数字图像处理课程Final Project
基于PCA的人脸识别

学 校：中山大学
学 院：数据科学与计算机学院
专 业：计算机科学与技术
姓 名：郑 康 泽
学 号：17341213

一．项目描述

1. 算法PCA人脸识别或Eigenfaces人脸识别。
2. 采用数据库为剑桥大学ORL人脸数据库，包含40个人的400张人脸图像（每个人对应10张），图像为92×112灰度图像（256灰度级）。
3. 对于每个人的10张图像，随机选择5张用来训练，另外5张用于测试。对于每人的5张训练图像，可以将5张训练图像平均后作为一个特征图像再进行PCA特征提取。
4. 选择合适的特征维数，建议为$50 \sim 100$；采用2范数最小匹配。
5. 对每个人的另外5张训练图像分别测试，共测试5×40个图像，计算识别系统的正确率 = (识别正确的图像数)/200。
6. 可以使用Matlab的工具库。

二．PCA原理及方法

1. Principle Components Analysis(PCA)介绍
   考虑N个向量或者点$\mathbf{x}_i$，每个向量（点）是d维的，表示成列向量的形式，即$\forall i, \mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^d$。因为$d$可能会很大，所以我们想要从$\mathbf{x}_i$的$d$维特征中中抽取出$k$维特征，来表示$\mathbf{x}_i$，其中$k \ll d$。通常我们有效地将原来的向

量（点）从d维空间映射到k维空间（有效指的是样本之间区分度要足够高，即特征要足够明显），这就叫做降维，而PCA就是一种降维的方法。

2. $k=1$时$\vec{\mathbf{e}}$的取值

我们的目标是找到一条通过样本均值点$\bar{\mathbf{x}}$的线$\vec{\mathbf{e}}(\|\vec{\mathbf{e}}\|=1)$，使得任意的点减去均值$(\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}})$后，投影到$\vec{\mathbf{e}}$上的投影最精确地近似于$\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}$。
$\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}$投影到$\vec{\mathbf{e}}$的投影为$a_i\vec{\mathbf{e}}$，其中$a_i=\vec{\mathbf{e}}^t(\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}})$, $a_i\in\mathbb{R}$（根据余弦公式可以得出）。这种近似的误差为$\|a_i\vec{\mathbf{e}}-(\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}})\|^2$，那么对于所有的样本，总体误差为：

$$
\begin{aligned}
J(\vec{\mathbf{e}}) &= \sum_{i=1}^{N}\|a_i\vec{\mathbf{e}}-(\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}})\|^2 \\
&= \sum_{i=1}^{N}\|a_i\vec{\mathbf{e}}\|^2+\sum_{i=1}^{N}\|\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}\|^2-2\sum_{i=1}^{N}a_i\vec{\mathbf{e}}^t(\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}) \\
&= \sum_{i=1}^{N}a_i^2+\sum_{i=1}^{N}\|\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}\|^2-2\sum_{i=1}^{N}a_i\vec{\mathbf{e}}^t(\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}) \\
&= \sum_{i=1}^{N}a_i^2+\sum_{i=1}^{N}\|\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}\|^2-2\sum_{i=1}^{N}a_i^2,\ (\because\ a_i=\vec{\mathbf{e}}^t(\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}})) \\
&= -\sum_{i=1}^{N}a_i^2+\sum_{i=1}^{N}\|\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}\|^2 \\
&= -\sum_{i=1}^{N}(\vec{\mathbf{e}}^t(\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}))^2+\sum_{i=1}^{N}\|\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}\|^2 \\
&= -\sum_{i=1}^{N}\vec{\mathbf{e}}^t(\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}})^t\vec{e}+\sum_{i=1}^{N}\|\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}\|^2 \\
&= -\vec{\mathbf{e}}^t\mathbf{S}\vec{\mathbf{e}}+\sum_{i=1}^{N}\|\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}\|^2 \\
&= -\vec{\mathbf{e}}^t\cdot(N-1)\mathbf{C}\cdot\vec{\mathbf{e}}+\sum_{i=1}^{N}\|\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}\|^2, \\
where\ \mathbf{C} &= \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}})^t
\end{aligned}
$$

