靜電學(Electrostatics)

22~26章探究的主要問題架構

什麼是靜電學？

電荷如何形成？

靜電學涉及哪些電性的探究？

這些探究會涉及力學相關理論嗎？

靜電學(Electrostatics)

- 靜電學係探討電荷處於靜止(charges at rest)及靜力平衡狀態的電效應。

電荷(Charge)

- 電荷是一種物質特性，它能使物質產生電或磁的效應。
- 接觸摩擦(rubbing)產生電荷⇒電流體(electric fluid)的解釋⇒現代原子觀點的解釋(電子移動)
  - 電流體解釋⇒獲得(或失去)電流體者帶正電(或負電)。
  - 現代觀點的解釋⇒物質由原子構成，而原子核由質子(正電)及中子(中性)組成，電子(負電)則環繞原子核運動。一個中性原子有等量的電子數與質子數(或中子數)，當其失去(或得到)電子，便成為離子(ions)。在摩擦過程中，獲得(或失去)電子者帶負電(或正電)。

- <u>同性電荷相斥，異性電荷相吸。</u>

絲絨(silk)與玻璃棒(glass rod)的摩擦⇒
- 玻璃棒帶正電
- 絲絨帶負電

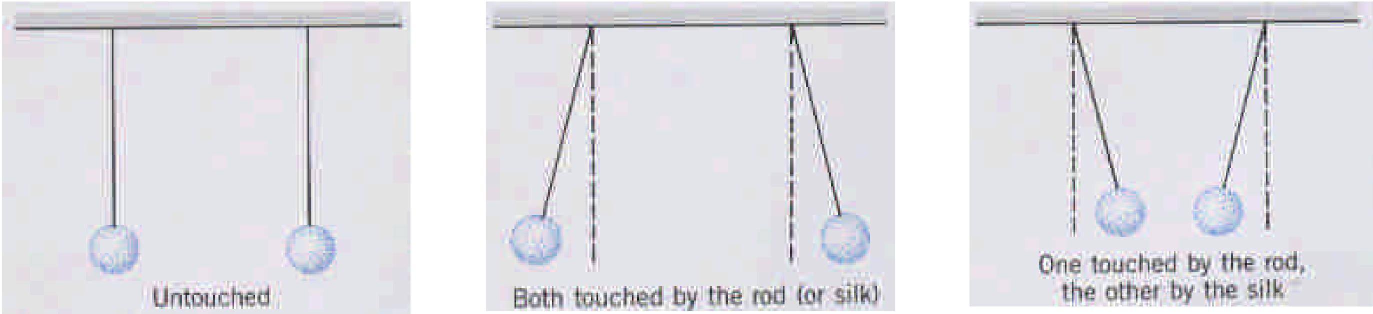


Fig.22.2

- 電荷的SI單位－**庫倫(C)** ⇒此單位相當大
  - 摩擦⇒10^{-8}C
  - 閃電⇒20C
- **電荷的量子化**(Quantization of Charge)－Millikan油滴實驗
  - ➢電荷以不連續方式出現，而最小的基本獨立電荷為

$$e = 1.602 \times 10^{-19} C$$

  - ➢任何電荷q必為此最小獨立電荷的整數倍，即：

$$q = 0, \pm e, \pm 2e, \pm 3e \cdots\cdots\cdots$$

- 質子質量約電子的1800倍，但兩者所帶電荷卻相同，皆為e。
- 基本粒子夸克所帶的電荷($\pm e/3, \pm 2e/3$)雖小於 e，但其不會單獨出現，故自然界最小獨立電荷仍為 e。

• 電荷守恆(Conservation of Charge)

－電荷不能被製造，也不能毀滅，只能由一物體傳至另一物體。

- 在一孤立系統中，總電荷量保持定值。

Example：

$$Na^{+} + Cl^{-} \rightarrow NaCl \qquad\qquad n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}$$

(+e) (-e) (0) (0) (+e) (-e) (0)

• 導體及絕緣體(Conductors and Insulators)

導體⇒電荷可自由流動。

絕緣體⇒電荷無法自由流動 。

半導體(semi-conductor) ⇒包含矽、鍺、碳等物質，若純度高，則近似絕緣體，添加雜質則可導電，其導電性可控制。

➢電荷在物體中的運動能力可藉relaxation time來描述。

如：銅為10^{-2} s、玻璃2s、琥珀4×10^{3} s 、聚苯乙烯10^{10} s

➢由原子外圍束縛較鬆的價電子(或自由電子)行為可瞭解導體與絕緣體的差異。如：金屬導體晶格的自由電子海、電解液或離化氣體。

•靜電感應(Induction)

