К Њ

.. , .. , .., ..

-

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | 4 |
|----|-----|----|----|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|
| 1 | Mat | hc | ad | l | | | | | | | | | | | | | | 5 |
| 2, | | | | | | | | | | | | | | | | | | 13 |
| 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 23 |
| 4 | Ma | th | ca | d | | | | | | | | | | | | | | 33 |
| 5 | _ | | | | | | | | | | | | | | | | | 37 |
| 6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 45 |
| 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 49 |
| 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 52 |
| 9 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 55 |
| 10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 59 |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | 63 |

```
1 Mathcad
: Mathcad; ; . Mathcad , . Mathcad , . Windows-, Mathcad , . Mathcad .
     ]- (, , ..);
     - , ;
   - (,,..);
    . , :
```

();

• к:=њ, | » » |, [:];

• , , ;

Mathcad :

• ;

```
• ( );
```

• .

Mathcad , .. . , . . , . . .

$$\begin{array}{c}
A = 1 \ A \\
A \coloneqq 3
\end{array}$$

Переменная A не определена A и а - разные переменные

a = 5

A = 3

, ho_g ho_l .



,

$$\rho_l \coloneqq 1000$$

$$\rho_V \coloneqq 1.3$$

Mathcad



. , . ,

Mathcad

 ${\sf Co}$ 3даем переменные ${\sf O}$ ${\sf N}$ - давление

 $F \coloneqq 10 \ N$ $a \coloneqq 10 \ m$ $b \coloneqq 300 \ mm$ $S \coloneqq a \cdot b \qquad S = 3 \ m^2$

- длину - ширину

Вычисляем площадь

 $P = \frac{F}{S}$ P = 3.333 Pa

Вычисляем давление

(,), , :

• , ;

• - . .

Mathcad :

• /> ;

```
Ctrl + M
                                                                   : \widehat{\mathbf{1}} + \mathbf{Enter} - , \widehat{\mathbf{1}} + \mathbf{space}
                                                                           Mathcad
ORIGIN
                                                     Задаем произвольные
                                                     матрицы
                                                     Матричное умножение
                                                     Умножение
                                                     соотвествующих элементов
                                                     двух матриц
                                                     Задаем произвольные
                                                     матрицы
                           B \coloneqq \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}
                                   8 11 14
                                                     Матричное умножение
                       A \cdot B = \begin{vmatrix} 12 & 16 & 20 \end{vmatrix}
                                                     Умножение
```

двух матриц

соотвествующих элементов

, . Mathcad (,).

$$a\!:=\!1\dots3$$
 Задаем ранжированную переменную (шаг по умолчанию равен 1)

Ранжированная переменная b := 1, 1.4..3с шагом 0,4

$$b = \begin{bmatrix} 1\\1.4\\1.8\\2.2\\2.6\\3 \end{bmatrix}$$

Mathcad , . , ,

Mathcad . Ctrl + 6

Mathcad:

- ;
- .
- , . :
- ;
- , ,
- :=;
- , , .
 - , .
 - , Mathcad . ,

$$f(x) \coloneqq 1 + \sin(x) + \cos(x)$$

$$f(5) = 0.325$$

- $f2(x,y) := x^2 + y^2$ f2(2,4) = 20
- Пользовательская функция Вызов пользовательской функции Функция двух переменных

$$f(x) \coloneqq \sin(x) + x^{0.2}$$
 Пользовательская функция Диапазон данных для построения графика xt yt Таблица данных для построения графика 0.2 1.8 1.2 1.5 2.2 0.8 2.6 0.3 2.2 0.8 2.6 0.3 2.2 0.8

$$\mathrm{Mathcad} \quad : \; , \; , \quad \dots \qquad \rightarrow \qquad \boxed{ \bigcirc } \boxed{ \mathsf{Ctrl}} + \boxed{ } . \; .$$

solve

0.3 0.6 0.9 1.2 1.5 1.8 2.1 2.4 2.7 3

$$\int \sin(x) dx \to -\cos(x)$$

$$\frac{d}{dx}x^3 + x \to 3 \cdot x^2 + x$$

$$x^2 + x - 10 \xrightarrow{solve} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{41}}{2} - \frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{41}}{2} - \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

solve,

```
root.
      root : rot(f(x), x).
                                  root
                                           х.
                  TOL ( ). ,
. Mathcad
                                  TOL,
     Задаем функцию, сотвествующую нашему уравнению:
     F(x) \coloneqq x^3 - 10 \cdot x + 2
     Графическое представление корней:
     x = -4, -3.9..5
                    0.24
                           3.053
                  x
       \mathbf{root}(F(x), x, -5, -2) = -3.258
       root(F(x), x, -2, 2) = 0.201
       root(F(x), x, 2, 5) = 3.057
       x = 1.6
       root(F(x),x) = 0.201
       x = 1.7
       root(F(x),x) = 3.057
Mathcad
                      [Ctrl] + [1]., , 250 1000.
  , . Mathcad
                           Ctrl|+|=|
```

find.

```
мы Должения Начальные прихония Начальные прихония Начальные прихония x:=10 y:=5 \sqrt{x}+\sqrt{y}=9 \sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=5 \mathrm{find}(x,y)=\begin{bmatrix} 64\\1 \end{bmatrix}
```

- 1. Mathcad?
- 2. Mathcad?
- 3. ?
- 4. Mathcad,
- 5. ?
- 6. ?
- 7.
- 8.

: Mathcad ; , .

 $y x_1, x_2, \dots, x_n. r_{xy}.$

$$r_{xy} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}),}{\sigma_x \sigma_y}$$
 (2.1)

 $\sigma_x \ \sigma_y - \ , \ :$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2},$$
(2.2)

 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i. \qquad y.$

Mathcad corr (x,y) (x y - ,). , . , .

r, y x

$$err_i = \frac{|y_i - y(x_i)|}{y_i} 100 \%,$$
 (2.3)

$$err_{av} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} err_i, \tag{2.4}$$

 $y_i, y(x_i) - ; n - ; err_i - i (); err_{av} - .$ Mathcad : mean(S) S, max(S) - .

y = ax + b . x VX Y VY, : Y = slope(VX, intercept(VX, VY) - : VX VY (b).1: , , . . , . .