因为$\sum_{i=1}^{N}\|\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}\|^2$与$\vec{\mathbf{e}}$无关，所以最小化$J(\vec{\mathbf{e}})$等价于最大化$\vec{\mathbf{e}}^t\mathbf{S}\vec{\mathbf{e}}$。同时有约束$\vec{\mathbf{e}}^t\vec{\mathbf{e}}=1$，利用拉格朗日乘数法构建拉格朗日函数：

$$L(\vec{\mathbf{e}},\lambda)=\vec{\mathbf{e}}^t\mathbf{S}\vec{\mathbf{e}}-\lambda(\vec{\mathbf{e}}^{\mathbf{t}}\vec{\mathbf{e}}-1)$$

求$L(\vec{\mathbf{e}},\lambda)$对$\vec{\mathbf{e}}$的偏导，然后令该偏导为零，得到$\mathbf{S}\vec{\mathbf{e}}=\lambda\vec{\mathbf{e}}$。所以$\vec{\mathbf{e}}$是$\mathbf{S}$的特征向量，$\lambda$是对应的特征值。因为$\mathbf{S}\vec{\mathbf{e}}=\lambda\vec{\mathbf{e}}$，所以$\vec{\mathbf{e}}^{\mathbf{T}}\mathbf{S}\vec{\mathbf{e}}=\lambda$，所以为了最大化$\vec{\mathbf{e}}^{\mathbf{T}}\mathbf{S}\vec{\mathbf{e}}$，我们选择最大的特征值$\lambda_0$对应的特征向量$\vec{\mathbf{e}}_0$。这样我们就找到能最小化$J(\vec{\mathbf{e}})$的$\vec{\mathbf{e}}$。

3. $k>1$时$\{\mathbf{e}_j\}_{j=1}^k$的取值

   对于减去均值的样本点$\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}$，我们将它们从$d$维投影到$k$维，并且使得投影前的样本点与投影后的样本点之间的平方误差和最小。总体的平方误差为：

$$
\begin{aligned}
J(\{\mathbf{e}_j\}_{j=1}^k) &= \sum_{i=1}^N \|(\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}) - \sum_{i=1}^k \mathbf{e_j}^t(\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}})\mathbf{e}_j\|_2^2 \\
&= -\sum_{j=1}^k \mathbf{e}_j^t\mathbf{S}\mathbf{e}_j + \sum_{i=1}^N \|\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}\|^2
\end{aligned}
$$

   利用归纳法可以证明，选择$\mathbf{S}$的前k大的特征值对应的k个特征向量作为$\{\mathbf{e}_j\}_{j=1}^k$，即可使得$J(\{\mathbf{e}_j\}_{j=1}^k)$最小。

4. PCA算法流程

   1. 计算样本点的均值：

   $$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i,\ \mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^d,\ \bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^d$$

   2. 所有样本点减去均值得到新的样本点：

   $$\bar{\mathbf{x}}_i = \mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}$$

   3. 计算新的样本点的协方差矩阵：

   $$\mathbf{C} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^N \bar{\mathbf{x}}_i\bar{\mathbf{x}}_i^t = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}})^t,\ \mathbf{C} \in \mathbb{R}^{d\times d}$$

   4. 计算$\mathbf{C}$的特征值和特征向量：

   $$\mathbf{CV} = \mathbf{V\Lambda}, \mathbf{\Lambda} \in \mathbb{R}^{d\times d}$$

      $\mathbf{V}$是特征向量矩阵（列向量是特征向量），并且$\mathbf{V}$是正交的，即$\mathbf{VV}^T=\mathbf{V}^T\mathbf{V}=\mathbf{I}$；$\mathbf{\Lambda}$是特征值矩阵，特征值在$\mathbf{\Lambda}$的对角线上，且因为协方差矩阵是对称的，所以特征值都不小于0。

