1

Для того чтобы образовать трехзначное число, кратное 3, необходимо, чтобы сумма выбранных цифр также была кратна 3.

Из 6 карточек мы можем выбрать 3 цифры из 6 по формуле сочетаний: C(6, 3) = 20 способами.

Теперь посмотрим, какие комбинации цифр образуют сумму, кратную 3:
- (1, 2, 3)
- (1, 4, 5)
- (2, 4, 6)
- (3, 4, 5)

Таким образом, у нас есть 4 благоприятных комбинации из 20 возможных.

Итак, вероятность того, что наугад взятые 3 цифры образуют трехзначное число, кратное 3, равна 4/20 = 1/5.

2

Для нахождения вероятности извлечения 2 белых и 3 черных шаров из 5, мы можем использовать формулу комбинаторики.

Сначала найдем количество способов извлечь 2 белых шара из 4 и 3 черных шара из 6:
C(4, 2) * C(6, 3) = 6 * 20 = 120 способов.

Теперь найдем общее количество способов извлечения 5 шаров из 10:
C(10, 5) = 252 способа.

Итак, вероятность извлечения 2 белых и 3 черных шаров равна 120/252 = 10/21.

3

Общее количество способов выбрать делегацию из 30 человек равно сочетанию из 30 по 3:

$$C_{30}^{3} = \frac{30!}{3!(30-3)!} = 4060$$

Количество способов выбрать 2 женщины из 10 равно сочетанию из 10 по 2:

$$C_{10}^{2} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = 45$$

Количество способов выбрать 1 мужчину из 20 равно сочетанию из 20 по 1:

$$C_{20}^{1} = \frac{20!}{1!(20-1)!} = 20$$

Таким образом, количество способов выбрать делегацию, в которую войдут 2 женщины и один мужчина, равно произведению этих сочетаний:

$$45 \times 20 = 900$$

Итак, вероятность того, что в делегацию войдут 2 женщины и один мужчина, равна отношению количества благоприятных исходов к общему количеству исходов:

$$P = \frac{900}{4060} \approx 0.2217$$

Итак, вероятность того, что в делегацию войдут 2 женщины и один мужчина, составляет около 0.2217 или примерно 22.17%.

4

Для того чтобы произведение выпавших очков было четным, необходимо, чтобы хотя бы одно из чисел на костях было четным.

Из 6 возможных значений на игральной кости, 3 четных (2, 4, 6) и 3 нечетных (1, 3, 5).

Таким образом, вероятность того, что на одной кости выпадет четное число, равна отношению числа четных значений к общему числу значений, то есть 3/6 = 1/2.

Так как бросаются две кости, вероятность того, что хотя бы на одной кости выпадет четное число, равна 1 - вероятность того, что на обеих костях выпадут нечетные числа.

Вероятность того, что на обеих костях выпадут нечетные числа, равна (3/6) * (3/6) = 1/4.

Таким образом, вероятность того, что произведение выпавших очков будет четным, равна 1 - 1/4 = 3/4 или 0.75.

5

Для нахождения вероятности того, что среди 3 взятых деталей 2 стандартные, мы можем воспользоваться формулой комбинаторики.

Общее количество способов выбрать 3 детали из 100 равно сочетанию из 100 по 3:

$$C_{100}^{3} = \frac{100!}{3!(100-3)!} = 161700$$

Количество способов выбрать 2 стандартные детали из 80 равно сочетанию из 80 по 2:

$$C_{80}^{2} = \frac{80!}{2!(80-2)!} = 3160$$

Количество способов выбрать 1 некоторую деталь из оставшихся 20 равно сочетанию из 20 по 1:

$$C_{20}^{1} = \frac{20!}{1!(20-1)!} = 20$$

Таким образом, количество способов выбрать 2 стандартные детали из 80 и 1 некоторую деталь из 20 равно произведению этих сочетаний:

$$3160 \times 20 = 63200$$

Итак, вероятность того, что среди 3 взятых деталей 2 стандартные, равна отношению количества благоприятных исходов к общему количеству исходов:

$$P = \frac{63200}{161700} \approx 0.391$$

Итак, вероятность того, что среди 3 взятых деталей 2 стандартные, составляет около 0.391 или примерно 39.1%.

6

Если абонент забыл последние 2 цифры и набрал их наудачу, то общее количество возможных комбинаций для этих 2 цифр равно 90 (от 00 до 99, исключая 00, 11, 22, ..., 99).

Из этих 90 комбинаций только 9 будут содержать одинаковые цифры (00, 11, 22, ..., 99).

Таким образом, вероятность того, что набраны нужные цифры (то есть цифры, которые абонент забыл), равна отношению количества благоприятных исходов (81) к общему количеству исходов (90):

$$P = \frac{81}{90} = \frac{9}{10} = 0.9$$

Итак, вероятность того, что набраны нужные цифры, составляет 0.9 или 90%.

7

Для начала найдем вероятности событий A, B и C.

Вероятность попадания одного выстрела для первого стрелка: $P(A_1) = 0.6$
Вероятность попадания одного выстрела для второго стрелка: $P(A_2) = 0.7$
Вероятность попадания одного выстрела для третьего стрелка: $P(A_3) = 0.8$

1. Вероятность события A (одно попадание в цель):

$$P(A) = P(A_1 \cap A_2' \cap A_3') + P(A_1' \cap A_2 \cap A_3') + P(A_1' \cap A_2' \cap A_3)$$

$$P(A) = 0.6 \times 0.3 \times 0.2 + 0.4 \times 0.7 \times 0.2 + 0.4 \times 0.3 \times 0.8 = 0.36 + 0.56 + 0.096 = 1.016$$

2. Вероятность события B (три попадания в цель):

$$P(B) = P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = 0.6 \times 0.7 \times 0.8 = 0.336$$

3. Вероятность события C (не менее двух промахов):

$$P(C) = P(A_1 \cap A_2' \cap A_3' + A_1' \cap A_2 \cap A_3' + A_1' \cap A_2' \cap A_3 + A_1 \cap A_2 \cap A_3' + A_1 \cap A_2' \cap A_3 + A_1' \cap A_2 \cap A_3)$$

$$P(C) = 0.6 \times 0.3 \times 0.2 + 0.4 \times 0.7 \times 0.2 + 0.4 \times 0.3 \times 0.8 + 0.6 \times 0.7 \times 0.2 + 0.6 \times 0.3 \times 0.8 + 0.4 \times 0.7 \times 0.8 = 0.36 + 0.56 + 0.096 + 0.336 + 0.144$$

Теперь найдем вероятности событий A + B и C:

1. Вероятность события A + B (одно или три попадания в цель):

$$P(A + B) = P(A) + P(B) = 1.016 + 0.336 = 1.352$$

2. Вероятность события C (не менее двух промахов) мы уже нашли ранее:

$$P(C) = 1.72$$

Итак, вероятности событий A + B и C равны:

$$P(A + B) = 1.352$$

$$P(C) = 1.72$$

Для начала найдем вероятности событий A, B и C.

1. Вероятность попадания в цель после первого выстрела: $P(A_1) = 0.7$
Вероятность попадания в цель после второго выстрела: $P(A_2) = 0.6$
Вероятность попадания в цель после третьего выстрела: $P(A_3) = 0.5$

2. Вероятность события A (охотник промахнется все три раза):

$$P(A) = (1 - 0.7) \times (1 - 0.6) \times (1 - 0.5) = 0.3 \times 0.4 \times 0.5 = 0.06$$

3. Вероятность события B (охотник попадет один раз):

$$P(B) = P(A_1 \cap A_2' \cap A_3') + P(A_1' \cap A_2 \cap A_3') + P(A_1' \cap A_2' \cap A_3) = 0.7 \times 0.4 \times 0.5 + 0.3 \times 0.6 \times 0.5 + 0.3 \times 0.4 \times 0.5 = 0.14 + 0$$

4. Вероятность события C (охотник попадет хотя бы два раза):

$$P(C) = P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) + P(A_1 \cap A_2' \cap A_3) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3') + P(A_1' \cap A_2 \cap A_3) = 0.7 \times 0.6 \times 0.5 + 0.7 \times 0.4 \times 0.5 + 0.7 \times$$

Теперь найдем вероятности событий B + C, B C и проверим их свойства:

1. Вероятность события B + C (попадание один раз или хотя бы два раза):

$$P(B + C) = P(B) + P(C) = 0.29 + 0.65 = 0.94$$

2. Вероятность события B C (попадание один раз и хотя бы два раза):

$$P(B \cap C) = P(A_1 \cap A_2' \cap A_3) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = 0.7 \times 0.4 \times 0.5 + 0.7 \times 0.6 \times 0.5 = 0.14 + 0.21 = 0.35$$

События A и B+C являются несовместными, так как они не могут произойти одновременно.

События B и B C не являются противоположными, так как они могут произойти одновременно (например, если охотник попадет один раз и при этом попадет хотя бы два раза).

Для начала найдем вероятности событий A, B и C.

1. Вероятность того, что книга будет найдена только одним студентом:

$$P(A) = P(\text{первый студент}) \times P(\text{второй студент не найдет}) + P(\text{второй студент}) \times P(\text{первый студент не найдет})$$

$$P(A) = 0.6 \times 0.3 + 0.7 \times 0.4 = 0.18 + 0.28 = 0.46$$

2. Вероятность того, что хотя бы один студент найдет книгу:

$$P(B) = 1 - P(\text{оба студента не найдут}) = 1 - (0.4 \times 0.3) = 1 - 0.12 = 0.88$$

3. Вероятность того, что оба студента найдут книгу:

$$P(C) = P(\text{первый студент}) \times P(\text{второй студент}) = 0.6 \times 0.7 = 0.42$$

Теперь найдем вероятности событий A + C и B, а также проверим их свойства:

1. Вероятность события A + C (только один студент найдет книгу или оба студента найдут книгу):

$$P(A + C) = P(A) + P(C) = 0.46 + 0.42 = 0.88$$

2. Вероятность события B (хотя бы один студент найдет книгу) мы уже нашли ранее:

$$P(B) = 0.88$$

События A+C и B не являются противоположными, так как они могут произойти одновременно (например, если только один студент найдет книгу и при этом оба студента найдут книгу).

События B и C не являются несовместными, так как они могут произойти одновременно (например, если оба студента найдут книгу).

10

Для начала найдем вероятности событий A, B и C.

1. Вероятность события A (произведено три извлечения):

$$P(A) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{1}{15}$$

2. Вероятность события B (произведено более трех извлечений):

$$P(B) = 0$$

Поскольку невозможно произвести более трех извлечений, вероятность события B равна нулю.

3. Вероятность события C (произведено не более трех извлечений):

$$P(C) = 1 - P(B) = 1$$

События A и B являются несовместными, так как невозможно одновременно произвести три извлечения и более трех извлечений.

События B и C являются противоположными, так как они исключают друг друга: если произведено более трех извлечений, то не может быть произведено не более трех извлечений, и наоборот.

Для нахождения вероятности того, что наугад взятая с конвейера деталь стандартная, мы можем воспользоваться формулой полной вероятности.

Обозначим:
- Событие А: деталь произведена на первом автомате
- Событие В: деталь произведена на втором автомате

Тогда вероятность получения нестандартной детали на конвейере можно найти как сумму вероятностей нестандартных деталей, произведенных на каждом автомате, умноженных на соответствующую вероятность выбора детали с этого автомата:

$$P(\text{нестандартная деталь}) = P(A) \times P(\text{нестандартная деталь на первом автомате}) + P(B) \times P(\text{нестандартная деталь на втором автомате})$$

$$P(\text{нестандартная деталь}) = \frac{1}{4} \times 0.001 + \frac{3}{4} \times 0.005 = 0.00125$$

Таким образом, вероятность того, что наугад взятая с конвейера деталь стандартная, равна:

$$P(\text{стандартная деталь}) = 1 - P(\text{нестандартная деталь}) = 1 - 0.00125 = 0.99875$$

12

Давайте найдем вероятность того, что взятая наудачу лампочка будет соответствовать стандарту.

Пусть A - лампочка изготовлена на первом заводе, B - лампочка изготовлена на втором заводе, C - лампочка соответствует стандарту.

Тогда вероятность того, что лампочка соответствует стандарту, можно найти по формуле полной вероятности:

$$P(C) = P(C|A) \cdot P(A) + P(C|B) \cdot P(B)$$

где P(C|A) - вероятность того, что лампочка соответствует стандарту, если она изготовлена на первом заводе,
P(A) - вероятность того, что лампочка изготовлена на первом заводе,
P(C|B) - вероятность того, что лампочка соответствует стандарту, если она изготовлена на втором заводе,
P(B) - вероятность того, что лампочка изготовлена на втором заводе.

Из условия задачи:
P(A) = 0.6, P(B) = 0.4,
P(C|A) = 0.98, P(C|B) = 0.97.

Подставим значения в формулу:

$$P(C) = 0.98 \cdot 0.6 + 0.97 \cdot 0.4 = 0.588 + 0.388 = 0.976$$

Итак, вероятность того, что взятая наудачу лампочка с базы будет соответствовать стандарту, равна 0.976 или 97.6%.

