Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Дисциплина «СММИФ»
Отчёт по лабораторным работам

Вариант 11

Студент: Велютич Д. И.
ФИТ 2 курс 1 группа

.

Минск 2024

Вариант 10. 1e = {1, 4, 8, 2}, 2e ={ 4, 7, 4,1}, 3e= { 8, 4,1, 1}.

1. Дополните систему этих векторов вектором $\overline{e_4}$, чтобы система векторов $\{\overline{e_1}; \overline{e_2}; \overline{e_3}; \overline{e_4}\}$, образовала базис в $\mathbb{R}^4$.

e1	e2	e3	e4	1. det	-729		
1	-4	-8	0	2. x	1	Вектор x1	-0,00823
-4	7	-4	0		2	x2	-0,01646
-8	-4	1	0		3	x3	-0,02469
2	1	-1	1		4	x4	3,67E-16

Базисом векторного пространства называется упорядоченная максимальная линейно независимая система векторов из этого пространства.

2. Найдите координаты вектора $\overline{x} = (1; 2; 3; 4) \in \mathbb{R}^4$ в полученном базисе.

2. x	1	Вектор x1	-0,00823
	2	x2	-0,01646
	3	x3	-0,02469
	4	x4	3,67E-16

3. Используя процесс ортогонализации Грама – Шмидта, постройте ортонормированный базис $\{\overline{h_1}; \overline{h_2}; \overline{h_3}; \overline{h_4}\}$ на основании базиса $\{\overline{e_1}; \overline{e_2}; \overline{e_3}; \overline{e_4}\}$.

Два ненулевых вектора называются **ортогональными**, если их скалярное произведение равно нулю.

Процесс ортогонализации позволяет построить из произвольной линейно независимой системы векторов $\{e^{\rightarrow}1, ..., e^{\rightarrow}n\}$ ортонормированную систему ненулевых векторов $\{h^{\rightarrow\rightarrow} 1, \dots, h^{\rightarrow\rightarrow} n\}$ и состоит в следующем.

$$\vec{h}_1 = \frac{\vec{f}_1}{|\vec{f}_1|},$$

3. Ортоганализация								
||e1||	9,219544		h1	0,108465229	(e2,h1)	0,21693	g2	-4,02353
||e2||	9,055385			-0,43386092				7,094118
||e3||	7,81025			-0,86772183				-3,81176
||e4||	1			0,216930458				0,952941
||g2||	9,052786		h2	-0,44445204	(e3,h1)	-13,0158	g3	-0,30233
				0,783639131	(e3,h2)	0,643286		-0,15116
				-0,42105983				0,976744
				0,105264958				3,755814
||g3||	3,895436		h3	-0,07761021	(e4,h1)	0,21693	g4	0,098084
				-0,03880511	(e4,h2)	0,105265		0,049042
				0,250740683	(e4,h3)	0,964158		-0,0092
				0,964157626				0,012261
||g4||	0,110727		h4	0,885818452				
				0,442909226				
				-0,08304548				
				0,110727306				

4. Контроль. Докажите, что векторы $\{\overline{h_1}; \overline{h_2}; \overline{h_3}; \overline{h_4}\}$ образуют ортонормированный базис в $\mathbb{R}^4$.

4. Контроль					
||h1||	1	(h1,h2)	0,00	(h2,h4)	0,00
||h2||	1	(h1,h3)	0,00	(h3,h4)	0,00
||h3||	1	(h1,h4)	0,00		
||h4||	1	(h2,h3)	0,00		

Евклидово пространство является *линейным пространством.* Поэтому правомерно говорить о его *размерности* и его *базисах.* Как и произвольные линейные пространства, евклидовы пространства можно разделить на *бесконечномерные* и *конечномерные.*

Если базис евклидова пространства представляет собой *ортогональную систему векторов,* то этот базис называют ***ортогональным.***

Ортогональный базис называют ***ортонормированным,*** если каждый вектор этого базиса имеет *норму (длину),* равную единице.