   5. 抽取出前k大的特征值对应的k个特征向量：

   $$\hat{\mathbf{V}}_k = \mathbf{V}(:, 1:k)$$

      这里假设恰好前k列就是前k大的特征值对应的k个特征向量。这k个特征向量组成抽取后的特征空间的基向量。

   6. 将新的样本点映射到抽取后的特征空间中，并计算各个的基向量的系数：

   $$\mathbf{a}_{ik} = \hat{\mathbf{V}}_k^T\bar{\mathbf{x}},\ \mathbf{a}_{ik} \in \mathbb{R}^k$$

7. 对于要预测的点$\mathbf{z}_p$，首先减去样本点的均值，得到$\bar{\mathbf{z}}_p = \mathbf{z}_p - \bar{\mathbf{x}}$。然后计算$\bar{\mathbf{z}}_p$在抽取后的特征空间中的系数：$\mathbf{a}_p = \hat{\mathbf{V}}_k^T \bar{\mathbf{z}}_p$，接着与每个新的样本点在抽取后的特征空间的系数向量$\mathbf{a}_{ik}$计算距离，找到与其中一个新的样本点之间距离最小的新的样本点，并预测该点的类别为找到的样本点的类别。其中距离的计算方法有多种，如下：
   - $j_p = \arg\min_i \|\mathbf{a}_p - \mathbf{a}_{ik}\|_2^2$
   - $j_p = \arg\min_i \|\mathbf{a}_p - \mathbf{a}_{ik}\|_1$
   - $j_p = \arg\min_i \frac{\mathbf{a}_p \cdot \mathbf{a}_{ik}}{\|\mathbf{a}_p\| \|\mathbf{a}_{ik}\|}$

5. 上述算法的缺点

   因为$\mathbf{C}$是$d \times d$，所以计算$\mathbf{C}$的特征值及特征向量需要$O(d^3)$的时间复杂度，而d如果是一张图的像素点的个数的话，即d可能是$10,000$甚至更多，那么这个计算将是非常耗时；同时可以看出，储存这个协方差矩阵$\mathbf{C}$也是十分耗内存的，因此上述算法是不可取的。

6. 改良算法（当$N \ll d$）

   因为只有N个样本点，所以协方差矩阵$\mathbf{C}$的秩最多为$N-1$，即$\mathbf{C}$最多有$N-1$个互异的非零的特征值，因此我们不需要计算出d个特征向量（其中会有重复）。观察到$\mathbf{C} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^N \bar{\mathbf{x}}_i \bar{\mathbf{x}}_i^t \propto \mathbf{X}\mathbf{X}^T$，其中$\mathbf{X} = [\bar{\mathbf{x}}_1\ \bar{\mathbf{x}}_2\ \ldots\ \bar{\mathbf{x}}_N] \in \mathbb{R}^{d \times N}$，而$\mathbf{X}\mathbf{X}^T$的协方差矩阵可以由$\mathbf{X}^T\mathbf{X}$的协方差矩阵计算得到，而计算$\mathbf{X}^T\mathbf{X}$的协方差矩阵的时间复杂度为$O(N^3)$，这就大大降低时间复杂度。推导过程如下：

   $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$的特征值λ和特征向量$\mathbf{w}$关系为：$\mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{w} = \lambda\mathbf{w},\ \mathbf{w} \in \mathbb{R}^N$，两边同时乘以$\mathbf{X}$，得到$\mathbf{X}\mathbf{X}^T(\mathbf{X}\mathbf{w}) = \lambda(\mathbf{X}\mathbf{w})$，即$\mathbf{X}\mathbf{w}$是矩阵$\mathbf{X}\mathbf{X}^T$的特征向量，$\lambda$为对应的特征值。所以对于矩阵$\mathbf{X}^T\mathbf{X}$的每一个特征向量$\mathbf{w}$，左乘以一个$\mathbf{X}$后就是矩阵$\mathbf{X}^T\mathbf{X}$的特征向量。利用以上方法求得协方差矩阵$\mathbf{C}$的特征值和特征向量的时间复杂度为$O(N^3 + dN^2) = O(dN^2)$，这是远远小于直接算协方差矩阵$\mathbf{C}$的时间复杂度$O(d^3)$的。

