

Задания к лабораторным работам для группы №119154

дата генерации документа 12 марта 2021 г.

Содержание

Лабораторная работа № 3 «Решение дифференциальных уравнений»	3
--	---

Лабораторная работа № 3 «Решение дифференциальных уравнений»

ВАРИАНТ 1

1. Решить численно дифференциальное уравнение $xy \frac{dy}{dx} = 1 - x^2$ с начальными значениями $y(7) = 2$ на интервале от $x = 7$ до $x = 12$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = y \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 6$ до $x = 14$ с граничными условиями: $y(6) = 2.99$, $z(6) = 0.49$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^{0.8}}{5 + \sin(y)} \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от $x = 3$ до $x = 7$ с граничными условиями: $y(3) = 1.44$, $z(7) = 11.29$. Построить график функции.

4. В баке находится 295.2 л раствора, содержащего 48.25 кг соли. В бак непрерывно подается вода (расход воды 0.7 л/мин), которая перемешивается с имеющимся раствором. Смесь вытекает с тем же расходом. Записать дифференциальные уравнения изменения массы соли. Построить график зависимости концентрации соли от времени. Определить какое количество соли в баке останется через 176 минут?
5. Воронка имеет форму конуса радиусом $R = 16.9$ см и высотой $H = 21.7$ см, обращенного вершиной вниз. За какое время вытечет вся вода из конуса через круглое отверстие диаметра 1.1 см, сделанное в вершине конуса. Записать дифференциальные уравнения изменения уровня жидкости (или объема) от времени и построить графики.

ВАРИАНТ 2

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x+y}$ с начальными значениями $y(4) = 4$ на интервале от $x = 4$ до $x = 9$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \\ \frac{dz}{dx} = x-2y \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ до $x = 11$ с граничными условиями: $y(9) = 4.51$, $z(9) = 1.51$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x + y}{10 + \sin(z)} \end{cases}$$

на интервале от $x = 1$ до $x = 4$ с граничными условиями: $y(1) = 0.68$, $z(4) = 5.14$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 21.646 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 5.45 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.1 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 25 минут?
5. Сфера диаметром 17.2 см, имеющая температуру 98.9 °С, для охлаждения была опущена в сосуд объемом 105 л, заполненный водой, имеющей температуру 25.4 °С. Плотность материала сферы — 6212.7 кг/м³, теплоемкость — 1884.8 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$, плотность воды равна 1000 кг/м³, теплоемкость воды — 4200 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$, коэффициент теплоотдачи равен 440 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}$. Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить время, при котором разница между температурой воды и сферы равна 5 °С.

ВАРИАНТ 3

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \cos(x^2 - y)$ с начальными значениями $y(2) = 5$ на интервале от $x = 2$ до $x = 6$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x + y + z} \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ до $x = 11$ с граничными условиями: $y(7) = 0.37$, $z(7) = 2.68$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{|x + y + z|} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x - y + z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 1$ до $x = 5$ с граничными условиями: $y(1) = 3.97$, $z(5) = 5.46$. Построить график функции.

4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры: $\lambda = 80.9 + 0.9T$. Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 9.3 см при температуре стенки с одной стороны равной 763 К и тепловом потоке 280.1 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.

5. Воронка имеет форму конуса радиусом $R = 22.2$ см и высотой $H = 28.1$ см, обращенного вершиной вниз. За какое время вытечет вся вода из конуса через круглое отверстие диаметра 0.7 см, сделанное в вершине конуса. Записать дифференциальное уравнения изменения уровня жидкости (или объема) от времени и построить графики.

ВАРИАНТ 4

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x+y}$ с начальными значениями $y(3) = 2$ на интервале от $x = 3$ до $x = 9$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x - y + z} \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x + y + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ до $x = 10$ с граничными условиями: $y(8) = 2.92$, $z(8) = 2.94$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x + y + z) \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{10 + \cos(z)} \end{cases}$$

на интервале от $x = 1$ до $x = 7$ с граничными условиями: $y(1) = 4.07$, $z(7) = 3.07$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 24.900 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 5.41 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.2 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 26 минут?
5. Сфера диаметром 25.7 см, имеющая температуру 110.0 °С, для охлаждения была опущена в сосуд объемом 88 л, заполненный водой, имеющей температуру 33.6 °С. Плотность материала сферы — 2044.8 кг/м³, теплоемкость — $1230.3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$, плотность воды равна 1000 кг/м³, теплоемкость воды — $4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$, коэффициент теплоотдачи равен $398 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}$. Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить время, при котором разница между температурой воды и сферы равна 5 °С.

ВАРИАНТ 5

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \cos(x^2 - y)$ с начальными значениями $y(5) = 2$ на интервале от $x = 5$ до $x = 9$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x+y+z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 2$ до $x = 12$ с граничными условиями: $y(2) = 0.76$, $z(2) = 4.07$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x+y+z) \\ \frac{dz}{dx} = x-2y \end{cases}$$

на интервале от $x = 3$ до $x = 6$ с граничными условиями: $y(3) = 2.53$, $z(6) = 1.53$. Построить график функции.

4. Сосуд объемом 36.23 л содержит воздух (80 % кислорода, 20 % азота). В сосуд втекает 1.33 л азота в секунду, который моментально перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Записать дифференциальное уравнение изменения объема азота в сосуде. Построить график изменения объема азота по времени. Определить через какое время в сосуде будет 99 % азота
5. В прямоугольный бак сечением 23.7 см х 27.1 и высотой 83.7 см поступает 1.0 л в секунду. На дне имеется отверстие площадью 1.5 см². За какое время наполнится бак? Записать дифференциальное уравнение изменения уровня жидкости (или объема воды в баке) от времени, построить график. Сравнить результат с временем заполнения этого бака без отверстия.

ВАРИАНТ 6

1. Решить численно дифференциальное уравнение $dy = (x^2 - 1)dx$ с начальными значениями $y(9) = 2$ на интервале от $x = 9$ до $x = 16$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x-y+z) \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ до $x = 15$ с граничными условиями: $y(9) = 1.59$, $z(9) = 2.72$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{10 + \cos(z)} \end{cases}$$

на интервале от $x = 3$ до $x = 8$ с граничными условиями: $y(3) = 2.87$, $z(8) = 8.80$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 27.769 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 3.81 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.3 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 17 минут?
5. Сфера диаметром 30.1 см, имеющая температуру 116.9 °С, для охлаждения была опущена в сосуд объемом 129 л, заполненный водой, имеющей температуру 37.5 °С. Плотность материала сферы — 4049.5 кг/м³, теплоемкость — $1248.9 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$, плотность воды равна 1000 кг/м³, теплоемкость воды — $4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$, коэффициент теплоотдачи равен $315 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}$. Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить время, при котором разница между температурой воды и сферы равна 5 °С.