5. Найдите координаты вектора $\overline{x} = (1; 2; 3; 4) \in \mathbb{R}^4$ в базисе $\{\overline{h_1}; \overline{h_2}; \overline{h_3}; \overline{h_4}\}$.

5.								
Метод Крамера								
1	-0,44445	-0,077610211	0,885818		2,4947		X1	-2,4947
2	0,783639	-0,038805106	0,442909				X2	0,280707
3	-0,42106	0,250740683	-0,08305				X3	4,453632
4	0,105265	0,964157626	0,110727				X4	1,96541
0,108465	1	-0,077610211	0,885818		-0,28071	DET H	-1	
-0,43386	2	-0,038805106	0,442909					
-0,86772	3	0,250740683	-0,08305					
0,21693	4	0,964157626	0,110727					
0,108465	-0,44445	1	0,885818		-4,45363			
-0,43386	0,783639	2	0,442909					
-0,86772	-0,42106	3	-0,08305					
0,21693	0,105265	4	0,110727					
0,108465	-0,44445	-0,077610211	1		-1,96541			
-0,43386	0,783639	-0,038805106	2					
-0,86772	-0,42106	0,250740683	3					
0,21693	0,105265	0,964157626	4					

6. Составьте матрицу, столбцами которой являются базисные векторы $\overline{h_1}; \overline{h_2}; \overline{h_3}; \overline{h_4}$ Докажите, что эта матрица является ортогональной.

А транспонированная			
0,108465229	-0,43386	-0,86772	0,216930458
-0,44445204	0,783639	-0,42106	0,105264958
-0,07761021	-0,03881	0,250741	0,964157626
0,885818452	0,442909	-0,08305	0,110727306

6. А *А трансп			
1,00	0,00	0,00	0,00
0,00	1,00	0,00	0,00
0,00	0,00	1,00	0,00
0,00	0,00	0,00	1,00

h1	h2	h3	h4
0,108465229	-0,444452044	-0,077610211	0,885818452
-0,433860916	0,783639131	-0,038805106	0,442909226
-0,867721831	-0,421059831	0,250740683	-0,08304548
0,216930458	0,105264958	0,964157626	0,110727306

Квадратная матрица Q ортогональная тогда и только тогда, когда сумма квадратов всех элементов любого ее столбца (строки) равна единице, а сумма попарных произведений элементов двух любых столбцов (строк) равна нулю. Действительно, диагональные элементы матрицы $Q^T Q$ равны сумме квадратов элементов соответствующих столбцов матрицы Q, а недиагональные элементы равны сумме попарных произведений элементов двух столбцов. Поэтому сформулированное утверждение означает, что $Q^T Q = E$. Утверждение для строк вытекает из рассмотрения произведения QQ^T.

7. Проверьте свойство ортогональной матрицы: $A^{-1} = A^T$.

А транспонированная			
0,108465229	-0,43386	-0,86772	0,216930458
-0,44445204	0,783639	-0,42106	0,105264958
-0,07761021	-0,03881	0,250741	0,964157626
0,885818452	0,442909	-0,08305	0,110727306

7. А -1			
0,108465229	-0,43386	-0,86772	0,216930458
-0,44445204	0,783639	-0,42106	0,105264958
-0,07761021	-0,03881	0,250741	0,964157626
0,885818452	0,442909	-0,08305	0,110727306

Математически n x n матрица A считается ортогональной, если

$$A^T = A^{-1}$$

или

$$AA^T = A^TA = I$$

Где,

- *A^T - это транспонирование квадратной матрицы,*
- *A^{-1} является величиной, обратной квадратной матрице, и*
- *I - единичная матрица того же порядка , что и А.*

8. Проверьте свойство ортогональной матрицы: $\det A = \pm 1$.

8. DET A-1	-1