

求解线性递推关系

线性齐次递推关系

$$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \dots + c_k a_{n-k}$$

求解线性齐次递推关系

- 利用第一个式子求特征根 r ，将原递推关系表示成第二个式子

$$a_n = r^n$$
$$a_n = \alpha_1 \cdot r_1^n + \alpha_2 \cdot r_2^n + \dots$$

- 如果给出初始条件，则带入求得各个系数，从而得出 a_n

分治算法和递推关系

$$f(n) = a \cdot f\left(\frac{n}{b}\right) + g(n)$$

- 其中 a 为子问题个数， $\frac{n}{b}$ 为子问题规模， $g(n)$ 为额外工作

容斥原理

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

- 上式可推广至 n 集合的容斥原理

有用的结论

满射函数的个数

- m 个元素的集合映射到 n 个元素的集合上，共有以下多种情况

$$n^m - C(n, 1)(n-1)^m + C(n, 2)(n-2)^m \dots + (-1)^n C(n, n-1)1^m$$

全排列个数

$$D_n = n! [1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} \cdots + (-1)^n \frac{1}{n!}]$$