



# Logistic Regression

劉柏均

2018/05/22

# Logistic Regression

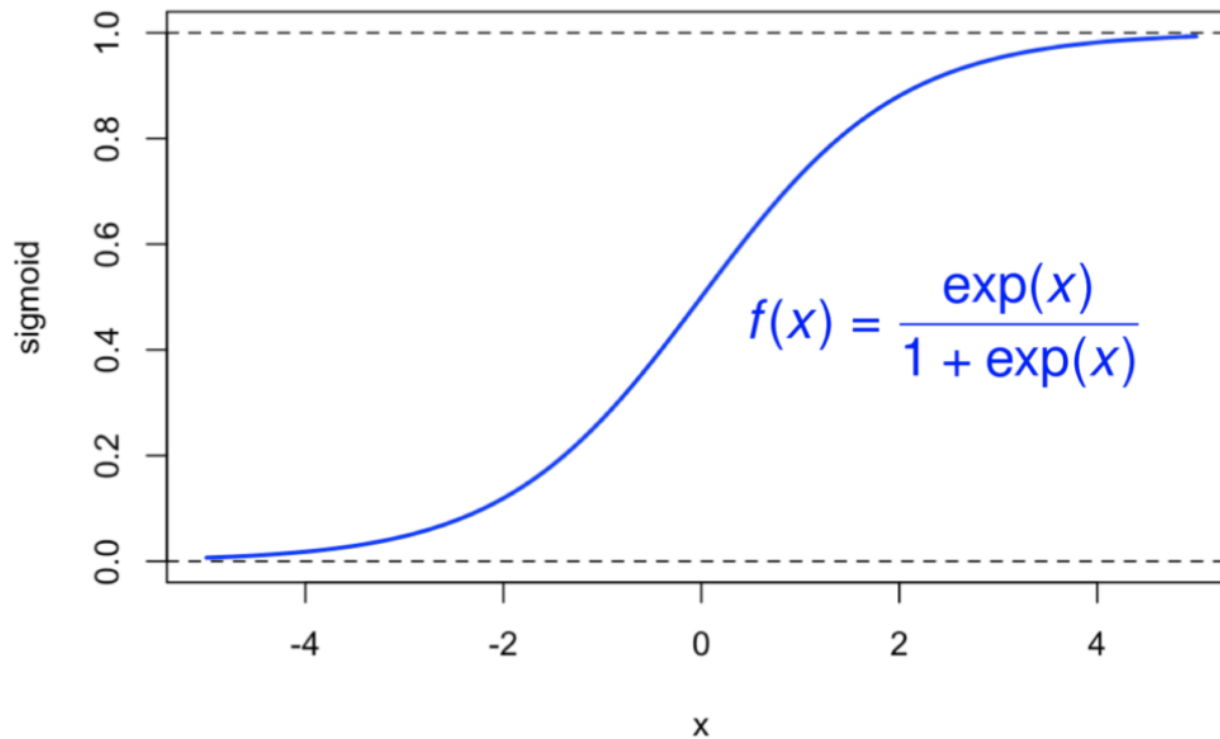
- 本質：分類模型
- 用途：用於二元分類或者多元分類
- 精神：當 $X$ 變動一單位時，對於勝算比的影響

$$\boxed{\log \left( \frac{P(Y = 1|X)}{1 - P(Y = 1|X)} \right)} = \boxed{\beta_0 + \beta_1 X}$$

