概率论与数理统计

范正平
fanzhp@mail.sysu.edu.cn

中山大学 数据科学与计算机学院

Chapter 8
假设检验

假设检验的基本原理

定义：假设检验就是根据样本对所提出的假设作出判断：是接受，还是拒绝.

如何利用样本值对一个具体的假设进行检验?

假设推断原理：“一个小概率事件在一次试验中几乎是不可能发生的”.

处理假设检验要做两件事：

1）确定一个检验统计量，它的值决定于样本值；

2）确定一个否定域（临界域），它是检验统计量的值的集合.

实例

某车间用一台包装机包装葡萄糖，包得的袋装糖重是一个随机变量，它服从正态分布. 当机器正常时，其均值为0.5千克，标准差为0.015千克. 某日开工后为检验包装机是否正常，随机地抽取它所包装的糖9袋，称得净重为(千克)：

0.497　0.506　0.518　0.524　0.498

0.511　0.520　0.515　0.512,

问机器是否正常?

分析:

用 μ 和 σ 分别表示这一天袋装糖重总体 X 的均值和标准差,

由长期实践可知，标准差较稳定，即 $\sigma = 0.015$,

则 $X \sim N(\mu,\ 0.015^2)$，其中 μ 未知.

由此，

机器工作是正常的： $\mu = 0.5$

机器工作不正常的： $\mu \neq 0.5$.

问题:

根据样本值判断 $\mu = 0.5$ 还是 $\mu \neq 0.5$.

提出两个对立假设 $H_0 : \mu = \mu_0 = 0.5$ 和 $H_1 : \mu \neq \mu_0$.

利用已知样本作出判断:

是接受假设 H_0 (拒绝假设 H_1), 还是拒绝假设 H_0 (接受假设 H_1).

如果作出的判断是接受 H_0, 则 $\mu = \mu_0$, 即认为机器工作是正常的, 否则, 认为是不正常的.

问题分析:

那么，如何判断原假设H_0 是否成立呢?

由于要检验的假设涉及总体均值，故可借助于样本均值来判断.

因为$\overline{X}$是μ的无偏估计量,

因此，可以根据 $\overline{X}$ 与 μ_0的差距 $|\overline{X}-\mu_0|$

来判断H_0 是否成立.

问题分析(Cont.)：

问题转化为:

当$|\bar{X}-\mu_0|$ 较小时，可以认为H_0是成立的；

当$|\bar{X}-\mu_0|$ 较大时，应认为H_0不成立，即生产已不正常.

问题1: 衡量$|\bar{X}-\mu_0|$的大小极不方便

故: 考虑 $\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$, 衡量$|\bar{X}-\mu_0|$的大小可归结为衡量 $\dfrac{|\bar{X}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}}$ 的大小,

问题分析(Cont.)

小概率事件在一次试验中基本上不会发生.

问题2: 较大、较小是一个相对的概念，合理的界限在何处? 应由什么原则来确定?

故:

若假设正确, 即H_0成立，则 $\overline{X}$ 偏离 μ_0 不应该太远,

故 $\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ 取较大值是小概率事件.

于是可以选定一个适当的正数c, 使得:

$$P\left(\frac{\left|\overline{X}-\mu_0\right|}{\sigma/\sqrt{n}}>c\right)=\alpha$$

通常α总是取得很小,

一般取 $\alpha=0.01, \alpha=0.05$等

问题分析(Cont.):

当选定α后,则数c就可以确定,由此:

如果$\left|\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right| \geq c$,则称$\bar{x}$与$\mu_0$的差异是显著的,则我们拒绝$H_0$,

反之,如果$\left|\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right| < c$,则称$\bar{x}$与$\mu_0$的差异是不显著的,则我们接受$H_0$,

上述关于$\bar{x}$与μ_0有无显著差异的判断是在显著性水平α之下作出的.

数α称为显著性水平.

