

# METODA MARQUARDTA

Implementacja algorytmu optymalizacyjnego w języku Julia

Konrad Roszczyniański  
2019-05-16

# Spis Treści:

1. Opis projektu
  - a. Ogólnie
  - b. Sposób działania
2. Harmonogram prac
3. Źródła

# 1. Opis Projektu

## a. Ogólny opis

W metodzie Marquardta, stosuje się na początku metodę Cauchy'ego, a następnie wykorzystuje się metodę Newtona.

Metoda Cauchy'ego jest używana do rozwiązywania problemu minimalizacji funkcji.

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - \lambda \nabla \Phi(\mathbf{x}_i),$$

W ogólnym przypadku jest ona wolno zbieżna, więc korzystając z wiedzy o drugiej pochodnej minimalizowanej funkcji w badanym punkcie możemy skorzystać z rozwinięcia gradientu minimalizowanej funkcji w szereg Taylora.

$$\nabla \Phi(\mathbf{x}) = \nabla \Phi(\mathbf{x}_0) + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)^T \nabla^2 \Phi(\mathbf{x}_0) + \dots$$

Wtedy przyjmujemy przybliżenie kwadratowe funkcji  $\Phi$  w otoczeniu  $\mathbf{x}_0$  do rozwiązania równania  $\nabla \Phi(\mathbf{x}) = 0$ . W ten sposób otrzymujemy metodę Gaussa-Newtona opisaną schematem:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - (\nabla^2 \Phi(\mathbf{x}_i))^{-1} \nabla \Phi(\mathbf{x}_i),$$

Kenneth Levenberg zauważył, że opisane metody (największego spadku i Gaussa-Newtona) nawzajem się uzupełniają i zaproponował następującą modyfikację kroku metody:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - (\mathbf{H}(\mathbf{x}_i) + \lambda \mathbf{I})^{-1} \nabla \Phi(\mathbf{x}_i),$$

Donald Marquardt zauważył, że nawet w sytuacji gdzie hesjan jest niewykorzystywany można wykorzystać informację zawartą w drugiej pochodnej minimalizowanej funkcji, poprzez skalowanie każdego komponentu wektora gradientu w zależności od krzywizny w danym kierunku (co pomaga w źle uwarunkowanych zadaniach minimalizacji typu *error valley*). Po uwzględnieniu

poprawki Marquardta otrzymujemy następującą postać kroku metody:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - (\mathbf{H}(\mathbf{x}_i) + \lambda \text{diag}[\mathbf{H}])^{-1} \nabla \Phi(\mathbf{x}_i),$$

## b. Sposób działania

- i. Wybierz maksymalną liczbę iteracji  $M$ , punkt początkowy oraz parametr zakończenia  $\epsilon$ . Ustal  $k = 0$  oraz  $\lambda(0) = 10^4$  (duża liczba).
- ii. Oblicz  $\nabla f(\mathbf{x}(k))$
- iii. Jeśli  $\|\nabla f(\mathbf{x}(k))\| \leq \epsilon$ , Zakończ;  
Jeśli  $k \geq M$ ; Zakończ;  
W przeciwnym razie idź do kroku 4).
- iv. Oblicz  $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) - h \nabla^2 f(\mathbf{x}(k)) + \lambda(k) \nabla f(\mathbf{x}(k))$
- v. Jeśli  $f(\mathbf{x}(k+1)) < f(\mathbf{x}(k))$ , idź do kroku 6); W przeciwnym przypadku idź do kroku 7).
- vi. Ustal  $\lambda(k+1) = \frac{1}{2} \lambda(k)$ ,  $k = k + 1$  i idź do kroku 2).
- vii. Ustal  $\lambda(k+1) = 2\lambda(k)$  i idź do kroku 4).

## 2. Harmonogram Prac

Cel	Termin
Stworzenie specyfikacji projektu	17.05.19
Utworzenie niegenerycznej funkcji	24.05.19
Ukończenie generycznej funkcji	10.06.19
Ukończenie dokumentacji projektu	14.06.19

## 3. Źródła

- a. [„Metody Optymalizacji” – Michał Lewandowski](#)
- b. [Wikipedia](#)