Part1: Rendering

2. 가시성 판단

Outline

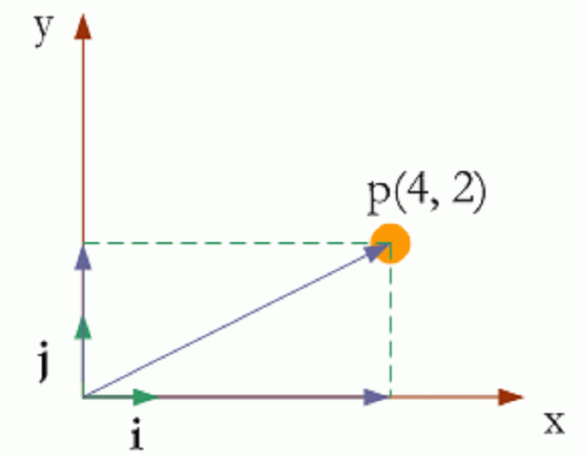
I. Background
II. 후면
III. 절단
IV. 은면 제거

1. Background

- Vector
- 평면표현
- 지엘의 법선벡터

1.1 Vector

- 정규화 벡터(Normalized Vector)



$$| \boldsymbol{p} | = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

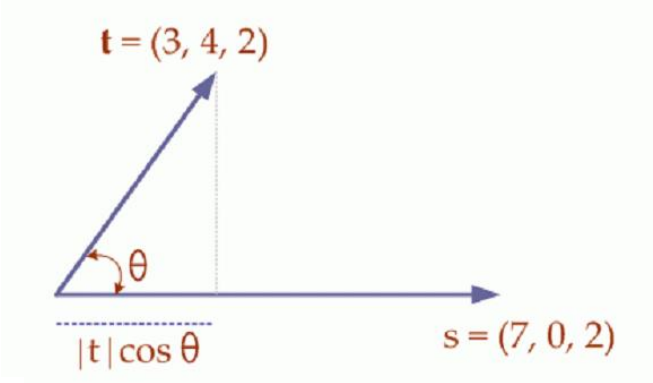
$$\boldsymbol{p'} = \left(\frac{x}{| \boldsymbol{p} |}, \frac{y}{| \boldsymbol{p} |}, \frac{z}{| \boldsymbol{p} |}\right)$$

$$= \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)$$

1.1 Vector

- 내적(Inner Product, Dot Product)

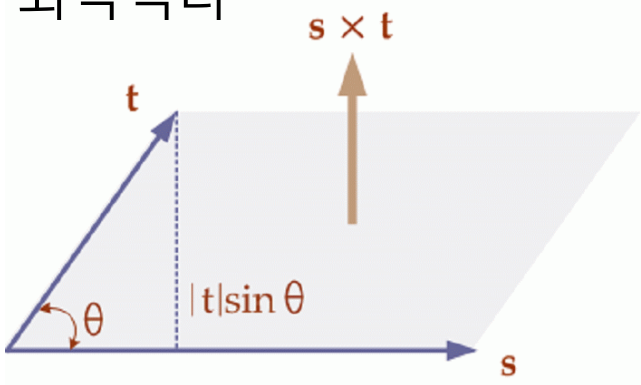
$$\boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{t} = |\,\boldsymbol{s}\,||\,\boldsymbol{t}\,|\cos\theta = s_x t_x + s_y t_y + s_z t_z$$

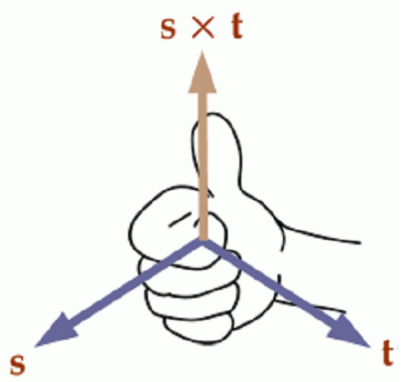


- 외적(Outer Product, Cross Product)

$$\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{t} = |\,\boldsymbol{s}\,||\,\boldsymbol{t}\,|\sin\theta\,\boldsymbol{n}$$
$$= (s_y t_z - s_z t_y,\ -s_x t_z + s_z t_x,\ s_x t_y - s_y t_x)$$
$$\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{t} = -\boldsymbol{t} \times \boldsymbol{s}$$