问题分析(Cont.):

在 $P(\frac{\left|\overline{X}-\mu_0\right|}{\sigma/\sqrt{n}}>c)=\alpha$ 中

α与c的关系:

问题分析(Cont.):

由： $$P\left(\frac{\left|\overline{X}-\mu_0\right|}{\sigma/\sqrt{n}}>c\right)=\alpha$$

则 $c=z_{\alpha/2}$，

当 $\dfrac{\left|\overline{X}-\mu_0\right|}{\sigma/\sqrt{n}}\geq z_{\alpha/2}$ 时，拒绝 H_0，

$\dfrac{\left|\overline{X}-\mu_0\right|}{\sigma/\sqrt{n}}< z_{\alpha/2}$ 时，接受 H_0.

问题分析(Cont.)：

在实例中若取定 $\alpha = 0.05$, 则 $c = z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$,

又已知 $n = 9$, $\sigma = 0.015$, 由样本算得 $\bar{x} = 0.511$,

即有 $\dfrac{|\bar{x} - \mu_0|}{\sigma / \sqrt{n}} = 2.2 > 1.96$,

于是拒绝假设H_0，认为包装机工作不正常.

以上所采取的检验法是符合实际推断原理的.

由于通常α总是取得很小, 一般取$\alpha=0.01, \alpha=0.05$等

因而当H_0为真, 即$\mu=\mu_0$时, $\left\{\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \geq z_{\alpha/2}\right\}$是一个小概率事件,

根据实际推断原理, 就可以认为如果H_0为真, 由一次试验得到

满足不等式$\left|\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right| \geq z_{\alpha/2}$的观察值$\bar{x}$, 几乎是不会发生的.

在一次试验中,得到了满足不等式 $\left|\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right| \geq z_{\alpha/2}$ 的观察值 $\bar{x}$,

则我们有理由怀疑原来的假设H_0的正确性,因而拒绝H_0.

若出现观察值 $\bar{x}$ 满足不等式 $\left|\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right| < z_{\alpha/2}$,则 没有理由拒绝假设$H_0$,

因而只能接受H_0.

假设检验的相关概念

(1) 原假设与备择假设

假设检验问题通常叙述为：在显著性水平α下，

检验假设 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0.$

H_0称为原假设或零假设，H_1 称为备择假设.

(2) 否定域(拒绝域)

当检验统计量取某个区域W 中的值时，我们拒绝原假设H_0，则称区域 W 为否定域(拒绝域).

(3). 两类错误及记号

假设检验的依据是：小概率事件在一次试验中很难发生，但很难发生不等于不发生，因而假设检验所作出的结论有可能是错误的．这种错误有两类：

a）当原假设H_0为真，观察值却落入否定域，而作出了拒绝H_0的判断，称做第一类错误，又叫弃真错误，这类错误是“以真为假”．犯第一类错误的概率是显著性水平 α.

b）　当原假设 H_0 不真，而观察值却落入接受域，而作出了接受 H_0 的判断，称做第二类错误，又叫取伪错误，这类错误是“以假为真”．

假设检验的两类错误

所作判断 / 真实情况	接受 H_0	拒绝 H_0
H_0 为真	正确	第一类错误（弃真）
H_0 为假	第二类错误（取伪）	正确

犯第二类错误的概率记为

$$P\{当\ H_0\ 不真接受\ H_0\}\ 或\ P_{\mu\in H_1}\{接受\ H_0\}.$$

当样本容量 n 一定时, 若减少犯第一类错误的概率, 则犯第二类错误的概率往往增大.

若要使犯两类错误的概率都减小, 除非增加样本容量.

(4). 显著性检验

只对犯第一类错误的概率加以控制，而不考虑犯第二类错误的概率的检验，称为显著性检验.

注　关于零假设与备择假设的选取

H_0与H_1地位应平等, 但在控制犯第一类错误的概率 α 的原则下, 使得采取拒绝H_0 的决策变得较慎重, 即H_0 得到特别的保护.

