

Wybrane zagadnienia geodezji wyższej

Ćwiczenie nr 5

Kornel Samociuk 311619

17 stycznia 2022

Cel ćwiczenia:

Celem ćwiczenia było przekonwertowanie danych z układu GRS80 na elipsoidę Krasowskiego. Dodatkowo otrzymane dane należało przedstawić jako współrzędne φ , λ , h .

Dane wejściowe:

Moimi danymi wyjściowymi były współrzędne czterech wierzchołków w układzie GRS80. Były to kolejno:

$$\varphi_A = 50^\circ 15' 00''$$

$$\lambda_A = 20^\circ 45' 00''$$

$$\varphi_B = 50^\circ 00' 00''$$

$$\lambda_B = 20^\circ 45' 00''$$

$$\varphi_C = 50^\circ 15' 00''$$

$$\lambda_C = 21^\circ 15' 00''$$

$$\varphi_D = 50^\circ 00' 00''$$

$$\lambda_D = 21^\circ 15' 00''$$

Ponadto posiadałem podane poniżej wartości, które to wykorzystam przy transformacji współrzędnych z układu GRS80 na elipsoidę Krasowskiego, tzn.:

$$x_0 = -33.4297 \text{ m}$$

$$y_0 = 146.5746 \text{ m}$$

$$z_0 = 76.2865 \text{ m}$$

$$\kappa = 0.8407728 * 10^{-6}$$

$$\varepsilon_x = -0.35867''$$

$$\varepsilon_y = -0.05283''$$

$$\varepsilon_z = 0.84354$$

Wykonanie:

Zadanie wykonywałem przy użyciu środowiska MATLAB R2021b.

Na początku obliczyłem punkt średniej szerokości oraz punkt środkowy. Do obliczenia współrzędnych tego drugiego wykorzystałem algorytm Vincentego oraz algorytm Kivioja, podobnie jak w zadaniu 4.

Dzięki temu uzyskałem następujące współrzędne punktów:

$$\varphi_S = 50^\circ 07' 30''$$

$$\lambda_S = 21^\circ 00' 00''$$

$$\varphi_{Sr} = 50^\circ 07' 30.97''$$

$$\lambda_{Sr} = 21^\circ 00' 02.34''$$

gdzie:

- φ_S, λ_S – wsp. punktu średniej szerokości
- $\varphi_{Sr}, \lambda_{Sr}$ – wsp. punktu środkowego

Następnie przystąpiłem do konwersji tych punktów na współrzędne XYZ. Do tego użyłem następującej funkcji:

```
%Zamiana wsp BLH na XYZ (stopnie -> metry)
function [X, Y, Z] = BLH2XYZ(B, L, H, a, e2)
    B = deg2rad(B);
    L = deg2rad(L);
    N = a / (sqrt(1 - e2 * sin(B)^2));
    X = (N + H) * cos(B) * cos(L);
    Y = (N + H) * cos(B) * sin(L);
    Z = (N * (1 - e2) + H) * sin(B);
end
```

Obr 1. Funkcja zamieniająca wsp. φ , λ , h na wsp. XYZ

Posiadając dane w takiej postaci mogłem przetransformować je na elipsoidę Krasowskiego. Po tej zmianie współrzędne dalej były w formie XYZ. Zadanie to wykonała następująca funkcja:

```

%Transformacja na elipsoidę Krasowskiego (metry -> metry)
function [X, Y, Z] = Transform(Xp, Yp, Zp, X0, Y0, Z0, Ex, Ey, Ez, kappa)
    mXYZ0 = [X0; Y0; Z0];
    mXYZp = [Xp; Yp; Zp];
    mPar = [kappa, deg2rad(Ez), deg2rad(-Ey);
            deg2rad(-Ez), kappa, deg2rad(Ex);
            deg2rad(Ey), deg2rad(-Ex), kappa];
    mXYZ = (mXYZp + mPar*mXYZp + mXYZ0)';

    X = mXYZ(1,1);
    Y = mXYZ(1,2);
    Z = mXYZ(1,3);
end

