

中山大学本科生考试答题纸

学院(系) _____

专业 _____

级 _____

考试科目 _____

成绩评定 _____

考生姓名 _____

教师签名 _____

学 号 _____

年 月 日

警示

《中山大学授予学士学位工作细则》第七条：“考试作弊者不授予学士学位。”

作业 14:

1. 证明：平面图 G 是 2 面可着色的当且仅当 G 是 Euler 图。

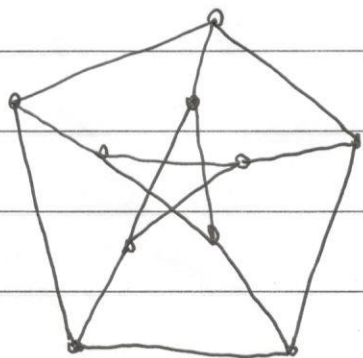
证明： \Rightarrow) 考虑 G 中任一顶点 v ，若 $d_G(v) = k$ ，当 k 为奇数时，因 G 无割边，则围绕 v 的是 k (奇数) 个区域，它不可能有 2 面正常着色，故 $d_G(v)$ 必为偶数。又因为 G 连通，于是由定理 4.1， G 是 Euler 图。

\Leftarrow) 若 G 是平面 Euler 图，显然 G 无割边且连通，由 (练习) G^* 是 2 部图，故 G^* 是 2 可着色的。再由 $\chi^*(G) = \chi(G^*)$ ， G 是 2 面可着色的。

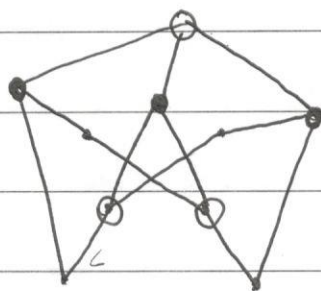
(Euler 平面的对偶图是偶图)：由于 Euler 图的一边割集均含偶数条边，故在对应的偶图中，由 (2) 知，不含奇圈，故 Euler 图的对偶图是 2 部图。

2. 利用 Kuratowski 定理证明：Petersen 图是非平面图。

证：Petersen 图如下：

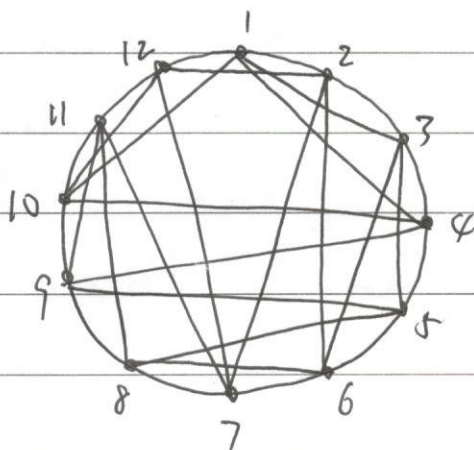


删去一些边后得到以下图，它是 $K_{3,3}$ 的剖分图。



故 G 含有 $K_{3,3}$ 的剖分图作为子图，故它不是平面图。

3. 利用平面判定算法找出下图的一个平面嵌入。



解：平面嵌入如下：

