

Wybrane zagadnienia geodezji wyższej

Ćwiczenie nr 4

Kornel Samociuk 311619

7 stycznia 2022

Cel ćwiczenia:

Celem ćwiczenia było przekonwertowanie danych z układu GRS80 na układy Gaussa-Kruger, PL-1992 oraz PL-2000 i z powrotem. Ponadto należało obliczyć pole powierzchni wyznaczonego terenu, oraz powstałe na wskutek transformacji zniekształcenia.

Dane wejściowe:

Moimi danymi wyjściowymi były współrzędne czterech wierzchołków w układzie GRS80. Były to kolejno:

$$\varphi_A = 50^\circ 15' 00''$$

$$\lambda_A = 20^\circ 45' 00''$$

$$\varphi_B = 50^\circ 00' 00''$$

$$\lambda_B = 20^\circ 45' 00''$$

$$\varphi_C = 50^\circ 15' 00''$$

$$\lambda_C = 21^\circ 15' 00''$$

$$\varphi_D = 50^\circ 00' 00''$$

$$\lambda_D = 21^\circ 15' 00''$$

Wykonanie:

Zadanie wykonywałem przy użyciu środowiska MATLAB R2021b.

Na początku obliczyłem punkt średniej szerokości oraz punkt środkowy. Do obliczenia współrzędnych tego drugiego wykorzystałem algorytm Vincentego oraz algorytm Kivioja.

```

%Algorytm Vincentego (stopnie -> stopnie)
function [sAD, Aad, Ada] = Vincent(fiA, lamA, fiD, lamD, a, e2)

%Algorytm Kivioja (stopnie -> stopnie)
function [FiS, LambdaS, AzymS, AzymSo] = Kivioj(fiA, lamA, fiD, lamD, a, e2)

    [sAD, Aad] = Vincent(fiA, lamA, fiD, lamD, a, e2);

    n = 22;
    ds = sAD/(2*n);

    Fi = deg2rad(fiA);
    Lambda = deg2rad(lamA);
    Azym = deg2rad(Aad);

    for i = 1:n
        FiS = rad2deg(Fi);
        LambdaS = rad2deg(Lambda);
        AzymS = rad2deg(Azym);
        AzymSo = AzymS + 180;
    end

```

Obr 1. Funkcje wykonujące algorytmy Vincentego i Kivioja

Dzięki temu uzyskałem następujące współrzędne punktów:

$$\varphi_S = 50^{\circ} 07' 30''$$

$$\lambda_S = 21^{\circ} 00' 00''$$

$$\varphi_{Sr} = 50^{\circ} 07' 30.97''$$

$$\lambda_{Sr} = 21^{\circ} 00' 02.34''$$

gdzie:

- φ_S, λ_S – wsp. punktu średniej szerokości
- $\varphi_{Sr}, \lambda_{Sr}$ – wsp. punktu środkowego

Kolejnym krokiem było napisanie szeregu funkcji, które to przeliczały współrzędne z układu GRS80 na inne układy.

```
%GRS80 na PL-2000 (stopnie -> metry)
function [X20, Y20, m20] = GRS80_2_2000(B, L, a, e2, układ)

%Gauss-Kruger na PL-1992 (metry -> metry)
function [X92, Y92, m92] = GK_2_1992(Xgk, Ygk, mgk)

%GRS80 na Gaussa-Krugera (stopnie -> metry)
function [Xgk, Ygk, mgk, nr] = GRS80_2_GK(B, L, a, e2, układ)
```

Obr 2. Funkcje transformujące współrzędne

Po przeprowadzeniu przez nie wszystkich danych, otrzymałem następujące wyniki:

Pkt.	X _{gk}	Y _{gk}	X ₁₉₉₂	Y ₁₉₉₂	X ₂₀₀₀	Y ₂₀₀₀
A	5570120.597	124812.228	266221.513	624724.859	5568256.030	7482170.562
B	5542315.026	125464.201	238435.405	625376.376	5540450.350	7482077.452
C	5571077.960	160469.907	267178.206	660357.578	5568256.030	7517829.438
D	5543273.892	161308.283	239393.600	661195.368	5540450.350	7517922.548
S	5556666.778	143014.239	252777.111	642914.129	5554323.110	7500000.000
Sr	5556698.105	143059.996	252808.416	642959.854	5554353.190	7500046.564

