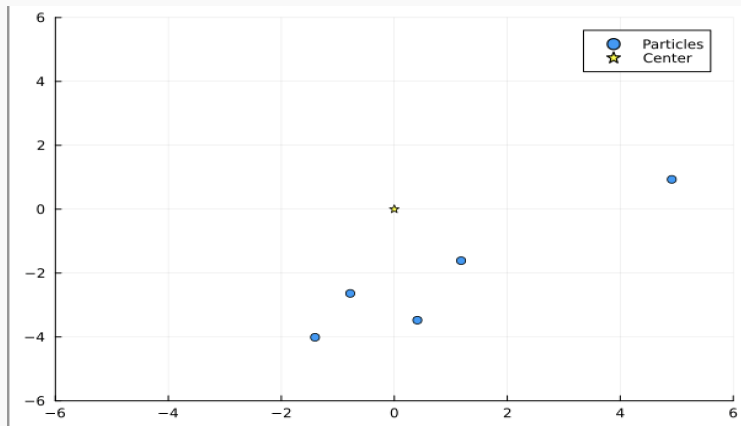


Рис. 2: Часть планетной системы 1

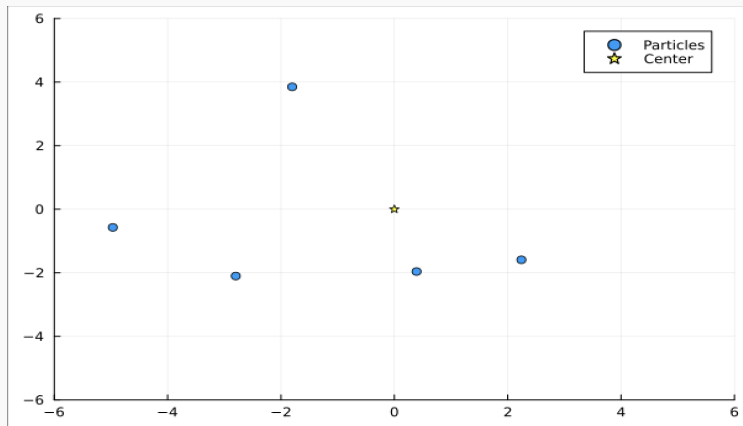


Рис. 3: Часть планетной системы 2

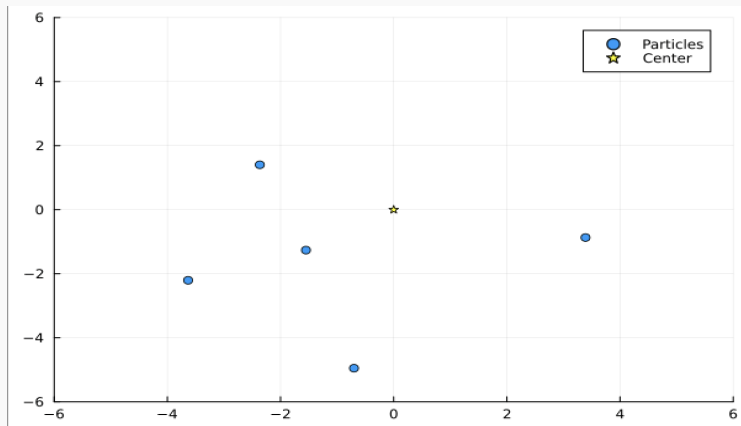


Рис. 4: Часть планетной системы 3

Вывод

- В первом (аналитическом) подходе частицы движутся по идеально круговым орбитам с постоянной угловой скоростью, вычисленной по формуле первой космической скорости.
- Во втором (численном) подходе решается система дифференциальных уравнений второго порядка, описывающая движение частиц под действием центральной силы притяжения, что позволяет учитывать более общие случаи и получать траектории численным интегрированием.
- Оба подхода реализуются на языке Julia с использованием пакетов **Plots** и **DifferentialEquations**.
- Визуализация осуществляется с помощью анимации движения частиц вокруг центральной точки.