- 정규화 법선벡터 = 정규화 외적벡터

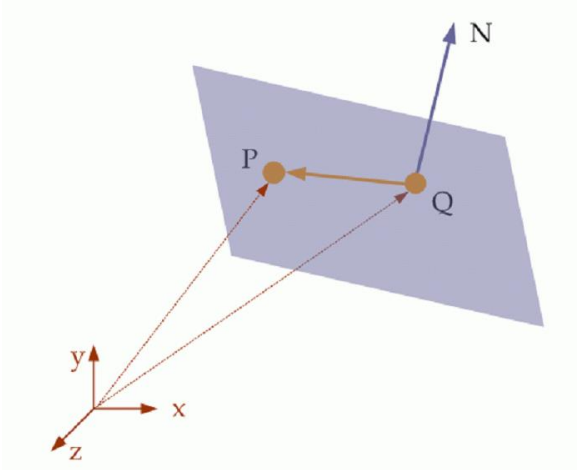




1.2 평면 표현

$$(P - Q) \cdot \boldsymbol{N} = 0$$

$$P \cdot \boldsymbol{N} = Q \cdot \boldsymbol{N}$$



$$(x, y, z) \cdot (A, B, C) = Q \cdot \boldsymbol{N}$$

$$Ax + By + Cz = Q \cdot \boldsymbol{N}$$

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

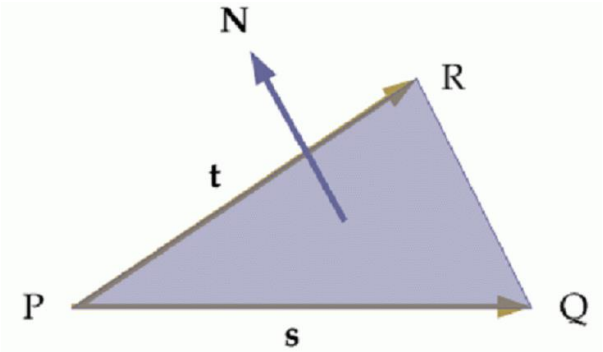
1.3 지엘의 법선벡터

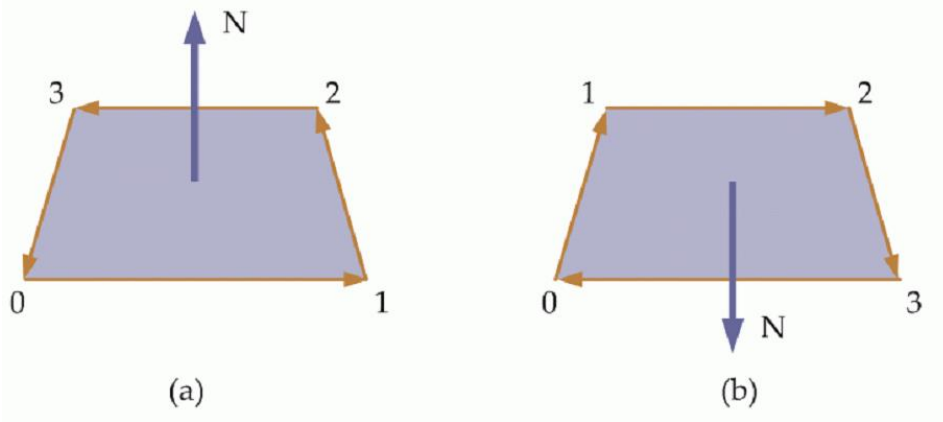
- 법선 벡터 방향: 오른 손을 명시된 정점 순으로 감싸 쥐었을 때 엄지방향