Задание исходных данных:

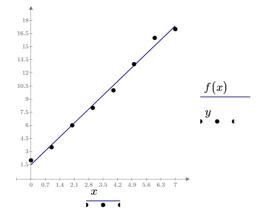
| x | y |
|---|-----|
| 0 | 2 |
| 1 | 3.5 |
| 2 | 6 |
| 3 | 8 |
| 4 | 10 |
| 5 | 13 |
| 6 | 16 |
| 7 | 17 |

Вычисление коэффициента корреляции:

$$r_{xy}$$
:= corr (x,y) = 0.996
Запись аппроксимирующей функции:
 $f(axa)$ = slope (x,y) , axa + intercept (axa)

 $f(arg) := slope(x, y) \cdot arg + intercept(x, y)$

Графическое сравнение исходных данных и аппроксимирующей прямой:



Вычисление среднего и макссимального относительного отклонения:

$$y2 := f(x)$$

$$\operatorname{mean}\left(\overline{\left|\frac{y2-y}{y}\right|}\right) \cdot 100 = 6.475$$

$$\max\left(\overline{\frac{y2-y}{y}}\right) \cdot 100 = 25$$

Значения функции при исслеудемых значениях агрумента функция mean вычисляет среднее значение массива, под знаком векторизации модуль (т.к. отлонение может быть как положительным, так и отрицательным)

, :

$$y(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$$
 (2.5)

a — . regress, . n=4. regress , . . regress(vx, vy, n) — , interp, . n, . vx vy. vx vy — m- , $x\ y.$

interp (vs, vx, vy, x) — y, x. vs regress vx vy. 2: . . , .

Задание исходных данных:

| x | y |
|---|-----|
| | |
| 0 | 0.1 |
| 1 | 0.3 |
| 2 | 0.6 |
| 3 | 2 |
| 4 | 2.5 |
| 5 | 4 |
| 6 | 6 |

Формирование вектора, необходимого для функции interp:

 $vs = \operatorname{regress}(x, y, 3)$

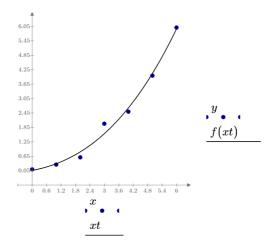
Задание аппроксимирующей функции:

$$f(arg) := interp(vs, x, y, arg)$$

Диапазон построение данных (строим от первого до последнего элемента таблицы с шагом 0.1)

$$xt \coloneqq x, x + 0.1..x$$

аппроксимирующей прямой:



Задание исходных данных:

| -5 | -36 |
|-----|-----|
| -4 | -24 |
| -3 | -18 |
| -2 | -17 |
| -1 | -16 |
| 0 | 1 |
| 0.5 | 9 |
| 1 | 15 |
| 1.5 | 14 |
| 2 | 19 |
| 2.5 | 24 |

Функции, составляющее линейное сочетание:

$$F(x) \coloneqq \begin{bmatrix} \sin(x) \\ \cos(2 \cdot x) \\ \sqrt[3]{x} \\ x \end{bmatrix}$$

Определенные значения параметров:

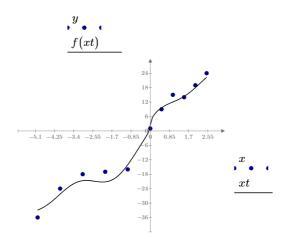
$$p \coloneqq \text{linfit}(x, y, F) = \begin{bmatrix} 3.18 \\ 2.464 \\ 5.449 \\ 4.92 \end{bmatrix}$$

Задание аппроксимирующей функции:

$$f(x) = p \cdot F(x)$$

Задание диапазона построения графика, с шагом 0.1:

$$xt := x_0, x_0 + 0.1..x_{rows(x)-1}$$



$$F(x) = f_0(a_0, x) + f_1(a_1, x) + ... + f_N(a_N, x), \quad a_0, a_1, ..., a_N$$
, linfit . Mathcad :, . :

- expfit(x, y, g) $-y(x) = ae^{bx} + c;$
- lgsfit(x, y, g) $-y(x) = a/(1 + be^{-cx});$
- sinfit(x, y, g) y(x) = asin(x + b) + c;
- pwrfit(x, y, g) $-y(x) = ax^b + c;$
- $\bullet \ \operatorname{logfit}(\mathtt{x}, \ \mathtt{y}, \ \mathtt{g}) \ \quad y(x) = a \ln(x+b) + c;$

g — .

Задение исходных данных:

| x | y |
|-----|------|
| | |
| 0.3 | 9.4 |
| 0.4 | 10.2 |
| 1 | 5 |
| 1.4 | 3 |
| 2 | 2.1 |
| 4 | 0.9 |

Начальное приближение:

$$g \coloneqq \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Аппроксимирующая функция:

$$F(x,A) := \exp\left(A_0 + A_1 \cdot x + A_2 \cdot x^2\right)$$

Найденные параметры:

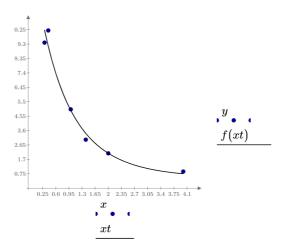
$$p \coloneqq \text{genfit}(x, y, g, F) = \begin{bmatrix} 2.672 \\ -1.188 \\ 0.112 \end{bmatrix}$$

Функция с найденными параметрами:

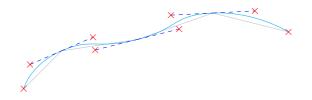
$$f(x) = F(x, p)$$

Диапазон данных:

$$xt := x_0, x_0 + 0.1..x_{\text{rows}(x)-1}$$



, () . , - (2.1). . , . Mathcad cspline(x,y) pspline(x,y). . vs, interp(vs,x,y,x)



. 2.1:

5: x y . . .

| x | y |
|---|---|
| | |
| 0 | 1 |
| 1 | 2 |
| 2 | 3 |
| 3 | 3 |
| 4 | 4 |
| 5 | 4 |
| 6 | 5 |

```
Аппроксимация полиномом 3 степени:
```

$$vs = \operatorname{regress}(x, y, 3)$$

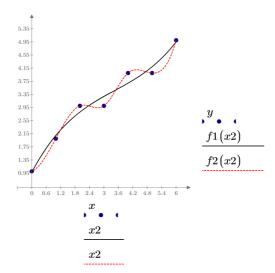
f1(arg) = interp(vs, x, y, arg)

Аппроксимация кубическим сплайном:

vs = cspline(x, y)

$$f2(arg) := interp(vs, x, y, arg)$$

x2 = 0, 0.1..6



- :
- 1. ?
- 2. ?
- 3. , ?
- 4. MathCad?

