

2023 Algorithm HW 8 : MAX-CUT

due: 6월 9일(금) 오후 23시 59분

1. Problem Statement

방향성이 없는 간선에 가중치가 부여된 단순 그래프(simple graph) $G = (V, E)$ 가 주어진다. 정점 집합 S 와 $S' (= V - S)$ 로 나눌 때, 이 둘을 잇는 간선의 가중치의 총합을 최대화하는 Hybrid GA를 작성하라. 단, 아래(2. Local Search)에 주어진 지역최적화 알고리즘을 사용할 수 있다. 입출력 형식과 파일명, 제출 방식은 지난 프로젝트와 동일하다.

- 인스턴스의 크기: 정점의 개수 $|V| \leq 1000$, 간선의 개수 $|E| \leq 10000$
- 제한 시간: 한 인스턴스 당 180초

2. Local Search

해 x 에서 정점 하나를 선택하여 반대편 집합으로 옮겨서 얻을 수 있는 해들의 집합을 $N(x)$ 라 하고(1-bit flip) $N(x)$ 의 원소는 ' x 에 이웃한 해'라 부르자. 이 때 임의의 해 x 에 이웃한 해의 개수 $|N(x)|$ 는 항상 $|N(x)| = |V|$ 를 만족한다. 아래의 알고리즘은 시작점으로 주어진 해 x 에서 출발하여, 이웃한 해들 중 더 좋은 해로 이동하는 과정을 반복한다. 도중에 더 좋은 이웃해가 없다면 이 알고리즘 local optimum에 도달한 것을 의미하고, 이 때 알고리즘은 종료된다.

Input: initial solution x	
1	generate a random permutation σ of $\{1, \dots, V \}$;
2	$improved \leftarrow \text{true}$;
3	while $improved$ do
4	$improved \leftarrow \text{false}$;
5	for $i \leftarrow 1$ to $ V $ do
6	if $\Delta f_x(\sigma[i]) > 0$ then
7	$x[\sigma[i]] \leftarrow 1 - x[\sigma[i]]$;
8	$improved \leftarrow \text{true}$;
9	end if
10	end for
11	end while

Line 6의 $\Delta f_x(v)$ 는 현재 해 x 에서 정점 v 를 반대편 집합으로 옮겼을 때 목적함수 값(가중치 합)의 변화량을 의미한다. 즉, 이 알고리즘은 이웃한 해들 중 개선되는 방향으로만 이동한다. Line 5-6에서 임의의 순서()로 정점을 순회하는 이유는 정점 순서에 따른 잠재적인 편향을 제거하기 위함이다. Line 7에서는 해 x 가 binary string $\{0, 1\}^{|V|}$ 로 표현되었음을 가정하고 있다. 만약 다른 표현형을 사용한다면 그에 맞게 Line 7을 바꾸면 된다.

3. Dynamic Programming

Dynamic Programming을 이용해 GA 구조를 변경할 수 있다(선택 사항).

* 나머지 사항은 HW 7을 참고할 것. HW 7 제출물 확인 후 일부 수정 예정.