因而, 通常把有把握的、有经验的结论作为原假设, 或者尽可能使后果严重的错误成为第一类错误.

(5) 双边假设检验

在 $H_0: \mu = \mu_0$ 和 $H_1: \mu \neq \mu_0$ 中, 备择假设 H_1 表示 μ 可能大于 μ_0, 也可能小于 μ_0, 称为双边备择假设, 形如 $H_0: \mu = \mu_0$, $H_1: \mu \neq \mu_0$ 的假设检验称为双边假设检验.

(6) 右边检验与左边检验

形如 $H_0: \mu \le \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$ 的假设检验 称为右边检验.

形如 $H_0: \mu \ge \mu_0, H_1: \mu < \mu_0$ 的假设检验 称为左边检验.

右边检验与左边检验统称为**单边检验**.

(7) 单边检验的拒绝域

设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ为已知, $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的样本,给定显著性水平 α,

则 右边检验的拒绝域为 $z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \geq z_\alpha$,

左边检验的拒绝域为 $z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \leq -z_\alpha$.

假设检验的一般步骤

1). 根据实际问题的要求, 提出原假设 H_0 及备择假设 H_1;

2). 给定显著性水平 α 以及样本容量 n;

3). **确定检验统计量以及否定域形式;**

4). 按 $P\{H_0$ 为真拒绝 $H_0\} = \alpha$ 求出否定域;

5). 根据样本观察值确定接受还是拒绝 H_0.

例

设 $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 是来自正态总体 $N(\mu, 100)$的一个样本，要检验 $H_0: \mu = 0$ $(H_1: \mu \neq 0)$，在下列两种情况下，分别确定常数 d，使得以W_1 为否定域的检验犯第一类错误的概率为0.05 .

(1) $n = 1, W_1 = \{x_1 \,\big|\, |x_1| > d\};$

(2) $n = 25, W_1 = \{(x_1, \cdots, x_{25}) \,\big|\, |\bar{x}| > d\}$，其中 $\bar{x} = \dfrac{1}{25}\sum_{i=1}^{25} x_i$.

解 (1) $n = 1$时，若 H_0 成立，则 $\dfrac{X_1}{10} \sim N(0,1)$,

$$P\left(X_1 \in W_1\right) = P\left(\left|X_1\right| > d\right) = P\left(\left|\frac{X_1}{10}\right| > \frac{d}{10}\right)$$

$$= 2\left(1 - \Phi\left(\frac{d}{10}\right)\right) = 0.05,$$

$$\Phi\left(\frac{d}{10}\right) = 0.975,$$

$$\frac{d}{10} = 1.96,$$

$$d = 19.6;$$

(2) $n=25$时, 若H_0成立, 则 $\dfrac{\overline{X}}{10/\sqrt{25}} \sim N(0,1)$,

$$P((X_1,\cdots X_{25})\in W_1)=P(|\overline{X}|>d)$$

$$=P\left(\left|\frac{\overline{X}}{2}\right|>\frac{d}{2}\right)$$

$$=2\left(1-\Phi\left(\frac{d}{2}\right)\right)=0.05,$$

$$\Phi\left(\frac{d}{2}\right)=0.975, \qquad \frac{d}{2}=1.96, \qquad d=3.92\,.$$

例

某厂生产的螺钉，按标准强度为68/mm^2，而实际生产的强度X服$N(\mu, 3.6^2)$．若$E(X)=\mu=68$，则认为这批螺钉符合要求，否则认为不符合要求.