3 : Mathcad (,). $, \qquad . \qquad r \; :$ $F(x,y(x),y'(x),y''(x),...,y^r(x)) = 0,$ (3.1) $x, \quad . \quad () \quad 3.1 \quad (), \qquad \qquad . \qquad 3.1.$ $y = y(x, C_1, C_2, ..., C_r).$ (3.2) $_{1, 2, \ldots, r}$ (). . () , $_{r}$: $y(x_0) = y_0, y'(x_0) = y'_0, ..., y^r(x_0) = y_0^r,$ (3.3) $r_{1, 2}, \dots, r_{n}$ y(x) r x = a x = b. $Mathcad \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad ; \quad :$ • , ; rkfixed(0, t0, t1, D). - 4- . rkfixed $y_i'(x) = F(x, y_i(x)), i = 1, ..., N$ (3.4)y(x) = D(y(x),x),(3.5)y(x) - ; D(y(x),x) - -, 3.4. rkfixed : y0 — . (). $y_0 = y(x_0);$

t0 t1 , ;

$$D(x,y) = -, \quad 3.4. \quad : () \quad ($$

rkfixed , t (t0 t1), - , . , ,
 1:
$$\frac{dy}{dx} + 3y = 0$$
 (0) = 4. [0,4]. .

1:
$$\frac{dy}{dx} + 3y = 0$$
 (0) = 4. [0,4].

Задание начального приближения:

Задание количества шагов разбиения:

N = 100

Формирование функции производных:

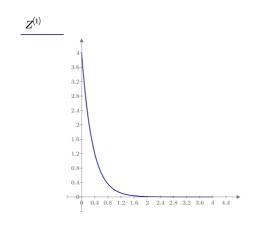
D(x,y) = -3 y

Задание диапазона решения:

$$x0 := 0$$
 $x1 := 4$

Решение дифференциалоьного уравнения:

 $Z = \text{rkfixed}(y, x_0, x_1, N, D)$



2:
$$[-2; 8] \quad y(-2) = 1 \quad z(-2) = -10$$

$$\begin{cases} \frac{dy(x)}{dx} - (y(x) - z(x))\sin(x) = 0 \\ \frac{dz(x)}{dx} - \sqrt[3]{y(x)} + z(x) = 0 \end{cases}$$

Задание начального приближения:

$$y = \begin{bmatrix} 1 \\ -10 \end{bmatrix}$$

Задание количества шагов разбиения:

N = 100

Формирование вектор-функции производных:

$$D(x,y) \coloneqq \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} y_0 - y_1 \end{pmatrix} \cdot \sin(x) \\ \sqrt[3]{y_0} - y_1 \end{bmatrix}$$

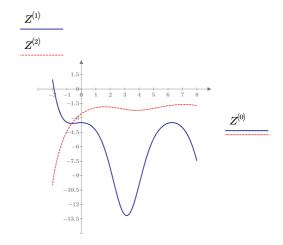
Задание диапазона решения:

$$x0 := -2$$
 $x1 := 8$

Решение дифференциального уравнения:

 $Z = \text{rkfixed}(y, x_0, x_1, N, D)$

Построение функций:



$$y_{1}(x) = y(x),$$

$$y_{2}(x) = y'(x),$$
...
$$y_{r}(x) = y^{r}(x)$$
(3.6)

$$y'_1(x) = y_2(x),$$

 $y'_2(x) = y_3(x),$
(3.7)

$$y'_r(x) = F(x,y_1(x),y_2(x,...,y_r(x)).$$

. , , , , . , rkfixed, .

$$3$$
: $y^{''} + y^{'} - y - x = 0$ $x = 0$ $x = 3$ $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

Вектор начальных условий:

$$y \coloneqq \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

:

Количество шагов разбиения:

 $N \coloneqq 100$

Вектор-функция:

$$D(x,y)\coloneqq\begin{bmatrix}y_1\\y_0-y_1+x\end{bmatrix}$$
 Первая производная Вторая производная

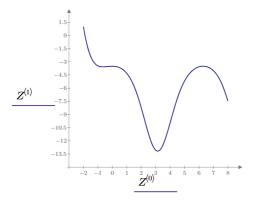
 $x1 \coloneqq 3$

Граница интервала решения:

x0 = 0

Численное решение:

 $Z\!\coloneqq\!\operatorname{rkfixed}\left(y\,,x0\,,x1\,,\!N\,,\!D\right)$



:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_x \\ \frac{dv_x}{dt} = a_x = -\frac{F_x}{m} = -\frac{C_f}{m} \frac{\rho v_x^2}{2} S \\ \frac{dy}{dt} = v_y \\ \frac{dv_y}{dt} = a_y = -g + \frac{F_y}{m} = -\frac{C_f}{m} \frac{\rho v_y^2}{2} S \end{cases}$$

$$, a - . "", . : x_0 = 0 , v_{x0} = 100 /, y_0 = 0 , v_{y0} = 0 /.$$

Задание исходных данных

$$g\!=\!9.807\,rac{m}{s^2}$$
 Встроенная переменная

 $mass = 1 \ kg$

$$\rho \coloneqq 1.2 \; \frac{kg}{m^3}$$

$$Cf = 0.49$$

$$S \coloneqq 10 \ cm^2$$

Начальные условия

$$init \coloneqq egin{bmatrix} 0 & m \\ 100 & \dfrac{m}{s} \\ 0 & m \\ 0 & \dfrac{m}{s} \\ \end{bmatrix}$$
 координата х проекция скорости на ось х координата у проекция скорости на ось у