$$s = (Q_x - P_x, Q_y - P_y, Q_z - P_z)$$

$$t = (R_x - P_x, R_y - P_y, R_z - P_z)$$

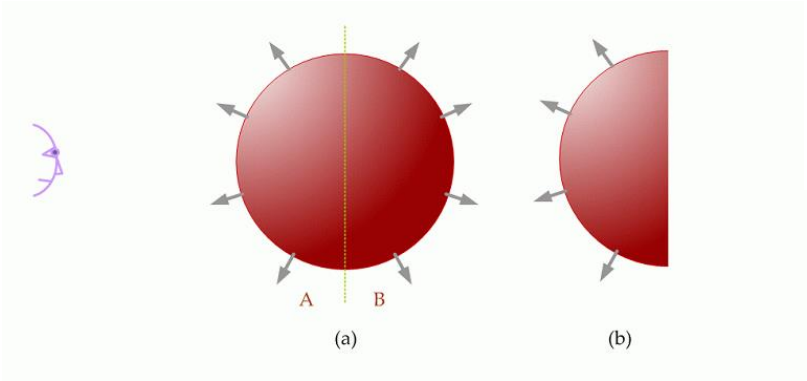
$$N = s \times t$$

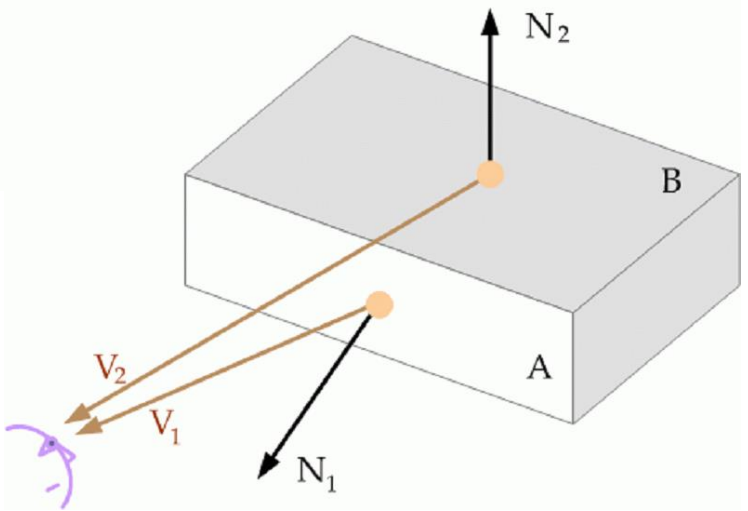




2. 후면

- 전면(Front-facing polygon) 과 후면(Back-facing polygon)
- 후면 제거 (Backface Culling, Backface Removal)