```

Obr 2. Funkcja transformująca wsp. z układu GRS80 na elipsoidę Krasowskiego

W celu uzyskania współrzędnych φ , λ , h na elipsoidzie Krasowskiego skorzystałem z algorytmu Hirvonena.

```

%Algorytm Hirvonena (metry -> stopnie)
function [B, L, H] = Hirvonena(X, Y, Z, a, e2)
    r = sqrt(X^2 + Y^2);
    Bo = atan((Z/r) * (1-e2)^(-1));

    while 1
        N = a / (sqrt(1 - e2 * sin(Bo)^2));
        H = (r/cos(Bo)) - N;
        Bn = atan((Z/r) * (1-e2*(N/(N + H)))^(-1));

        if abs(Bn - Bo) < deg2rad(0.00005 / 3600)
            break
        else
            Bo = Bn;
        end
    end

    N = a / (sqrt(1 - e2 * sin(Bn)^2));
    B = rad2deg(Bn);
    L = rad2deg(atan(Y/X));
    H = (r/cos(Bn)) - N;

end

```

Obr 3. Zaimplementowany algorytm Hirvonena

Po zakończeniu ostatniej transformacji otrzymane dane zestawilem w poniższej tabeli:

Współrzędne φ, λ, h						
Pkt.	φ_{GRS80}	λ_{GRS80}	h_{GRS80}	$\varphi_{Krasowski}$	$\lambda_{Krasowski}$	$h_{Krasowski}$
A	50° 15' 00"	20° 45' 00"	0	50° 15' 01.06"	20° 45' 06.25"	-32.367
B	50° 00' 00"	20° 45' 00"	0	50° 00' 01.07"	20° 45' 06.21"	-32.499
C	50° 15' 00"	21° 15' 00"	0	50° 15' 01.03"	21° 15' 06.24"	-31.536
D	50° 00' 00"	21° 15' 00"	0	50° 00' 01.04"	21° 15' 06.21"	-31.664
S	50° 07' 30"	21° 00' 00"	0	50° 07' 31.05"	21° 00' 06.23"	-32.016
Sr	50° 07' 30.97"	21° 00' 02.34"	0	50° 07' 32.02"	21° 00' 08.57"	-32.015

Współrzędne X, Y, Z [m]						
Pkt.	X_{GRS80}	Y_{GRS80}	Z_{GRS80}	$X_{Krasowski}$	$Y_{Krasowski}$	$Z_{Krasowski}$
A	3821451.636	1447818.511	4880617.060	3821428.590	1447942.188	4880698.989
B	3841408.348	1455379.433	4862789.038	3841385.346	1455503.065	4862870.960
C	3808671.689	1481111.416	4880617.060	3808648.767	1481235.173	4880699.050
D	3828561.659	1488846.203	4862789.038	3828538.782	1488969.916	4862871.021
S	3825068.930	1468306.394	4871714.592	3825045.969	1468430.089	4871796.548
Sr	3825030.688	1468341.595	4871733.878	3825007.727	1468465.290	4871815.834

Wnioski:

W geodezji zależnie od potrzeb, wykorzystuje się różne układy odniesienia, a te mogą być oparte na różnych elipsoidach. Układy PL-1992, czy PL-2000 stosują odwzorowanie Gaussa-Krugerra dla elipsoidy GRS80, a np.: układ PL-1942, czy PL-1965 oparte są o różne odwzorowanie elipsoidy Krasowskiego.

O samej elipsoidzie Krasowskiego:

Elipsoida Krasowskiego obowiązywała w Polsce od roku 1952. Ta posiadała swój punkt przyłożenia do geoidy w Pułkowie. Był to system przyjęty w ZSRR w roku 1942, stąd też nazywany był Pułkowo 42. Elipsoida Krasowskiego zastąpiła w Polsce dawną elipsoidę Bessela z punktem przyłożenia do geoidy w Borowej Górze. Dzięki wzajemnemu powiązaniu państwowych sieci astronomiczno-geodezyjnych elipsoida Krasowskiego stała się bazą odniesienia dla polskich osnów geodezyjnych i układów odwzorowawczych.