# METODA MARQUARDTA

Implementacja algorytmu optymalizacyjnego w języku Julia

Konrad Roszczynialski
2019-05-16

# Spis Treści:

# 1. Opis Projektu

## a. Ogólny opis

W metodzie Marquardta, stosuje się na początku metodę Cauchy'ego, a następnie wykorzystuje się metodę Newtona.
Metoda Cauchy'ego jest używana do rozwiązania problemu minimalizacji funkcji.
$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - \lambda \nabla \Phi(\mathbf{x}_i),$
W ogólnym przypadku jest ona wolno zbieżna, więc korzystając z wiedzy o drugiej pochodnej minimalizowanej funkcji w badanym punkcie możemy skorzystać z rozwinięcia gradientu minimalizowanej funkcji w szereg Taylora.
$\nabla\Phi(\mathbf{x}) = \nabla\Phi(\mathbf{x}_0) + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)^T \nabla^2 \Phi(\mathbf{x}_0) + \dots$
Wtedy przyjmujemy przybliżenie kwadratowe funkcji $\Phi$ w otoczeniu $\mathbf{x}_0$ do rozwiązania równania $\nabla\Phi(\bar{\mathbf{x}}) = 0$ W ten sposób otrzymujemy metodę Gaussa-Newtona opisaną schematem:
$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - (\nabla^2 \Phi(\mathbf{x}_i))^{-1} \nabla\Phi(\mathbf{x}_i),$
Kenneth Levenberg zauważył, że opisane metody (największego spadku i Gaussa-Newtona) nawzajem się uzupełniają i zaproponował następującą modyfikację kroku metody:
$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - (\mathbf{H}(\mathbf{x}_i) + \lambda \mathbf{I})^{-1} \nabla\Phi(\mathbf{x}_i),$
Donald Marquardt zauważył, że nawet w sytuacji gdzie hesjan jest niewykorzystywany można wykorzystać informację zawartą w drugiej pochodnej minimalizowanej funkcji, poprzez skalowanie każdego komponentu wektora gradientu w zależności od krzywizny w danym kierunku (co pomaga w źle uwarunkowanych zadaniach minimalizacji typu *error valley*). Po uwzględnieniu

poprawki Marquardta otrzymujemy następującą postać kroku metody:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - (\mathbf{H}(\mathbf{x}_i) + \lambda \mathbf{diag}[\mathbf{H}])^{-1} \nabla \Phi(\mathbf{x}_i),$$

## b. Sposób działania

i. Wybierz maksymalną liczbę iteracji M, punkt początkowy oraz parametr zakończenia ε. Ustal k = 0 oraz λ (0) = 104 (duża liczba).
ii. Oblicz ∇f(x (k) )
iii. Jeśli ||∇f(x (k) )|| ≤ ε, Zakończ;
Jeśli k ≥ M; Zakończ;
W przeciwnym razie idź do kroku 4).
iv. Oblicz x (k+1) = x (k) − h ∇2 f(x (k) ) + λ (k) I i−1 ∇f(x (k) )
v. Jeśli f(x (k+1)) < f(x (k) ), idź do kroku 6); W przeciwnym przypadku idź do kroku 7).
vi. Ustal λ (k+1) = 1 2 λ (k) , k = k + 1 i idź do kroku 2).
vii. Ustal λ (k+1) = 2λ (k) i idź do kroku 4).

## 2. Harmonogram Prac

| Cel | Termin |
|---|---|
| Stworzenie specyfikacji projektu | 17.05.19 |
| Utworzenie niegenerycznej funkcji | 24.05.19 |
| Ukończenie generycznej funkcji | 10.06.19 |
| Ukończenie dokumentacji projektu | 14.06.19 |

## 3. Źródła

a. „Metody Optymalizacji" – Michał Lewandowski
b. Wikipedia
c. GitHub