13

Для решения этой задачи мы можем использовать формулу условной вероятности.

Пусть А - деталь изготовлена на заводе №1, В - деталь изготовлена на заводе №2.

Тогда вероятность того, что вторая извлеченная деталь будет изготовлена на заводе №1, можно найти по формуле условной вероятности:

$$P(A_2|B_1) = \frac{P(A_2 \cap B_1)}{P(B_1)}$$

где P(A_2|B_1) - вероятность того, что вторая извлеченная деталь будет изготовлена на заводе №1,
P(A_2 \cap B_1) - вероятность того, что вторая извлеченная деталь будет изготовлена на заводе №1 и первая извлеченная деталь будет изготовлена на заводе №2,
P(B_1) - вероятность того, что первая извлеченная деталь будет изготовлена на заводе №2.

Из условия задачи:
P(A) = 5/15, P(B) = 10/15.

Теперь найдем P(A_2 \cap B_1). Поскольку детали извлекаются последовательно, то P(A_2 \cap B_1) = P(B_1) \cdot P(A_2|B_1) = P(B) \cdot P(A) = \frac{10}{15} \cdot \frac{5}{14} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{14} = \frac{5}{42}.

Теперь можем найти P(A_2|B_1):

$$P(A_2|B_1) = \frac{P(A_2 \cap B_1)}{P(B_1)} = \frac{\frac{5}{42}}{\frac{10}{15}} = \frac{5}{42} \cdot \frac{15}{10} = \frac{1}{14}$$

Итак, вероятность того, что во второй раз будет извлечена деталь, изготовленная заводом №1, равна 1/14.

14

Для решения этой задачи мы можем использовать формулу полной вероятности.

Пусть A - цель обнаружена с помощью первого локатора, B - цель обнаружена с помощью второго локатора, C - цель обнаружена с помощью третьего локатора, D - цель обнаружена с помощью четвертого локатора.

Тогда вероятность обнаружения цели, если наблюдатель наугад включает один из локаторов, можно найти по формуле полной вероятности:

$$P(\text{обнаружение цели}) = P(A) \cdot P(\text{выбор локатора } A) + P(B) \cdot P(\text{выбор локатора } B) + P(C) \cdot P(\text{выбор локатора } C) + P(D) \cdot P(\text{выбор лока}$$

где P(A), P(B), P(C), P(D) - вероятности обнаружения цели с помощью соответствующих локаторов, P(\text{выбор локатора } A), P(\text{выбор локатора } B), P(\text{выбор локатора } C), P(\text{выбор локатора } D) - вероятности выбора соответствующего локатора.

Из условия задачи:
P(A) = 0.8, P(B) = 0.9, P(C) = 0.93, P(D) = 0.95.

Так как наблюдатель наугад включает один из локаторов, то вероятность выбора каждого локатора равна 1/4.

Подставим значения в формулу:

$$P(\text{обнаружение цели}) = 0.8 \cdot \frac{1}{4} + 0.9 \cdot \frac{1}{4} + 0.93 \cdot \frac{1}{4} + 0.95 \cdot \frac{1}{4} = 0.2 + 0.225 + 0.2325 + 0.2375 = 0.895$$

Итак, вероятность обнаружения цели при наудачном включении одного из локаторов равна 0.895 или 89.5%.

Для решения этой задачи мы можем использовать формулу полной вероятности.

Пусть A - деталь нестандартная и произведена на первом автомате, B - деталь нестандартная и произведена на втором автомате.

Тогда вероятность того, что наугад взятая с конвейера деталь будет нестандартной, можно найти по формуле полной вероятности:

$$P(\text{нестандартная деталь}) = P(A) \cdot P(\text{произведена на первом автомате}) + P(B) \cdot P(\text{произведена на втором автомате})$$

где P(A) - вероятность получения нестандартной детали на первом автомате,
P(B) - вероятность получения нестандартной детали на втором автомате,
P(\text{произведена на первом автомате}) - вероятность того, что деталь произведена на первом автомате,
P(\text{произведена на втором автомате}) - вероятность того, что деталь произведена на втором автомате.

Из условия задачи:
P(A) = 0.07, P(B) = 0.09,
производительность второго автомата вдвое больше, чем первого, поэтому P(\text{произведена на первом автомате}) = 1/3,
P(\text{произведена на втором автомате}) = 2/3.

Подставим значения в формулу:

$$P(\text{нестандартная деталь}) = 0.07 \cdot \frac{1}{3} + 0.09 \cdot \frac{2}{3} = 0.0233 + 0.06 = 0.0833$$

Итак, вероятность того, что наугад взятая с конвейера деталь будет нестандартной, равна 0.0833 или 8.33%.

Для решения этой задачи мы можем использовать формулу условной вероятности.

Пусть A - первый извлеченный шар черный, B - второй извлеченный шар черный.

Тогда вероятность того, что первый извлеченный после этого шар будет черным, можно найти по формуле условной вероятности:

$$P(A) = \frac{\text{число черных шаров}}{\text{общее число шаров}} = \frac{4}{10} = 0.4$$

Итак, вероятность того, что первый извлеченный после этого шар будет черным, равна 0.4 или 40%.

Для решения этой задачи воспользуемся формулой полной вероятности.

Обозначим:
- А1 - событие, что первый шар взят из первой урны
- А2 - событие, что первый шар взят из второй урны
- В - событие, что взят белый шар

Тогда вероятность взять белый шар можно найти по формуле полной вероятности:
P(B) = P(B|A1) * P(A1) + P(B|A2) * P(A2)

Найдем вероятности P(A1) и P(A2):
P(A1) - вероятность взять первый шар из первой урны = 2/5
P(A2) - вероятность взять первый шар из второй урны = 4/6 = 2/3

Теперь найдем условные вероятности P(B|A1) и P(B|A2):
P(B|A1) - вероятность взять белый шар, если первый шар взят из первой урны = 2/4 = 1/2
P(B|A2) - вероятность взять белый шар, если первый шар взят из второй урны = 4/5

Теперь подставим все значения в формулу полной вероятности:
P(B) = (1/2) * (2/5) + (4/5) * (2/3) = 1/5 + 8/15 = 3/15 + 8/15 = 11/15

Итак, вероятность того, что взят белый шар, равна 11/15.

18

Для решения этой задачи найдем общее количество бракованных деталей, которые поступили на сборку, и общее количество всех деталей.

Общее количество бракованных деталей:
1000 * 0.3% + 2000 * 0.2% + 2500 * 0.4% = 3 + 4 + 10 = 17

Общее количество всех деталей:
1000 + 2000 + 2500 = 5500

Теперь найдем вероятность попадания на сборку бракованной детали:
P = общее количество бракованных деталей / общее количество всех деталей = 17 / 5500 ≈ 0.0031

Итак, вероятность попадания на сборку бракованной детали составляет примерно 0.31%.

19

Для решения этой задачи мы можем воспользоваться нормальным приближением к биномиальному распределению, так как n (количество испытаний) достаточно большое, а вероятность успеха p достаточно близка к 0.5.

Сначала найдем математическое ожидание и стандартное отклонение биномиального распределения:
- Математическое ожидание (среднее) = $n * p = 100 * 0.2 = 20$
- Стандартное отклонение = $\mathrm{sqrt}(n * p * (1-p)) = \mathrm{sqrt}(100 * 0.2 * 0.8) = \mathrm{sqrt}(16) = 4$

Теперь мы можем использовать нормальное распределение для приближенного расчета вероятности:
$P(X > 20) = 1 - P(X <= 20)$

Мы можем найти z-оценку для $k = 20$:
$z = (k - \mu) / \sigma = (20 - 20) / 4 = 0$

Теперь найдем вероятность $P(X <= 20)$ с помощью таблицы нормального распределения или калькулятора:
$P(X <= 20) \approx P(Z <= 0) \approx 0.5$

Таким образом,
$P(X > 20) = 1 - P(X <= 20) \approx 1 - 0.5 = 0.5$

Итак, вероятность того, что из 100 независимо работающих конденсаторов в течение времени T выйдет из строя более 20 конденсаторов, составляет примерно 0.5.

20

Для решения этой задачи мы можем воспользоваться биномиальным распределением, так как у нас есть фиксированное количество испытаний (1000) и вероятность успеха (не выдержать испытания) $p = 0.0004$.

Мы хотим найти вероятность того, что не менее двух изделий из 1000 не выдержат испытания. Это можно выразить как 1 минус вероятность того, что ни одно или одно изделие не выдержит испытания.

Используем формулу биномиальной вероятности:
P(X = k) = (n choose k) * p^k * (1-p)^(n-k)

Теперь найдем вероятность того, что ни одно изделие не выдержит испытания:
P(X = 0) = (1000 choose 0) * (0.0004)^0 * (1-0.0004)^(1000-0) ≈ 0.67032

Теперь найдем вероятность того, что ровно одно изделие не выдержит испытания:
P(X = 1) = (1000 choose 1) * (0.0004)^1 * (1-0.0004)^(1000-1) ≈ 0.26813

Теперь найдем вероятность того, что не менее двух изделий не выдержат испытания:
P(X >= 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) ≈ 1 - 0.67032 - 0.26813 ≈ 0.06155

Итак, вероятность того, что из 1000 наудачу взятых изделий не выдержит испытаний не менее двух изделий, составляет примерно 0.06155.

21

Для решения этой задачи мы можем использовать биномиальное распределение. Вероятность того, что одно изделие не выдержит испытания, равна 0,0004, а вероятность того, что одно изделие выдержит испытание, равна 1 - 0,0004 = 0,9996.

Теперь мы можем использовать формулу биномиального распределения:

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1)$$

где $P(X = k) = C(n, k) \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$, где n - количество изделий, k - количество неудачных изделий, p - вероятность неудачи, $C(n, k)$ - количество сочетаний из n по k.

Теперь мы можем вычислить:

$$P(X \geq 2) = 1 - (C(1000, 0) \cdot 0.9996^{1000} \cdot 0.0004^0) - (C(1000, 1) \cdot 0.9996^{999} \cdot 0.0004^1)$$

Подставляя значения, мы получаем:

$$P(X \geq 2) \approx 1 - 0.6703 - 0.2681 \approx 0.0616$$

Таким образом, вероятность того, что из 1000 наудачу взятых изделий не выдержит испытаний не менее двух изделий, составляет примерно 0.0616.

22

Для решения этой задачи мы также можем использовать биномиальное распределение. В данном случае вероятность успеха p равна 0.5, количество опытов n равно 1000, а количество успехов k равно 450.

Мы можем использовать формулу биномиального распределения:

$$P(X = k) = C(n, k) \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

где $C(n, k)$ - количество сочетаний из n по k.

Теперь мы можем вычислить:

$$P(X = 450) = C(1000, 450) \cdot 0.5^{450} \cdot 0.5^{550}$$

Подставляя значения, мы получаем:

$$P(X = 450) = \frac{1000!}{450! \cdot (1000 - 450)!} \cdot 0.5^{450} \cdot 0.5^{550}$$

Вычисляя это выражение, мы получаем:

$$P(X = 450) \approx 0.025$$

Таким образом, вероятность того, что в серии из 1000 независимых опытов число удачных опытов будет равно 450, составляет примерно 0.025.

Для решения этой задачи мы можем воспользоваться противоположным событием. В данном случае, нам нужно найти вероятность того, что все три узла выйдут из строя после 1000-километрового пробега, и затем вычесть эту вероятность из 1.

Вероятность того, что один узел выйдет из строя, равна 0.2 (1 - 0.8). Так как узлы работают независимо, мы можем использовать биномиальное распределение.

Теперь мы можем вычислить вероятность того, что все три узла выйдут из строя:

$$P(\text{все узлы выйдут из строя}) = 0.2^3 = 0.008$$

Теперь мы можем найти вероятность противоположного события:

$$P(\text{хотя бы один узел останется исправным}) = 1 - P(\text{все узлы выйдут из строя}) = 1 - 0.008 = 0.992$$

Таким образом, вероятность того, что хотя бы один из трех независимо работающих узлов ходовой части автомобиля останется исправным после 1000-километрового пробега, равна 0.992.

24

Для решения этой задачи мы можем использовать биномиальное распределение. Вероятность выживания одной бактерии после облучения равна 0,004, а вероятность того, что одна бактерия погибнет, равна 1 - 0,004 = 0,996.

Теперь мы можем использовать формулу биномиального распределения:

$$P(X > 3) = 1 - P(X \le 3)$$

где

$$P(X \le 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$$

$$P(X = k) = C(n, k) \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

, где n - количество бактерий, k - количество выживших бактерий, p - вероятность выживания, $C(n, k)$ - количество сочетаний из n по k
.

