

Оглавление

Основы теории множеств:	1
Основы математической логики:	3
Математическая комбинаторика	6
Основы теории графов:	7
Теория автоматов:	11

Основы теории множеств:

1. Способы задания множеств:

- *Перечисление*: Множество может быть задано перечислением его элементов. Например, множество целых чисел от 1 до 5: $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- *Логическое определение*: Можно описать множество через условие, которое определяет его элементы. Например, $\{x \mid x - \text{четное число}\}$.

2. Операции над множествами и их свойства. Диаграммы Венна:

- *Объединение* ($A \cup B$): Все элементы, принадлежащие хотя бы одному из множеств.
- *Пересечение* ($A \cap B$): Все элементы, принадлежащие одновременно обоим множествам.
- *Разность* ($A \setminus B$): Все элементы, принадлежащие A , но не принадлежащие B .
- *Дополнение* (A'): Все элементы, не принадлежащие множеству A .
- *Симметрическая разность* ($A \Delta B$): Все элементы, принадлежащие только одному из множеств.
- *Свойства*: коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность.

3. Декартово произведение множеств, булеан, мощность множества:

- *Декартово произведение* ($A \times B$): Множество всех упорядоченных пар (a, b) , где a принадлежит A , а b принадлежит B .
- *Булеан* ($P(A)$): Множество всех подмножеств множества A .
- *Мощность множества* ($|A|$): Количество элементов в множестве.

4. Упорядоченные множества. Проекция множества:

- *Упорядоченное множество*: Множество, в котором определен порядок между элементами.
- *Проекция множества*: Отображение множества на одно из его компонентов в упорядоченных парах.

5. Соответствия, основные определения, способы задания:

- *Соответствие*: Отношение между элементами двух множеств такое, что каждому элементу первого множества поставлен в соответствие ровно один элемент второго.
- *Функция*: Специальный вид соответствия, где каждому элементу первого множества соответствует ровно один элемент второго.

6. Бинарные отношения и их свойства:

- *Бинарное отношение*: Соответствие между элементами двух множеств.
- *Свойства*: Рефлексивность, симметричность, транзитивность.

7. Способы задания бинарных отношений:

- *Таблица*: Представление бинарного отношения в виде таблицы.
- *Граф*: Представление бинарного отношения в виде графа.
- *Формула*: Математическое выражение, определяющее бинарное отношение.

8. Операции над бинарными отношениями:

- *Объединение*: Результат включает пары из обоих исходных отношений.
- *Пересечение*: Результат включает только те пары, которые принадлежат обоим исходным отношениям.
- *Обратное отношение*: Меняет местами элементы в каждой паре бинарного отношения.

Основы математической логики:

1. Высказывания и операции над ними:

- *Высказывание*: Утверждение, которое может быть истинным или ложным.
- *Операции*: Негация (отрицание), конъюнкция (логическое "и"), дизъюнкция (логическое "или"), импликация (логическое "если...то"), эквиваленция (логическое "равно").

2. Формулы алгебры высказываний и порядок выполнения операций. Таблицы истинности:

- *Формулы*: Составлены из высказываний и логических операций.
- *Порядок выполнения операций*: Сначала негации, затем конъюнкции и дизъюнкции, затем импликации и эквиваленции.
- *Таблицы истинности*: Иллюстрируют значения высказывания при различных комбинациях истинности его составляющих.

3. Равносильности логических формул:

- *Равносильные формулы*: Формулы, которые имеют одинаковые таблицы истинности.

4. Булевы функции и способы их задания:

- *Булева функция*: Отображение из множества булевых значений $\{0, 1\}$ в $\{0, 1\}$.
- *Способы задания*: Таблица истинности, алгебраическое выражение.

5. Дизъюнктивные формы представления логических функций. Приведение к ДНФ:

- *Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ)*: Представление булевой функции в виде дизъюнкции конъюнкций литералов.
- *Приведение к ДНФ*: Найдение конъюнкций литералов, равных единице.

6. Совершенная нормальная дизъюнктивная форма (СНДФ) и ее свойства:

- *Совершенная НДФ*: ДНФ, в которой каждая строка таблицы истинности функции соответствует одной конъюнкции литералов.

7. Конъюнктивные формы представления логических функций. Приведение к КНФ:

- *Конъюнктивная нормальная форма (КНФ)*: Представление булевой функции в виде конъюнкции дизъюнкций литералов.
- *Приведение к КНФ*: Найдение дизъюнкций литералов, равных нулю.