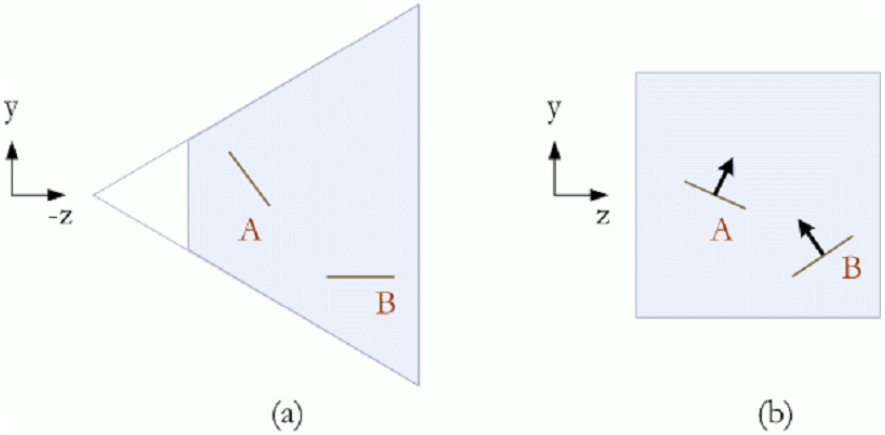


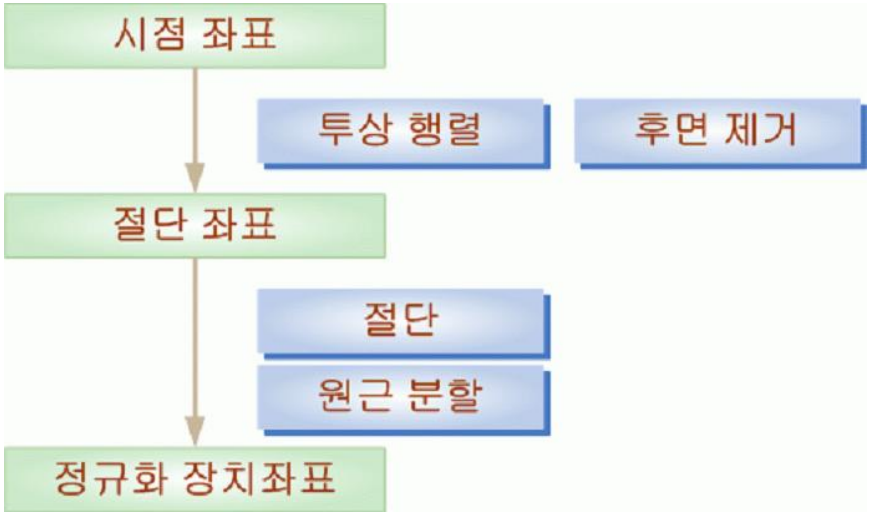


$$Backface = (N \cdot V < 0) = (|N||V|\cos\theta < 0)$$

2.1 지엘의 후면 제거

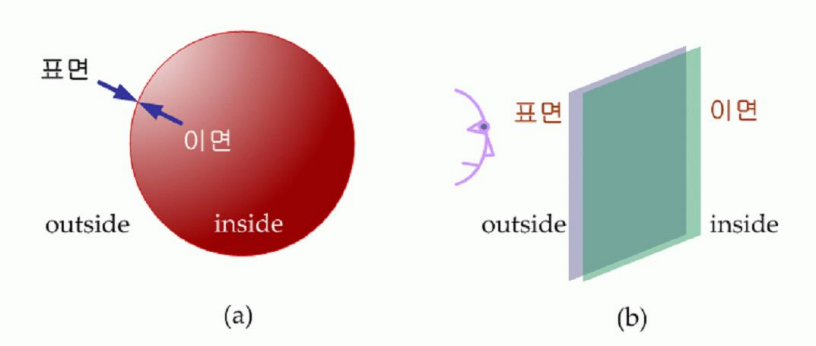
- 정규화 가시부피에서는 법선벡터의 z 값만으로 판단 가능

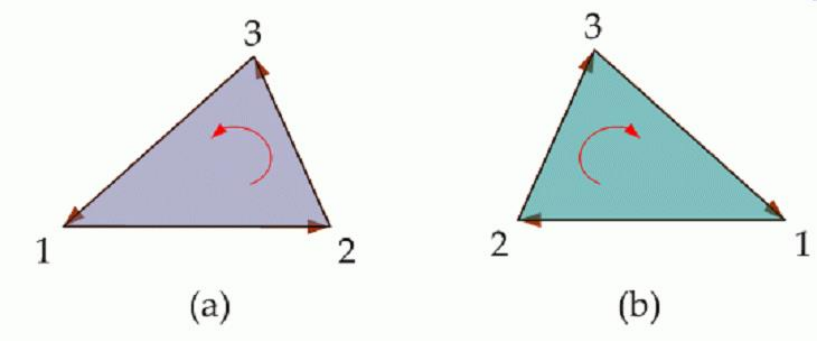




2.2 표면과 이면

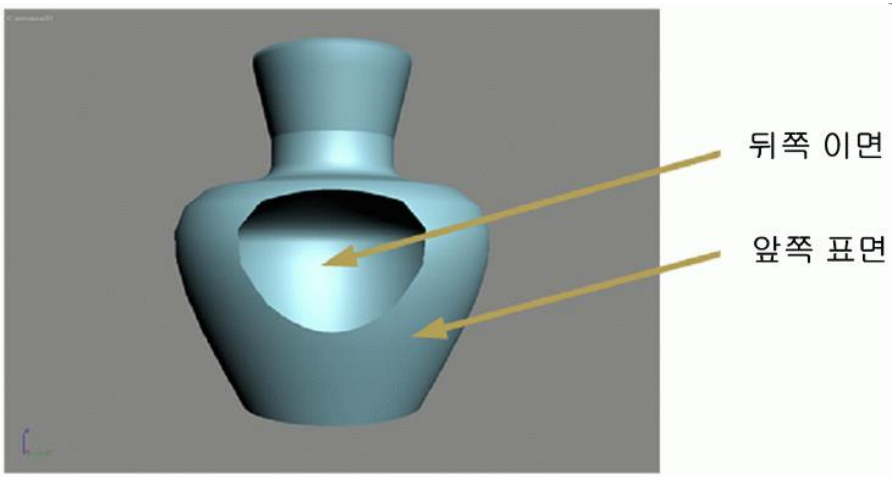
- 하나의 면 = 표면 + 이면
- 표면: 반시계방향으로 정의 된 면
- 이면: 시계방향으로 정의 된 면