－不需接觸而傳遞電荷的行為。

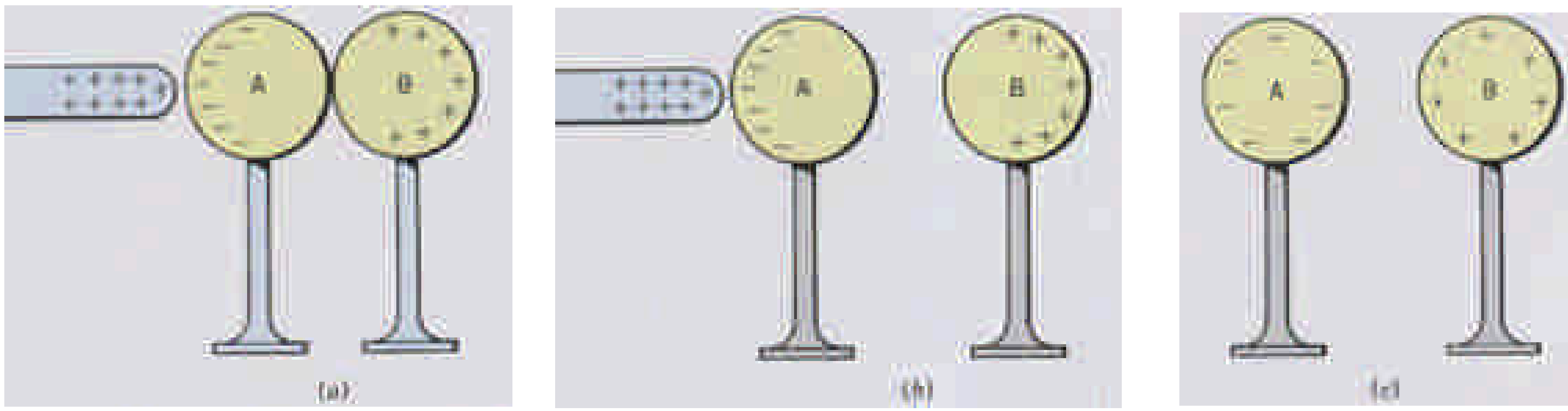


Fig.22.5

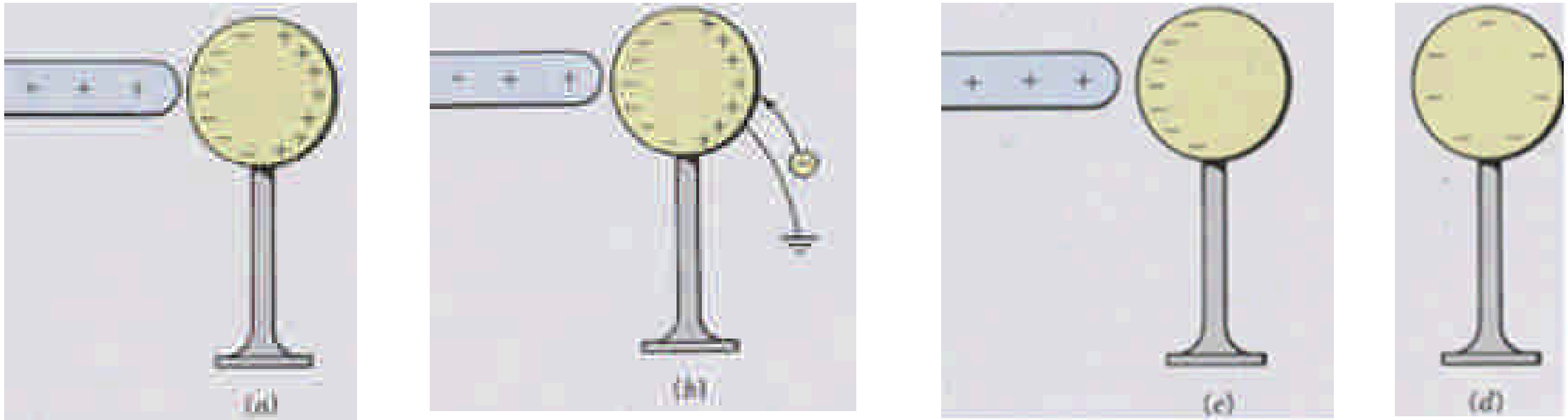


Fig.22.6

- 金箔驗電器(Gold leaf electroscope)

  1.偵測物體是否帶電，但無法度量電荷大小。

  2.帶電的金箔驗電器用於測量荷電物體的極性。

  3.可作為簡單的離子輻射偵測器。

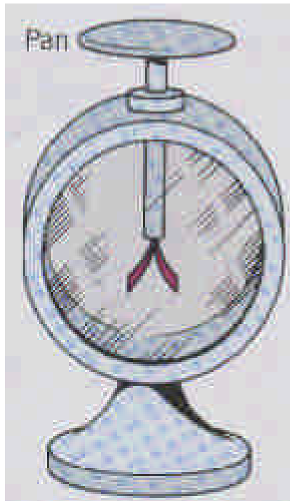


Fig.22.7

Fig.22.8

✦靜電力(the electrostatic force)－庫倫定律(Coulomb's Law)