Диапазон времени:

$$t0 \coloneqq 0 \ \boldsymbol{s}$$
 $t1 \coloneqq 10 \ \boldsymbol{s}$

Вектор-функция при учете сил сопротивления:

$$D(x,y) \coloneqq \begin{bmatrix} y_1 \\ \frac{-Cf}{mass} \cdot \frac{\rho \cdot y_1^2}{2} \cdot S \\ y_3 \\ -g + Cf \cdot \frac{\rho \cdot y_3^2}{2} \cdot S \end{bmatrix}$$

Вектор-функция без учета сил сопротивления:

$$D2\left(x,y\right)\coloneqq\begin{bmatrix}y_1\\0\\y_3\\-g\end{bmatrix}$$

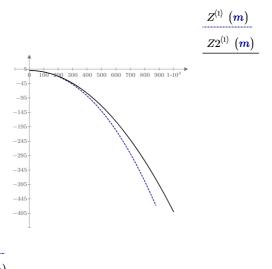
Количество шагов разбиения интервала:

N = 100

Решение уравнения:

$$Z = \text{rkfixed}(init, t0, t1, N, D)$$

$$Z2 = \text{rkfixed}(init, t0, t1, N, D2)$$



Mathcad sbval(z,t0,t1,D,load,score). :

z-, ;

t0 t1 — , ;

D(x,y) = -, rkfixed;

score(t1,y) -, . score t1 y, sbval., sbval, score .

sbval , . rkfixed. 0 load (z). 5: $[0;\,2] \quad y(0) = 3 \; z(2) = 1.6 :$

$$\begin{cases} \frac{dy(x)}{dx} + 3xy(x) - z(x) = 0\\ \sqrt[3]{z(x)} - y(x) - \frac{dz(x)}{dx} = 0 \end{cases}$$

Начальное приближение на левой стороне: $\boldsymbol{y}_{_{0}}\coloneqq 3$

Количество шагов разбиения:

N = 200

Вектор-функция производных:

$$D(x,y) \coloneqq \begin{bmatrix} -3 \cdot x \cdot y_0 + y_1 \\ \sqrt[3]{y_1} - y_0 \end{bmatrix}$$

Границы диапазона решения:

x0 := 0 x1 := 2

Начальные условия на левой границе:

$$load\left(x0,V\right) \coloneqq \begin{bmatrix} 3 \\ V_{0} \end{bmatrix}$$

Условия на правой границе: $score\left(x1\,,W\right)\!\coloneqq\!W_{_{1}}\!-\!1.6$

Нахождение условий на правой границе:

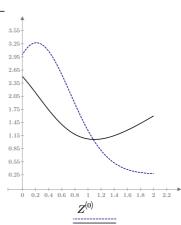
$$IC := \text{sbval}(y, x0, x1, D, load, score) = \begin{bmatrix} 2.503 \\ 2.325 \end{bmatrix}$$

Формирование начальных условий:

$$ic = load(x0, IC) = \begin{bmatrix} 3\\2.503 \end{bmatrix}$$

Решение задачи Коши для проверки:

$$Z \coloneqq \operatorname{rkfixed}\left(ic\,,x0\,,x1\,,N\,,D\right)$$



Проверка значений на правой границе:

$$Z_{_{N,\,2}}\!=\!1.6$$

1.

- 2. ?
- 3. ?
- 4. ?
- 5. ?
- 6. ?

4 Mathcad

: Mathcad; Mathcad.

, 5-6 . Enter.



, , , , . Mathcad : $\kappa \leftarrow B - \kappa B$ (κB) ͡͡ॻ + []. к:=њ

1: , ,

$$A \coloneqq 2$$

$$\begin{vmatrix} A \leftarrow 3 \\ A \end{vmatrix} =$$

A=2

2: , , , .

while () (Ctrl +]) , , . while , . . :

while

$$\left| \begin{array}{l} dH \leftarrow -10 \\ \text{while } dH < 1 \\ \left\| dH \leftarrow dH + 1 \end{array} \right| = 1$$

, break (). , , break 4: , A 33 . . if.

$$A \coloneqq \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$B \coloneqq \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0 \dots 2 \\ \left\| \begin{array}{l} \text{for } j \in 0 \dots 2 \\ \left\| A_{i,j} \leftarrow \left(A_{i,j} \right)^2 \end{array} \right| \\ A \end{array} \right\|$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 16 & 25 & 36 \\ 49 & 64 & 81 \end{bmatrix}$$

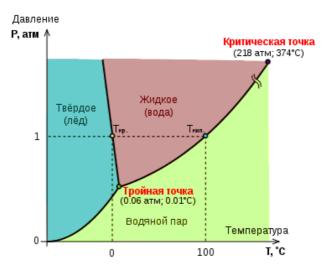
(if, else)

if () :

$$C(N) := \left\| \begin{array}{c} \text{if } N > 0 \\ \left\| A \leftarrow 10 \\ B \leftarrow 20 \\ \text{else} \end{array} \right\| \\ \left\| A \leftarrow 5 \\ B \leftarrow 20 \right\| \\ \left\| \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \right\| \\ C(1) = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \end{bmatrix} \qquad C(-3) = \begin{bmatrix} 5 \\ 20 \end{bmatrix}$$

:

- 1. Mathcad?
- 2.
- 3.
- 4. Mathcad? ?
- 5. Mathcad?



. 5.1:

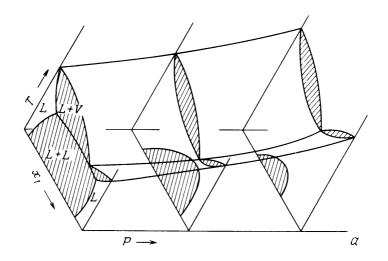
 $(\),\ ,\ ,\ ,$

$$= - + N, (5.1)$$

,
$$N$$
 , ($p, N=2$). , . , (r=r1) (r=r1) (r=r2) p (,). (r=r2) (r=r1) (p (, p ,)). (r=r3) (r=r0), (, p .). , r=r0. , . , (рисунок 5.1). . . , .

., рисунок 5.2, 1, 2, 3 ...

(p = const), (рисунок 5.3);



. 5.2:

•
$$(=const), p$$
 ;

$$\bullet$$
 (), p .