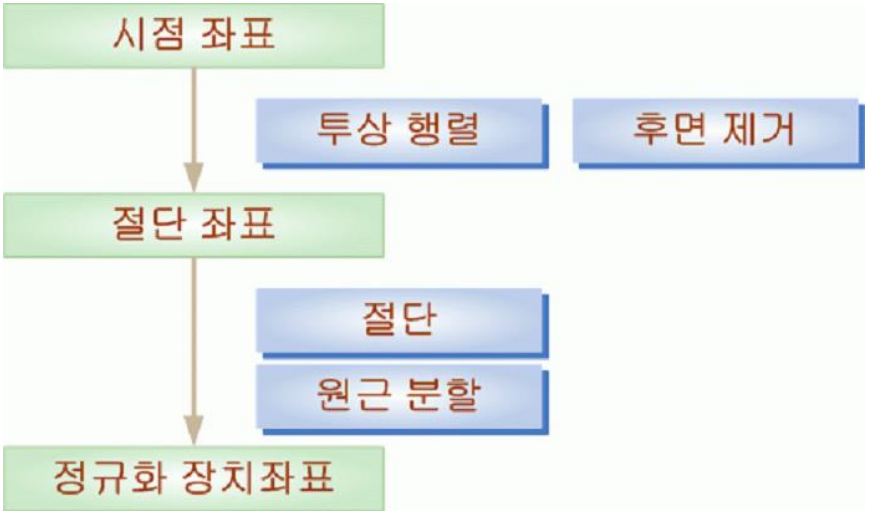
2.2.1 후면의 이면

- 시점이 결정되면 다각형의 표면과 이면 중 하나의 면만 보임
- 후면의 이면 = 표면



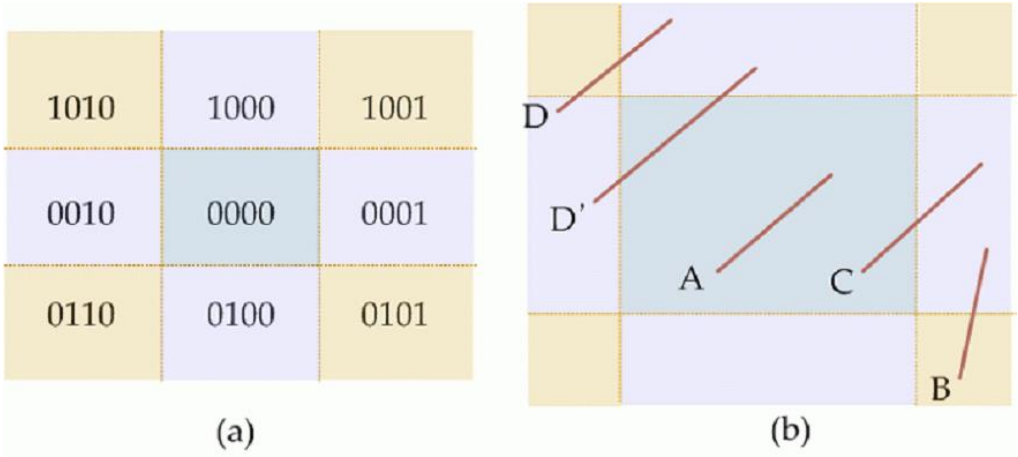
3. 절단

- 2차원 절단
  : 윈도우(Window), 뷰포트(Viewport), 시저 박스(Scissor Box)
- 3차원 절단
  : 가시부피(View Volume)
- 절단 다각형
  : 절단 사각형(Clip Rectangle)



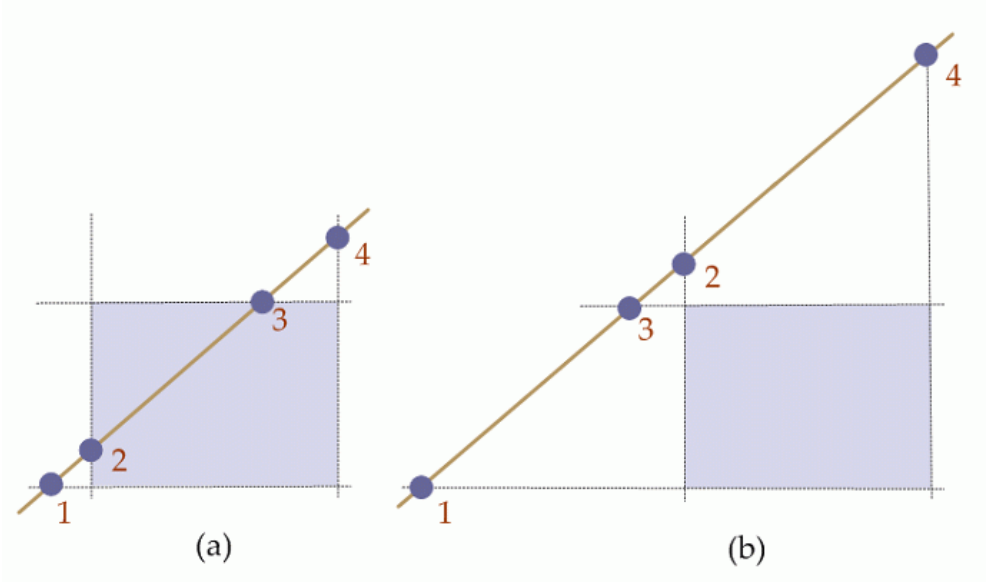
2.1 코헨 서더랜드 알고리즘

- 4비트 아웃코드(Outcode)
- 테스트 1) E1 = E2 = 0000 : 완전히 사각형 내부 선분이므로 보이는 선분으로 판정한다. (선분 A)
- 테스트 2) E1 & E2 != 0000 : 선분이 온전히 절단 사각형 밖에 있으므로 제거한다. (선분 B)
- 테스트 3) E1 != 0000, E2 = 0000 (또는 그 반대) : 교차점 계산에 의해 절단한다. (선분 C)
- 테스트 4) E1 & E2 = 0000
  - 양끝점이 모두 절단 사각형 밖에 있지만 서로 다른 선분이다.
  - 교차점 계산에 의해 절단한다. (선분 D, D')



2.2 리앙-바스키알고리즘

- 교차점에서의 파라미터 값의 순서를 기준으로 여러가지 경우를 판단 (하변, 좌편, 상변 우변과 선분의 교차점)
- 리랑-바스키 알고리즘은 어디에서 어디까지 남겨지는 구간인지를 한번에 판단 가능 (코헨 서더랜드에 비해 강점)