- 兩固定電荷間的靜電力大小正比兩電荷的乘積，且與兩電荷間距離 r 的平方呈反比，即：

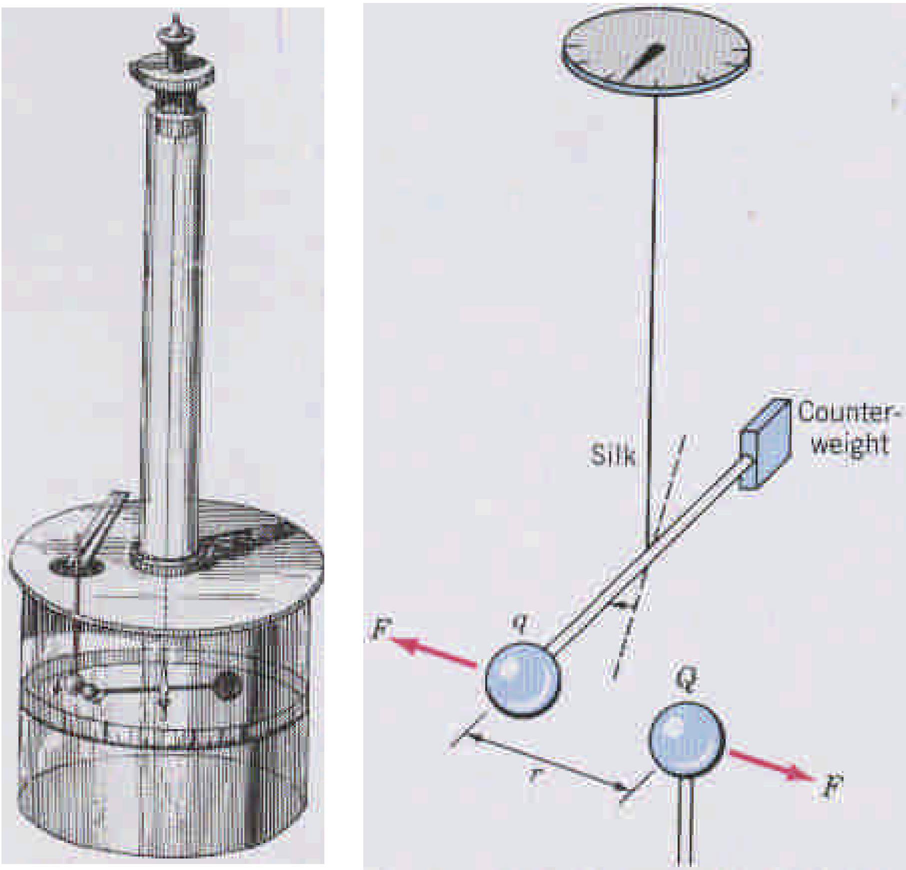


Fig.22.10

$$F=\frac{kqQ}{r^2}\quad,\quad k=9.0\times10^{9}\,N\cdot m^2/C^2$$

$$k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\text{，}\varepsilon_0\text{爲介電常數}$$

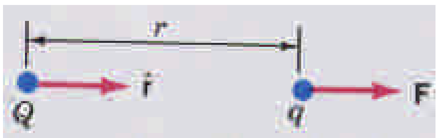
(permittivity constant)

$$\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}\,C^2/N\cdot m^2$$

- 靜電力方向沿兩電荷連心線且具球形對稱，其向量式為：

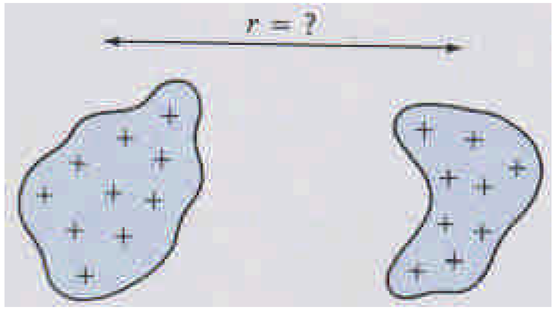
$$\vec{F}=\frac{kqQ}{r^2}\hat{r}\qquad\begin{cases}\vec{F}=+F\hat{r}\text{表斥力}\\ \vec{F}=-F\hat{r}\text{表吸力}\end{cases}$$

Fig.22.11



- 靜電力－保守力，超距力

Fig.22.12



● 庫倫定律適用條件：

1.假設電荷為靜止。

2.帶電粒子體積趨於零，但球形分佈例外，可假設電荷聚集在球心。

● 疊加原理(Principle of Superposition)

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \cdots\cdots\cdots + \vec{F}_{1N}$$

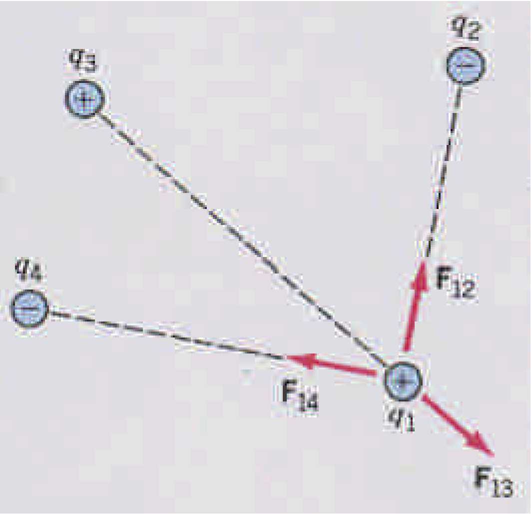


Fig.22.13

Example 22.2:

A point charge q_1= -9μC is at x=0, while q_2= 4μC is at x=1m. At what point, besides infinity, would the net force on + q_3 be zero?

$$\frac{k\left|q_3 q_1\right|}{(1+d)^2} = \frac{k\left|q_3 q_2\right|}{d^2} \Rightarrow d = 2\text{m or -2/5 m(不合)}$$