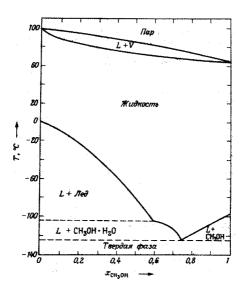
$$, -, -, -$$
 $p,$ $.$ $-$ $.$ (5.3) $,$

$$n- T :$$

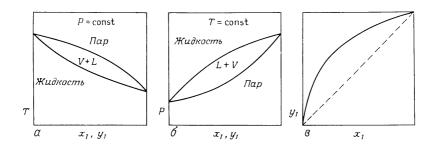
$$\begin{cases}
T^{I} = T^{II}, \\
p^{I}(T,x_{1},x_{2},...,x_{n-1}) = p^{II}(T,y_{1},y_{2},...,y_{n}-1), \\
\mu_{i}^{I}(T,x_{1},x_{2},...,x_{n-1}) = \mu_{i}^{II}(T,y_{1},y_{2},...,y_{n}-1),
\end{cases} (5.2)$$

 $\mu-$ (,). , (5.2). , . . :

$$\int_{\mu^0}^{\mu} d\mu = \frac{1}{N} \int_{p^0}^{p} V dp. \tag{5.3}$$



. 5.3: ()
$$+ p = 0.1$$



. 5.4: , (); p, (); y (),

$$pV = NRT : \\ \mu(T,p) = \mu^0(T) + RT \ln(p), \qquad (5.4) \\ \mu^0(T) - . \quad (5.4) : \\ \mu_i(T,p,x) = \mu_i^0(T) + RT \ln(p_i), \qquad (5.5) \\ p_i = px_i - i . \\ (): f = p\gamma_f \ (f_i = p_i\gamma_{f_i}), \ \gamma_f - \ (), \quad T,p \\ \mu_i(T,p,x) = \mu_i^0(T) + RT \ln(f_i). \qquad (5.6) \\ \gamma_f = 1. \ \text{ dopmyjibi } (5.4) - (5.6) , \qquad \mu^0(T), \qquad , \quad () \\ p \ T, \qquad : \\ \mu_i(T,p,x) = \mu_i^0(T,p) + RT \ln(a_i), \qquad (5.7) \\ i - , \qquad : \\ a_i = \gamma_i x_i, \qquad (5.8) \\ \gamma_i - i, \quad \gamma_i = 1. \\ , \quad () \quad (. \ \text{ dopmyjibi } (5.4) - (5.6) \), \\ - \quad (5.2) \quad : \\ \mu_i^0(T) + RT \ln(f_i) = \mu_i^0(T,p) + RT \ln(a_i), \qquad (5.9) \\ , \quad : \\ y_i = \frac{f_i^0 \gamma_i x_i}{\gamma_{f_i} p}, \qquad (5.10) \\ f_i^0 - () \quad i \quad p. \quad n : \\ = - + 2 = n - 2 + 2 = n. \\ n \ , \quad n - 1 \quad p \ , \quad n \quad (5.10), \quad , \quad : \\ \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = 1. (5.11)$$

, ,:

• , ..
$$\gamma_{f_i}$$
;

•
$$f_i^0 \approx p_i^0(T)$$
.

:

$$y_i = \frac{p_i^0 \gamma_i x_i}{p} \tag{5.12}$$

$$p_i = p_i^0(T)x_i. (5.13)$$

:

$$p = \sum_{i=1}^{n} p_i = \sum_{i=1}^{n} p_i^0(T) x_i.$$
 (5.14)

[3, 4]:

•
$$\ln(p_i^0(T)) = A - \frac{B}{T};$$

•
$$\ln(p_i^0(T)) = A - \frac{B}{T+C};$$

•
$$\ln(p_i^0(T)) = A - \frac{B}{T} + C \ln(T) + DT^2;$$

•
$$\ln(p_i^0(T)) = A - \frac{B}{T} + CT + DT^3;$$

•
$$\ln(p_i^0(T)) = A - \frac{B}{T} + T^2;$$

$$\bullet \quad \ln(p_i^0(T)) = A + \tfrac{B}{T} + T + BT^2;$$

•
$$\ln(p_i^0(T)) = \frac{AT}{T+B}$$
.

$$A,B,C,D$$
 — .

(5.12) , - , :

$$\bullet \quad T=const: \qquad \quad , \quad , \quad (5.14) \qquad \quad p \quad , \quad (5.12) - \quad ; \quad$$

•
$$p = const$$
: (5.14) . (5.12) .

. , :

$$p_i = \gamma_i p_i^0 x_i \tag{5.15}$$

$$p = \sum_{i=1}^{n} p_i = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i p_i^0 x_i$$
 (5.16)

 $, \qquad (T), \qquad , \qquad (p, T, ,) \ [5, 6] \ . \qquad , \qquad , \qquad , \\ . \qquad . \ , \qquad , \qquad [4]. \qquad . \qquad (, \ , \, \text{NRTL, UNIQUAC}). \quad - \\ , \qquad . \ , \qquad . \qquad . \qquad . \qquad . \qquad . \qquad .$

$$\frac{G^{ex}}{RT} = x_1 x_2 (A_{21} x_1 + A_{12} x_2) (5.17)$$

 $A_{12} A_{21} - .$

$$\ln(\gamma_1) = (A_{12} + 2(A_{21} - A_{12})x_1)x_2^2 \tag{5.18}$$

$$\ln(\gamma_2) = (A_{21} + 2(A_{12} - A_{21})x_2)x_1^2 \tag{5.19}$$

$$\frac{G^{ex}}{RT} = \frac{1}{\frac{1}{A_{12}x_1} + \frac{1}{A_{21}x_2}} \tag{5.20}$$

 $A_{12} A_{21} - .$

$$\ln(\gamma_1) = A_{12} \left(\frac{A_{21} x_2}{A_{12} x_1 + A_{21} x_2} \right)^2 \tag{5.21}$$

$$\ln(\gamma_2) = A_{21} \left(\frac{A_{12}x_1}{A_{12}x_1 + A_{21}x_2} \right)^2 \tag{5.22}$$