7. 改良PCA算法流程

   1. 计算样本点的均值：

   $$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i,\ \mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^d,\ \bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^d$$

   2. 所有样本点减去均值得到新的样本点：

   $$\bar{\mathbf{x}}_i = \mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}$$

   3. 计算下面这个矩阵：

   $$\mathbf{L} = \mathbf{X}^T\mathbf{X},\ \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{N \times N},\ \mathbf{X} = [\bar{\mathbf{x}}_1\ \bar{\mathbf{x}}_2\ \ldots\ \bar{\mathbf{x}}_N] \in \mathbb{R}^{d \times N}$$

4. 计算矩阵$\mathbf{L}$的特征值和特征向量：

$$\mathbf{L}\mathbf{W} = \mathbf{W}\mathbf{\Gamma}$$

$\mathbf{W}$是特征向量矩阵，$\mathbf{\Gamma}$是特征值矩阵。

5. 利用$\mathbf{W}$计算矩阵$\mathbf{C} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})^t$的特征向量：

$$\mathbf{V} = \mathbf{X}\mathbf{W}, \mathbf{X} \in \mathbb{R}^{d\times N}, \mathbf{W} \in \mathbb{R}^{N\times N}, \mathbf{V} \in \mathbb{R}^{d\times N}$$

对应的特征值是$\mathbf{\Gamma}$。

6. 将$\mathbf{V}$的每个列向量归一化，即每个列向量的模长都化为1。

7. 抽取出前k大的特征值对应的k个特征向量（$k < N$）：

$$\hat{\mathbf{V}}_k = \mathbf{V}(:, 1:k)$$

这里假设恰好前k列就是前k大的特征值对应的k个特征向量。这k个特征向量组成抽取后的特征空间的基向量。

8. 将新的样本点映射到抽取后的特征空间中，并计算各个的基向量的系数：

$$\mathbf{a}_{ik} = \hat{\mathbf{V}}_k^T \bar{\mathbf{x}},\ \mathbf{a}_{ik} \in \mathbb{R}^k$$

9. 对于要预测的点$\mathbf{z}_p$，首先减去样本点的均值，得到$\bar{\mathbf{z}}_p = \mathbf{z}_p - \bar{\mathbf{x}}$。然后计算$\bar{\mathbf{z}}_p$在抽取后的特征空间中的系数：$\mathbf{a}_p = \hat{\mathbf{V}}_k^T \bar{\mathbf{z}}_p$，接着与每个新的样本点在抽取后的特征空间的系数向量$\mathbf{a}_{ik}$计算距离，找到与其中一个新的样本点之间距离最小的新的样本点，并预测该点的类别为找到的样本点的类别。距离的计算方法在4.7中有提到。

三. 实验步骤及代码展示

1. 划分数据集

   根据要求，每个人的5张图像用作训练，另外5张图像用作测试。可以利用`randperm(n)`函数，产生一个随机打乱顺序的$1\sim 10$的数字序列，然后前5个数字对应的图像用作训练，后5个数字对应的图像用作测试。实现函数如下：

```
function divide_data(class_num, per_class_pic_num, pattern)
% class_num: 类别数量
% per_class_pic_num: 每个类别的训练集或者测试集数量
% pattern: 数据集的路径
% 本函数的功能：划分数据集
```

```
    % 创建训练集和测试集文件夹
    if ~exist('train_data', 'dir')
        mkdir('train_data');
    end
    if ~exist('test_data', 'dir')
        mkdir('test_data');
    end

    % 每个类别的数据集一半作为训练集，一般作为测试集
    for i = 1:class_num

        % 随机打乱序号
        random_index = randperm(per_class_pic_num * 2);

        % 训练集
        path = sprintf('train_data\\s%d', i);
        if ~exist(path, 'dir')
            mkdir(path);
        end

        for j = 1:per_class_pic_num;
            des = sprintf('train_data\\s%d\\%d.pgm', [i, j]);
            copyfile(sprintf(pattern, [i, random_index(j)]), des)
        end

        % 测试集
        path = sprintf('test_data\\s%d', i);
        if ~exist(path, 'dir')
            mkdir(path);
        end

        for j = 1:per_class_pic_num
            des = sprintf('test_data\\s%d\\%d.pgm', [i, j]);
            copyfile(sprintf(pattern,...
                [i,random_index(per_class_pic_num + j)]), des)
        end

    end
end
```