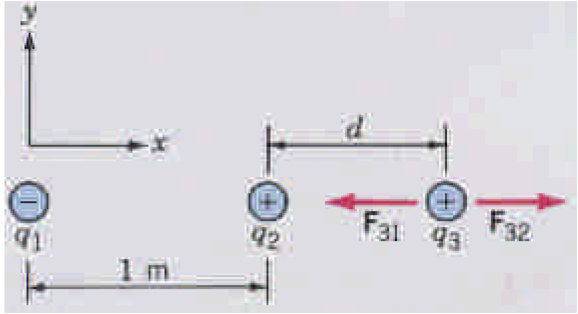
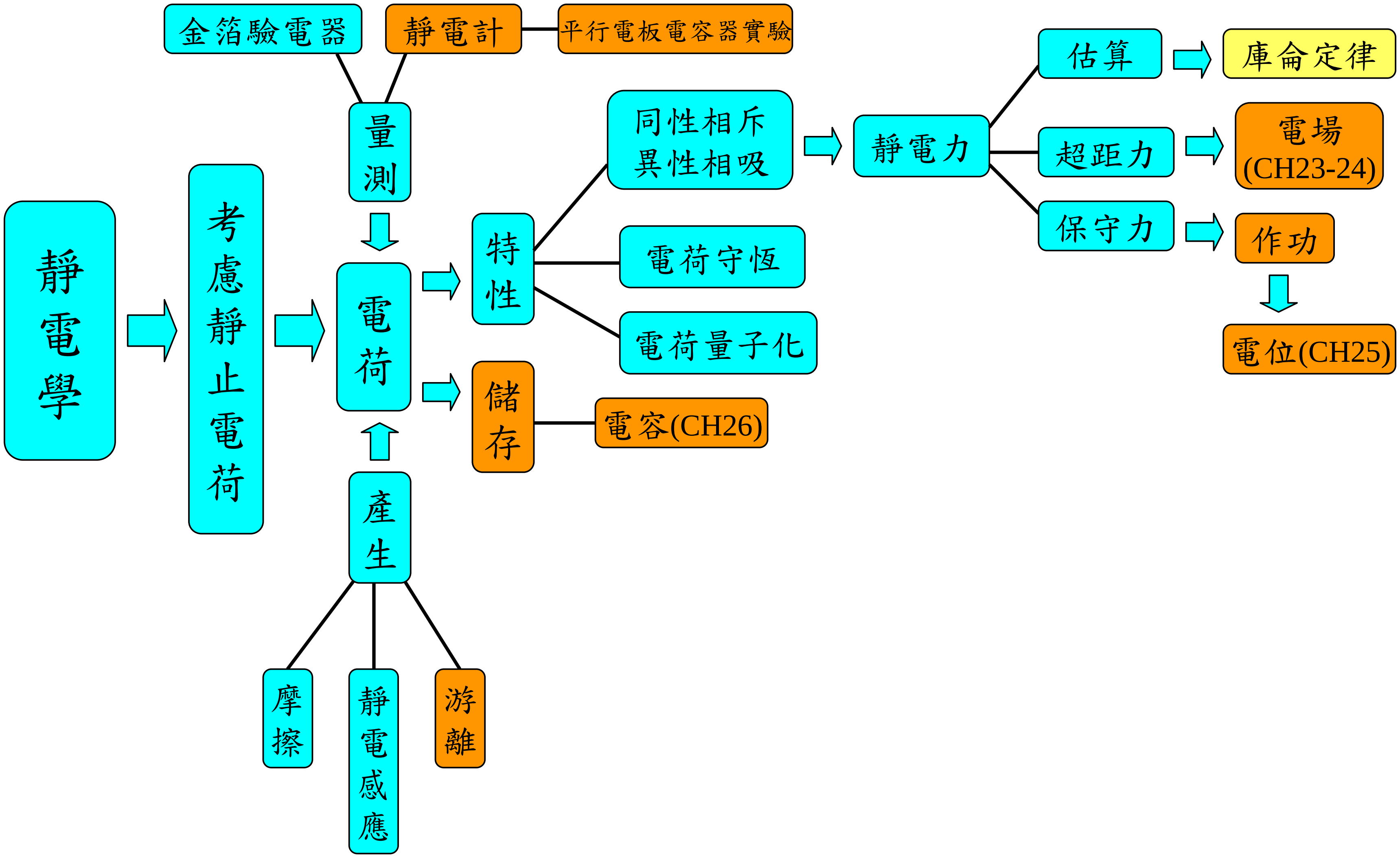


Fig.22.15

本章重要觀念發展脈絡彙整



習　題

•教科書習題 (p.452~p.454)

Exercise: 3,5,11,12,15

Problem: 1,3,5

Ex12 Ans. Q=0.395 μC

•基本觀念習題：

1.請描述電荷的特性？

2.請寫出庫倫定律式，並說明其適用條件為何？

•延伸思考習題：（※不列入考試，僅列入加分題）

1.請問除了摩擦生電、靜電感應等方式產生電荷外，還有哪些產生電荷的方式，其原理又為何？請申述之。

電場(Electric field)

靜電力是超距力 ⇨ $\begin{cases}\text{射流(effluvia)} \\ \text{乙太(ether)}\end{cases} \Rightarrow$ 電場 ⇨ 以電荷測試空間中每點的靜電力

⇨ 電場強度(每單位電荷所受靜電力)

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_t} \quad \begin{cases}\text{SI單位為N/C} \\ \text{方向為靜電力方向}\end{cases}$$

⇨ 考慮點電荷：

$$\vec{F} = \frac{kq_t Q}{r^2}\hat{r} \Rightarrow \vec{E} = \frac{kQ}{r^2}\hat{r}$$

- $\vec{F} = q\vec{E}$ 與 $\vec{F} = m\vec{g}$ 有相同形式，$\vec{g}$表重力場強度。

- 符合線性疊加(linear superposition)原理

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots\dots\dots\vec{E}_N = \sum \vec{E}_i$$