8. Совершенная нормальная конъюнктивная форма (СНКФ) и ее свойства:

- *Совершенная НКФ*: КНФ, в которой каждая строка таблицы истинности функции соответствует одной дизъюнкции литералов.

9. Базис представления логических функций (Функционально полная система):

- *Базис*: Минимальный набор логических операций, достаточный для представления любой булевой функции.

10. Процедуры приведения ДНФ к КНФ и наоборот:

- Приведение ДНФ к КНФ и наоборот включает в себя законы алгебры высказываний.

11. Геометрическое представление логических функций. Контактные схемы:

- *Контактная схема*: Графическое представление логической функции с использованием блоков и линий, представляющих логические операции.

12. Принцип двойственности в булевой алгебре:

- *Принцип двойственности*: Меняя конъюнкции на дизъюнкции и нули на единицы, можно получить двойственное выражение булевой функции.

13. Понятие предиката, n-местный предикат, равносильные предикаты:

- *Предикат*: Утверждение, зависящее от переменных, которые могут принимать значения истинности или ложности.
- *n-местный предикат*: Предикат, зависящий от n переменных.
- *Равносильные предикаты*: Предикаты, имеющие одинаковые значения для всех комбинаций значений переменных.

14. Кванторы, понятие операции навешивания квантора:

- *Кванторы*: Символы, обозначающие "существует" (\exists) и "для любого" (\forall).
- *Операция навешивания квантора*: Добавление квантора к высказыванию.

15. Формулы логики предикатов; атомарная, литеральная формулы:

- *Формулы логики предикатов*: Содержат переменные, кванторы и предикаты.
- *Атомарная формула*: Формула без кванторов, представляющая собой простое высказывание.
- *Литерал*: Атомарная формула или её отрицание.

16. Основные равносильности, содержащие кванторы:

- *Равносильности с кванторами:* Отношения между формулами, утверждающими одно и то же с использованием кванторов.

17. Предваренная нормальная форма:

- *Предваренная нормальная форма (ПНФ):* Представление формулы логики предикатов в виде конъюнкции дизъюнктивных клозов.

Математическая комбинаторика



ChatGPT

Математическая комбинаторика:

1. Правила суммы и произведения:

- *Правило суммы:* Если задача может быть выполнена одним из нескольких взаимоисключающих событий, то общее число способов выполнить задачу равно сумме способов выполнения каждого из этих событий.
- *Правило произведения:* Если задача может быть выполнена несколькими последовательными этапами, то общее число способов выполнить задачу равно произведению способов выполнения каждого из этих этапов.

2. Размещения и размещения с повторениями:

- *Размещение:* Упорядоченная выборка из n элементов по k (порядок важен).
- *Размещение с повторениями:* Размещение с возможностью повторения элементов.

3. Перестановки и перестановки с повторениями:

- *Перестановка:* Упорядоченная выборка из n элементов (порядок важен).
- *Перестановка с повторениями:* Перестановка с возможностью повторения элементов.

4. Сочетания и сочетания с повторениями:

- *Сочетание:* Неупорядоченная выборка из n элементов по k (порядок не важен).
- *Сочетание с повторениями:* Сочетание с возможностью повторения элементов.

5. Биномиальные коэффициенты. Основные формулы. Треугольник Паскаля:

- *Биномиальный коэффициент (n choose k):* Число сочетаний из n элементов по k .
- *Основные формулы:*
 - $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
 - $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$
- *Треугольник Паскаля:* Треугольник, где каждый элемент представляет собой биномиальный коэффициент.

6. Формулы включений и исключений:

- *Формулы включений и исключений:* Используются для подсчета размера объединения нескольких множеств, учитывая пересечения между ними.
- $$|\bigcup_{i=1}^n A_i| = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n} |A_{i_1} \cap \dots \cap A_{i_k}|$$

Основы теории графов:

1. Графы, основные понятия и определения:

- *Граф*: Математическая структура, представляющая собой множество вершин и множество рёбер, соединяющих эти вершины.
- *Ориентированный граф (орграф)*: Граф, в котором рёбра направлены.
- *Взвешенный граф*: Граф, в котором каждому ребру присвоено числовое значение (вес).
- *Петля*: Ребро, соединяющее вершину с самой собой.
- *Простой граф*: Граф, в котором нет кратных рёбер и петель.