Теперь мы можем вычислить:

$$P(X \le 3) = C(500, 0) \cdot 0.004^0 \cdot 0.996^{500} + C(500, 1) \cdot 0.004^1 \cdot 0.996^{499} + C(500, 2) \cdot 0.004^2 \cdot 0.996^{498} + C(500, 3) \cdot 0.004^3 \cdot 0.996^{497}$$

Подставляя значения, мы получаем:

$$P(X \le 3) \approx 0.1357$$

Теперь мы можем найти вероятность того, что после облучения из 500 бактерий останется более 3 бактерий:

$$P(X > 3) = 1 - 0.1357 \approx 0.8643$$

Таким образом, вероятность того, что после облучения из 500 бактерий останется более 3 бактерий, составляет примерно 0.8643.

25

Для начала составим закон распределения числа ξ нестандартных деталей среди четырех отобранных. Поскольку вероятность того, что деталь нестандартная, равна $10\% = 0.1$, а вероятность того, что деталь стандартная, равна $1 - 0.1 = 0.9$, мы можем использовать биномиальное распределение.

Закон распределения:

$$P(\xi = k) = C(4, k) \cdot 0.1^k \cdot 0.9^{4-k}$$

где k - количество нестандартных деталей, $C(4, k)$ - количество сочетаний из 4 по k.

Теперь найдем математическое ожидание M_ξ:

$$M_\xi = np = 4 \cdot 0.1 = 0.4$$

Далее найдем дисперсию D_ξ:

$$D_\xi = np(1-p) = 4 \cdot 0.1 \cdot 0.9 = 0.36$$

Теперь найдем среднеквадратическое отклонение σ_ξ:

$$\sigma_\xi = \sqrt{D_\xi} = \sqrt{0.36} = 0.6$$

Теперь найдем вероятность $P\{\xi = 3.5\}$. Поскольку ξ - дискретная случайная величина, вероятность $P\{\xi = 3.5\}$ равна 0.

Теперь найдем вероятность $P\{1 < \xi < 4\}$:

$$P\{1 < \xi < 4\} = P\{\xi = 2\} + P\{\xi = 3\} = C(4, 2) \cdot 0.1^2 \cdot 0.9^2 + C(4, 3) \cdot 0.1^3 \cdot 0.9$$

Теперь найдем вероятность $P\left\{|\xi - M_\xi| < 2\sigma_\xi\right\}$. Поскольку ξ принимает только целочисленные значения, данная вероятность равна 1.

График функции $F_\xi(x)$ будет ступенчатой функцией, где значение функции меняется на M_ξ при каждом целом значении x.

Размерность функции $F_\xi(x)$ - это вероятность, то есть безразмерная величина, принимающая значения от 0 до 1.

Для построения ряда распределения числа ξ израсходованных патронов, найдем вероятности $P\{\xi=k\}$ для $k=0,1,2,3,4$.

Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,6, а значит, вероятность промаха равна $1-0,6=0,4$.

Тогда вероятности будут следующими:
- $P\{\xi=0\}=(0,4)^4=0,0256$
- $P\{\xi=1\}=4\cdot(0,6)\cdot(0,4)^3=0,1536$
- $P\{\xi=2\}=6\cdot(0,6)^2\cdot(0,4)^2=0,3456$
- $P\{\xi=3\}=4\cdot(0,6)^3\cdot(0,4)=0,3456$
- $P\{\xi=4\}=(0,6)^4=0,1296$

Теперь найдем математическое ожидание M_ξ:

$$M_\xi=\sum_{k=0}^{4}k\cdot P\{\xi=k\}=0\cdot 0,0256+1\cdot 0,1536+2\cdot 0,3456+3\cdot 0,3456+4\cdot 0,1296=2,4$$

Далее найдем дисперсию D_ξ:

$$D_\xi=\sum_{k=0}^{4}(k-M_\xi)^2\cdot P\{\xi=k\}=(0-2,4)^2\cdot 0,0256+(1-2,4)^2\cdot 0,1536+(2-2,4)^2\cdot 0,3456+(3-2,4)^2\cdot 0,3456+(4-2,4)^2\cdot 0,1296=0,96$$

Теперь найдем стандартное отклонение σ_ξ:

$$\sigma_\xi=\sqrt{D_\xi}=\sqrt{0,96}=0,9798$$

Теперь найдем вероятность $P\{\xi>3\}$:

$$P\{\xi>3\}=P\{\xi=4\}=0,1296$$

Также найдем вероятности $P\{\xi=0\}$, $P\{1<\xi\leq 3\}$:

$$P\{\xi=0\}=0,0256$$

$$P\{1<\xi\leq 3\}=P\{\xi=1\}+P\{\xi=2\}+P\{\xi=3\}=0,1536+0,3456+0,3456=0,8448$$

Теперь построим график функции $F_\xi(x)$, который будет ступенчатой функцией, где вероятность $P\{\xi=k\}$ будет нарастать на k-м шаге.

Наконец, размерность M_ξ, D_ξ - это размерность измерения, в которой измеряются количество израсходованных патронов, то есть это безразмерные величины.

Для нахождения стандартного отклонения σ_ξ, вероятности $P\{\xi \geq 5\}$ и $P\{|\xi| \leq 2\}$, а также построения графика функции $F_\xi(x)$, найдем вероятности $P\{\xi = k\}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

Вероятность выбрать бракованное изделие на первой попытке равна $\frac{1}{6}$, на второй попытке (если первое не было бракованным) - $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$, и так далее.

Тогда вероятности будут следующими:
- $P\{\xi = 0\} = \left(\frac{5}{6}\right)^6 = \frac{15625}{46656} \approx 0,335$
- $P\{\xi = 1\} = 6 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 = \frac{3125}{15552} \approx 0,201$
- $P\{\xi = 2\} = 15 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{31104} \approx 0,020$
- $P\{\xi = 3\} = 20 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{7776} \approx 0,016$
- $P\{\xi = 4\} = 15 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{625}{15552} \approx 0,040$
- $P\{\xi = 5\} = 6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5 \cdot \frac{5}{6} = \frac{3125}{46656} \approx 0,067$
- $P\{\xi = 6\} = \left(\frac{1}{6}\right)^6 = \frac{1}{46656} \approx 0,000$

Теперь найдем математическое ожидание M_ξ:

$$M_\xi = \sum_{k=0}^{6} k \cdot P\{\xi = k\} \approx 1,167$$

Далее найдем дисперсию D_ξ:

$$D_\xi = \sum_{k=0}^{6} (k - M_\xi)^2 \cdot P\{\xi = k\} \approx 0,972$$

Теперь найдем стандартное отклонение σ_ξ:

$$\sigma_\xi = \sqrt{D_\xi} \approx 0,986$$

Теперь найдем вероятности $P\{\xi \geq 5\}$ и $P\{|\xi| \leq 2\}$:

$$P\{\xi \geq 5\} = P\{\xi = 5\} + P\{\xi = 6\} \approx 0,067 + 0,000 = 0,067$$

$$P\{|\xi| \leq 2\} = P\{\xi = 0\} + P\{\xi = 1\} + P\{\xi = 2\} \approx 0,335 + 0,201 + 0,020 = 0,556$$

Теперь построим график функции $F_\xi(x)$, который будет ступенчатой функцией, где вероятность $P\{\xi = k\}$ будет нарастать на k-м шаге.

Итак, размерность M_ξ, D_ξ - это размерность измерения, в которой измеряется количество проверенных изделий, то есть это безраз

Для построения ряда распределения числа ξ извлеченных черных шаров, найдем вероятности $P\{\xi = k\}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

Поскольку мы извлекаем шары до появления белого, то вероятность извлечь черный шар на первой попытке равна $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, на второй попытке (если первый был черным) - $\frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8}$, и так далее.

Тогда вероятности будут следующими:
- $P\{\xi = 0\} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
- $P\{\xi = 1\} = \frac{6}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{4}$
- $P\{\xi = 2\} = \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{5}{42}$
- $P\{\xi = 3\} = \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{5}{42}$
- $P\{\xi = 4\} = \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{14}$
- $P\{\xi = 5\} = \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{84}$
- $P\{\xi = 6\} = \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{168}$

Теперь найдем математическое ожидание M_ξ:

$$M_\xi = \sum_{k=0}^{6} k \cdot P\{\xi = k\} = 0 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{5}{42} + 3 \cdot \frac{5}{42} + 4 \cdot \frac{1}{14} + 5 \cdot \frac{1}{84} + 6 \cdot \frac{1}{168} = \frac{13}{6} \approx 2,167$$

Далее найдем дисперсию D_ξ:

$$D_\xi = \sum_{k=0}^{6} (k - M_\xi)^2 \cdot P\{\xi = k\} \approx 0,805$$

Теперь найдем стандартное отклонение σ_ξ:

$$\sigma_\xi = \sqrt{D_\xi} \approx 0,897$$

Теперь найдем вероятности $P\{\xi > -2\}$ и $P\{1 < \xi \le 3\}$:

$$P\{\xi > -2\} = 1$$

$$P\{1 < \xi \le 3\} = P\{\xi = 2\} + P\{\xi = 3\} + P\{\xi = 4\} = \frac{5}{42} + \frac{5}{42} + \frac{1}{14} = \frac{13}{42} \approx 0,310$$

Теперь построим график функции $F_\xi(x)$, который будет ступенчатой функцией, где вероятность $P\{\xi = k\}$ будет нарастать на $

Для построения ряда распределения случайной величины ξ - числа появлений герба при трех независимых бросаниях правильной монеты, найдем вероятности $P\{\xi = k\}$ для $k = 0, 1, 2, 3$.

Вероятность появления герба при одном бросании равна $\frac{1}{2}$, а значит, вероятность появления решки также $\frac{1}{2}$.

Тогда вероятности будут следующими:
- $P\{\xi = 0\} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$
- $P\{\xi = 1\} = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{8}$
- $P\{\xi = 2\} = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{8}$
- $P\{\xi = 3\} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

Теперь найдем математическое ожидание M_ξ:

$$M_\xi = \sum_{k=0}^{3} k \cdot P\{\xi = k\} = 0 \cdot \frac{1}{8} + 1 \cdot \frac{3}{8} + 2 \cdot \frac{3}{8} + 3 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Далее найдем дисперсию D_ξ:

$$D_\xi = \sum_{k=0}^{3} (k - M_\xi)^2 \cdot P\{\xi = k\} = (0 - 1,5)^2 \cdot \frac{1}{8} + (1 - 1,5)^2 \cdot \frac{3}{8} + (2 - 1,5)^2 \cdot \frac{3}{8} + (3 - 1,5)^2 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{4} = 0,75$$

Теперь найдем стандартное отклонение σ_ξ:

$$\sigma_\xi = \sqrt{D_\xi} = \sqrt{0,75} \approx 0,866$$

Теперь найдем вероятности $P\left\{|\xi - M_\xi| < 1\right\}$, $P\{\xi = 2.5\}$, $P\{\xi < -1\}$:

$$P\left\{|\xi - M_\xi| < 1\right\} = P\{\xi = 1\} + P\{\xi = 2\} + P\{\xi = 3\} = \frac{7}{8}$$

$$P\{\xi = 2.5\} = 0$$

$$P\{\xi < -1\} = 0$$

Теперь построим график функции $F_\xi(x)$, который будет ступенчатой функцией, где вероятность $P\{\xi = k\}$ будет нарастать на k-м шаге.

Итак, мы построили ряд распределения случайной величины ξ, нашли математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение, вероятности различных событий и построили график функции распределения.

Для построения ряда распределения ξ - числа попаданий при четырех независимых выстрелах с вероятностью попадания $p = 0.2$, мы можем использовать биномиальное распределение.

Ряд распределения ξ:

ξ	$P\{\xi\}$
0	$(1-0.2)^4 = 0.4096$
1	$4 \cdot 0.2 \cdot (1-0.2)^3 = 0.4096$
2	$6 \cdot (0.2)^2 \cdot (1-0.2)^2 = 0.1536$
3	$4 \cdot (0.2)^3 \cdot (1-0.2) = 0.0256$
4	$(0.2)^4 = 0.0016$

Теперь найдем математическое ожидание M_ξ:

$$M_\xi = np = 4 \cdot 0.2 = 0.8$$

Дисперсия D_ξ:

$$D_\xi = np(1-p) = 4 \cdot 0.2 \cdot 0.8 = 0.64$$

Стандартное отклонение σ_ξ:

$$\sigma_\xi = \sqrt{D_\xi} = \sqrt{0.64} = 0.8$$

Теперь найдем вероятности:

$$P\{\xi \geq 3\} = P\{\xi = 3\} + P\{\xi = 4\} = 0.0256 + 0.0016 = 0.0272$$

$$P\{\xi = 0.5\} = 0$$

(так как ξ принимает только целочисленные значения)

$$P\{1 \leq \xi < 3\} = P\{\xi = 1\} + P\{\xi = 2\} = 0.4096 + 0.1536 = 0.5632$$

$$P\{\xi < M_\xi\} = P\{\xi \leq 0\} = 0.4096$$

Размерность математического ожидания M_ξ - это количество попаданий, то есть безразмерная величина. Размерность дисперсии D_ξ - это квадрат размерности M_ξ, то есть (количество попаданий)^2.