若為點電荷，則： $\vec{E} = \dfrac{KQ_i}{r_i^2}\hat{r}_i$

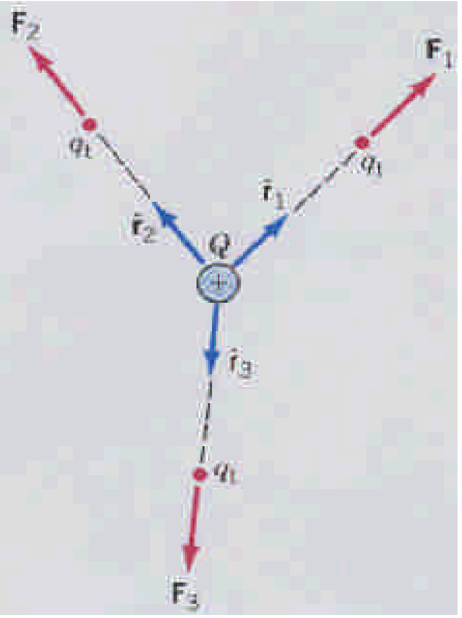


Fig.23.1

- 電力線(Lines of forces)或場線(Field lines)－表示電場

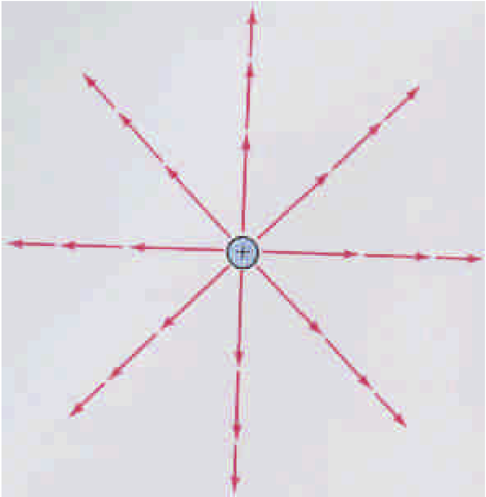