:

$$\frac{G^{ex}}{RT} = -x_1 \ln(x_1 + \Lambda_{12}x_2) - x_2 \ln(\Lambda_{21}x_1 + x_2)$$
 (5.23)

$$\Lambda_{12} = \frac{V_2^L}{V_1^L} \exp\left(-\frac{\lambda_{12} - \lambda_{11}}{RT}\right) \quad \Lambda_{21} = \frac{V_1^L}{V_2^L} \exp\left(-\frac{\lambda_{21} - \lambda_{22}}{RT}\right), \quad V_i^L - i, \quad \lambda_{ij} - i, \quad \lambda_{ij} = \lambda_{ji}. \qquad \Lambda_{12} \quad \Lambda_{21}, \quad .$$

$$\ln(\gamma_1) = -\ln(x_1 + \Lambda_{12}x_2) + x_2 \left(\frac{\Lambda_{12}}{x_1 + \Lambda_{12}x_2} - \frac{\Lambda_{21}}{\Lambda_{21}x_1 + x_2}\right)$$

$$\ln(\gamma_2) = -\ln(x_2 + \Lambda_{21}x_1) + x_1 \left(\frac{\Lambda_{12}}{x_1 + \Lambda_{12}x_2} - \frac{\Lambda_{21}}{\Lambda_{21}x_1 + x_2}\right)$$

$$(5.24)$$

• NRTL (Non-Random Two-Liquid)

:

$$\frac{G^{ex}}{RT} = x_1 x_2 \left(\frac{\tau_{21} G_{21}}{x_1 + G_{21} x_2} + \frac{\tau_{12} G_{12}}{G_{12} x_1 + x_2} \right)$$
 (5.26)

$$G_{12} = \exp(-\alpha_{12}\tau_{12}), G_{21} = \exp(-\alpha_{21}\tau_{21}), \tau_{12} = \frac{g_{12} - g_{22}}{RT},$$

 $\tau_{21} = \frac{g_{21} - g_{11}}{RT}, g - \text{i} \text{ j } (g_{ij} = g_{ji}), \alpha_{ij} - (\alpha_{ij} = \alpha_{ji})$
 $\tau_{12}, \tau_{21}), \alpha_{12},$

$$\ln(\gamma_1) = x_2^2 \left(\tau_{21} \left(\frac{G_{21}}{x_1 + x_2 G_{21}} \right)^2 + \frac{\tau_{12} G_{12}}{(x_2 + x_1 G_{12})^2} \right)$$
 (5.27)

$$\ln(\gamma_2) = x_1^2 \left(\tau_{12} \left(\frac{G_{12}}{x_2 + x_1 G_{12}} \right)^2 + \frac{\tau_{21} G_{21}}{(x_1 + x_2 G_{21})^2} \right)$$
 (5.28)

$$(,,,)$$
. :

1.
$$p_i^0(T), -, , .$$

$$\gamma_1 = \frac{y_1 p}{x_1 p_1^0(T)} \tag{5.29}$$

$$\gamma_2 = \frac{y_2 p}{x_2 p_2^0(T)} \tag{5.30}$$

3.
$$G^E$$
:

$$G^{E}$$
:
$$G^{E} = RT(x_{1} \ln(\gamma_{1}) + x_{2} \ln(\gamma_{2}))$$
(5.31)

4.
$$((5.17)(5.20)(5.23)(5.26))$$
, (5.31) .

: yx px, :

- 1. (5.18)(5.19), .
- 2. p y, (5.16) (5.12).
- 3. .

:

- 1. ?
- 2. . .
- 3. .
- 4. .
- 5. , ?
- 6. ?
- 7. (p-x,y, T-x,y)
- 8. ?
- 9. ?
- 10.

6

, , 19, :

$$pV = NRT, (6.1)$$

. - , .. к њ, , .. $V_{id} = V - bN, b - 1$. (6.1),

$$\left(p + \frac{aN^2}{V^2}\right)(V - Nb) = NRT. \tag{6.2}$$

a , b, , ... a b .

$$T_c = \frac{8a}{27Rb},\tag{6.3}$$

$$p_c = \frac{a}{27b^2}, (6.4)$$

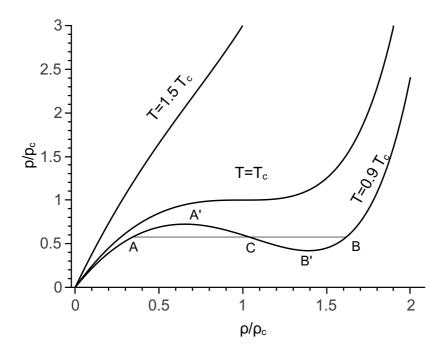
$$V_{mc} = 3b, (6.5)$$

 V_{mc} . a b [4]. $p_c, V_c T_c,$:

$$T_r = \frac{T}{T_c},\tag{6.6}$$

$$p_r = \frac{p}{p_c},\tag{6.7}$$

$$V_{mr} = \frac{V_m}{V_{mc}}. (6.8)$$



. 6.1: .
$$<_c$$
 ', p ρ .

$$p_r = \frac{8T_r}{2V_{mr} - 1} - \frac{3}{V_{mr}^2}. (6.9)$$

$$\begin{cases}
T^{I} = T^{II}, \\
p^{I}(T,\rho) = p^{II}(T,\rho), \\
\mu_{i}^{I}(T,\rho) = \mu_{i}^{II}(T,\rho),
\end{cases} (6.10)$$

$$\mu-, \rho-;$$
 .

$$\int_{mu^0}^{\mu} d\mu = \frac{1}{N} \int_{p^0}^{p} V dp, \tag{6.11}$$

, , , :

$$\mu(T,p) = \mu^{0}(T) + RT \ln(f) = \mu^{0}(T) + RT \ln(p\gamma_{f}), \tag{6.12}$$

$$\ln(\gamma_f) = (Z_V - 1) - \int_{-\infty}^{V} \frac{A_V - 1}{V} dV - \ln(Z_V), \tag{6.13}$$

 $Z_V -$:

$$Z_V = \frac{pV}{NRT}. (6.14)$$

$$Z_V = 1.$$
 Z_V , . . . (6.2)) (6.13) (6.14). (6.13) .

