Модель гармонических колебаний

Соколова Анастасия Витальевна НФИбд-03-18[1]

[1]Российский Университет Дружбы Народов

Цели и задачи работы

Цель лабораторной работы

Рассмотреть модель гармонических колебаний. Движение грузика на пружинке, маятника, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором.

Задание к лабораторной работе

1. Построить решение уравнения гармонического осциллятора без затухания
2. Записать уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора с затуханием, построить его решение
3. Построить фазовый портрет гармонических колебаний с затуханием
4. Записать уравнение колебаний гармонического осциллятора, если на систему действует внешняя сила, построить его решение
5. Построить фазовый портрет колебаний с действием внешней силы

Процесс выполнения лабораторной работы

Теоретическое введение

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2g\dot{x} + w^2 x = f(t)$$

, где x – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), g – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), w – собственная частота колебаний, t – время.

Теоретическое введение

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия вида

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \dot{x}(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Уравнение есть линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка и оно является примером линейной динамической системы.

Теоретическое введение

Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -w_0^2 x - gy - f(t) \end{cases}$$

Тогда начальные условия для системы примут вид:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Теоретическое введение

Значение фазовых координат x, y в любой момент времени полностью определяет состояние системы. Решению уравнения движения как функции времени отвечает гладкая кривая в фазовой плоскости. Она называется фазовой траекторией. Если множество различных решений (соответствующих различным начальным условиям) изобразить на одной фазовой плоскости, возникает общая картина поведения системы. Такую картину, образованную набором фазовых траекторий, называют фазовым портретом.

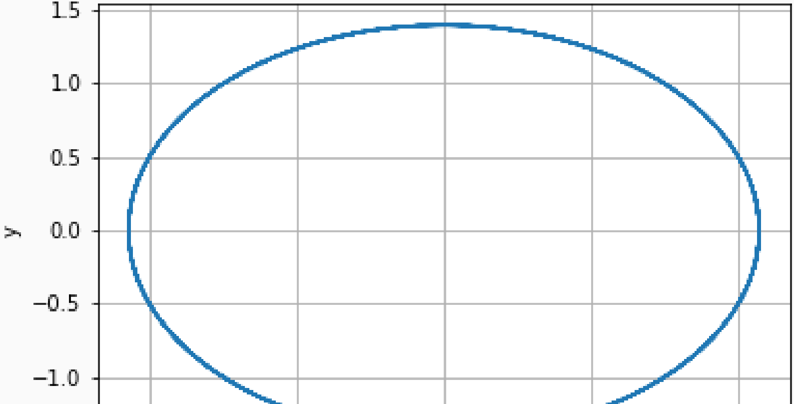
Выполнение

Рассмотрим гармонический осциллятор при разных условиях: - без затуханий и без действий внешней силы - с затуханием и без действий внешней силы - с затуханием и под действием внешней силы

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы:

$$\ddot{x} + 1.7x = 0$$

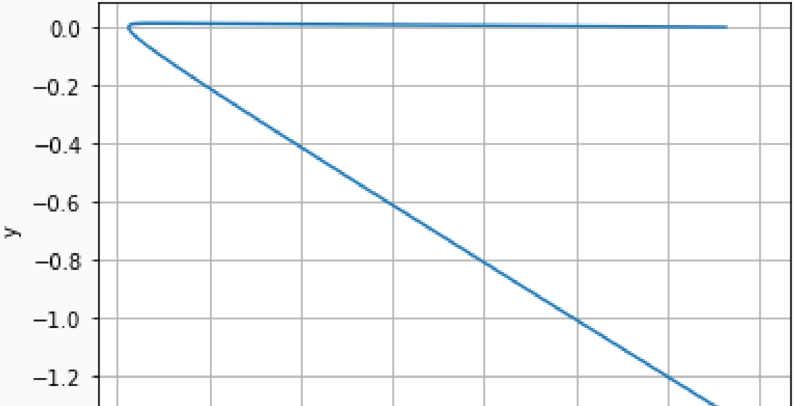
(рис. **??**)



Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы:

$$\ddot{x} + 9.8\dot{x} + x = 0$$

(рис. **??**)

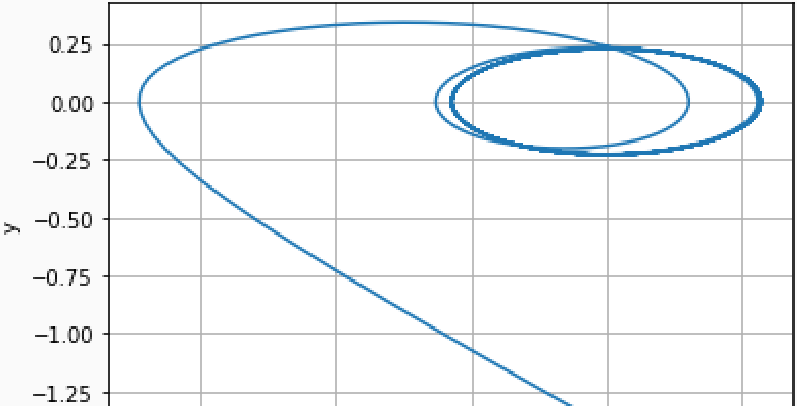


Выполнение

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы:

$$\ddot{x} + 3.9\dot{x} + 2.9x = 0.9cos(2t)$$

(рис. **??**)



Выводы по проделанной работе

Вывод

- Рассмотрели модель гармонических колебаний
- Построили решение уравнения гармонического осциллятора при различных условиях
- И построили фазовый портрет гармонических колебаний