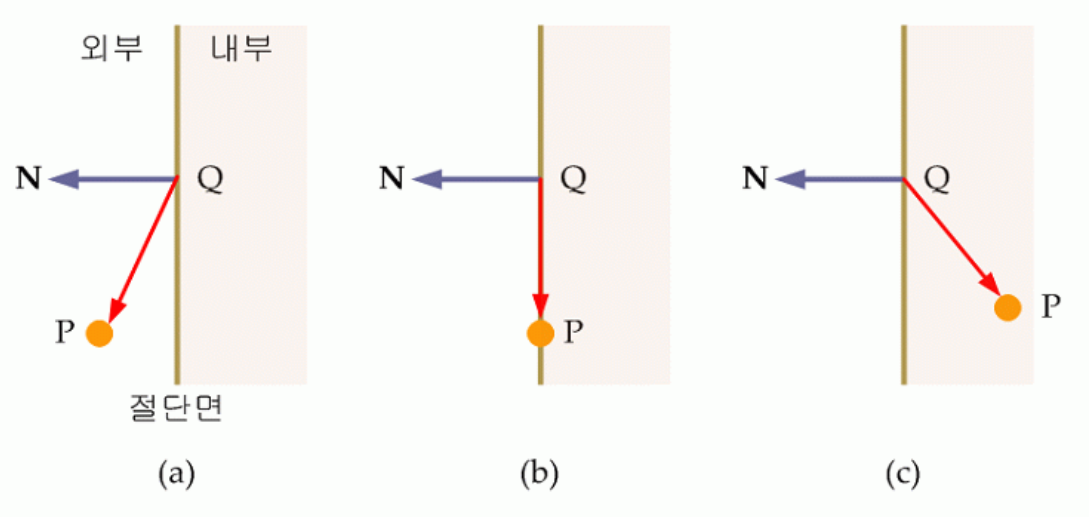
$0 < t_1 < t_2 < t_3 < t_4$

$0 < t_1 < t_3 < t_2 < t_4$

2.3 정점의 내외부 판정

- 절단 알고리즘의 대부분이 어떤 점이 주어진 절단선 또는 내부인지 외부인지 판단하는 데에서 출발.

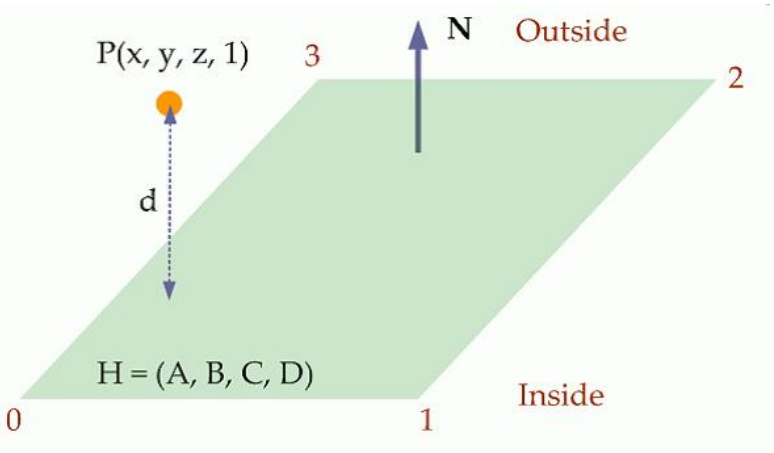
2.3.1 법선 벡터 이용



$$(P-Q)\cdot N>0 \; iff \; P is \; Outside \; the \; Clip \; Plane$$
$$(P-Q)\cdot N=0 \; iff \; P is \; on \; the \; Clip \; Plane$$
$$(P-Q)\cdot N<0 \; iff \; P is \; Inside \; the \; Clip \; Plane$$

2.3.2 동차 좌표 이용

- 점과 평면간의 거리
  - 법선벡터 방향이 면의 외부로 정의됨



$$d = H \cdot P = (A, B, C, D) \cdot (x, y, z, 1) = Ax + By + Cz + D$$

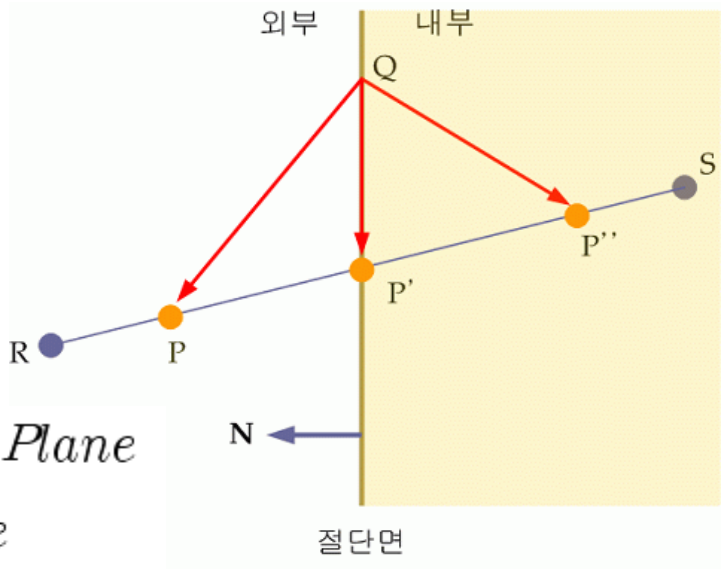
$$Ax + By + Cz + D > 0 \; iff \; P is \; Outside \; the \; Clip \; Plane$$

$$Ax + By + Cz + D = 0 \; iff \; P is \; on \; the \; Clip \; Plane$$

$$Ax + By + Cz + D < 0 \; iff \; P is \; Inside \; the \; Clip \; Plane$$

2.4 교차점 계산

$$p(t) = R + t(S - R) = (1 - t)R + tS$$
$$x(t) = (1 - t)R_x + tS_x$$
$$y(t) = (1 - t)R_y + tS_y$$
$$z(t) = (1 - t)R_z + tS_z$$