现从整批螺钉中取容量为36的样本，其均值为 $\bar{x}=68.5$，问原假设是否正确？

（取 $\alpha=0.05$）

解析：

提出假设：

$$H_0: \mu = 68 \qquad H_1: \mu \neq 68$$

若原假设正确，则 $\overline{X} \sim N(68, 3.6^2/36)$

因而 $E(\overline{X}) = 68$,即 $\overline{X}$ 偏离68不应该太远,

故 $\left|\dfrac{\overline{X}-68}{3.6/6}\right|$ 取较大值是小概率事件．因此,

可以确定一个常数c 使得 $P\left(\left|\dfrac{\overline{X}-68}{3.6/6}\right| > c\right) = \alpha$

取 $\alpha = 0.05$, 则 $c = z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0.025} = 1.96$

由 $\left|\dfrac{\bar{X}-68}{3.6/6}\right|>1.96 \Rightarrow \bar{X}>69.18$ 或 $\bar{X}<66.824$

即区间$(-\infty, 66.824)$ 与 $(69.18, +\infty)$ 为检验的拒绝域

称 $\bar{X}$ 的取值区间（ 66.824 ， 69.18 ）为检验的接受域 (实际上没理由拒绝),

现 $\bar{x}=68.5$ 落入接受域, 则接受原假设

$$H_0: \mu = 68$$

犯第一类错误的概率

$$P(\text{拒绝}H_0 \mid H_0\text{为真})$$

$$= P(\bar{X} < 66.824 \cup \bar{X} > 69.18)$$

$$= \alpha = 0.05$$

犯第二类错误的概率 β

$$\beta = P(\text{接受}H_0 | H_0\text{不真})$$

H_0不真, 即$\mu \neq 68$, μ可能小于68, 也可能大于68, β 的大小取决于 μ 的真值的大小.

设 $\mu = 66,\ n = 36,\quad \bar{X} \sim N(66, 3.6^2/36)$

$$\beta_{\mu=66} = P(66.82 \le \bar{X} \le 69.18 | \mu = 66)$$

$$= \Phi\left(\frac{69.18-66}{0.6}\right) - \Phi\left(\frac{66.82-66}{0.6}\right)$$

$$= \Phi(5.3) - \Phi(1.37) = 1 - 0.9147 = 0.0853$$

若 $\mu=69,\ n=36,\quad \bar{X}\sim N(69,3.6^2/36)$

$$\beta_{\mu=69}=P(\,66.82\le \bar{X}\le 69.18\,|\,\mu=69\,)$$

$$=\Phi\left(\frac{69.18-69}{0.6}\right)-\Phi\left(\frac{66.82-69}{0.6}\right)$$

$$=\Phi\,(0.3)-\Phi\,(-3.63)$$

$$=0.6179-0.0002=0.6177$$

现增大样本容量，取$n = 64$, $\mu = 66$，则

$$\bar{X} \sim N(66, 3.6^2/64)$$

仍取α=0.05，则 $c = z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0.025} = 1.96$

由$\left| \dfrac{\bar{X} - 68}{3.6/8} \right| > 1.96$ 可以确定拒绝域为

$(-\infty, 67.118)$ 与 $(68.882, +\infty)$

因此，接受域为(67.118, 68.882)

$$\beta_{\mu=66} = P(\,67.118 \le \bar{X} \le 68.882 \,\big|\, \mu = 66\,)$$

$$\approx \Phi\left(\frac{68.88-66}{0.45}\right) - \Phi\left(\frac{67.12-66}{0.45}\right)$$

$$= \Phi\,(6.4) - \Phi\,(2.49)$$

$$\approx 1 - 0.9936 = 0.0064 < 0.0853$$

$$\beta_{\mu=69} = P(67.12 \le \bar{X} \le 68.88 \,|\, \mu = 69)$$

$$= 0.3936 < 0.6177$$

$$(\mu \to \mu_0, \beta \to 1-\alpha)$$

单个正态总体均值和方差的假设检验

1. 均值的假设检验
2. 方差的假设检验

总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 均值 μ 的检验

1.方差σ²已知情况下

***u* 检验法**

假设 **H₀：μ=μ₀；H₁：μ≠μ₀**

双边检验

构造U统计量 $U=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$ **H₀为真的前提下**

由 $P\left\{\left|\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|\geq u_{\alpha/2}\right\}=\alpha$ 确定否定域 $|U|\geq u_{\alpha/2}$