W celu sprawdzenia poprawności wyników, uzyskane współrzędne zamieniłem z powrotem na współrzędne w układzie GRS80. Do tego zadania także musiałem napisać szereg funkcji.

```
%PL-2000 na GRS80 (metry -> stopnie)
function [B, L] = PL2000_2_GRS80(X20, Y20, a, e2)

%PL-1992 na GRS80 (metry -> stopnie)
function [B, L] = PL1992_2_GRS80(X92, Y92, a, e2)

%Gauss-Kruger na GRS80 (metry -> stopnie)
function [B, L] = GK_2_GRS80(Xgk, Ygk, L0, a, e2)
```

Obr 2. Funkcje odwrotne

Po otrzymaniu oczekiwanych współrzędnych (identycznych jak dane początkowe), przystąpiłem do obliczania wartości pól powierzchni dla konkretnych układów, ich elementarnych skal długości dla kolejnych punktów oraz powstałych na wskutek transformacji zniekształceń.

```
%Zniekształcenie
```

```
function[k, kha, m2] = Zniekszt(m_u) [...]
```

```
%Obliczanie pola (stopnie -> metry^2)
```

```
function [P] = PoleBL(fiA, lamA, fiB, lamB, a, e2) [...]
```

```
%Obliczanie pola (metry -> metry^2)
```

```
function [P] = Pole(xA, yA, xB, yB, xC, yC, xD, yD) [...]
```

Obr 3. Funkcje obliczające pola powierzchni i powstałe zniekształcenia

Otrzymane dane zaprezentowałem w formie tabelek poniżej.

Elementarna skala długości i zniekształcenia na 1 km						
Pkt.	m_{gk}	k_{gk} [m]	m_{1992}	k_{1992} [m]	m_{2000}	k_{2000} [m]
A	1.000191	0.191	0.999491	-0.509	0.999927	-0.073
B	1.000193	0.193	0.999493	-0.507	0.999927	-0.073
C	1.000316	0.316	0.999616	-0.384	0.999927	-0.073
D	1.000319	0.319	0.999619	-0.381	0.999927	-0.073
S	1.000251	0.251	0.999551	-0.449	0.999923	-0.077
Sr	1.000251	0.251	0.999551	-0.449	0.999923	-0.077

Elementarna skala pól powierzchni i zniekształcenia na 1 ha						
Pkt.	m_{gk}^2	k_{gk}^2 [m ²]	m_{1992}^2	k_{1992}^2 [m ²]	m_{2000}^2	k_{2000}^2 [m ²]
A	1.000383	3.825207	0.998982	-10.175246	0.999854	-1.461893
B	1.000387	3.865503	0.998986	-10.135007	0.999854	-1.461071
C	1.000632	6.323594	0.999232	-7.680356	0.999854	-1.461893
D	1.000639	6.390225	0.999239	-7.613819	0.999854	-1.461071
S	1.000502	5.022605	0.999102	-8.979524	0.999846	-1.539941
Sr	1.000503	5.025820	0.999102	-8.976314	0.999846	-1.539940

Zestawienie pól powierzchni w km ²			
Pelipsoidalne	P_{gk}	P_{1992}	P_{2000}
994.265196074311	994.760761493316	993.368583859987	994.108281708821

Wnioski:

W geodezji stosuje się wiele różnych układów, zależnie od potrzeb. Transformacje między nimi mogą jednak prowadzić do zniekształceń, które trzeba odpowiednio niwelować. Jednym z dokładniejszych układów w odniesieniu do Polski jest PL-2000, który to dzieli nasz kraj na określone strefy i to właśnie dzięki nim (i dobranym dla każdego z nich południkom osiowym) powstałe zniekształcenia nie są tak duże, jak np. w PL-1992. Ten układ zaś nie dzieli naszego kraju na płyty, a obejmuje go w całości, stąd też zniekształcenia powstałe podczas zamiany układów są dość znaczące.