Log Odds (對數勝率) 線性迴歸

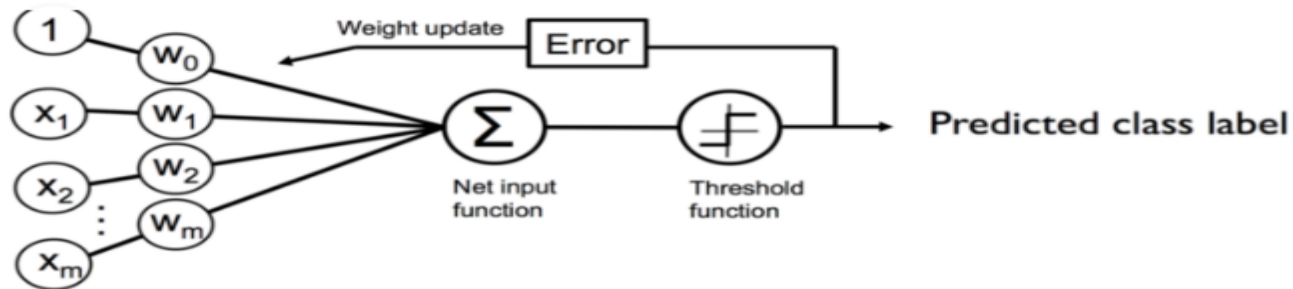
# Logistic Regression

Sigmoid Function Plot

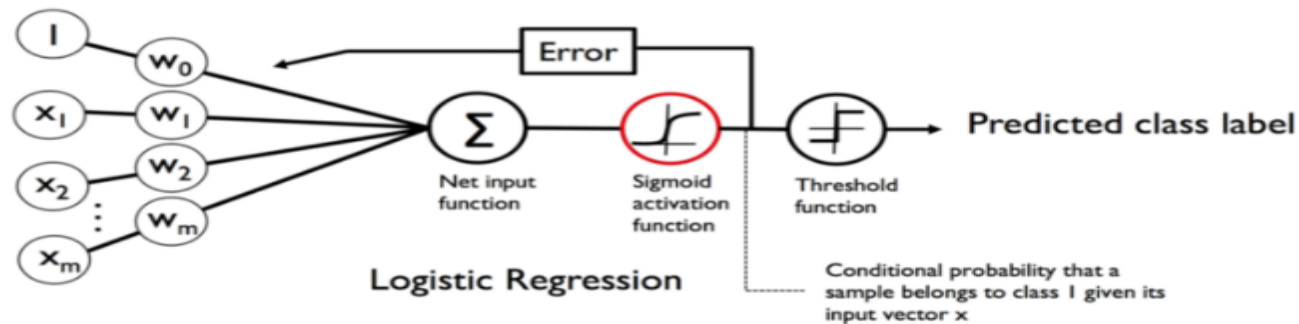


# Logistic Regression

## Medium



Perceptron



Logistic Regression

Perceptron以及Logistic Regression模型的差異

# Logistic Regression

## 運用「最大概似法」估計參數

由於  $P(Y=1|X)$  未知，無法運用最小平方方法估計。

	X	Y	
個體 1	$X_1$	$Y_1$	$\rightarrow p_1 \equiv P(Y=1 X_1) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 X_1)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 X_1)}$
個體 2	$X_2$	$Y_2$	
個體 3	$X_3$	$Y_3$	
個體 4	$X_4$	$Y_4$	
...	...	...	
個體 n	$X_n$	$Y_n$	$\rightarrow p_n \equiv P(Y=1 X_n) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 X_n)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 X_n)}$

若  $Y_1 = 1$ ，則得到  $p_1$  分數；  
 若  $Y_1 = 0$ ，則得到  $1-p_1$  分數。  
 該個體獲得分數 =  $(p_1)^{Y_1}(1-p_1)^{1-Y_1}$

找到一組參數  $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$  最大化概似函數

$$\mathcal{L}(\beta_0, \beta_1) = \prod_{i=1}^n p_i^{y_i} (1 - p_i)^{1-y_i} \circ$$

分數乘積



# Logistic Regression

- DEMO

# Logistic Regression

## 廣義邏輯斯迴歸模型(generalized logistic regression model)

此模型首先指定某一組為參考組，接著其他組一一與此參考組做比較，其數學式如下：

$$\log\left(\frac{\pi_j}{\pi_1}\right) = \alpha_j + \beta_j x, j = 2, \dots, J$$

若反應變數分三類，例如不重要、中等重要、很重要，則可得兩個數學式如下：

$$\log\left(\frac{\pi_{\text{中等重要}}}{\pi_{\text{不重要}}}\right) = \alpha_2 + \beta_2 x, \text{ 及 } \log\left(\frac{\pi_{\text{很重要}}}{\pi_{\text{不重要}}}\right) = \alpha_3 + \beta_3 x,$$

# Thank you

## 智慧財產權聲明

本資料各項內容之各項權利及智慧財產權（包括但不限於著作權、專利權、商標權等）均屬玉山商業銀行股份有限公司（以下簡稱「玉山銀行」）所有。除非獲得玉山銀行事前書面同意外，均不得擅自以任何形式複製、重製、修改、發行、上傳、張貼、傳送、散佈、公開傳播、販售或其他非法使用本資料。除非有明確表示，本資料之提供並無明示或暗示授權貴方任何著作權、專利權、商標權、商業機密或任何其他智慧財產權。

## Intellectual Property Rights

The rights and the intellectual property rights (including but not limited to the copyrights, patents and trademarks, and etc.) of the Material belongs to E.SUN Commercial Bank, Ltd. (hereinafter referred to as "E.SUN"). Any copy, reproduction, modification, upload, post, distribution, transmission, sale or illegal usage of the

Material in any way shall be strictly prohibited without the prior written permission of E.SUN. Except as expressly provided herein, E.SUN does not, in providing this Material, grant any express or implied right to you under any patents, copyrights, trademarks, trade secret or any other intellectual property rights.