



学院：数据科学与计算机学院 年级专业：17 级计算类 科目：数字图像处理  
学号：17341213 姓名：郑康泽

1. 给定图像'barb.png'，利用一阶 Butterworth 低通滤波器进行频域滤波。当 $D_0 = 10, 20, 40, 80$ 时，给出相应滤波图像，并分别以频域和空域的观点解释相关滤波结果。  
提示：

- (1) 以 $(-1)^{x+y}$ 乘以输入图像进行中心变换；
- (2) 直接以 FFT2 进行傅立叶变换；
- (3) DFT 反变换后取实部；
- (4) 以 $(-1)^{x+y}$ 乘以(3)中结果，反中心变换。

算法描述：

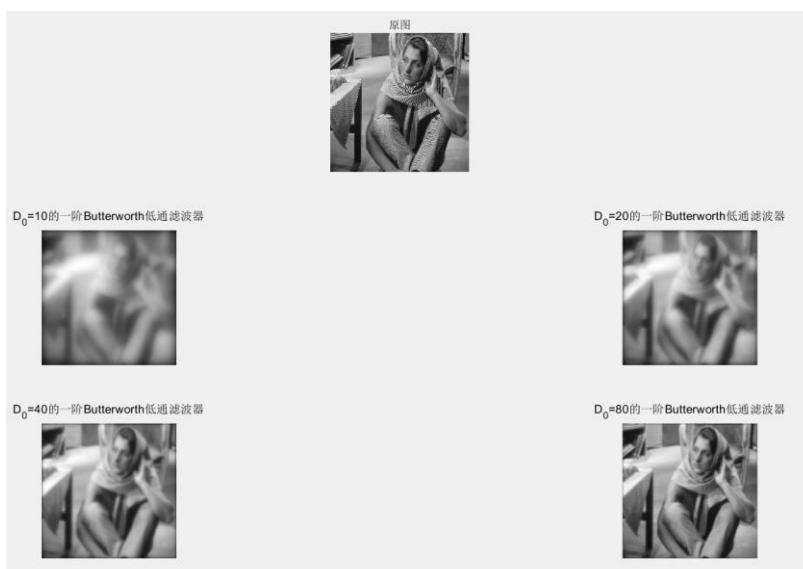
- 1) 读取图像的像素矩阵 A，通过 im2double 转为 double 类型，矩阵的行数为 m，列数为 n；
- 2) 用 0 将矩阵 A 填充为行数 2m、列数 2n 的矩阵 B，其中(1:m, 1:n)为矩阵 A，其余为 0；
- 3) 对矩阵 B 坐标为(x, y)上的数值乘以 $(-1)^{x+y}$ ；
- 4) 利用 fft2 函数对 B 进行傅立叶变换；
- 5) 如下定义一阶 Butterworth 低通滤波器：

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \frac{D^2(u, v)}{D_0^2}}$$

where  $D^2(u, v) = (u - m)^2 + (v - n)^2$ ,  $(m, n)$  is the central point of the image.

- 6) B 与 H 点乘得到滤波后的图像的傅立叶图像 B'；
- 7) 利用 ifft2 对 B'进行反傅立叶变换；
- 8) 对 B'中每个数字取实部；
- 9) 对矩阵 B'坐标为(x, y)上的数值乘以 $(-1)^{x+y}$ 获得滤波后图像的空域表示；

结果展示：





随着 $D_0$ 的减少，图像趋于平滑，细节损失更多，变得更加模糊。

解释：

- 1) 频域：首先观察低通滤波公式 $H(u, v) = \frac{1}{1 + \frac{D^2(u, v)}{D_0^2}}$ ，随着离中心的距离逐渐增大， $H(u, v)$ 就会逐渐减小，即高频部分的幅值遭到抑制，低频部分的幅值得到加强，这样反傅立叶变换回去，低频部分保留，高频部分损失，从而达到过滤去高频的效果。随着 $D_0$ 的减少，意味着判定为高频的门槛降低，那么会有更多高频部分的损失，所以图像会变得更加模糊。
- 2) 空域：根据卷积定理，对图像在频域上做滤波操作，相当于在空域上做卷积。随着 $D_0$ 的减少，低通滤波公式的尖峰的宽度逐渐减小，对该滤波器做反傅立叶变换，会发现滤波器对应的卷积模板的宽度变大，这说明对更大的区域做卷积，并且这个卷积是求该区域的均值的运算，那么说明对细节的损失更大，这也应证了上面的滤波结果。