Для начала найдем математическое ожидание M_ξ:

$$M_\xi = \sum_i \xi_i \cdot P\{\xi = \xi_i\} = 1 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,5 + 4 \cdot 0,1 + 7 \cdot 0,2 = 3,7$$

Теперь найдем дисперсию D_ξ:

$$D_\xi = \sum_i (\xi_i - M_\xi)^2 \cdot P\{\xi = \xi_i\} = (1 - 3,7)^2 \cdot 0,2 + (3 - 3,7)^2 \cdot 0,5 + (4 - 3,7)^2 \cdot 0,1 + (7 - 3,7)^2 \cdot 0,2 = 3,21$$

Теперь найдем стандартное отклонение σ_ξ:

$$\sigma_\xi = \sqrt{D_\xi} = \sqrt{3,21} \approx 1,79$$

Теперь найдем вероятности $\mathbf{P}(\xi = 2), \mathbf{P}(\xi = 3), \mathbf{P}(1 < \xi \leq 4)$:

$$\mathbf{P}(\xi = 2) = 0$$

$$\mathbf{P}(\xi = 3) = 0,5$$

$$\mathbf{P}(1 < \xi \leq 4) = \mathbf{P}(\xi = 3) + \mathbf{P}(\xi = 4) = 0,5 + 0,1 = 0,6$$

Итак, мы нашли математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение и вероятности различных событий для данного закона распределения случайной величины ξ.

Для начала найдем математическое ожидание M_ξ:

$$M_\xi = \sum_{i=1}^{5} \xi_i \cdot P\{\xi = \xi_i\} = 1 \cdot 0.3 + 2 \cdot 0.1 + 3 \cdot 0.3 + 4 \cdot 0.2 + 5 \cdot 0.1 = 3$$

Теперь найдем дисперсию D_ξ:

$$D_\xi = \sum_{i=1}^{5} (\xi_i - M_\xi)^2 \cdot P\{\xi = \xi_i\} = (1-3)^2 \cdot 0.3 + (2-3)^2 \cdot 0.1 + (3-3)^2 \cdot 0.3 + (4-3)^2 \cdot 0.2 + (5-3)^2 \cdot 0.1 = 2.4$$

Теперь найдем вероятность $\mathbf{P}\left(|\xi - \mathbf{M}\xi| > \sigma_\xi\right)$:

$$\sigma_\xi = \sqrt{D_\xi} = \sqrt{2.4} \approx 1.55$$

$$|\xi - M_\xi| > \sigma_\xi \Rightarrow \xi > M_\xi + \sigma_\xi \text{ или } \xi < M_\xi - \sigma_\xi$$

$$P\{\xi > M_\xi + \sigma_\xi\} = P\{\xi > 3 + 1.55\} = P\{\xi > 4.55\} = 0.2$$

$$P\{\xi < M_\xi - \sigma_\xi\} = P\{\xi < 3 - 1.55\} = P\{\xi < 1.45\} = 0.3$$

$$\mathbf{P}\left(|\xi - \mathbf{M}\xi| > \sigma_\xi\right) = P\{\xi > 4.55\} + P\{\xi < 1.45\} = 0.2 + 0.3 = 0.5$$

Итак, мы нашли математическое ожидание M_ξ, дисперсию D_ξ и вероятность $\mathbf{P}\left(|\xi - \mathbf{M}\xi| > \sigma_\xi\right)$ для данной случайной величины.

Для начала найдем математическое ожидание M_ξ:

$$M_\xi = \sum_{i=1}^{3} \xi_i \cdot P\{\xi = \xi_i\} = (-3) \cdot 0.3 + 1 \cdot 0.3 + 2 \cdot p$$

Теперь найдем дисперсию D_ξ:

$$D_\xi = \sum_{i=1}^{3} (\xi_i - M_\xi)^2 \cdot P\{\xi = \xi_i\} = (-3 - M_\xi)^2 \cdot 0.3 + (1 - M_\xi)^2 \cdot 0.3 + (2 - M_\xi)^2 \cdot p$$

Теперь найдем вероятность $\mathbf{P}(\xi > \mathbf{M}\xi)$:

$$P\{\xi > M_\xi\} = P\{\xi = 1\} + P\{\xi = 2\} = 0.3 + p$$

Теперь построим график функции распределения случайной величины ξ:

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x < -3 \\ 0.3, & -3 \leq x < 1 \\ 0.6, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

Итак, мы нашли математическое ожидание M_ξ, дисперсию D_ξ, вероятность $\mathbf{P}(\xi > \mathbf{M}\xi)$ и построили график функции распределения случайной величины ξ для данной случайной величины.

Для начала найдем вероятность p:

$$p = 1 - 0.3 - 0.15 - 0.15 = 0.4$$

Теперь найдем математическое ожидание M_ξ:

$$M_\xi = \sum_{i=1}^{4} \xi_i \cdot P\{\xi = \xi_i\} = (-3) \cdot 0.3 + (-1) \cdot 0.15 + 0 \cdot p + 3 \cdot 0.15$$

Теперь найдем дисперсию D_ξ:

$$D_\xi = \sum_{i=1}^{4} (\xi_i - M_\xi)^2 \cdot P\{\xi = \xi_i\} = (-3 - M_\xi)^2 \cdot 0.3 + (-1 - M_\xi)^2 \cdot 0.15 + (0 - M_\xi)^2 \cdot p + (3 - M_\xi)^2 \cdot 0.15$$

Теперь построим график функции распределения случайной величины ξ:

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x < -3 \\ 0.3, & -3 \le x < -1 \\ 0.45, & -1 \le x < 0 \\ 0.45 + p, & 0 \le x < 3 \\ 1, & x \ge 3 \end{cases}$$

Итак, мы нашли вероятность p, математическое ожидание M_ξ, дисперсию D_ξ и построили график функции распределения случайной величины ξ для данной случайной величины.

Для начала найдем вероятность p:

$$p = 1 - 0.2 - 0.2 - 0.2 = 0.4$$

Теперь найдем математическое ожидание M_ξ:

$$M_\xi = \sum_{i=1}^{4} \xi_i \cdot P\{\xi = \xi_i\} = (-2) \cdot 0.2 + 0 \cdot 0.2 + 1 \cdot p + 4 \cdot 0.2$$

Теперь найдем дисперсию D_ξ:

$$D_\xi = \sum_{i=1}^{4} (\xi_i - M_\xi)^2 \cdot P\{\xi = \xi_i\} = (-2 - M_\xi)^2 \cdot 0.2 + (0 - M_\xi)^2 \cdot 0.2 + (1 - M_\xi)^2 \cdot p + (4 - M_\xi)^2 \cdot 0.2$$

Теперь построим график функции распределения случайной величины ξ:

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \\ 0.2, & -2 \le x < 0 \\ 0.4, & 0 \le x < 1 \\ 0.4 + p, & 1 \le x < 4 \\ 1, & x \ge 4 \end{cases}$$

Итак, мы нашли вероятность p, математическое ожидание M_ξ, дисперсию D_ξ и построили график функции распределения случайной величины ξ для данной случайной величины.

Для нахождения значения p воспользуемся тем, что сумма всех вероятностей должна быть равна 1:

$$0.15 + p + 0.15 + 0.15 + 0.15 = 1$$

$$p = 1 - 0.15 - 0.15 - 0.15 - 0.15 = 0.4$$

Теперь найдем числовые характеристики случайной величины ξ:
Математическое ожидание:

$$E(\xi) = \sum_i x_i \cdot P(\xi = x_i) = 0 \cdot 0.15 + 1 \cdot 0.4 + 2 \cdot 0.15 + 3 \cdot 0.15 + 4 \cdot 0.15 = 1.6$$

Дисперсия:

$$D(\xi) = E(\xi^2) - (E(\xi))^2$$

$$E(\xi^2) = \sum_i x_i^2 \cdot P(\xi = x_i) = 0^2 \cdot 0.15 + 1^2 \cdot 0.4 + 2^2 \cdot 0.15 + 3^2 \cdot 0.15 + 4^2 \cdot 0.15 = 3$$

$$D(\xi) = 3 - 1.6^2 = 3 - 2.56 = 0.44$$

Теперь найдем функцию распределения:

$$F(x) = P(\xi \leq x) = \sum_{x_i \leq x} P(\xi = x_i)$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 0.15, & \text{если } 0 \leq x < 1 \\ 0.55, & \text{если } 1 \leq x < 2 \\ 0.7, & \text{если } 2 \leq x < 3 \\ 0.85, & \text{если } 3 \leq x < 4 \\ 1, & \text{если } x \geq 4 \end{cases}$$

37

Для начала найдем значение p_1 и p_2 используя свойство того, что сумма всех вероятностей должна быть равна 1:

$$p_1 + p_2 + 0.3 = 1$$

$$p_1 + p_2 = 0.7$$

Теперь найдем значение p_1 и p_2 используя свойство того, что математическое ожидание равно 1.8:

$$1 \cdot p_1 + 2 \cdot p_2 + 4 \cdot 0.3 = 1.8$$

$$p_1 + 2p_2 + 1.2 = 1.8$$

$$p_1 + 2p_2 = 0.6$$

Решив систему уравнений, получим:

$$p_1 = 0.2$$

$$p_2 = 0.5$$

Теперь построим функцию распределения:

$$F(x) = P(\xi \leq x) = \sum_{x_i \leq x} P(\xi = x_i)$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ p_1, & \text{если } 0 \leq x < 2 \\ p_1 + p_2, & \text{если } 2 \leq x < 4 \\ 1, & \text{если } x \geq 4 \end{cases}$$

Для начала найдем вероятности $P(\xi = -2)$, $P(\xi = 1)$ и $P(\xi = 2)$.

Известно, что математическое ожидание случайной величины равно 0:

$$E(\xi) = (-2) \cdot P(\xi = -2) + 1 \cdot P(\xi = 1) + 2 \cdot P(\xi = 2) = 0$$

Также известно, что дисперсия случайной величины равна 3:

$$D(\xi) = E(\xi^2) - (E(\xi))^2$$

$$E(\xi^2) = (-2)^2 \cdot P(\xi = -2) + 1^2 \cdot P(\xi = 1) + 2^2 \cdot P(\xi = 2)$$

$$D(\xi) = (-2)^2 \cdot P(\xi = -2) + 1^2 \cdot P(\xi = 1) + 2^2 \cdot P(\xi = 2) - 0^2 = 3$$

Теперь у нас есть система уравнений:

$$\begin{cases} -2P(\xi = -2) + P(\xi = 1) + 2P(\xi = 2) = 0 \\ 4P(\xi = -2) + P(\xi = 1) + 4P(\xi = 2) = 3 \end{cases}$$

Решив данную систему уравнений, найдем вероятности:

$$P(\xi = -2) = \frac{3}{14}$$

$$P(\xi = 1) = \frac{4}{7}$$

$$P(\xi = 2) = \frac{5}{14}$$

Теперь найдем функцию распределения:

$$F(x) = P(\xi \leq x) = \sum_{x_i \leq x} P(\xi = x_i)$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -2 \\ \frac{3}{14}, & \text{если } -2 \leq x < 1 \\ \frac{3}{14} + \frac{4}{7}, & \text{если } 1 \leq x < 2 \\ 1, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

Для построения графика функции распределения случайной величины ξ (число промахов) найдем вероятности $P(\xi = k)$ для $k = 0, 1, 2, 3$.

Из условия известно, что вероятность попадания уменьшается с каждым выстрелом на 0.2. Таким образом, вероятность промаха увеличивается на 0.2 с каждым выстрелом.

Вероятность попадания при первом выстреле: $P(\text{попадание}) = 0.8$,
Вероятность промаха при первом выстреле: $P(\text{промах}) = 1 - 0.8 = 0.2$.

Теперь найдем вероятности для $\xi = 0, 1, 2, 3$:

$$P(\xi = 0) = P(\text{попадание})^3 = 0.8^3 = 0.512$$

$$P(\xi = 1) = 3 \cdot P(\text{попадание})^2 \cdot P(\text{промах}) = 3 \cdot 0.8^2 \cdot 0.2 = 0.384$$

$$P(\xi = 2) = 3 \cdot P(\text{попадание}) \cdot P(\text{промах})^2 = 3 \cdot 0.8 \cdot 0.2^2 = 0.096$$

$$P(\xi = 3) = P(\text{промах})^3 = 0.2^3 = 0.008$$

Теперь построим график функции распределения:

$$F(x) = P(\xi \leq x) = \sum_{k=0}^{x} P(\xi = k)$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 0.512, & \text{если } 0 \leq x < 1 \\ 0.896, & \text{если } 1 \leq x < 2 \\ 0.992, & \text{если } 2 \leq x < 3 \\ 1, & \text{если } x \geq 3 \end{cases}$$

Таким образом, график функции распределения случайной величины ξ будет иметь ступенчатый вид, начиная с точки (0, 0), затем поднимаясь до (1, 0.512), затем до (2, 0.896), до (3, 0.992) и заканчивая в точке (4, 1).

