経緯度を換算して平面直角座標、子午線収差角及び縮尺係数を求める計算

x 座標及び y 座標

$$x = \bar{A}\left(\xi' + \sum_{j=1}^{5} \alpha_j \sin 2j\xi' \cosh 2j\eta'\right) - \bar{S}_{\varphi_0}\,,\ \ y = \bar{A}\left(\eta' + \sum_{j=1}^{5} \alpha_j \cos 2j\xi' \sinh 2j\eta'\right)$$

子午線収差角 γ 及び縮尺係数 m

$$\gamma = \tan^{-1}\left(\frac{\tau\bar{t}\lambda_c + \sigma t\lambda_s}{\sigma\bar{t}\lambda_c - \tau t\lambda_s}\right),\ \ m = \frac{\bar{A}}{a}\sqrt{\frac{\sigma^2 + \tau^2}{t^2 + \lambda_c^2}\left\{1 + \left(\frac{1-n}{1+n}\tan\varphi\right)^2\right\}}$$

ただし、

φ, λ： 新点の緯度及び経度

φ_0, λ_0： 平面直角座標系原点の緯度及び経度

a, F： 楕円体の長半径及び逆扁平率

m_0： 平面直角座標系の X 軸上における縮尺係数 (0.9999)

$$n = \frac{1}{2F-1}$$

$$t = \sinh\left(\tanh^{-1}\sin\varphi - \frac{2\sqrt{n}}{1+n}\tanh^{-1}\left[\frac{2\sqrt{n}}{1+n}\sin\varphi\right]\right),\ \ \bar{t} = \sqrt{1+t^2}$$

$$\lambda_c = \cos(\lambda - \lambda_0)\,,\ \ \lambda_s = \sin(\lambda - \lambda_0)\,,\ \ \xi' = \tan^{-1}\left(\frac{t}{\lambda_c}\right),\ \ \eta' = \tanh^{-1}\left(\frac{\lambda_s}{\bar{t}}\right)$$

$$\sigma = 1 + \sum_{j=1}^{5} 2j\alpha_j \cos 2j\xi' \cosh 2j\eta'\,,\ \ \tau = \sum_{j=1}^{5} 2j\alpha_j \sin 2j\xi' \sinh 2j\eta'$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}n - \frac{2}{3}n^2 + \frac{5}{16}n^3 + \frac{41}{180}n^4 - \frac{127}{288}n^5\,,\ \ \alpha_2 = \frac{13}{48}n^2 - \frac{3}{5}n^3 + \frac{557}{1440}n^4 + \frac{281}{630}n^5\,,$$

$$\alpha_3 = \frac{61}{240}n^3 - \frac{103}{140}n^4 + \frac{15061}{26880}n^5\,,\ \ \alpha_4 = \frac{49561}{161280}n^4 - \frac{179}{168}n^5\,,\ \ \alpha_5 = \frac{34729}{80640}n^5$$

$$\bar{S}_{\varphi_0} = \frac{m_0 a}{1+n}\left(A_0\frac{\varphi_0}{\rho''} + \sum_{j=1}^{5} A_j \sin 2j\varphi_0\right),\ \ \bar{A} = \frac{m_0 a}{1+n}A_0$$

$$A_0 = 1 + \frac{n^2}{4} + \frac{n^4}{64}\,,\ \ A_1 = -\frac{3}{2}\left(n - \frac{n^3}{8} - \frac{n^5}{64}\right),\ \ A_2 = \frac{15}{16}\left(n^2 - \frac{n^4}{4}\right)$$

$$A_3 = -\frac{35}{48}\left(n^3 - \frac{5}{16}n^5\right),\ \ A_4 = \frac{315}{512}n^4\,,\ \ A_5 = -\frac{693}{1280}n^5$$

ここで ρ'' は緯度 φ_0 をラジアン単位に変換する量であり、緯度を表現する単位によって与え方が異なる。例えば緯度が秒単位の場合には、$\rho'' = 3600 \times \dfrac{180}{\pi}$ であり、分単位の場合には、$\rho'' = 60 \times \dfrac{180}{\pi}$ であり、度単位の場合には、$\rho'' = \dfrac{180}{\pi}$ である。

引用文献

河瀬和重 (2011): Gauss-Krüger投影における経緯度座標及び平面直角座標相互間の座標換算についてのより簡明な計算方法, 国土地理院時報, **121**, 109–124.