Fig.23.4

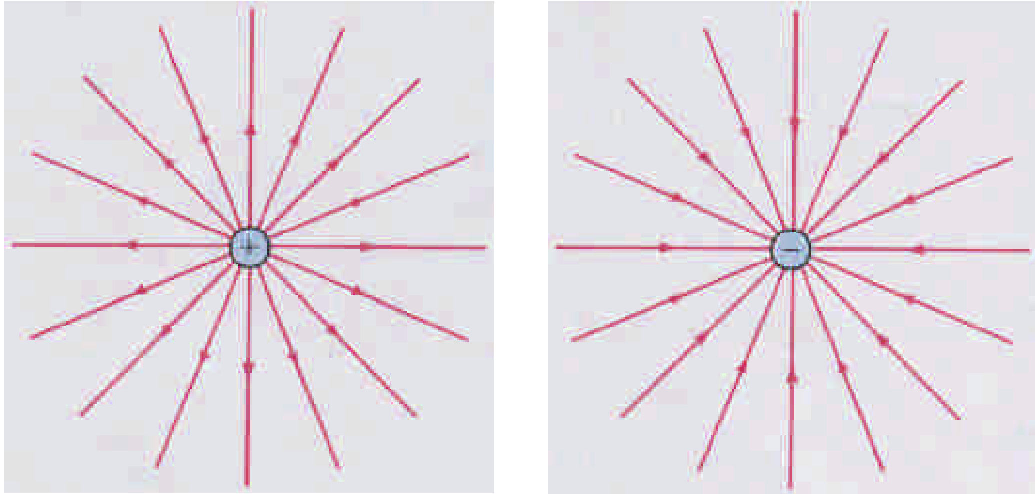


Fig.23.6

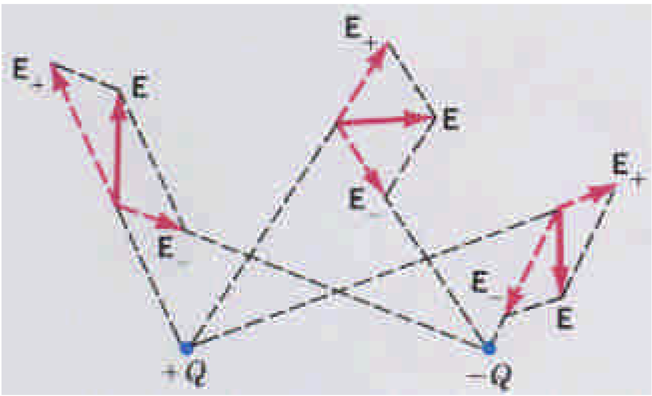


Fig.23.5

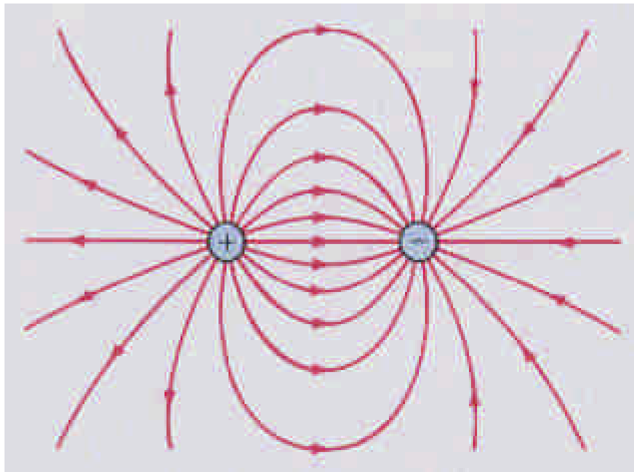
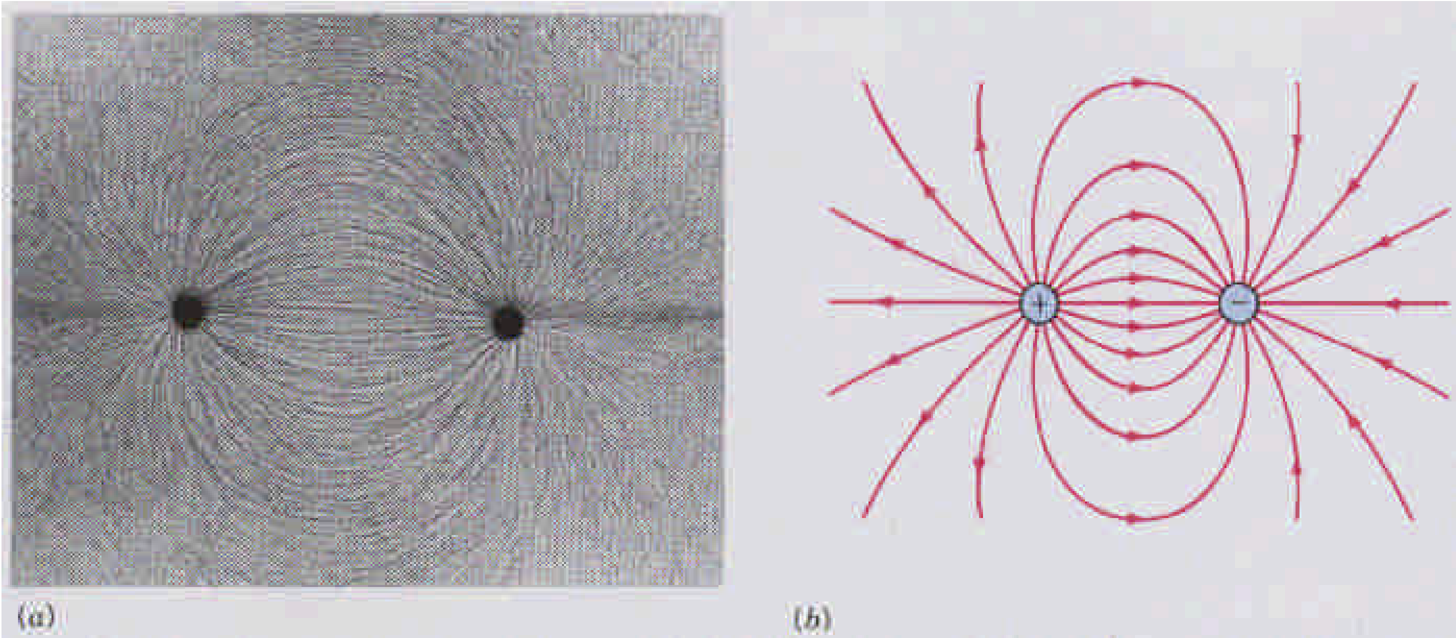