2. Матричные способы представления неориентированных графов:

- *Матрица смежности*: Квадратная матрица, где элемент (i, j) равен 1, если вершины i и j соединены ребром, и 0 в противном случае.
- *Матрица инцидентности*: Матрица, в которой строки представляют вершины, а столбцы рёбра, и элемент (i, j) равен -1, если вершина i инцидентна ребру j , 1 - если начальная, и 0 - если не инцидентна.

3. Матричные способы представления орграфов:

- *Матрица смежности орграфа*: Элемент (i, j) равен 1, если есть направленное ребро из вершины i в вершину j , и 0 в противном случае.
- *Матрица инцидентности орграфа*: Как в неориентированных графах, но -1, если вершина i является начальной, 1 - если конечной, и 0 - если не инцидентна.

4. Векторные способы представления графов:

- *Вектор смежности*: Для каждой вершины i список вершин, с которыми она соединена.
- *Вектор инцидентности*: Для каждой вершины i список рёбер, инцидентных ей.

5. Изоморфизм графов:

- *Изоморфизм графов*: Два графа, которые структурно эквивалентны, т.е., могут быть совмещены без изменения отношений вершин и рёбер.

6. Частичные графы. Подграфы:

- *Частичный граф*: Граф, в котором некоторые из вершин или рёбер могут быть отсутствовать.
- *Подграф*: Граф, вершины и рёбра которого являются подмножеством исходного графа.

7. Маршруты, цепи, циклы в графах:

- *Маршрут*: Последовательность вершин, соединенных рёбрами.
- *Цепь*: Маршрут, в котором все рёбра различны.
- *Цикл*: Замкнутая цепь, в которой только начальная и конечная вершины совпадают.

8. Связность графа. Цикломатическое число:

- *Связный граф*: Граф, в котором есть маршрут между любой парой вершин.
- *Цикломатическое число*: Равно числу компонент связности в графе (вершины минус рёбра плюс два).

9. Плоские и планарные графы. Свойства планарных графов. Раскраска графа:

- *Плоский граф*: Граф, который можно изобразить на плоскости без пересечения рёбер.
- *Планарный граф*: Граф, который является плоским.
- *Формула Эйлера*: $V - E + F = 2$, где V - количество вершин, E - рёбер, F - граней.
- *Раскраска графа*: Присвоение каждой вершине цвета так, чтобы соседние вершины имели разные цвета.

10. Операции над вершинами и ребрами графа:

- *Удаление вершины*: Удаление вершины и всех инцидентных ей рёбер.
- *Добавление вершины*: Добавление новой вершины и рёбер, соединяющих её с существующими вершинами.
- *Удаление ребра*: Удаление ребра из графа.
- *Добавление ребра*: Добавление нового ребра между двумя вершинами.

11. Объединение графов, графический и матричный способы:

- *Объединение графов*: Объединение вершин и рёбер двух графов.
- *Графический способ*: Рисование графа, соединяя вершины и рёбра объединяемых графов.
- *Матричный способ*: Сложение матриц смежности или инцидентности.

12. Пересечение графов, графический и матричный способы:

- *Пересечение графов*: Пересечение вершин и рёбер двух графов.
- *Графический способ*: Рисование графа, соединяя только общие вершины и рёбра.

- *Матричный способ:* Умножение матриц смежности или инцидентности.

13. Дополнение графа; графический и матричный способы:

- *Дополнение графа:* Граф, в котором каждое отсутствующее ребро в оригинальном графе заменено ребром.
- *Графический способ:* Рисование графа с отсутствующими в оригинале рёбрами.
- *Матричный способ:* Замена 0 на 1 и наоборот в матрице смежности.

14. Композиция орграфов, матричный и векторный способы:

- *Композиция орграфов:* Объединение орграфов, в котором рёбра между вершинами состояются из путей в исходных орграфах.
- *Матричный способ:* Умножение матриц смежности.
- *Векторный способ:* Использование векторов смежности.

15. Деревья, основные понятия, определения и теоремы:

- *Дерево:* Связный граф без циклов.
- *Остовное дерево:* Дерево, включающее все вершины исходного графа.
- *Лист:* Вершина степени 1.
- *Корень:* Вершина, не имеющая входящих рёбер.
- *Теорема Кэли:* Количество остовных деревьев в полном графе на n вершинах равно n^{n-2} .

16. Остовное дерево минимального веса и способы его построения:

- *Остовное дерево минимального веса:* Дерево, вес рёбер которого минимальный среди всех возможных остовных деревьев.
- *Алгоритм Прима и Крускала:* Два алгоритма для построения остовных деревьев минимального веса.