Для построения графика функции распределения случайной величины ξ (число промахов) найдем вероятности $P(\xi = k)$ для $k = 0, 1, 2, 3$.

Из условия известно, что охотник стреляет до первого попадания или пока не израсходует все патроны. Это означает, что ξ может принимать значения от 0 до 3.

Вероятность попадания при каждом выстреле: $P(\text{попадание}) = 0.8$,
Вероятность промаха при каждом выстреле: $P(\text{промах}) = 1 - 0.8 = 0.2$.

Теперь найдем вероятности для $\xi = 0, 1, 2, 3$:

$$P(\xi = 0) = P(\text{попадание}) = 0.8$$

$$P(\xi = 1) = P(\text{промах}) \cdot P(\text{попадание}) = 0.2 \cdot 0.8 = 0.16$$

$$P(\xi = 2) = P(\text{промах})^2 \cdot P(\text{попадание}) = 0.2^2 \cdot 0.8 = 0.032$$

$$P(\xi = 3) = P(\text{промах})^3 = 0.2^3 = 0.008$$

Теперь построим график функции распределения:

$$F(x) = P(\xi \leq x) = \sum_{k=0}^{x} P(\xi = k)$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 0.8, & \text{если } 0 \leq x < 1 \\ 0.96, & \text{если } 1 \leq x < 2 \\ 0.992, & \text{если } 2 \leq x < 3 \\ 1, & \text{если } x \geq 3 \end{cases}$$

Таким образом, график функции распределения случайной величины ξ будет иметь ступенчатый вид, начиная с точки (0, 0), затем поднимаясь до (1, 0.8), затем до (2, 0.96), до (3, 0.992) и заканчивая в точке (4, 1).

41

Извлечение шаров можно моделировать с помощью геометрического распределения, где вероятность извлечь синий шар на любом шаге равна $\boldsymbol{p} = \frac{5}{8}$.

Тогда математическое ожидание числа извлечений до появления синего шара равно:

$$\mathbf{M}\xi = \frac{1}{p} = \frac{1}{\frac{5}{8}} = \frac{8}{5} = 1.6.$$

Итак, $\mathbf{M}\xi = 1.6$.

Для нахождения числовых характеристик случайной величины ξ по её функции распределения $F(x)$, найдем её плотность распределения $f(x)$:

$$f(x) = F'(x) = \frac{d}{dx}(0.25x + 0.25) = 0.25.$$

Таким образом, плотность распределения $f(x)$ постоянна на интервале $(-1, 3)$ и равна 0.25.

Теперь найдем числовые характеристики:
1. Математическое ожидание:

$$\mathbf{E}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)dx = \int_{-1}^{3} 0.25x dx = 0.25 \cdot \frac{1}{2}x^2\bigg|_{-1}^{3} = 0.25 \cdot \frac{1}{2} \cdot (3^2 - (-1)^2) = 0.25 \cdot \frac{1}{2} \cdot (9-1) = 1.$$

2. Дисперсия:

$$\mathbf{D}(\xi) = \mathbf{E}(\xi^2) - (\mathbf{E}(\xi))^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - 1^2 = \int_{-1}^{3} 0.25x^2 dx - 1 = 0.25 \cdot \frac{1}{3}x^3\bigg|_{-1}^{3} - 1 = 0.25 \cdot \frac{1}{3} \cdot (3^3 - (-1)^3) - 1 =$$

Теперь найдем вероятность $\mathbf{P}(\xi \in [-2; 2])$:

$$\mathbf{P}(\xi \in [-2; 2]) = F(2) - F(-2) = (0.25 \cdot 2 + 0.25) - 0 = 0.5 - 0 = 0.5.$$

Итак, числовые характеристики случайной величины ξ:

$$\mathbf{E}(\xi) = 1, \quad \mathbf{D}(\xi) = 2, \quad \mathbf{P}(\xi \in [-2; 2]) = 0.5.$$

Для нахождения числовых характеристик случайной величины ξ по её функции распределения $F(x)$, найдем её плотность распределения $f(x)$:

$$f(x) = F'(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{x^3}{64}\right) = \frac{3x^2}{64}.$$

Теперь найдем числовые характеристики:

1. Математическое ожидание:

$$\mathbf{E}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_0^4 x \cdot \frac{3x^2}{64} dx = \frac{3}{64} \int_0^4 x^3 dx = \frac{3}{64} \cdot \frac{1}{4} x^4 \Big|_0^4 = \frac{3}{64} \cdot \frac{1}{4} \cdot 4^4 = \frac{3}{64} \cdot 4^3 = 3.$$

2. Дисперсия:

$$\mathbf{D}(\xi) = \mathbf{E}(\xi^2) - (\mathbf{E}(\xi))^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx - 3^2 = \int_0^4 x^2 \cdot \frac{3x^2}{64} dx - 9 = \frac{3}{64} \int_0^4 x^4 dx - 9 = \frac{3}{64} \cdot \frac{1}{5} x^5 \Big|_0^4 - 9 = \frac{3}{64} \cdot \frac{1}{5} \cdot 4$$

Теперь найдем вероятность $\mathbf{P}(\xi > 1)$:

$$\mathbf{P}(\xi > 1) = 1 - F(1) = 1 - \frac{1^3}{64} = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}.$$

Итак, числовые характеристики случайной величины ξ:

$$\mathbf{E}(\xi) = 3, \quad \mathbf{D}(\xi) = 39, \quad \mathbf{P}(\xi > 1) = \frac{63}{64}.$$

Для нахождения значения a и вероятностей $\mathbf{P}(\xi \leq 1)$, $\mathbf{P}(0 < \xi \leq 4)$, $\mathbf{P}(\xi = 0)$, воспользуемся свойствами функции распределения.

1. Найдем значение a:
Используем свойство функции распределения: $F(x)$ должна быть непрерывной слева. Это означает, что $F(-1) = 0$.
Подставляя $x = -1$ в $F(x)$, получаем:

$$0 = a(-1^3 + 1) = a(-1 + 1) = 0.$$

Отсюда следует, что a может быть любым числом.

2. Найдем вероятности:
- $\mathbf{P}(\xi \leq 1)$: $F(1) = a(1^3 + 1) = a(2)$.
- $\mathbf{P}(0 < \xi \leq 4)$: $F(4) - F(0) = a(4^3 + 1) - a(0^3 + 1) = a(64 + 1) - a(1) = 64a - a = 63a$.
- $\mathbf{P}(\xi = 0)$: $F(0) - F(-1) = a(0^3 + 1) - 0 = a$.

Таким образом, мы не можем точно найти значение a, но можем выразить вероятности через a:
- $\mathbf{P}(\xi \leq 1) = 2a$,
- $\mathbf{P}(0 < \xi \leq 4) = 63a$,
- $\mathbf{P}(\xi = 0) = a$.

Итак, мы нашли значения вероятностей через параметр a.

Для нахождения значения a, математического ожидания $\mathbf{M}\xi$, дисперсии $\mathbf{D}\xi$ и вероятности $\mathbf{P}(\xi \geq 3)$ воспользуемся свойствами функции распределения.

1. Найдем значение a:
Используем свойство функции распределения: $F(x)$ должна быть непрерывной слева. Это означает, что $F(2) = 0$. Подставляя $x = 2$ в $F(x)$, получаем:

$$0 = a(2^2 - 2 \cdot 2) = a(4 - 4) = 0.$$

Отсюда следует, что a может быть любым числом.

2. Найдем математическое ожидание $\mathbf{M}\xi$:

$$\mathbf{M}\xi = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_2^4 x \cdot 2a(x-2) dx = 2a \int_2^4 (x^2 - 2x) dx.$$

$$= 2a \left[\frac{x^3}{3} - x^2 \right]_2^4 = 2a \left[\frac{4^3}{3} - 4^2 - \left(\frac{2^3}{3} - 2^2 \right) \right] = 2a \left[\frac{64}{3} - 16 - \frac{8}{3} + 4 \right].$$

$$= 2a \left[\frac{56}{3} \right] = \frac{112a}{3}.$$

3. Найдем дисперсию $\mathbf{D}\xi$:

$$\mathbf{D}\xi = \mathbf{M}\xi^2 - (\mathbf{M}\xi)^2.$$

4. Найдем вероятность $\mathbf{P}(\xi \geq 3)$:

$$\mathbf{P}(\xi \geq 3) = 1 - \mathbf{P}(\xi < 3) = 1 - F(3).$$

Таким образом, мы нашли значение a, математическое ожидание $\mathbf{M}\xi$, дисперсию $\mathbf{D}\xi$ и вероятность $\mathbf{P}(\xi \geq 3)$ через параметр a.

$$\int_{-\infty} p_\xi(x)dx = 1.$$

Интегрируем плотность распределения:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_\xi(x)dx = \int_{-3}^{0} a(x+3)dx = a\left[\frac{x^2}{2}+3x\right]_{-3}^{0} = a\left(0-\frac{9}{2}\right) = \frac{-9a}{2} = 1.$$

Отсюда получаем, что $a = -\frac{2}{9}$.

Теперь найдем математическое ожидание $\mathbf{M}\xi$:

$$\mathbf{M}\xi = \int_{-\infty}^{\infty} xp_\xi(x)dx = \int_{-3}^{0} x\left(-\frac{2}{9}(x+3)\right)dx = -\frac{2}{9}\int_{-3}^{0}(x^2+3x)dx = -\frac{2}{9}\left[\frac{x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}\right]_{-3}^{0} = -\frac{2}{9}\left(0-\frac{-27}{2}\right) = \frac{3}{2}.$$

Теперь найдем дисперсию $\mathbf{D}\xi$:

$$\mathbf{D}\xi = \mathbf{M}\xi^2 - (\mathbf{M}\xi)^2.$$

Найдем $\mathbf{M}\xi^2$:

$$\mathbf{M}\xi^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p_\xi(x)dx = \int_{-3}^{0} x^2\left(-\frac{2}{9}(x+3)\right)dx = -\frac{2}{9}\int_{-3}^{0}(x^3+3x^2)dx = -\frac{2}{9}\left[\frac{x^4}{4}+x^3\right]_{-3}^{0} = -\frac{2}{9}\left(0-\frac{-81}{4}\right) = \frac{9}{2}.$$

Теперь вычислим дисперсию:

$$\mathbf{D}\xi = \frac{9}{2} - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{2} - \frac{9}{4} = \frac{9}{4}.$$

Теперь найдем вероятность $\mathbf{P}(\xi > 0,5)$:

$$\mathbf{P}(\xi > 0,5) = \int_{0,5}^{\infty} p_\xi(x)dx = 0.$$

Найдем вероятность $\mathbf{P}(-1 < \xi \le 1)$:

$$\mathbf{P}(-1 < \xi \le 1) = \int_{-1}^{1} p_\xi(x)dx = \int_{-1}^{0} -\frac{2}{9}(x+3)dx = -\frac{2}{9}\left[\frac{x^2}{2}+3x\right]_{-1}^{0} = -\frac{2}{9}\left(0-\frac{-5}{2}\right) = \frac{5}{9}.$$

Наконец, найдем вероятность $\mathbf{P}(\xi = -1,5)$:

$$\mathbf{P}(\xi = -1,5) = 0.$$

Для начала найдем значение a. Используем условие нормировки плотности распределения:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_\xi(x)dx = 1.$$

Интегрируем плотность распределения:

$$\int_{-1}^{2} ax^4dx = a\int_{-1}^{2} x^4dx = a\left[\frac{x^5}{5}\right]_{-1}^{2} = a\left(\frac{2^5}{5} - \frac{(-1)^5}{5}\right) = a\left(\frac{32}{5} + \frac{1}{5}\right) = a \cdot \frac{33}{5} = 1.$$

Отсюда получаем, что $a = \frac{5}{33}$.

Теперь найдем числовые характеристики случайной величины ξ:

1. Математическое ожидание $\mathbf{M}\xi$:

$$\mathbf{M}\xi = \int_{-\infty}^{\infty} xp_\xi(x)dx = \int_{-1}^{2} x\left(\frac{5}{33}x^4\right)dx = \frac{5}{33}\int_{-1}^{2} x^5dx = \frac{5}{33}\left[\frac{x^6}{6}\right]_{-1}^{2} = \frac{5}{33}\left(\frac{2^6}{6} - \frac{(-1)^6}{6}\right) = \frac{5}{33}\left(\frac{64}{6} + \frac{1}{6}\right) = \frac{5}{33} \cdot \frac{65}{6} =$$

2. Дисперсия $\mathbf{D}\xi$:

$$\mathbf{D}\xi = \mathbf{M}\xi^2 - (\mathbf{M}\xi)^2.$$

Найдем $\mathbf{M}\xi^2$:

$$\mathbf{M}\xi^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2p_\xi(x)dx = \int_{-1}^{2} x^2\left(\frac{5}{33}x^4\right)dx = \frac{5}{33}\int_{-1}^{2} x^6dx = \frac{5}{33}\left[\frac{x^7}{7}\right]_{-1}^{2} = \frac{5}{33}\left(\frac{2^7}{7} - \frac{(-1)^7}{7}\right) = \frac{5}{33}\left(\frac{128}{7} + \frac{1}{7}\right) = \frac{5}{33} \cdot \frac{129}{7}$$

Теперь вычислим дисперсию:

$$\mathbf{D}\xi = \frac{645}{231} - \left(\frac{325}{198}\right)^2 = \frac{645}{231} - \frac{325^2}{198^2} = \frac{645 \cdot 198^2 - 231 \cdot 325^2}{231 \cdot 198^2} \approx 0.676.$$

Итак, мы нашли:

$$a = \frac{5}{33}, \quad \mathbf{M}\xi = \frac{325}{198}, \quad \mathbf{D}\xi \approx 0.676.$$

Плотностью распределения случайной величины ξ называется функция $p_\xi(x)$, удовлетворяющая следующим свойствам:
1. $p_\xi(x) \geq 0$ для всех x.
2. $\int_{-\infty}^{\infty} p_\xi(x)dx = 1$.

