

# **Отчет по лабораторной работе №4**

**Модель гармонических колебаний. Вариант 33**

Соколова Анастасия Витальевна НФИбд-03-18

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>6</b>
3.1	Условие задачи . . . . .	6
3.2	Теоретическое введение . . . . .	6
3.3	Решение . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Выводы</b>	<b>12</b>

## **Список иллюстраций**

# 1 Цель работы

Рассмотреть линейный гармонический осциллятор, модель гармонических колебаний

## 2 Задание

1. Построить решение уравнения гармонического осциллятора без затухания
2. Записать уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора с затуханием, построить его решение
3. Построить фазовый портрет гармонических колебаний с затуханием
4. Записать уравнение колебаний гармонического осциллятора, если на систему действует внешняя сила, построить его решение
5. Построить фазовый портрет колебаний с действием внешней силы

## 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Условие задачи

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 1.7x = 0$$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 9.8\dot{x} + x = 0$$

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 3.9\dot{x} + 2.9x = 0.9\cos(2t)$$

На интервале  $t=[0;29]$  (шаг 0.05) с начальными условиями  $[0,-1.4]$ .

### 3.2 Теоретическое введение

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2g\dot{x} + w^2x = f(t)$$

, где  $x$  – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.),  $g$  – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре),  $w$  – собственная частота колебаний,  $t$  – время.

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия вида

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \dot{x}(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -w_0^2 x - gy - f(t) \end{cases}$$

Тогда начальные условия для системы примут вид:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Значение фазовых координат  $x$ ,  $y$  в любой момент времени полностью определяет состояние системы. Решению уравнения движения как функции времени отвечает гладкая кривая в фазовой плоскости. Она называется фазовой траекторией. Если множество различных решений (соответствующих различным начальным условиям) изобразить на одной фазовой плоскости, возникает общая картина поведения системы. Таковую картину, образованную набором фазовых траекторий, называют фазовым портретом.

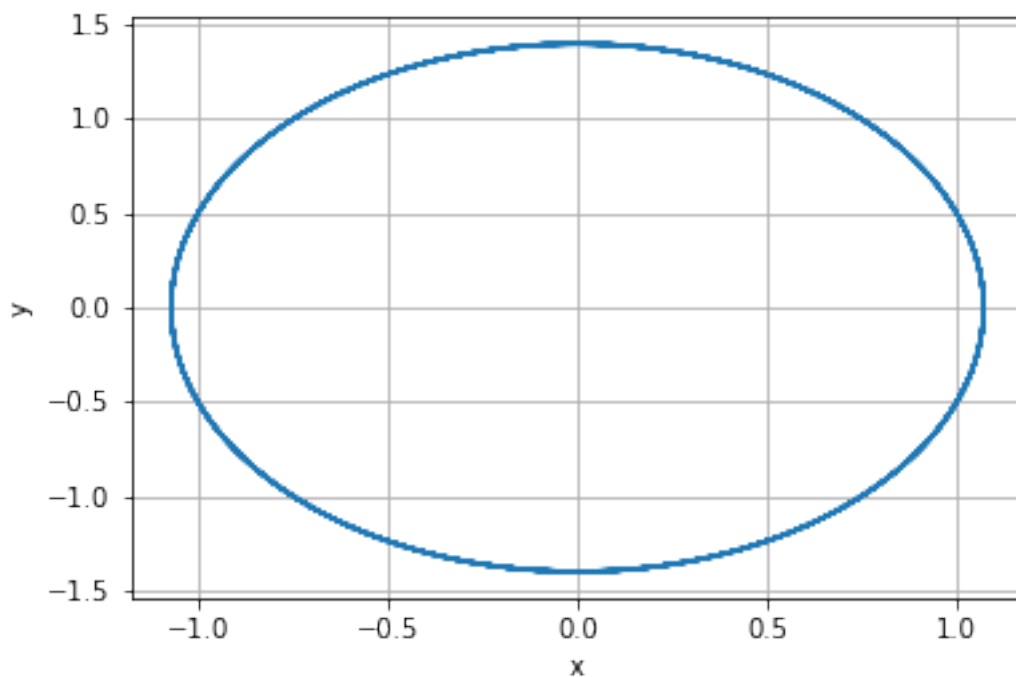
### 3.3 Решение

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы:

$$\ddot{x} + 1.7x = 0$$

(рис. ??) Уравнение в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -1.7x \end{cases}$$