如果统计量的观测值 $|U|=\left|\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|\geq u_{\alpha/2}$

则拒绝原假设；否则接受原假设

总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 均值 μ 的检验

2. 方差σ^2未知的情况下

假设 H_0：$\mu=\mu_0$；H_1：$\mu\neq\mu_0$ 双边检验

由于 σ^2 未知，现在不能利用 $U=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ 来确定否定域了。

T检验

构造T统计量 $T=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

由 $$P\left\{\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\right| \ge t_{\alpha/2}(n-1)\right\}=\alpha$$

确定否定域 $|T| \ge t_{\alpha/2}(n-1)$

如果统计量的观测值 $|T|=\left|\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\right| \ge t_{\alpha/2}(n-1)$

则拒绝原假设；否则接受原假设

总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 方差 $\boldsymbol{\sigma^2}$ 的检验

1. 均值μ已知的情况下

假设 $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2; H_1:\sigma^2\neq\sigma_0^2;$ 双边检验

当H_0成立时

构造χ^2统计量 $\chi^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2(n)$ 由

$$P\left\{\chi^2 \le \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)\right\} = \frac{\alpha}{2}, P\left\{\chi^2 \ge \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)\right\} = \frac{\alpha}{2}$$

确定临界值 $\chi^2_{1-\alpha/2}(n), \chi^2_{\alpha/2}(n)$ 否定域

如果统计量的观测值 $\chi^2 \ge \chi^2_{\alpha/2}(n)$ 或 $\chi^2 \le \chi^2_{1-\alpha/2}(n)$

则拒绝原假设；否则接受原假设

总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 方差 σ^2 的检验

2. 均值μ未知的情况下

假设 $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2;H_1:\sigma^2\neq\sigma_0^2;$ 双边检验

χ^2检验

由于S^2 是 σ^2 的无偏估计，当 H_0 为真时，比值 $\frac{S^2}{\sigma^2}$ 一般来说应在1附近摆动，而不应过分大于1或过分小于1。由于当 H_0 为真时，

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$$

我们取 $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0{}^2}$作为检验统计量，

由

$$P\left\{\chi^2 \le \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right\} = \frac{\alpha}{2}, P\left\{\chi^2 \ge \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right\} = \frac{\alpha}{2}$$

确定临界值 $\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1), \chi^2_{\alpha/2}(n-1)$

如果统计量的观测值

$$\chi^2 \ge \chi^2_{\alpha/2}(n-1) \quad 或 \quad \chi^2 \le \chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)$$

则拒绝原假设；否则接受原假设

例 某切割机在正常工作时, 切割每段金属棒的平均长度为10.5cm, 标准差是0.15cm, 今从一批产品中随机的抽取15段进行测量, 其结果如下:

10.4	10.6	10.1	10.4	10.5	10.3	10.3	10.2
10.9	10.6	10.8	10.5	10.7	10.2	10.7	

假定切割的长度服从正态分布, 且标准差没有变化, 试问该机工作是否正常? $(\alpha = 0.05)$

解 因为 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$, $\sigma = 0.15$,

检验假设 $H_0: \mu = 10.5$, $H_1: \mu \neq 10.5$,

$n = 15$, $\bar{x} = 10.48$, $\alpha = 0.05$,

则 $\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \dfrac{10.48-10.5}{0.15/\sqrt{15}} = -0.516$,

查表得 $z_{0.05/2} = 1.96$,

于是 $\left|\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right| = |-0.516| < z_{0.05/2} = 1.96$,

故接受 H_0, 认为该机工作正常.