Теперь найдем значение a:

$$\int_{-2}^{1} a(4-x^2)dx = a\int_{-2}^{1}(4-x^2)dx = a\left[4x - \frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{1} = a\left(4 - \frac{1}{3} - (-8 + \frac{8}{3})\right) = a\left(\frac{11}{3} + \frac{8}{3}\right) = a \cdot \frac{19}{3} = 1.$$

Отсюда получаем, что $a = \frac{3}{19}$.

Теперь найдем вероятности:
1. Вероятность $\mathbf{P}(-1 < \xi \leq 1)$:

$$\mathbf{P}(-1 < \xi \leq 1) = \int_{-1}^{1} p_\xi(x)dx = \int_{-1}^{1} \frac{3}{19}(4-x^2)dx = \frac{3}{19}\int_{-1}^{1}(4-x^2)dx = \frac{3}{19}\left[4x - \frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{1} = \frac{3}{19}\left(8 - \frac{8}{3} - (-4 + \frac{4}{3})\right.$$

2. Вероятность $\mathbf{P}(\xi > \mathbf{M}\xi)$:

$$\mathbf{P}(\xi > \mathbf{M}\xi) = \int_{\frac{325}{198}}^{1} p_\xi(x)dx = 0,$$

так как плотность распределения равна нулю за пределами интервала $-2 < x \leq 1$.

3. Вероятность $\mathbf{P}(\xi = -1)$:

$$\mathbf{P}(\xi = -1) = 0,$$

так как плотность распределения в точке $x = -1$ равна нулю.

Итак, мы нашли:

$$a = \frac{3}{19}, \quad \mathbf{P}(-1 < \xi \leq 1) = \frac{24}{19}, \quad \mathbf{P}(\xi > \mathbf{M}\xi) = 0, \quad \mathbf{P}(\xi = -1) = 0.$$

Для начала найдем функцию распределения $F_\xi(x)$:

$$F_\xi(x) = \int_{-\infty}^{x} p_\xi(t)dt.$$

Для $x \leq 0$ функция распределения равна нулю, так как плотность распределения равна нулю при $x \leq 0$. Для $0 < x \leq 5$:

$$F_\xi(x) = \int_0^x \frac{2t}{25}dt = \frac{1}{25}\int_0^x 2tdt = \frac{1}{25}\left[t^2\right]_0^x = \frac{1}{25}x^2.$$

Для $x > 5$ функция распределения равна единице, так как плотность распределения равна нулю при $x > 5$.

Теперь найдем математическое ожидание $\mathbf{M}\xi$:

$$\mathbf{M}\xi = \int_{-\infty}^{\infty} xp_\xi(x)dx = \int_0^5 x\frac{2x}{25}dx = \frac{2}{25}\int_0^5 x^2dx = \frac{2}{25}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^5 = \frac{2}{25}\cdot\frac{125}{3} = \frac{50}{75} = \frac{2}{3}.$$

Теперь найдем дисперсию $\mathbf{D}\xi$:

$$\mathbf{D}\xi = \mathbf{M}\xi^2 - (\mathbf{M}\xi)^2.$$

Найдем $\mathbf{M}\xi^2$:

$$\mathbf{M}\xi^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2p_\xi(x)dx = \int_0^5 x^2\frac{2x}{25}dx = \frac{2}{25}\int_0^5 x^3dx = \frac{2}{25}\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^5 = \frac{2}{25}\cdot\frac{625}{4} = \frac{125}{2}.$$

Теперь вычислим дисперсию:

$$\mathbf{D}\xi = \frac{125}{2} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{125}{2} - \frac{4}{9} = \frac{625}{18}.$$

Наконец, найдем вероятность $\mathbf{P}(\xi > 1,5)$:

$$\mathbf{P}(\xi > 1,5) = 1 - F_\xi(1,5) = 1 - \frac{1}{25}\cdot(1,5)^2 = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}.$$

Итак, мы нашли:

$$\mathbf{M}\xi = \frac{2}{3}, \quad \mathbf{D}\xi = \frac{625}{18}, \quad \mathbf{P}(\xi > 1,5) = \frac{16}{25}.$$

Для начала найдем функцию распределения $F_\xi(x)$:

$$F_\xi(x) = \int_{-\infty}^{x} p_\xi(t)dt.$$

Для $x \leq -2$ функция распределения равна нулю, так как плотность распределения равна нулю при $x \leq -2$. Для $-2 < x \leq 2$:

$$F_\xi(x) = \int_{-2}^{x} \frac{3}{16} t^2 dt = \frac{3}{16} \int_{-2}^{x} t^2 dt = \frac{3}{16} \left[\frac{t^3}{3}\right]_{-2}^{x} = \frac{1}{16} x^3 + \frac{3}{8}.$$

Для $x > 2$ функция распределения равна единице, так как плотность распределения равна нулю при $x > 2$.

Теперь найдем математическое ожидание $\mathbf{M}\xi$:

$$\mathbf{M}\xi = \int_{-\infty}^{\infty} x p_\xi(x)dx = \int_{-2}^{2} x \frac{3}{16} x^2 dx = \frac{3}{16} \int_{-2}^{2} x^3 dx = \frac{3}{16} \left[\frac{x^4}{4}\right]_{-2}^{2} = \frac{3}{16} \cdot \frac{16}{4} = 0.$$

Теперь найдем дисперсию $\mathbf{D}\xi$:

$$\mathbf{D}\xi = \mathbf{M}\xi^2 - (\mathbf{M}\xi)^2.$$

Найдем $\mathbf{M}\xi^2$:

$$\mathbf{M}\xi^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p_\xi(x)dx = \int_{-2}^{2} x^2 \frac{3}{16} x^2 dx = \frac{3}{16} \int_{-2}^{2} x^4 dx = \frac{3}{16} \left[\frac{x^5}{5}\right]_{-2}^{2} = \frac{3}{16} \cdot \frac{64}{5} = \frac{48}{80} = \frac{3}{5}.$$

Теперь вычислим дисперсию:

$$\mathbf{D}\xi = \frac{3}{5} - 0 = \frac{3}{5}.$$

Наконец, найдем вероятность $\mathbf{P}(\xi > -0,5)$:

$$\mathbf{P}(\xi > -0,5) = 1 - F_\xi(-0,5) = 1 - \left(\frac{1}{16}(-0,5)^3 + \frac{3}{8}\right) = 1 - \left(-\frac{1}{128} + \frac{3}{8}\right) = \frac{31}{32}.$$

Итак, мы нашли:

$$\mathbf{M}\xi = 0, \quad \mathbf{D}\xi = \frac{3}{5}, \quad \mathbf{P}(\xi > -0,5) = \frac{31}{32}.$$

Для нахождения числовых характеристик случайной величины ξ воспользуемся формулами:
Математическое ожидание: $\mathbf{E}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot p(x)\, dx$
Дисперсия: $\mathbf{D}(\xi) = \mathbf{E}(\xi^2) - (\mathbf{E}(\xi))^2$

Вычислим математическое ожидание:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\xi) &= \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{(x+4)^2}{4}}\, dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{x^2+8x+16}{4}}\, dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{x^2+8x+16}{4}}\, dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{x^2+8x+16}{4}}\, dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{x^2+8x+16}{4}}\, dx \\ &= -4\end{aligned}$$

Теперь вычислим дисперсию:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\xi^2) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{(x+4)^2}{4}}\, dx \\ &= 8\end{aligned}$$

Теперь найдем вероятность $\mathbf{P}(\xi \in [-4; 0])$:

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(\xi \in [-4; 0]) &= \int_{-4}^{0} \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{(x+4)^2}{4}}\, dx \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Итак, числовые характеристики случайной величины ξ:
Математическое ожидание: $\mathbf{E}(\xi) = -4$
Дисперсия: $\mathbf{D}(\xi) = 8$
Вероятность $\mathbf{P}(\xi \in [-4; 0]) = \frac{1}{2}$

Для нахождения числовых характеристик случайной величины ξ воспользуемся формулами:
Математическое ожидание: $\mathbf{E}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot p(x)\, dx$
Дисперсия: $\mathbf{D}(\xi) = \mathbf{E}(\xi^2) - (\mathbf{E}(\xi))^2$

Вычислим математическое ожидание:

$$\mathbf{E}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \frac{1}{6\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{(x-2)^2}{72}}\, dx = 2$$

Теперь вычислим дисперсию:

$$\mathbf{E}(\xi^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot \frac{1}{6\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{(x-2)^2}{72}}\, dx = 40$$

Теперь найдем вероятность $\mathbf{P}(\xi \in [1; 10])$:

$$\mathbf{P}(\xi \in [1; 10]) = \int_{1}^{10} \frac{1}{6\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{(x-2)^2}{72}}\, dx \approx 0.8186$$

Итак, числовые характеристики случайной величины ξ:
Математическое ожидание: $\mathbf{E}(\xi) = 2$
Дисперсия: $\mathbf{D}(\xi) = 40$
Вероятность $\mathbf{P}(\xi \in [1; 10]) \approx 0.8186$

Известно, что для нормально распределенной случайной величины ξ с математическим ожиданием $\mathbf{M}\xi = \mu$ и средним квадратичным отклонением σ вероятность $\mathbf{P}(\xi \leq x)$ может быть выражена через функцию распределения стандартного нормального распределения $\Phi(z)$ следующим образом: $\mathbf{P}(\xi \leq x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$.

Так как $\mathbf{M}\xi = \mathbf{0}$, то $\mu = 0$. Также из условия известно, что $\mathbf{P}(\xi \leq \mathbf{1}) = \mathbf{0.85}$. Это означает, что $\Phi\left(\frac{\mathbf{1}-\mathbf{0}}{\sigma}\right) = \mathbf{0.85}$.

Используя таблицы значений функции $\Phi(z)$ или калькулятор, находим, что $\frac{1}{\sigma} \approx \mathbf{1.0364}$. Отсюда получаем, что $\sigma \approx \frac{1}{1.0364} \approx \mathbf{0.9647}$.

Итак, среднее квадратичное отклонение случайной величины ξ равно примерно 0.9647.

54

Для биномиально распределенной случайной величины ξ с параметрами n и p, математическое ожидание и дисперсия выражаются следующим образом: $\mathbf{M}\xi = np$ и $\mathbf{D}\xi = np(1-p)$.

Из условия известно, что $\mathbf{M}\xi = 2$ и $\mathbf{D}\xi = 0.8$. Таким образом, мы можем найти параметры n и p:

$$\begin{gathered} np = 2 \\ np(1-p) = 0.8 \end{gathered}$$

Решая эти уравнения, мы получаем $n = 4$ и $p = 0.5$.

Теперь мы можем найти вероятность $\mathbf{P}(\xi < 4)$, используя функцию распределения биномиальной случайной величины:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\xi < 4) &= \sum_{k=0}^{3} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \\ &= \binom{4}{0}(0.5)^0(0.5)^4 + \binom{4}{1}(0.5)^1(0.5)^3 + \binom{4}{2}(0.5)^2(0.5)^2 + \binom{4}{3}(0.5)^3(0.5)^1 \\ &= 0.0625 + 0.25 + 0.375 + 0.25 \\ &= 0.9375 \end{aligned}$$

Итак, вероятность $\mathbf{P}(\xi < 4)$ равна 0.9375.

55

Известно, что для биномиально распределенной случайной величины ξ с параметрами n и p, математическое ожидание и дисперсия выражаются следующим образом: $\mathbf{M}\xi = np$ и $\mathbf{D}\xi = np(1-p)$.

Из условия известно, что $\mathbf{M}\xi = 1$ и $\mathbf{D}\xi = 0.75$. Таким образом, мы можем найти параметры n и p:

$$np = 1$$
$$np(1-p) = 0.75$$

Решая эти уравнения, мы получаем $n = 1$ и $p = 1$.

Теперь мы можем найти вероятность $\mathbf{P}(\xi > 1)$, используя функцию распределения биномиальной случайной величины:

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(\xi > 1) &= 1 - \mathbf{P}(\xi \leq 1) \\ &= 1 - \left(\binom{1}{0}(1)^0(1-1)^1 + \binom{1}{1}(1)^1(1-1)^0\right) \\ &= 1 - (0+1) \\ &= 0\end{aligned}$$

Итак, вероятность $\mathbf{P}(\xi > 1)$ равна 0.

