

存贮策略问题解答

1. 两个确定性存贮策略的关系及缺货现象分析

两个确定性存贮策略的关系

确定性存贮模型主要分为两类：

- 不允许缺货模型**（如§4.1模型）：每次进货后库存逐渐消耗至零，订货周期和订货量通过平衡订货费与库存费确定，目标是最小化单位时间总成本。
- 允许缺货模型**：允许库存缺货并后续补足，需额外考虑缺货成本，总成本包含订货费、库存费和缺货费。

二者的核心区别在于是否允许缺货，并由此导致成本结构的差异。不允许缺货模型通过精确控制进货周期和订货量完全避免缺货成本，而允许缺货模型通过权衡缺货成本与库存成本优化策略。

特定前提下的最优策略分析

在“经营物品单一，市场需求恒定，市场开放”的前提下，最优进货策略应不允许缺货。原因如下：

- 需求恒定时，可通过精确计算经济订货批量（EOQ）使库存刚好满足周期内需求，避免缺货。
- 若允许缺货，虽然可能减少库存费，但缺货成本（如信誉损失、订单流失）在确定需求下无法通过优化抵消，反而增加总成本。
- §4.1的模型通过优化周期 $T = \sqrt{\frac{2c_1}{c_2}}$ ，平衡订货费与库存费，此时总成本最低且无缺货，符合目标。

2. 报童卖报问题的最优购入量与最优性条件推导

参数与模型修正

- 进价 $b = 1$ ，售价 $c = 2$ ，回收价 $a = 0.1$ ，需求 $r \sim N(1000, 100^2)$ 。
- 修正利润函数：

$$f(n, r) = \begin{cases} (c - b)r - (b - a)(n - r) & \text{若 } r \leq n \\ (c - b)n & \text{若 } r > n \end{cases}$$

其中，单件利润 $c - b = 1$ ，残值损失 $b - a = 0.9$ 。

最优购入量计算

根据报童模型最优性条件，临界分位数满足：

$$P(r \leq n^*) = \frac{c - b}{(c - b) + (b - a)} = \frac{1}{1 + 0.9} \approx 0.5263$$

对 $r \sim N(1000, 100^2)$ ，求解 n^* ：

1. 查标准正态分布表， $\Phi(z) = 0.5263$ 对应 $z \approx 0.075$ 。
2. 计算 $n^* = \mu + z \cdot \sigma = 1000 + 0.075 \times 100 = 1007.5$ ，取整为 **1008 份**。

最优性条件推导与经济涵义

对期望利润 $\mathbb{E}[f(n)]$ 求导并令导数为零：

$$\frac{d}{dn} \mathbb{E}[f(n)] = (c - b) \cdot P(r > n) - (b - a) \cdot P(r \leq n) = 0$$

化简得：

$$P(r \leq n^*) = \frac{c - b}{(c - b) + (b - a)}$$

经济涵义：最优购入量使边际销售收益（多购入一份的期望利润）等于边际残值损失（多购入一份卖不出的期望损失），达到风险与收益的平衡。

3. (s, S) 随机存贮策略模型的缺陷

课程模型结论的缺陷

课程模型中， S （最大库存水平）的取值与一次性进货费用无关，与现实不符。缺陷原因如下：

1. **忽略固定订货费的影响：**实际 (s, S) 策略中，订货费是决定 S 的关键因素。若订货费较高，应增大 S 以减少订货次数；但模型中未将此纳入优化条件。
2. **模型假设不完整：**可能仅聚焦于库存持有成本与缺货成本，未将固定订货费作为决策变量，导致 S 仅由需求分布和库存成本决定。
3. **数学推导疏漏：**在求解最优 S 时，可能错误地消去了与订货费相关的项，或未在目标函数中体现订货费的影响。