例 如果在上例中只假定切割的长度服从正态分布, 问该机切割的金属棒的平均长度有无显著变化? $(\alpha = 0.05)$

解 依题意 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2均为未知,

要检验假设 $H_0: \mu = 10.5$, $H_1: \mu \neq 10.5$,

$n = 15$, $\bar{x} = 10.48$, $\alpha = 0.05$, $s = 0.237$,

$$|t| = \left|\frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}\right| = \left|\frac{10.48 - 10.5}{0.237/\sqrt{15}}\right| = 0.327,$$

t分布表

查表得 $t_{\alpha/2}(n-1) = t_{0.025}(14) = 2.1448$

$$|t| < t_{\alpha/2}(n-1)$$

故接受 H_0, 认为金属棒的平均长度无显著变化.

例　　某厂生产的某种型号的电池，其寿命长期以来服从方差 σ^2=5000（小时²）的正态分布，现有一批这种电池，随机的取26只电池，测出其寿命的样本方差 s^2 =9200(小时²)．问根据这一数据能否推断这批电池的寿命的波动性较以往的有显著的变化？$(\alpha = 0.02)$

解

要检验假设 $H_0:\sigma^2=5000,\quad H_1:\sigma^2\neq 5000,$

$n=26,\ \alpha=0.02,\ \sigma^2=5000,$

$$\chi^2_{\alpha/2}(n-1)=\chi^2_{0.01}(25)=44.314,$$

$$\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)=\chi^2_{0.99}(25)=11.524,$$

否定域为: $\dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_0{}^2}\le 11.524,$ 或 $\dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_0{}^2}\ge 44.314.$

因为 $\dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_0{}^2}=\dfrac{25\times 9200}{5000}=46>44.314,$ 所以拒绝 $H_0,$

认为这批电池的寿命的波动性较以往的有显著的变化.

作业

Exes.: 2,4, 5, 13

小结

假设检验的基本原理、相关概念和一般步骤.

假设检验的两类错误

真实情况（未知）	所作决策	
	接受H_0	拒绝H_0
H_0为真	正确	犯第I类错误
H_0不真	犯第II类错误	正确

U 检验法 (σ^2 已知)

原假设 H_0	备择假设 H_1	检验统计量及其 H_0为真时的分布	拒绝域
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$U = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$	$\lvert U \rvert \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$
$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$		$U \leq -z_{\alpha}$
$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$		$U \geq z_{\alpha}$

T 检验法 (σ^2 未知)

原假设 H_0	备择假设 H_1	检验统计量及其 H_0为真时的分布	拒绝域
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{S}{\sqrt{n}}} \sim t(n-1)$	$\lvert T \rvert \geq t_{\frac{\alpha}{2}}$
$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$		$T \leq -t_\alpha$
$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$		$T \geq t_\alpha$

2、关于 σ^2 的检验　　χ^2检验法

原假设 H_0	备择假设 H_1	检验统计量及其在 H_0为真时的分布	拒绝域
$\sigma^2=\sigma_0^2$	$\sigma^2\neq\sigma_0^2$	$\chi^2=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\sigma_0^2}\sim\chi^2(n)$ (μ 已知)	$\chi^2\le\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)$ 或 $\chi^2\ge\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)$
$\sigma^2\ge\sigma_0^2$	$\sigma^2<\sigma_0^2$		$\chi^2\le\chi^2_{1-\alpha}(n)$
$\sigma^2\le\sigma_0^2$	$\sigma^2>\sigma_0^2$		$\chi^2\ge\chi^2_{\alpha}(n)$

原假设 H_0	备择假设 H_1	检验统计量及其在 H_0为真时的分布	拒绝域
$\sigma^2=\sigma_0^2$	$\sigma^2\neq\sigma_0^2$	$\chi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$	$\chi^2\le\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ 或 $\chi^2\ge\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$
$\sigma^2\ge\sigma_0^2$	$\sigma^2<\sigma_0^2$	$\sim\chi^2(n-1)$	$\chi^2\le\chi^2_{1-\alpha}(n-1)$
$\sigma^2\le\sigma_0^2$	$\sigma^2>\sigma_0^2$	（μ 未知）	$\chi^2\ge\chi^2_{\alpha}(n-1)$