}

#fig:001 width=70% }

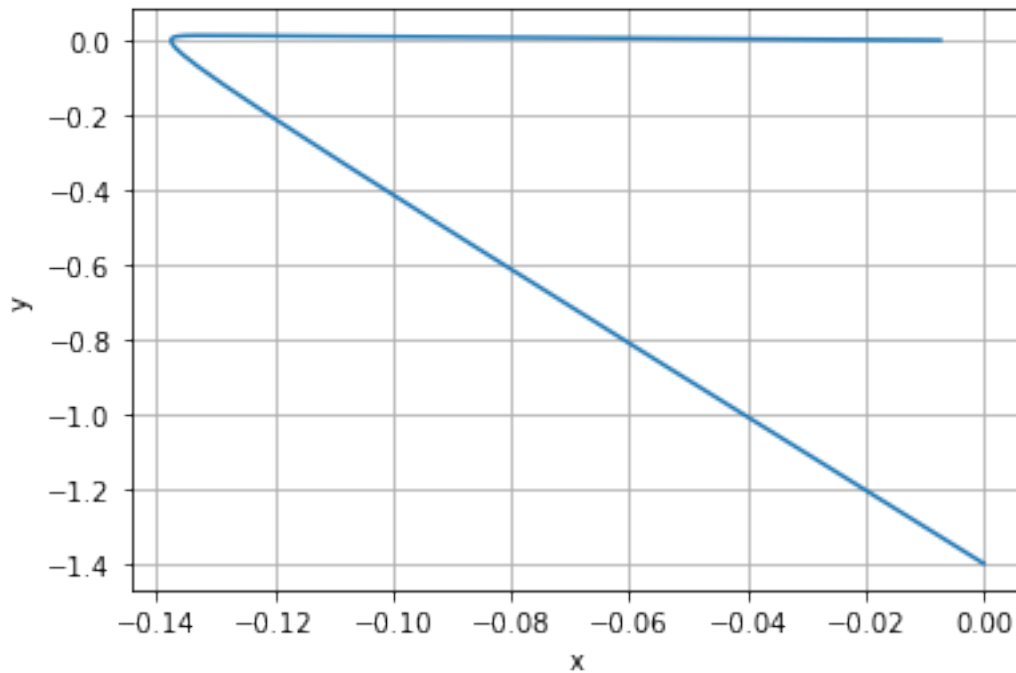
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы:

$$\ddot{x} + 9.8\dot{x} + x = 0$$



(рис. ??) Уравнение в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x - 9.8y \end{cases}$$



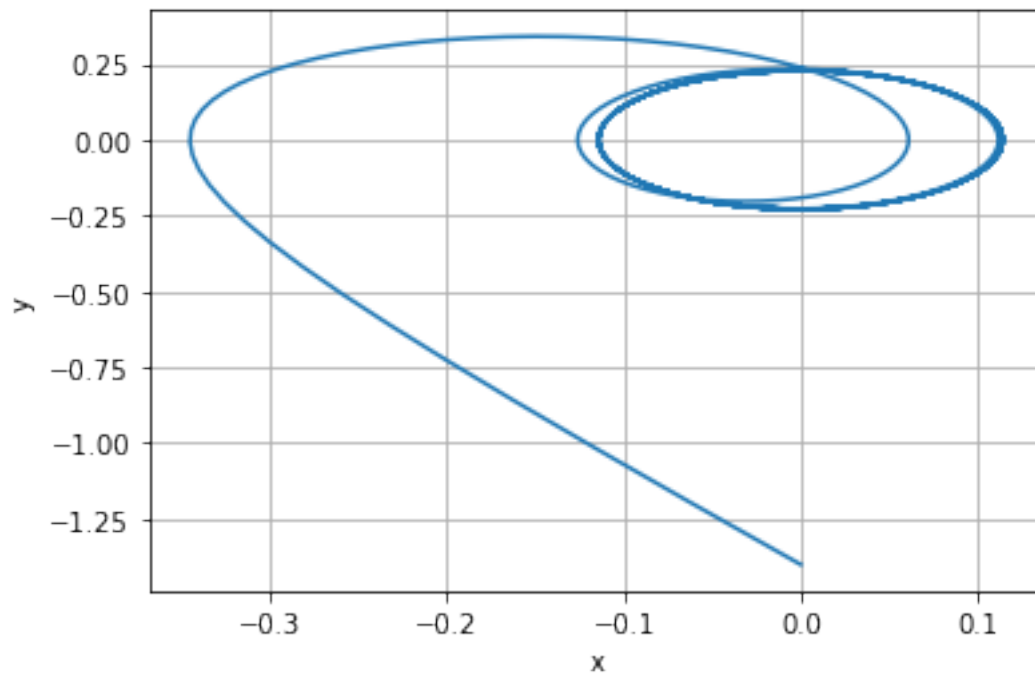
#fig:002 width=70% }

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы:

$$\ddot{x} + 3.9\dot{x} + 2.9x = 0.9\cos(2t)$$

(рис. ??) Уравнение в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -2.9x - 3.9y - 0.9\cos(2t) \end{cases}$$



{

#fig:003 width=70% }

#### 4. Код в cpeде python

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt

g = 9.8
w = 1.0 #w^2

def f(t):
    return 0.0*t

def dx(x, t):
    return np.array([x[1], -w*x[0]-g*x[1]-f(t)])

t = np.linspace(0, 29, 600)
```

```
x0 = np.array([0, -1.4])

x = odeint(dx, x0, t)

plt.plot(x[:, 0], x[:, 1])
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("y")
plt.grid()
plt.show()
```

## 4 Выводы

- Рассмотрели модель гармонических колебаний
- Построили решение уравнения гармонического осциллятора при различных условиях
- И построили фазовый портрет гармонических колебаний