:

:

$$p(\rho,T) = \frac{\rho RT}{1 - \rho b} - a\rho^2,$$

a b - ,

$$a = \frac{9RT_{crit}}{8\rho_{crit}},$$
$$b = \frac{1}{3\rho_{crit}}.$$

:

$$\ln(\gamma_f) = Z_V(\rho, T) - 1 + \int_0^\rho \frac{Z_V(\rho, T)}{\rho} d\rho - \ln(Z_V(\rho, T))$$

$$Z_V(\rho,T) = p/\rho RT - .$$

:

 V_c , $\frac{2}{-}$ M, T_c , T, p_c 1 (Ar) 39.948 74.9 83.81 150.8 48.12 (Ne) 20.183 44.4 27.2 41.7 24.66 3 (Kr) 83.8 209.4 54.3 91.2 115.78 4 $\overline{(O_2)}$ 31.999 154.6 49.8 73.4 54.36 5 (N_2) 28.013 126.2 33.5 89.5 63.15 6 (Xe) 131.3 289.7 57.6 161.36 118 7 (CH_4) 16.043190.6 45.499 90.78 $\overline{(Cl_2)}$ 76 70.906 417 124 172.17 9 (CO) 68 28.011 132.9 34.593.1 10 (CO_2) 44.01 304.2 72.8 94 216.55

- 1. ?
- 2. -?
- 3. ?
- 4. ?

```
; , ; (
(7.1), : ( ); ( );
                                                         L, x
                                                                                        D, y
LX - L(X + dX) + K_Y a(Y - Y^*(X))Sdz = \mathbf{0}
G(Y-dY)-K_Ya(Y-Y^*(X))Sdz-GY=0,
G,\,L-~~;\,Y,\,X-~~[{
m r}/{
m r}] \ [{
m r}/{
m r}{
m C}] \,\,(\,-\,;\,-\,;\,-\,);\,Y^*- \ [\,/\,\,];\,S-~~;\,-~~;\,K_Y-~.~,~~{
m dz}
  \begin{cases} \frac{dX}{dz} = \frac{S}{L}K_Y a(Y - Y^*(X)), \\ \frac{dY}{dz} = \frac{S}{G}K_Y a(Y - Y^*(X)). \end{cases}
                                          (7.3) L, x+dx
                                                                                          D, y+dy
                                                                      . 7.1:
```

• (-) .

, . , , :

$$n_A A + n_B B \to n_c C,$$
 (7.4)

$$r = kX_A^{n_A}X_B^{n_B}, (7.5)$$

 $(n_A = n_B = 1),$

$$r = kX_A X_B. (7.6)$$

$$X_{B} = const$$
, $()$, $.$, $()$, $.$, $.$, $(...$

$$r = k'X_{A}, \quad k' = kX_{B}. \tag{7.7}$$

$$LX - L(X + dX) + K_Y a(Y - Y^*(X))Sdz - k'X = 0, (7.8)$$

$$G(Y - dY) - K_Y a(Y - Y^*(X)) S dz - GY = 0, (7.9)$$

$$\begin{cases}
\frac{dX}{dz} = \frac{S}{L}K_Y a(Y - Y^*(X)) - k'X, \\
\frac{dY}{dz} = \frac{S}{G}K_Y a(Y - Y^*(X)).
\end{cases}$$
(7.10)

$$k = k_0 e^{\frac{-E_a}{RT}},\tag{7.11}$$

 $k_0 - , E_a - , R - , - .$

$$\phi = \frac{Y - Y}{Y - Y^*(X)},\tag{7.12}$$

.

• : $y^*(x) = \frac{Ex}{p} \tag{7.14}$

 $\mathbf{E}-\ ,\,\mathbf{p}-.$

• :

• :

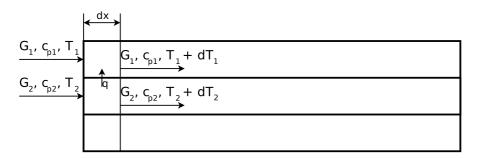
•

•

: 1. CO_2 , [4, . 283]. 2. m ($y^*=Ex/P$) [4, . 282]. 3. [4, .13] [4, .290]. 4. O_2 . 5. () [4, .292]. 6. [4, .293].

- 1. . ?
- 2. ?
- 3. ?
- 4. , .
- 5. .
- 6. ?

8



. 8.1: « »

$$G_1 T_1 c_{p1} - G_1 c_{p1} (T_1 + dT_1) + q dF = 0, (8.1)$$

G- , c_p- , q- , F- . ;

$$G_2 T_2 c_{p2} - G_2 c_{p2} (T_2 + dT_2) - qdF = 0. (8.2)$$

$$q = K(T_2 - T_1), (8.3)$$

K - . P - dx dF = dxP, (8.3), (8.1) (8.2) :

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dx} = \frac{K(T_2 - T_1)P}{G_1 c_{p1}} \\ \frac{dT_2}{dx} = -\frac{K(T_2 - T_1)P}{G_2 c_{p2}} \end{cases}$$
(8.4)

. , , :

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dx} = \frac{K(T_2 - T_1)P}{G_1c_{p1}} \\ \frac{dT_2}{dx} = \frac{K(T_2 - T_1)P}{G_2c_{p2}} \end{cases}$$
(8.5)

.

:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}},\tag{8.6}$$

• (Re > 10000):

$$Nu = 0.021Re^{0.8}Pr^{0.43}\left(\frac{Pr}{Pr}\right)^{0.25}.$$
 (8.7)

• (2300 < Re < 10000):

$$Nu = 0.008Re^{0.9}Pr^{0.43}. (8.8)$$

• :

$$Nu = 0.17Re^{0.33}Pr^{0.43}Gr^{0.1}\left(\frac{Pr}{Pr}\right). \tag{8.9}$$

• : $Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \left(\frac{D}{d}\right)^{0.45}, \tag{8.10}$

D, d - , d

• :

$$Nu = CRe^{m}Pr^{0.33} \left(\frac{\mu}{\mu}\right)^{0.14}, \frac{\lambda}{D}$$
 (8.11)

$$\begin{array}{lll} Re = \frac{\rho n d_m^2}{\mu},\, D-~,\, n-~,\, \mu-~~,\, \mu-~~,\, (t_\cdot + t)/2.\\ : C = 0.36,\, m = 0.67 \end{array}$$

:

$$G_1 T_1 c_{p1} - G_1 c_{p1} T_1 + qF = 0, (8.12)$$

 T_1 — . (8.1). (8.3) :

$$T_1 - T_1 = \frac{K(T_1 - T_2)F}{G_1 c_{p1}} \tag{8.13}$$

, , ;
$$\overline{(T_1 - T_2)} = \frac{\int_S T_1 - T_2}{S}$$

- 1. « » .
- 2. ?
- 3. ?