2. 训练

根据要求，将每个人的5张图像平均后当作一张特征图像$\mathbf{I}_i$，那么就有40张特征图像。将这些特征图像的矩阵表示$\mathbf{I}_i$变形为列向量表示$\mathbf{x}_i$，并将40个列向量拼在一起，然后每一个列向量$\mathbf{x}_i$减去40个列向量的均值$\bar{\mathbf{x}}$，形成算法中的$\mathbf{X}$，接着算出矩阵$\mathbf{X}^T\mathbf{X}$的特征值矩阵$\mathbf{\Gamma}$和特征向量矩阵$\mathbf{W}$，计算协方差矩阵$\mathbf{C}$的特征向量矩阵$\mathbf{V}=\mathbf{XW}$并对每列归一化，并根据特征值矩阵$\mathbf{\Gamma}$，从特征向量矩阵$\mathbf{V}$选出前k大特征值对应的k个特征向量形成一个$d\times k$的矩阵$\hat{\mathbf{V}}_k$，作为抽取后的特征空间的基向量。然后计算每一个减去均值后的列向量$\bar{\mathbf{x}}_i=\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}}$在抽取后的特征空间中系数向量$\mathbf{a}_{ik}=\hat{\mathbf{V}}_k^T\bar{\mathbf{x}}_i$。实现函数如下：

```
function [character_pics_mean, V_k, A_k] =...
    train(m, n, k, class_num, per_class_pic_num, pattern)
% m: 图像的行数
% n: 图像的列数
% k: 选取的特征向量个数
% class_num: 类别数量
% per_class_pic_num: 每个类别的训练集数量
% pattern: 训练集的路径
% 本函数的功能：返回特征图像的均值，特征图像的协方差矩阵的k个特征向量，
% 以及特征图像在k个特征向量组成的特征空间的系数

    % 每个人的五张图像平均后作为一个特征图像
    character_pics = [];
    for i = 1:class_num
        all_images = zeros(m * n, 1);
        for j = 1:per_class_pic_num
            I = im2double(imread(sprintf(pattern, [i, j])));
            I = reshape(I, m * n, 1);
            all_images = all_images + I;
        end
        character_pics = cat(2, character_pics,...
            all_images ./ per_class_pic_num);
    end

    % 特征图像的均值
    character_pics_mean = mean(character_pics, 2);

    % X
    X = character_pics - repmat(character_pics_mean, 1, class_num);

    % L = X^(T) * X
    L = X' * X;
    [W, G] = eig(L);

    % V是协方差矩阵的特征向量矩阵
    V = X * W;

    % 找到特征值前k大的索引
    g = diag(G, 0);
    index = find_k_max(g, k);

    % 取特征值前k大的对应的特征向量
    V_k = V(:, index);
    for i = 1:k
        V_k(:, i) = V_k(:, i) ./ norm(V_k(:, i));
    end

    % 特征图像在特征空间的系数
    A_k = V_k' * X;

    % eigenfaces
    figure
    for i = 1:k
        I = reshape(V_k(:, i), m, n);
        subplot(5, k/5, i), imshow(I, []), title(['第', num2str(i), '个
eigenface'])
    end
```

```
end

function index = find_k_max(A, k)
% A: 向量
% k: int
% 本函数的功能：找到A中数字前k大的对应的索引

    [~, indices] = sort(A, 'descend');
    index = indices(1:k);
end
```