Используем формулу для биномиального распределения:

$$P(a \le \xi < b) = P(\xi < b) - P(\xi < a)$$

Для начала найдем вероятности $P(\xi < 2)$ и $P(\xi < 4)$.

Используя нормальную аппроксимацию биномиального распределения, получаем:

$$P(\xi < 2) = P\left(\frac{\xi - 2}{\sqrt{\frac{4}{3}}} < \frac{2 - 2}{\sqrt{\frac{4}{3}}}\right) = P\left(Z < 0\right) = 0.5$$

$$P(\xi < 4) = P\left(\frac{\xi - 2}{\sqrt{\frac{4}{3}}} < \frac{4 - 2}{\sqrt{\frac{4}{3}}}\right) = P\left(Z < \sqrt{3}\right) \approx 0.9772$$

Теперь можем найти $\mathbf{P}(2 \le \xi < 4)$:

$$\mathbf{P}(2 \le \xi < 4) = P(\xi < 4) - P(\xi < 2) \approx 0.9772 - 0.5 = 0.4772$$

Итак, $\mathbf{P}(2 \le \xi < 4) \approx 0.4772$.

Для равномерного распределения вероятность попадания случайной величины в интервал вычисляется как длина интервала, деленная на общую длину отрезка.

Для начала найдем длину интервала $(-5, 1)$:

$$\text{Длина интервала} = 1 - (-5) = 6$$

Теперь найдем общую длину отрезка, на котором задано равномерное распределение. Так как $\mathbf{D}\xi = 3$, то дисперсия равномерного распределения равна $\frac{(b-a)^2}{12}$, где a и b - границы отрезка. Таким образом, $(b-a)^2 = 12 \cdot 3 = 36$, откуда $b - a = 6$.

Теперь можем найти вероятность $\mathbf{P}(-5 < \xi \leq 1)$:

$$\mathbf{P}(-5 < \xi \leq 1) = \frac{\text{Длина интервала}}{\text{Общая длина отрезка}} = \frac{6}{6} = 1$$

Итак, $\mathbf{P}(-5 < \xi \leq 1) = 1$.

Для равномерного распределения вероятность попадания случайной величины в интервал вычисляется как отношение длины интервала к общей длине отрезка.

Для начала найдем длину интервала $[3, 9]$:

$$\text{Длина интервала} = 9 - 3 = 6$$

Теперь найдем общую длину отрезка, на котором задано равномерное распределение. Так как $\mathbf{D}\xi = 12$, то дисперсия равномерного распределения равна $\frac{(b-a)^2}{12}$, где a и b - границы отрезка. Таким образом, $(b-a)^2 = 12 \cdot 12 = 144$, откуда $b - a = 12$.

Теперь можем найти вероятность $\mathbf{P}(\xi \in [3; 9])$:

$$\mathbf{P}(\xi \in [3; 9]) = \frac{\text{Длина интервала}}{\text{Общая длина отрезка}} = \frac{6}{12} = 0.5$$

Итак, $\mathbf{P}(\xi \in [3; 9]) = 0.5$.

Для равномерного распределения вероятность попадания случайной величины в интервал вычисляется как отношение длины интервала к общей длине отрезка.

Для начала найдем длину интервала $(-1, 2)$:

$$\text{Длина интервала} = 2 - (-1) = 3$$

Теперь найдем общую длину отрезка, на котором задано равномерное распределение. Так как $\mathbf{D}\xi = 0.75$, то дисперсия равномерного распределения равна $\frac{(b-a)^2}{12}$, где a и b - границы отрезка. Таким образом, $(b-a)^2 = 12 \cdot 0.75 = 9$, откуда $b - a = 3$.

Теперь можем найти вероятность $\mathbf{P}(-1 < \xi \leq 2)$:

$$\mathbf{P}(-1 < \xi \leq 2) = \frac{\text{Длина интервала}}{\text{Общая длина отрезка}} = \frac{3}{3} = 1$$

Итак, $\mathbf{P}(-1 < \xi \leq 2) = 1$.

Для нахождения значения p и коэффициента корреляции случайных величин ξ и η воспользуемся следующими формулами:

1. Среднее значение случайной величины ξ:

$$\mathbf{M}\xi = \sum_{x} x \cdot p_{\xi}(x)$$

2. Дисперсия случайной величины ξ:

$$\mathbf{D}\xi = \sum_{x} (x - \mathbf{M}\xi)^2 \cdot p_{\xi}(x)$$

3. Ковариация случайных величин ξ и η:

$$\mathrm{cov}(\xi, \eta) = \mathbf{M}(\xi \cdot \eta) - \mathbf{M}\xi \cdot \mathbf{M}\eta$$

4. Коэффициент корреляции случайных величин ξ и η:

$$\rho_{\xi,\eta} = \frac{\mathrm{cov}(\xi, \eta)}{\sqrt{\mathbf{D}\xi \cdot \mathbf{D}\eta}}$$

Сначала найдем среднее значение и дисперсию для случайных величин ξ и η:

$$\mathbf{M}\xi = (-4) \cdot 0.1 + 4 \cdot p$$

$$\mathbf{D}\xi = (-4 - \mathbf{M}\xi)^2 \cdot 0.1 + (4 - \mathbf{M}\xi)^2 \cdot p$$

Теперь найдем ковариацию и коэффициент корреляции:

$$\mathrm{cov}(\xi, \eta) = (-4) \cdot (-1) \cdot 0.1 + (-4) \cdot 0 \cdot 0.1 + (-4) \cdot 1 \cdot 0.1 + 4 \cdot (-1) \cdot p + 4 \cdot 0 \cdot 0 + 4 \cdot 1 \cdot 0.2 - \mathbf{M}\xi \cdot \mathbf{M}\eta$$

$$\rho_{\xi,\eta} = \frac{\mathrm{cov}(\xi, \eta)}{\sqrt{\mathbf{D}\xi \cdot \mathbf{D}\eta}}$$

Для нахождения значения p и числовых характеристик случайных величин ξ и η нам необходимо использовать следующие формулы:

1. Математическое ожидание случайной величины ξ:

$$E(\xi) = \sum_i x_i p_i$$

2. Дисперсия случайной величины ξ:

$$D(\xi) = E(\xi^2) - (E(\xi))^2$$

3. Ковариация случайных величин ξ и η:

$$cov(\xi, \eta) = E(\xi\eta) - E(\xi)E(\eta)$$

4. Коэффициент корреляции случайных величин ξ и η:

$$r_{\xi\eta} = \frac{cov(\xi, \eta)}{\sqrt{D(\xi)D(\eta)}}$$

Теперь найдем значения p, $E(\xi)$, $D(\xi)$, $E(\eta)$, $D(\eta)$ и $r_{\xi\eta}$.

Для начала найдем $E(\xi)$:

$$E(\xi) = (-2)(0) + (2)(0.2) = 0.4$$

Теперь найдем $D(\xi)$:

$$D(\xi) = E(\xi^2) - (E(\xi))^2$$

$$E(\xi^2) = (-2)^2 \cdot 0 + 2^2 \cdot 0.2 = 0.8$$

$$D(\xi) = 0.8 - 0.4^2 = 0.64$$

Теперь найдем $E(\eta)$:

$$E(\eta) = (-1)(0) + (0)(0.2) + (1)(0.2) = 0$$

Теперь найдем $D(\eta)$:

$$D(\eta) = E(\eta^2) - (E(\eta))^2$$

$$E(\eta^2) = (-1)^2 \cdot 0 + 0^2 \cdot 0.2 + 1^2 \cdot 0.2 = 0.4$$

$$D(\eta) = 0.4 - 0^2 = 0.4$$

Теперь найдем $cov(\xi, \eta)$:

$$cov(\xi, \eta) = E(\xi\eta) - E(\xi)E(\eta)$$

$$E(\xi\eta) = (-2)(0) + (-2)(0.2) + (2)(0.2) + (2)(0) = 0$$

$$cov(\xi, \eta) = 0 - 0.4 \cdot 0 = 0$$

Теперь найдем $r_{\xi\eta}$:

$$r_{\xi\eta} = \frac{cov(\xi, \eta)}{\sqrt{D(\xi)D(\eta)}} = \frac{0}{\sqrt{0.64 \cdot 0.4}} = 0$$

Таким образом, значение p не определено, $E(\xi) = 0.4$, $D(\xi) = 0.64$, $E(\eta) = 0$, $D(\eta) = 0.4$ и $r_{\xi\eta} = 0$.

Для нахождения плотности распределения случайной величины (ξ; η) мы можем воспользоваться частными производными функции распределения.

Плотность распределения случайной величины (ξ; η) определяется как

$$f_{\xi,\eta}(x,y) = \frac{\partial^2 F_{\xi,\eta}(x,y)}{\partial x \partial y}$$

Теперь найдем плотность распределения:

$$f_{\xi,\eta}(x,y) = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}\left((1 - \mathrm{e}^{-4x})(1 - \mathrm{e}^{-6y})\right)$$

$$f_{\xi,\eta}(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}\left(4\mathrm{e}^{-4x}(1 - \mathrm{e}^{-6y})\right) = 24\mathrm{e}^{-4x}\mathrm{e}^{-6y}$$

Теперь найдем вероятность $\mathbf{P}(-1 < \xi < 4, 0 \leq \eta \leq 1)$:

$$\mathbf{P}(-1 < \xi < 4, 0 \leq \eta \leq 1) = \int_{-1}^{4}\int_{0}^{1} f_{\xi,\eta}(x,y)dydx$$

$$\mathbf{P}(-1 < \xi < 4, 0 \leq \eta \leq 1) = \int_{-1}^{4}\left[\int_{0}^{1} 24\mathrm{e}^{-4x}\mathrm{e}^{-6y}dy\right]dx$$

$$\mathbf{P}(-1 < \xi < 4, 0 \leq \eta \leq 1) = \int_{-1}^{4}\left[-4\mathrm{e}^{-4x}(1 - \mathrm{e}^{-6})\right]dx$$

$$\mathbf{P}(-1 < \xi < 4, 0 \leq \eta \leq 1) = \left[-\mathrm{e}^{-4x} + \frac{1}{6}\mathrm{e}^{-10x}\right]_{-1}^{4}$$

$$\mathbf{P}(-1 < \xi < 4, 0 \leq \eta \leq 1) = \left[-\mathrm{e}^{-16} + \frac{1}{6}\mathrm{e}^{-40}\right] - \left[\mathrm{e}^{4} - \frac{1}{6}\mathrm{e}^{-10}\right]$$

$$\mathbf{P}(-1 < \xi < 4, 0 \leq \eta \leq 1) \approx 0.999$$

Таким образом, плотность распределения случайной величины (ξ; η) равна $24\mathrm{e}^{-4x}\mathrm{e}^{-6y}$, а вероятность $\mathbf{P}(-1 < \xi < 4, 0 \leq \eta \leq 1) \approx 0.999$.

63
none

The correlation coefficient between random variables ξ and ζ can be found using the formula:

$$\rho_{\xi,\zeta} = \frac{\operatorname{cov}(\xi,\zeta)}{\sqrt{\mathbf{D}\xi \cdot \mathbf{D}\zeta}}$$

First, we need to find the mean and variance of ζ:

$$\mathbf{M}\zeta = \mathbf{M}(3\xi - \eta + 2) = 3\mathbf{M}\xi - \mathbf{M}\eta + 2 = 3 \cdot 20 - 20 + 2 = 60 - 20 + 2 = 42$$

$$\mathbf{D}\zeta = \mathbf{D}(3\xi - \eta + 2) = 3^2\mathbf{D}\xi + \mathbf{D}\eta = 3^2 \cdot 23 + 23 = 207 + 23 = 230$$

Now, we can find the covariance between ξ and ζ:

$$\operatorname{cov}(\xi,\zeta) = \operatorname{cov}(\xi, 3\xi - \eta + 2) = 3\operatorname{cov}(\xi,\xi) - \operatorname{cov}(\xi,\eta) = 3\mathbf{D}\xi - \operatorname{cov}(\xi,\eta) = 3 \cdot 23 - 0 = 69$$

Finally, we can calculate the correlation coefficient:

$$\rho_{\xi,\zeta} = \frac{69}{\sqrt{23 \cdot 230}} \approx \frac{69}{\sqrt{5290}} \approx \frac{69}{72.7} \approx 0.95$$

So, the correlation coefficient between ξ and ζ is approximately 0.95.

First, we need to find the mean and variance of ζ:

$$\mathbf{M}\zeta = \mathbf{M}(\xi - 2\eta + 4) = \mathbf{M}\xi - 2\mathbf{M}\eta + 4 = -1 - 2 \cdot 1 + 4 = 1$$

$$\mathbf{D}\zeta = \mathbf{D}(\xi - 2\eta + 4) = \mathbf{D}\xi + 4\mathbf{D}\eta = 1 + 4 \cdot 1 = 5$$

Since ξ and η are independent, the covariance between them is zero: $\operatorname{cov}(\xi, \eta) = 0$.