Fig.23.8



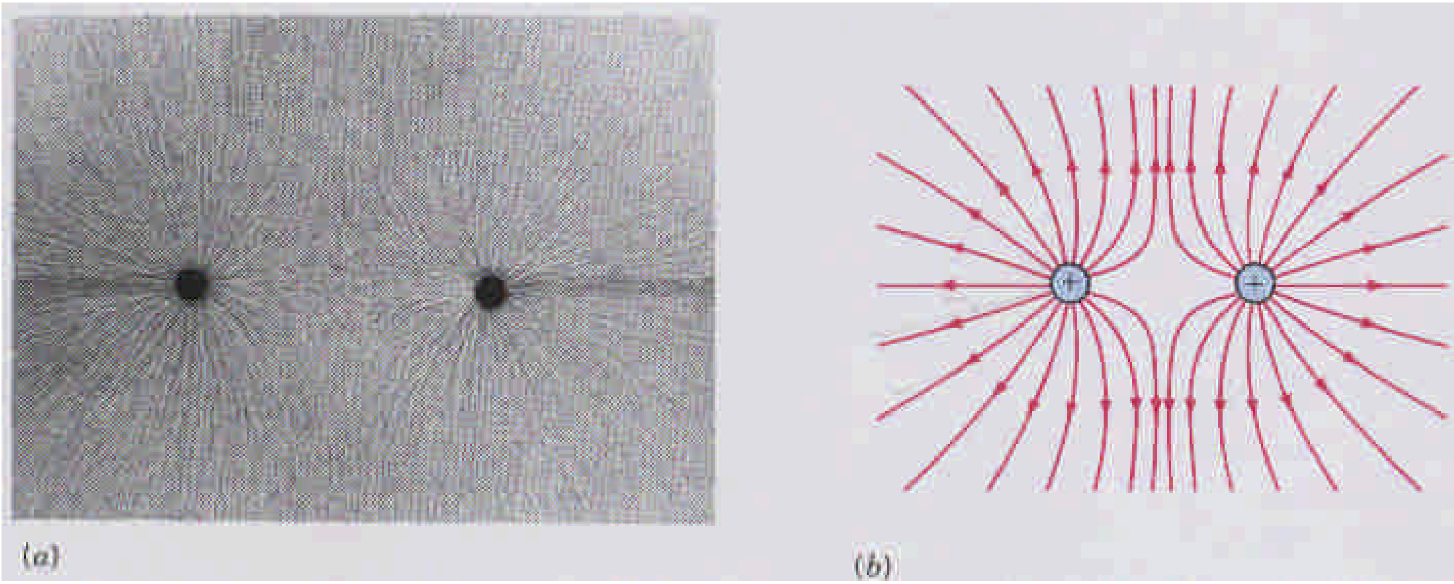


Fig.23.9

•電力線特性：

1.靜電力線總是起於正電荷， 終止於負電荷。

2.起始或終結的線數正比於電荷大小。

3.電場方向係沿電力線切線方向。

4.電場強度正比於電力線密度。

5.電力線不會相交。

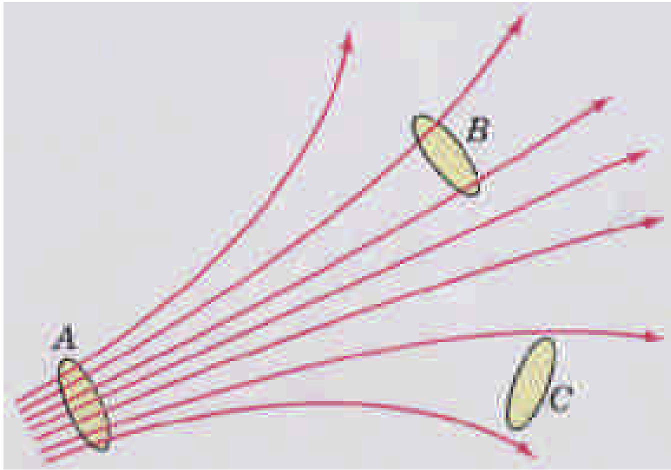


Fig.23.10

Example 23.3：電荷量不等

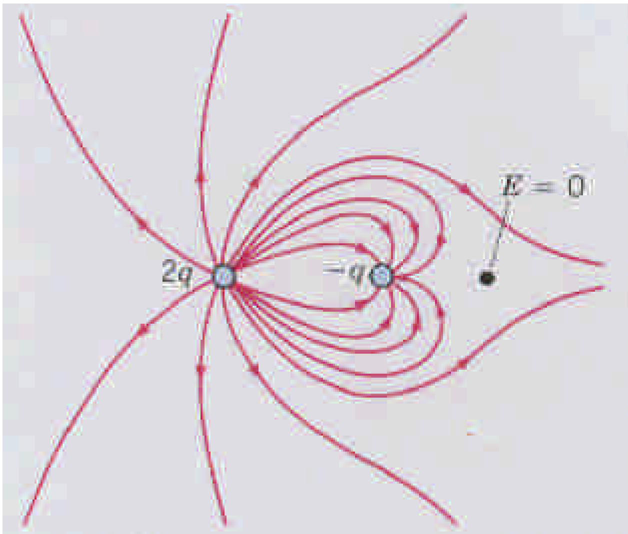


Fig.23.12

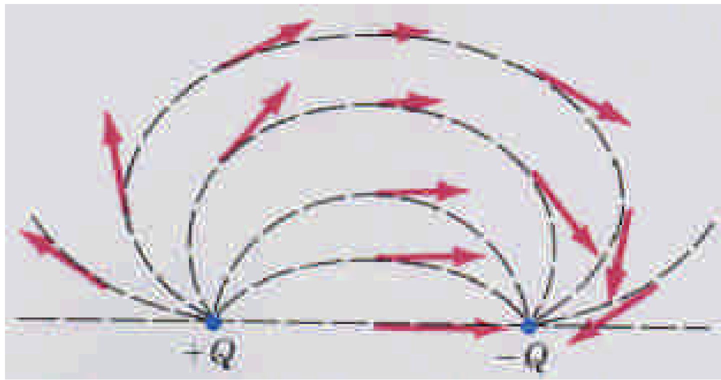


Fig.23.11

●電場及導體

在靜電平衡條件下 ⇒

- 均質導體內部的巨觀淨(net)電場 =0。
- 導體表面上各點電場皆垂直於表面。

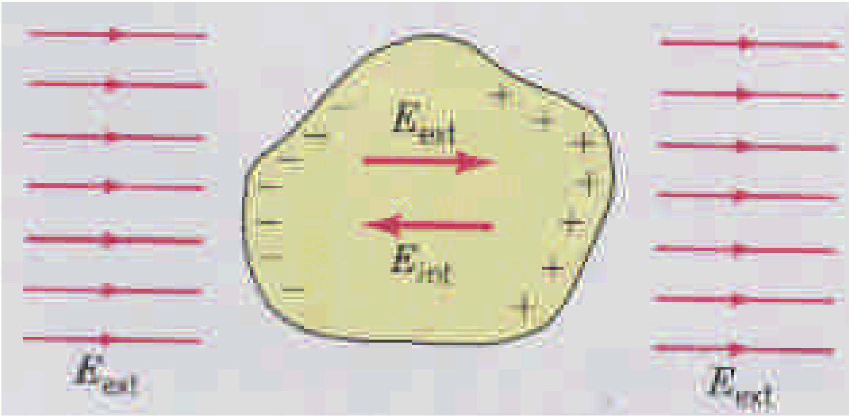


Fig.23.13

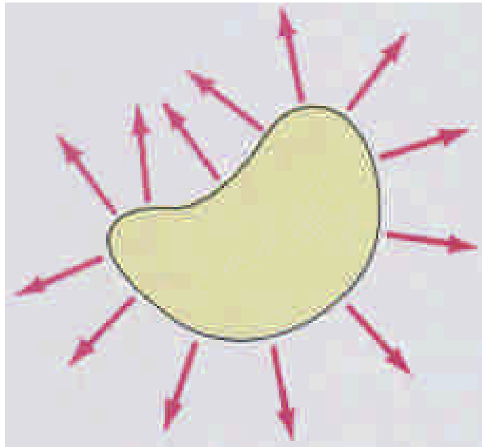
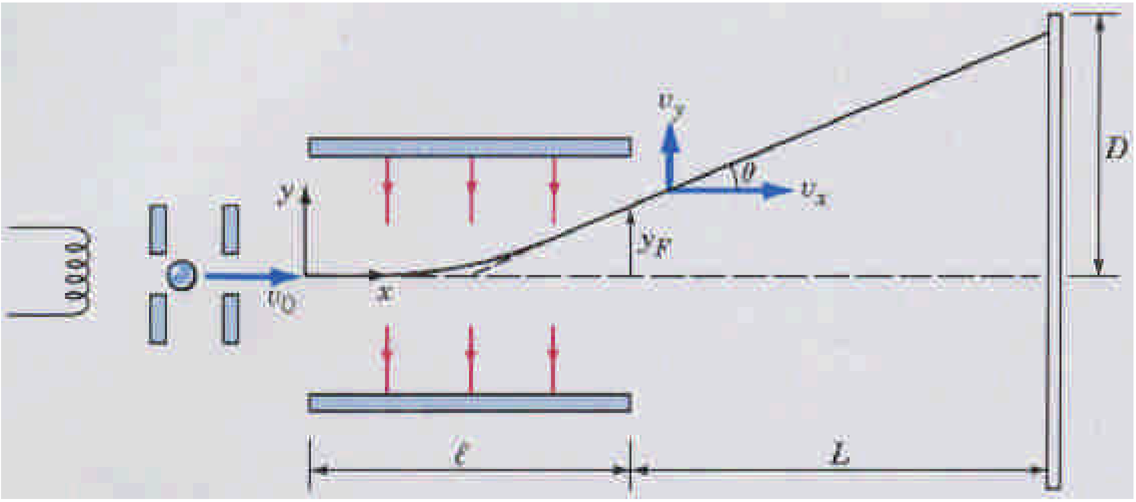


Fig.23.14

●均勻靜電場中的電荷運動 $\Rightarrow \begin{cases} \vec{F} = q\vec{E} \\ \vec{F} = m\vec{a} \end{cases} \Rightarrow a = \dfrac{q\vec{E}}{m}$

Example 23.5：

Fig.23.16



$$x = v_0 t; \qquad y = \frac{1}{2} a t^2$$

$$\because a = +\frac{eE}{m}\hat{j}$$

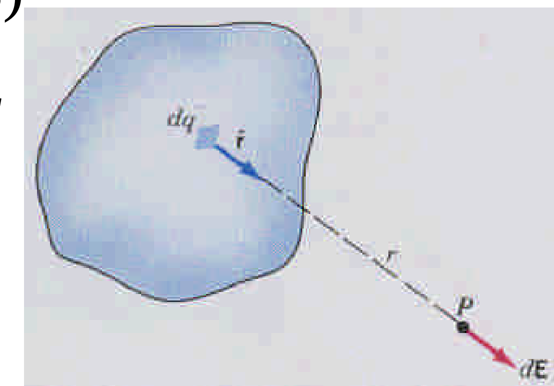