3. 测试

   对于每一个测试图像，先将矩阵表示$\mathbf{I}$变形为列向量表示$\mathbf{z}_p$，然后减去训练步骤中得到$\bar{\mathbf{x}}$，得到$\bar{\mathbf{z}}_p = \mathbf{z}_p - \bar{\mathbf{x}}$，将训练步骤中得到的$\hat{\mathbf{V}}_k$乘上$\bar{\mathbf{z}}_p$得到$\bar{\mathbf{z}}_p$在抽取后的特征空间中系数向量$\mathbf{a}_p$，然后计算$\mathbf{a}_p$与每一个$\mathbf{a}_{ik}$的距离，距离最小的$i$对应的$\mathbf{I}_i$是哪个人的图像，就预测$\mathbf{I}$是那个人的图像。实现函数如下：

```
function accuracy = test(m, n, class_num, per_class_pic_num, pattern,...
    character_pics_mean, V_k, A_k)
% m: 图像的行数
% n: 图像的列数
% k: 选取的特征向量个数
% class_num: 类别数量
% per_class_pic_num: 每个类别的训练集数量
% pattern: 测试集的路径
% character_pics_mean: 特征图像的均值
% V_k: 特征图像的协方差矩阵的k个特征向量
% A_k: 以及特征图像在k个特征向量组成的特征空间的系数
% 本函数的功能：计算测试集的准确率

    % 初始化准确率
    accuracy = 0;

    for i = 1:class_num
        for j = 1:per_class_pic_num
            I = im2double(imread(sprintf(pattern, [i, j])));
            I = reshape(I, m * n, 1);

            % 该图像在特征空间的系数
            a = V_k' * (I - character_pics_mean);

            % 得到的系数与特征图像的系数作差
            dif = A_k - repmat(a, 1, class_num);

            % 根据差算出二范数
            dist = zeros(1, class_num);
            for k = 1:class_num
                dist(k) = sum(dif(:, k) .* dif(:, k));
            end

            % 取二范数最小值对应的类别作为预测类别
            [~, prediction] = min(dist);
```

```
            % 预测正确
            if prediction == i
                accuracy = accuracy + 1;
            end

        end
    end

    % 最终的准确率
    accuracy = accuracy / (class_num * per_class_pic_num);

end
```

4. 主函数

为了不用每次都训练，可以将训练得到的参数保存进mat文件中，然后在测试的时候导入就行。主函数如下：

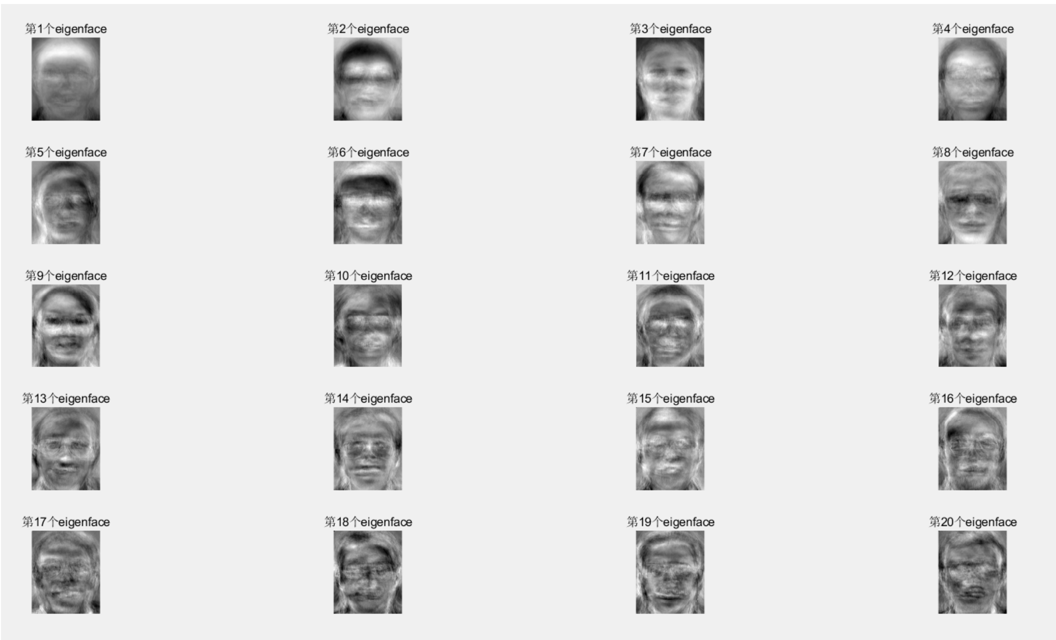
```
clc
clear

m = 112;
n = 92;
k = 30;
class_num = 40;
per_class_pic_num  = 5;
pattern1 = 'ORL_faces\\s%d\\%d.pgm';
pattern2 = 'train_data\\s%d\\%d.pgm';
pattern3 = 'test_data\\s%d\\%d.pgm';

% 训练
if ~exist('model.mat', 'file')
    % 划分数据集
    divide_data(class_num, per_class_pic_num, pattern1)

    % 计算参数
    [character_pics_mean, V_k, A_k] =...
        train(m, n, k, class_num, per_class_pic_num, pattern2);

    % 保存参数
    save('model.mat', 'character_pics_mean', 'V_k', 'A_k');
end

% 导入参数
load('model.mat');

% 测试
accuracy = test(m, n, class_num, per_class_pic_num, pattern3,...
    character_pics_mean, V_k, A_k);
disp(accuracy);
```