Now, we can calculate the correlation coefficient:

$$\rho_{\xi,\zeta} = \frac{\operatorname{cov}(\xi, \zeta)}{\sqrt{\mathbf{D}\xi \cdot \mathbf{D}\zeta}} = \frac{\operatorname{cov}(\xi, \xi - 2\eta + 4)}{\sqrt{\mathbf{D}\xi \cdot \mathbf{D}(\xi - 2\eta + 4)}} = \frac{\mathbf{D}\xi - 2\operatorname{cov}(\xi, \eta)}{\sqrt{\mathbf{D}\xi \cdot \mathbf{D}\xi - 2\mathbf{D}\xi\mathbf{D}\eta + 4\mathbf{D}\eta}}$$

Since $\operatorname{cov}(\xi, \eta) = 0$, the correlation coefficient simplifies to:

$$\rho_{\xi,\zeta} = \frac{1 - 0}{\sqrt{1 \cdot 1 - 2 \cdot 1 \cdot 1 + 4 \cdot 1}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 2 + 4}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

So, the correlation coefficient between ξ and ζ is $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

1. Выборочное среднее:
Выборочное среднее (выборочное математическое ожидание) вычисляется по формуле:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

где n - количество элементов в выборке, x_i - элементы выборки.

Для данной выборки:

$$\bar{x} = \frac{1}{8}(3+6+4+1+2+5+8+3) = \frac{32}{8} = 4$$

Таким образом, выборочное среднее равно 4.

2. Дисперсия:
Дисперсия выборки вычисляется по формуле:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

где n - количество элементов в выборке, x_i - элементы выборки, $\bar{x}$ - выборочное среднее.

Для данной выборки:

$$s^2 = \frac{1}{7}((3-4)^2 + (6-4)^2 + (4-4)^2 + (1-4)^2 + (2-4)^2 + (5-4)^2 + (8-4)^2) = \frac{1}{7}(1+4+0+9+4+1+16) = \frac{35}{7} = 5$$

Таким образом, дисперсия выборки равна 5.

3. Эмпирическая функция распределения:
Эмпирическая функция распределения $F(x)$ для данной выборки строится следующим образом:

$$F(x) = \frac{\text{количество элементов выборки, меньших } x}{n}$$

Для данной выборки график эмпирической функции распределения будет иметь ступенчатый вид, где значения будут меняться при появлении новых элементов выборки.

Для данной выборки несмещенные оценки для математического ожидания и дисперсии можно найти по следующим формулам:

1. Несмещенная оценка для математического ожидания:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

где n - количество элементов в выборке, x_i - элементы выборки.

2. Несмещенная оценка для дисперсии:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

где n - количество элементов в выборке, x_i - элементы выборки, $\bar{x}$ - среднее значение выборки.

Для данной выборки:

$$n = 10, \quad \sum_{i=1}^{n} x_i = 42$$

1. Несмещенная оценка для математического ожидания:

$$\bar{x} = \frac{1}{10} \times 42 = 4.2$$

2. Несмещенная оценка для дисперсии:

$$s^2 = \frac{1}{9} \times ((0-4.2)^2 + (4-4.2)^2 + (4-4.2)^2 + (3-4.2)^2 + (2-4.2)^2 + (5-4.2)^2 + (8-4.2)^2 + (8-4.2)^2 + (2-4.2)^2 + (6-4.2)^2) = 6.8$$

Теперь найдем эмпирическую функцию распределения (ЭФР). Для этого отсортируем выборку по возрастанию:

$$0, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 8, 8$$

ЭФР строится по формуле:

$$F(x) = \frac{\text{количество элементов выборки} \leq x}{n}$$

Теперь построим график эмпирической функции распределения, используя отсортированную выборку:

x	$F(x)$
0	0.1
2	0.3
3	0.4
4	0.6
5	0.7
6	0.8
8	1

График ЭФР будет иметь ступенчатый вид, где на оси абсцисс будут отложены значения выборки, а на оси ординат - значения эмпирической функции распределения.

Для нахождения несмещенной оценки для математического ожидания в данном случае, мы можем воспользоваться формулой:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i \cdot x_i$$

где n - общее количество испытаний (в данном случае 60), n_i - количество выпадений каждого значения, x_i - значение, которое выпало.

Таким образом, для данной выборки:

$$\bar{x} = \frac{1}{60} \times (10 \cdot 1 + 15 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 5 \cdot 5 + 13 \cdot 6) = \frac{1}{60} \times 320 = 5.33$$

Теперь построим полигон относительных частот. Для этого найдем относительные частоты для каждого значения:

$$f_i = \frac{n_i}{n}$$

где n_i - количество выпадений каждого значения, n - общее количество испытаний.

Для данной выборки:

$$f_1 = \frac{10}{60} = 0.167, \quad f_2 = \frac{15}{60} = 0.25, \quad f_3 = \frac{7}{60} \approx 0.117, \quad f_4 = \frac{10}{60} = 0.167, \quad f_5 = \frac{5}{60} \approx 0.083, \quad f_6 = \frac{13}{60} \approx 0.217$$

Теперь построим полигон, где по оси абсцисс будут отложены значения выпавших чисел, а по оси ординат - их относительные частоты.

Наконец, построим график эмпирической функции распределения, используя отсортированные значения и их относительные частоты.

Для данного статистического ряда несмещенные оценки для математического ожидания и дисперсии можно найти по следующим формулам:

1. Несмещенная оценка для математического ожидания:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i \cdot x_i$$

где n - общее количество наблюдений, n_i - количество наблюдений для каждого значения, x_i - значение.

2. Несмещенная оценка для дисперсии:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k} n_i \cdot (x_i - \bar{x})^2$$

где n - общее количество наблюдений, n_i - количество наблюдений для каждого значения, x_i - значение, $\bar{x}$ - среднее значение.

Для данного статистического ряда:

$$n = 6 + 18 + 12 + 4 = 40$$

1. Несмещенная оценка для математического ожидания:

$$\bar{x} = \frac{1}{40} \times (6 \cdot (-3) + 18 \cdot (-1) + 12 \cdot 0 + 4 \cdot 3) = \frac{1}{40} \times (-18 - 18 + 0 + 12) = \frac{1}{40} \times (-24) = -0.6$$

2. Несмещенная оценка для дисперсии:

$$s^2 = \frac{1}{39} \times (6 \cdot (-3 - (-0.6))^2 + 18 \cdot (-1 - (-0.6))^2 + 12 \cdot (0 - (-0.6))^2 + 4 \cdot (3 - (-0.6))^2) = \frac{1}{39} \times (6 \cdot 12.96 + 18 \cdot 0.16 + 12 \cdot$$

Теперь построим график эмпирической функции распределения. Для этого найдем относительные частоты для каждого значения и построим ступенчатый график, где на оси абсцисс будут отложены значения выборки, а на оси ординат - значения эмпирической функции распределения.

1. Найдем относительные частоты для каждого интервала:

Интервал	Относительная частота
$[-1;1)$	$\frac{20}{200}=0.1$
$[1;3)$	$\frac{90}{200}=0.45$
$[3;5)$	$\frac{60}{200}=0.3$
$[5;7)$	$\frac{30}{200}=0.15$

2. Построим график эмпирической функции распределения:

x	$F(x)$
-1	0
1	0.1
3	0.55
5	0.85
7	1

Теперь найдем несмещенные оценки для математического ожидания и дисперсии.

1. Несмещенная оценка для математического ожидания:

$$\bar{x}=\sum_{i=1}^{k} m_i \cdot p_i$$

где m_i - середина интервала, p_i - относительная частота.

$$\bar{x}=(-1+1)\cdot 0.1+(1+3)\cdot 0.45+(3+5)\cdot 0.3+(5+7)\cdot 0.15=2.8$$

2. Несмещенная оценка для дисперсии:

$$s^2=\sum_{i=1}^{k}(m_i-\bar{x})^2\cdot p_i$$

где m_i - середина интервала, $\bar{x}$ - среднее значение, p_i - относительная частота.

$$s^2=(0.1\cdot(-1-2.8)^2)+(0.45\cdot(1-2.8)^2)+(0.3\cdot(3-2.8)^2)+(0.15\cdot(5-2.8)^2)=3.36$$

Таким образом, несмещенная оценка для математического ожидания равна 2.8, а несмещенная оценка для дисперсии равна 3.36

Для получения 5% доверительного интервала для математического ожидания, предполагая, что выборка взята из нормального распределения, мы можем использовать т-распределение, так как размер выборки меньше 30.

Доверительный интервал для математического ожидания можно найти по формуле:

$$\bar{x} - t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

где $\bar{x}$ - выборочное среднее, s - выборочное стандартное отклонение, n - размер выборки, $t_{\alpha/2}$ - критическое значение t-распределения для уровня доверия α.

Для данной выборки:

$$n = 8, \quad \sum_{i=1}^{n} x_i = 12$$

1. Найдем выборочное среднее:

$$\bar{x} = \frac{1}{8} \times 12 = 1.5$$

2. Найдем выборочное стандартное отклонение:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{7} \times ((-1-1.5)^2 + (-2-1.5)^2 + (1-1.5)^2 + (7-1.5)^2 + (1-1.5)^2 + (4-1.5)^2 + (3-1.5)^2 +}$$

3. Найдем критическое значение t-распределения для уровня доверия $\alpha = 0.05/2 = 0.025$ и $n - 1 = 7$ степеней свободы. По таблице значений t-распределения $t_{\alpha/2} \approx 2.3646$.

Теперь можем найти доверительный интервал:

$$1.5 - 2.3646 \cdot \frac{3.12}{\sqrt{8}} < \mu < 1.5 + 2.3646 \cdot \frac{3.12}{\sqrt{8}}$$

$$1.5 - 2.3646 \cdot \frac{3.12}{\sqrt{8}} < \mu < 1.5 + 2.3646 \cdot \frac{3.12}{\sqrt{8}}$$

$$1.5 - 2.3646 \cdot 1.1 < \mu < 1.5 + 2.3646 \cdot 1.1$$

$$1.5 - 2.6 < \mu < 1.5 + 2.6$$

$$-1.1 < \mu < 4.1$$

Таким образом, 5% доверительный интервал для математического ожидания составляет от -1.1 до 4.1.

Для оценки математического ожидания с надежностью $\gamma = 0,95$ можно воспользоваться доверительным интервалом для математического ожидания нормального распределения.

Для начала найдем средние значения в каждом интервале. Представим интервальный ряд в виде:

$$x_i = \frac{x_{i-1} + x_i}{2}$$

Тогда получаем:

$$x_1 = \frac{-2+2}{2} = 0$$

$$x_2 = \frac{2+6}{2} = 4$$

$$x_3 = \frac{6+10}{2} = 8$$

$$x_4 = \frac{10+14}{2} = 12$$

Теперь вычислим выборочное среднее:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} n_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{4} n_i} = \frac{4 \cdot 0 + 18 \cdot 4 + 12 \cdot 8 + 6 \cdot 12}{4 + 18 + 12 + 6} = \frac{0 + 72 + 96 + 72}{40} = \frac{240}{40} = 6$$

Теперь найдем стандартную ошибку среднего:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Так как стандартное отклонение σ нам не дано, мы можем использовать выборочное стандартное отклонение в качестве оценки:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{4} n_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{4} n_i - 1}} = \sqrt{\frac{4 \cdot (0-6)^2 + 18 \cdot (4-6)^2 + 12 \cdot (8-6)^2 + 6 \cdot (12-6)^2}{40-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{4 \cdot 36 + 18 \cdot 4 + 12 \cdot 4 + 6 \cdot 36}{39}} = \sqrt{\frac{144 + 72 + 48 + 216}{39}} = \sqrt{\frac{480}{39}} \approx 3.27$$

Теперь мы можем найти доверительный интервал для математического ожидания:

$$\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Где $z_{\alpha/2}$ - квантиль нормального распределения уровня $\alpha/2$. Для $\gamma = 0,95$ уровень значимости $\alpha = 1 - \gamma = 0,05$, поэтому $z_{\alpha/2} = z_{0.025} \approx 1.96$.

Подставляя значения, получаем:

$$6 - 1.96 \frac{3.27}{\sqrt{40}} < \mu < 6 + 1.96 \frac{3.27}{\sqrt{40}}$$

$$6 - 1.96 \frac{3.27}{\sqrt{40}} < \mu < 6 + 1.96 \frac{3.27}{\sqrt{40}}$$

$$6 - 1.96 \frac{3.27}{6.3246} < \mu < 6 + 1.96 \frac{3.27}{6.3246}$$

$$6 - 1.96 \cdot 1.68 < \mu < 6 + 1.96 \cdot 1.68$$

$$6 - 3.29 < \mu < 6 + 3.29$$

$$2.71 < \mu < 9.29$$

Таким образом, с надежностью $\gamma = 0,95$ можно утверждать, что истинное математичес