9 : ; ; (). . () $-\ ,$. . , $m_A^R\ ,$, . m_A^0 : $\alpha_A = \frac{m_A^R}{m_A^0}$ (9.1) $S_B = \frac{m_A}{m_A^R}$ (9.2) $- \quad m_B \ , \quad m_B^{Max} :$ $\beta_B = \frac{m_B}{m_B^{Max}}$ (9.3)50 - 60 %. $\bullet \ \ \, , \ \ \, , \ \ \, , \qquad , \qquad , \qquad . \quad \ \, 100 \; \% \qquad \ \, , \qquad \quad ; \\$

• ;

• ;

• ;

• .

. . :

$$\nu \rho c_p \frac{dT}{dx} = \sum q_i \tag{9.8}$$

$$q_i$$
 — : $($, ..) .

$$q_{rq} = r_1 \Delta H_1 = k_1 C_A C_B \Delta H_1 \tag{9.9}$$

2 ()
$$-\Delta H_1$$
. $\nu = \frac{dx}{d\tau}$?? :

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{k_1(T)C_A C_B \Delta H_1 - k_2(T)C_C \Delta H_1 + k_3(T)C_C \Delta H_2}{\rho c_p}$$
(9.10)

9.7. ,

$$k_i = k_{0i} \exp\left(\frac{-E_i}{RT}\right) \tag{9.11}$$

$$k_0 - , E - .$$
 (9.8) , $q = K(T - T_T)P, - , P - , T_T - .$:

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{k_1(T)C_A C_B \Delta H_1 - k_2(T)C_C \Delta H_1 + k_3(T)C_C \Delta H_2}{\rho c_p} + \frac{K(T_T - T)P}{\rho c_p} \tag{9.12}$$

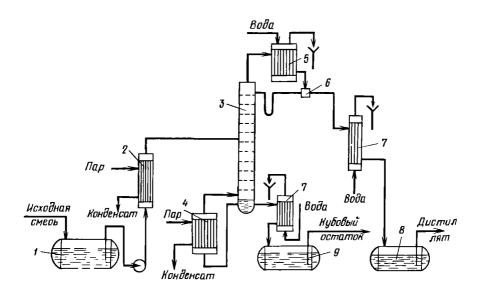
$$\frac{dT_T}{d\tau} = -\frac{K(T_T - T)P}{\rho_T c_{p_T}} \tag{9.13}$$

T- .

$$\begin{pmatrix}
(9.7)) & . & C_{0_{i}} & : \\
\frac{C_{A} - C_{A0}}{\tau} &= -k_{1}C_{A}C_{B} + k_{2}C_{C} \\
\frac{C_{B} - C_{B0}}{\tau} &= -k_{1}C_{A}C_{B} + k_{2}C_{C} \\
\frac{C_{C} - C_{C0}}{\tau} &= k_{1}C_{A}C_{B} - k_{2}C_{C} - k_{3}C_{C} \\
\frac{C_{D} - C_{D0}}{\tau} &= k_{3}C_{C}
\end{pmatrix} (9.14)$$

- 1. ?
- 2. ?
- 3. ?
- 4. ?
- 5. ?
- 6. ?

10 : , Mathcad, .



```
, , ( , ..). ;
         ) .
                            \begin{cases} p(T, x_1, x_2, \dots, x_n - 1) = \\ = p(T, y_1, y_2, \dots, y_n - 1) \\ \mu_k(T, x_1, x_2, \dots, x_n - 1) = \\ = \mu_k(T, y_1, y_2, \dots, y_n - 1) \end{cases}
                                                                                            (10.2)
                            \mu_i(T,x) = \mu_i^0(T) + RT \ln(\gamma_i x_i)
                                                                                            (10.3)
```

$$\mu_i(T,x) = \mu_i^{\circ}(T) + RT \ln(\gamma_i x_i)$$
 (10.3)

$$p = \sum_{i=1}^{n} p_i = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i p_i^0 x_i$$

$$p_i^0(T) \qquad \mu_i^0(T), \qquad \gamma_i \qquad , \qquad .$$

$$() \qquad , \qquad , \qquad , \qquad .$$

$$, \qquad , \qquad , \qquad .$$

$$() \qquad , \qquad , \qquad .$$

$$G^{E} = RT(x_{1}\ln(\gamma_{1}) + x_{2}\ln(\gamma_{2})$$
 (10.5)

$$\begin{cases}
E = \frac{y_{N+1} - y_N}{y_{N+1} - y^*} \\
L(y_{N-1} - x_N) = G(y_N - y_{N+1}) \\
(10.6)
\end{cases}$$

$$(10.6)$$
, (y^*)
, (y^*)

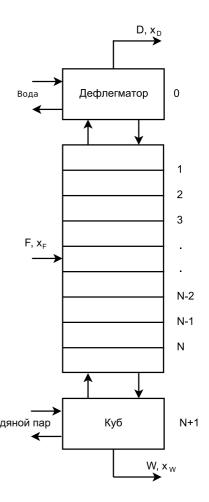
$$y_i^* = \frac{p_i^0 \gamma_i x_i}{p}$$
 (10.7)
$$p^0().$$

- 1. ;
- 2. .

: 5. : 10.2:

$$\ln(p_i^0) = A + \frac{B}{T} + C \ln(T) + DT^E$$
(10.8)

- 1. , ?
- 2.



- 3. ?
- 4. ?
- 5. ?

- [1] -: / .-..., 2009.
- $[2] \ \dots \ / \ . " ". 7 \ . , 2005. \ . 479.$
- [3] : 2-.., 1989.
- $[4] \dots 1982.$
- [5]: 1. књ, 1966. . 648.
- [6]: . 2. књ , 1966. . 795.