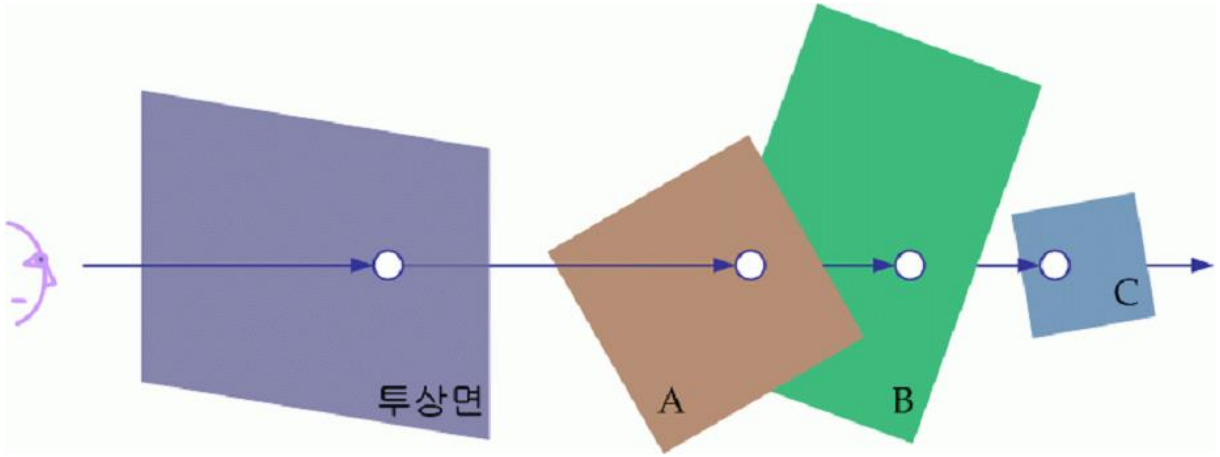


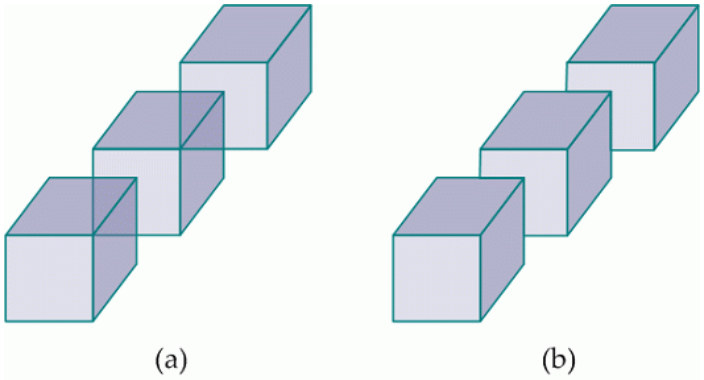
$$(p(t) - Q) \cdot N > 0 \; iff \; P is Outside the Clip Plane$$
$$(p(t) - Q) \cdot N = 0 \; iff \; P is on the Clip Plane$$
$$(p(t) - Q) \cdot N < 0 \; iff \; P is Inside the Clip Plane$$

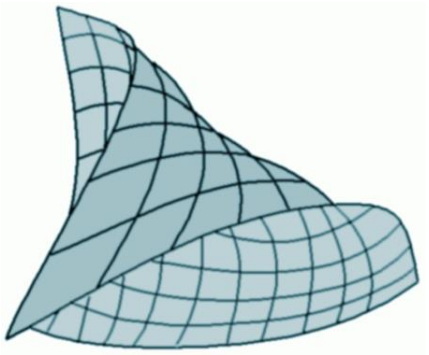
$$p(t) \cdot N = Q \cdot N$$
$$(R + t(S - R)) \cdot N = Q \cdot N$$
$$t = (Q - R) \cdot N / (S - R) \cdot N$$