2. 采用同态滤波来增强图像'office.jpg'细节，对数频域滤波器为：

$$H(u, v) = (\gamma_H - \gamma_L) \left[ 1 - e^{-c \left[ \frac{D^2(u, v)}{D_0^2} \right]} \right] + \gamma_L$$

- (1) 参数选择：参考 $\gamma_H = 2, \gamma_L = 0.25, C = 1$ 。
- (2) 自己尝试不同的 $D_0$ 以得到最好的结果。
- (3) 如将滤波器替换成一阶 Butterworth 高通滤波器，比较滤波结果。

算法描述：

- 1) 读取图像的像素矩阵 A，通过 im2double 转为 double 类型，矩阵的行数为 m，列数为 n，对矩阵 A 的每个元素加一取对数；
- 2) 用 0 将矩阵 A 填充为行数 2m、列数 2n 的矩阵 B，其中(1:m, 1:n)为矩阵 A，其余为 0；
- 3) 对矩阵 B 坐标为(x, y)上的数值乘以 $(-1)^{x+y}$ ；
- 4) 利用 fft2 函数对 B 进行傅立叶变换；
- 5) 如下对数频域滤波器：

$$H(u, v) = (\gamma_H - \gamma_L) \left[ 1 - e^{-c \left[ \frac{D^2(u, v)}{D_0^2} \right]} \right] + \gamma_L$$

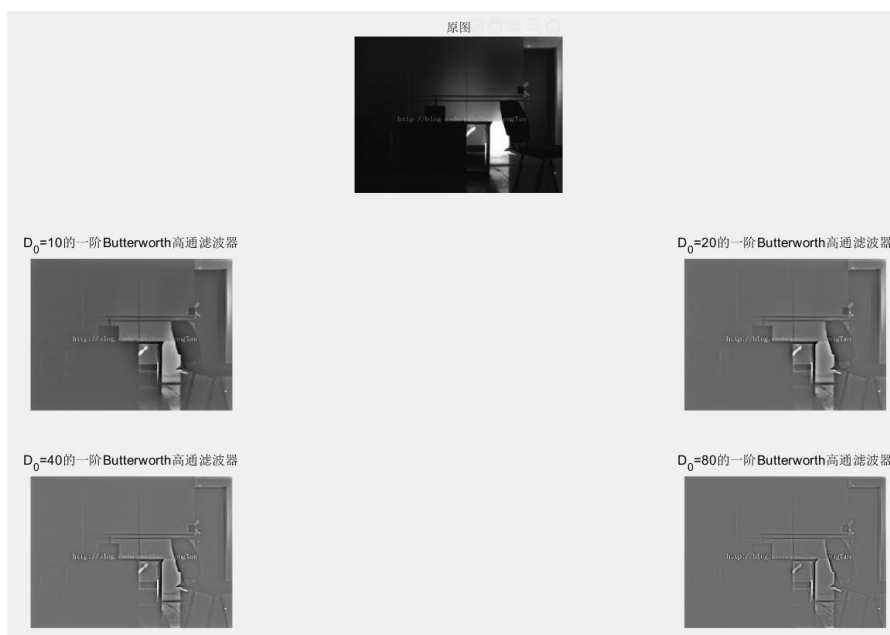
- 6) B 与 H 点乘得到滤波后的图像的傅立叶图像 B'；
- 7) 利用 ifft2 对 B'进行反傅立叶变换；
- 8) 对 B'中每个数字取实部；
- 9) 对矩阵 B'坐标为(x, y)上的数值乘以 $(-1)^{x+y}$ ；
- 10) 矩阵 B'每个元素变为 $B'(x, y) = e^{B'(x, y)} - 1$ ，获得同态滤波之后图像的空域表示；
- 11) 一阶 Butterworth 高通滤波器的过程同上；

结果展示：

- 1) 同态滤波 $D_0 = 5, 50, 500, 1000$ 的效果：



2) 一阶 Butterworth 高通滤波器 $D_0 = 10, 20, 40, 80$ 的效果:



同态滤波在 $D_0 = 50, 500$ 的时候效果比较好，可以看清右下角椅子的椅腿；一阶 Butterworth 高通滤波在 $D_0 = 10, 20$ 效果也比较好，可以看清右半边的细节，但亮度过亮。但两种滤波器都不能看清左半边图像的细节。