四．实验结果展示

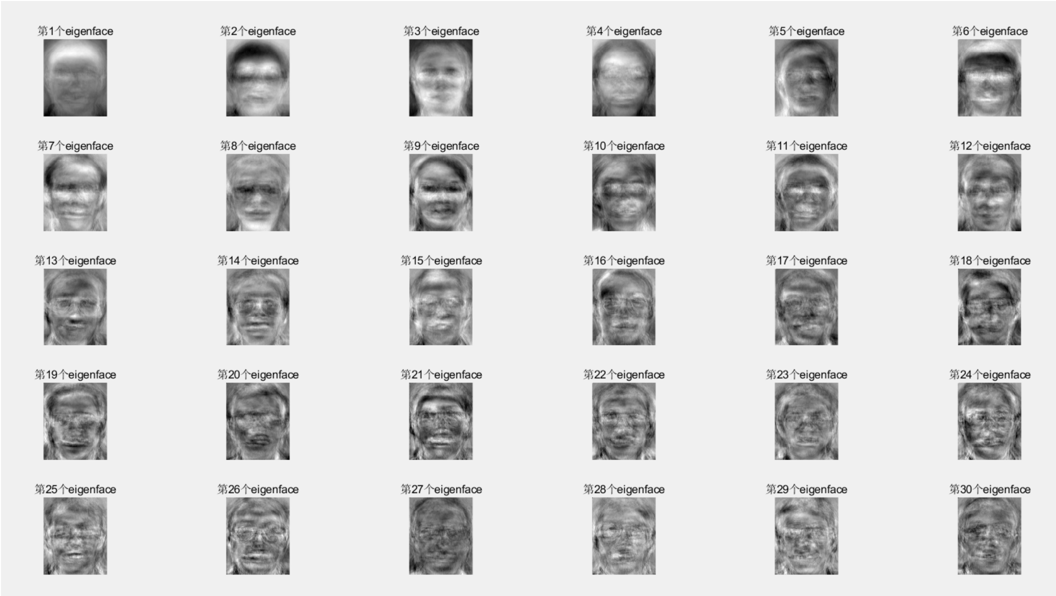
1. eigenfaces展示

    1. $k = 10$时10个eigenfaces

    2. $k = 20$时20个eigenfaces



    3. $k = 10$时10个eigenfaces



2. 测试性能表格

   k的取值范围为$(0,N)$即$(0,40)$。

k	准确率
10	85.5%
20	91.5%
30	94%
35	94.5
37	95%
39	95%

准确率不仅会受k值的影响，也会受数据集划分的影响。当k越来越接近39，准确率会越来越高。固定$k=39$，测试不同划分下的准确率，经测试，准确率在87%到95%之间。