3. 은면 제거

- Hidden Surface Removal
  - 앞 물체에 가려서 안 보이는 부분
  - 물체의 깊이정보(z값)를 기준으로 판단

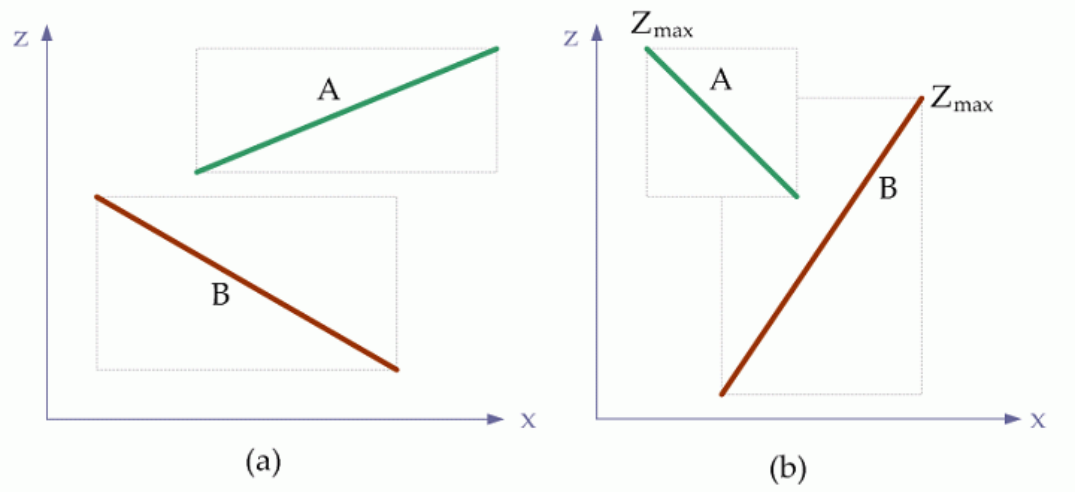






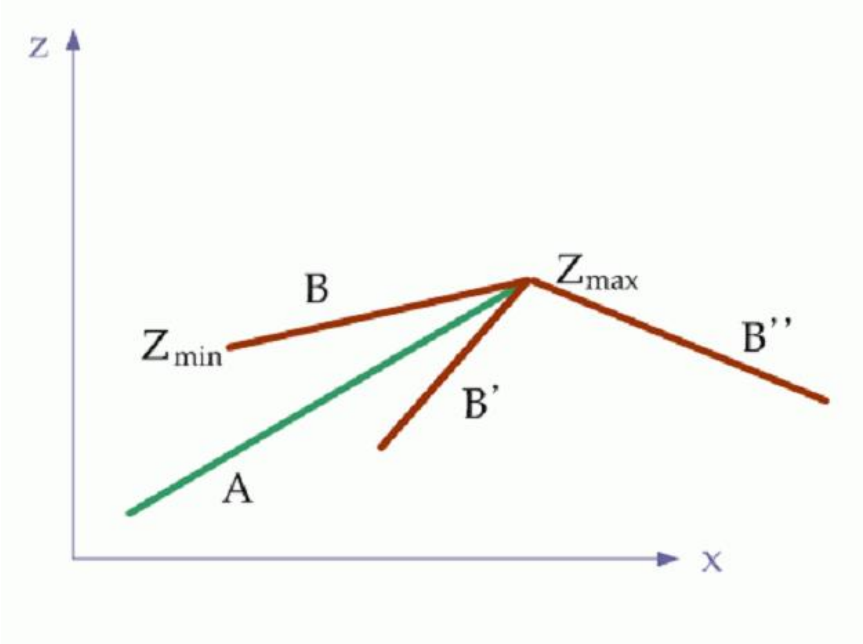
3.1 페인터 알고리즘

- 멀리 있는 배경위에 가까운 물체를 덧칠
  - 깊이 정렬(Depth Sort)이 필요
  - Zmax를 기준으로 물체를 정렬



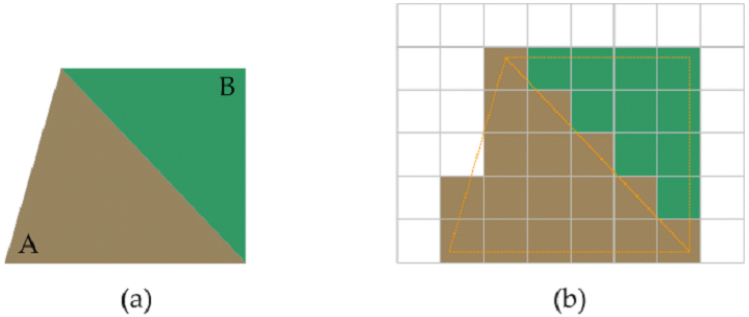
3.1 페인터 알고리즘

- B‘, B‘‘
  - Zmin이 A의 Zmin보다 앞에 있으면 그것을 나중에 그려야 함.
- B
  - Zmin이 A의 Zmin보다 뒤에 있으면 그것을 먼저 그려야 함.
- B‘‘
  - x 또는 y 범위가 서로 중첩되지 않으므로 어느 것을 먼저 그리던지 무관함.



3.2 지-버퍼 알고리즘

- 깊이버퍼라고 부르는 하드웨어 메모리를 사용
- 물체공간 vs. 화소공간
  - 결국 화소공간으로 사상
  - 화소공간 해상도로 은면을 판단하면 됨



- 지-버퍼 알고리즘의 시선