中山大学本科生考试答题纸

学院(系)…………专业…………级

考试科目…………　成绩评定…………

考生姓名…………　教师签名…………

学　　号…………　　年　　月　　日

警示《中山大学授予学士学位工作细则》第七条："考试作弊者不授予学士学位。"

装　订　线

作业1：

1. 设无向图有10条边，3度与4度顶点各2个，其余顶点的度数小于3，问G中至少有几个顶点？在最少顶点的情况下，写出G的度序列、$\Delta(G)$和$\delta(G)$。

解：设G中其余顶点有x个，每个顶点的度数小于等于2。由握手定理，

$$2\times10\leq3\times2+4\times2+2x \quad 得\ x\geq3。$$

故G中至少有$2+2+x=7$个顶点。在最少顶点的情况下，G的度序列是：$(4,4,3,3,2,2,2)$，$\Delta=4$，$\delta=2$。

2. 证明：若G是简单图，则$\varepsilon\leq\binom{v}{2}$。其中：$v=|V(G)|$，$\varepsilon=|E(G)|$，$\binom{v}{2}$表示$v$个中取2个的组合数。

证明：在简单无向图中，对任一顶点v，v至多与其余每个顶点相邻，故$d(v)\leq v-1$。故

$$2\varepsilon=\sum_{v\in V}d(v)\leq\sum_{v\in V}(v-1)=v(v-1)，从而\ \varepsilon\leq\frac{v(v-1)}{2}=\binom{v}{2}.$$

3. 设v阶无向简单图为3-正则图（即所有顶点的度数均为3），且边数ε与v满足$2v-3=\varepsilon$，问这样的无向图有几种非同构的情况？

解：由握手定理$2\varepsilon=\sum_{v\in V}d(v)=3v$，再由题目条件：

$2V-3=\varepsilon$，解得：$V=6$ ，$\varepsilon=9$

非同构的图有：