17. Обходы вершин графа: поиск в ширину и поиск в глубину:

- *Поиск в ширину:* Посещение всех соседей текущей вершины перед переходом к следующей уровню.
- *Поиск в глубину:* Посещение вершины и её всех соседей, прежде чем переходить к следующей вершине.

18. Задача о кратчайшем пути в орграфе. Алгоритм Форда:

- *Задача о кратчайшем пути:* Найти кратчайший путь между двумя вершинами в орграфе.
- *Алгоритм Форда:* Алгоритм для поиска кратчайших путей в орграфе, даже с отрицательными весами.

19. Отношение порядка между вершинами орграфа:

- *Отношение порядка:* Строгий частичный порядок между вершинами в орграфе.

20. Задача о пути максимальной длины в орграфе:

- *Задача о пути максимальной длины:* Найти максимально длинный путь в орграфе.

21. Сетевое планирование. Задача о скорейшем пути завершения проекта:

- *Сетевое планирование:* Метод планирования, использующий граф для моделирования и управления проектами.
- *Задача о скорейшем пути завершения проекта:* Найти критический путь, который определяет минимальное время завершения проекта.

Теория автоматов:

1. Конечные автоматы, их реализация и применение:

- *Конечный автомат (КА):* Абстрактная модель вычислительного устройства, которое принимает некоторую последовательность входных символов и, в соответствии с правилами переходов, переходит из одного состояния в другое.
- *Реализация:* Может быть реализован в виде аппаратных (цифровых схем) или программных (алгоритмы) устройств.
- *Применение:* Используются для описания и управления поведением систем, автоматического управления, распознавания языков, компиляторов и многих других областей.

2. Классификация абстрактных автоматов:

- *Абстрактные автоматы:* Включают конечные автоматы и более сложные формы автоматов, например, автоматы с бесконечными состояниями.
- *Классификация:*
 - Конечные автоматы.
 - Детерминированные и недетерминированные автоматы.
 - Переключаемые автоматы.
 - Контекстно-свободные грамматики.
 - Преобразующие автоматы.

3. Автоматное программирование. Графы переходов:

- *Автоматное программирование:* Использование автоматов в программировании, например, для обработки входных данных в виде последовательности символов.
- *Графы переходов:* Графическое представление автомата, где вершины представляют состояния, а рёбра - переходы между состояниями.

4. Теоретико-множественное определение автомата. Инициальные, синхронные и асинхронные автоматы:

- *Теоретико-множественное определение:* Автомат рассматривается как набор множеств, включая множество состояний, множество входных символов и т.д.
- *Инициальные автоматы:* Автомат с выделенным начальным состоянием.
- *Синхронные автоматы:* Входные сигналы обрабатываются одновременно, в одинаковые моменты времени.
- *Асинхронные автоматы:* Обработка входных сигналов происходит в произвольные моменты времени.

5. Автоматы Мили и Мура:

- *Автомат Мили:* Выходные символы привязаны к состояниям, изменение состояний происходит при поступлении входного символа.
- *Автомат Мура:* Выходные символы привязаны к переходам между состояниями.

6. Табличная форма задания автоматов:

- *Табличная форма:* Таблица, в которой перечислены состояния, входные символы, выходные символы и правила переходов.

7. Графовая форма задания автоматов:

- *Графовая форма:* Граф, где вершины представляют состояния, рёбра - переходы, а метки на рёбрах - входные и выходные символы.

8. Матричная форма задания автоматов:

- *Матричная форма:* Матрицы, представляющие отношения переходов и выходов между состояниями и символами.

9. Понятие частичного автомата. Реакция автомата:

- *Частичный автомат:* Автомат, в котором не определены все возможные входы.
- *Реакция автомата:* Ответ автомата на определенный вход.

10. Переход от автомата Мили к эквивалентному автомату Мура:

- *Процесс:* Добавление новых состояний для представления выходных символов.

11. Переход от автомата Мура к эквивалентному автомату Мили:

- *Процесс:* Переработка выходных символов в состояниях автомата.

12. Минимизация автоматов:

- *Минимизация:* Процесс уменьшения числа состояний и переходов в автомате, сохраняя его функциональность.

13. Распознающие автоматы:

- *Распознающий автомат:* Автомат, используемый для определения, принадлежит ли последовательность символов к какому-то языку или классу строк.