$$\Rightarrow y_F = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}\left(\frac{l}{v_0}\right)^2 \quad \text{Ans(a)}$$

$$v_x = v_0; \quad v_y = at = \frac{eE}{m}\frac{l}{v_0}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{eEl}{mv_0^2} \quad \text{Ans(b)，} \qquad D = y_F + L\tan\theta \quad \text{Ans(c)}$$

●連續電荷分佈(Continuous Charge Distributions)

Fig.23.17



—將連續分佈的電荷分割成極小的電荷元dq，若視dq為點電荷，則：

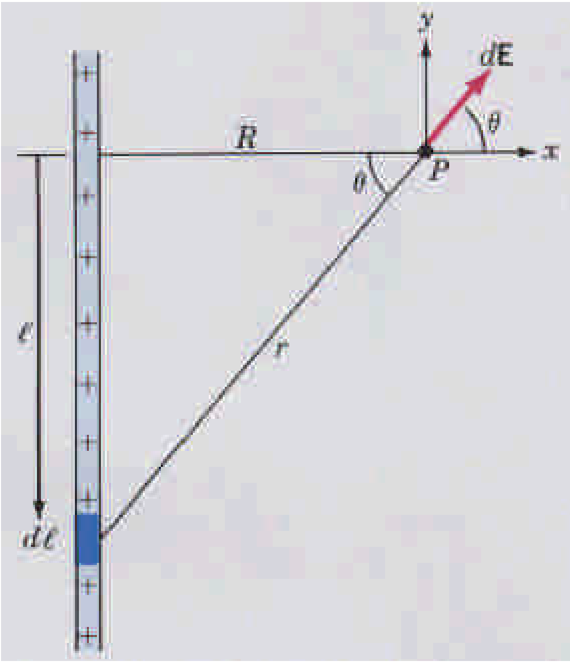
$$d\vec{E} = \frac{kdq}{r^2}\hat{r} \;\Rightarrow \vec{E} = k\int\frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

Example 23.6:

$$dE = \frac{kdq}{r^2} = \frac{k(\lambda dx)}{x^2} \quad (\because dq = \lambda dx,\ \lambda = Q/L)$$

$$E = k\lambda \int_a^{a+L} \frac{dx}{x^2} = k\lambda \left[-\frac{1}{x} \right]_a^{a+L} = k\lambda \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+L} \right) = \frac{kQ}{a(a+L)} \quad \left(\begin{array}{l} if\ \ a >> L \\ \Rightarrow E = \dfrac{kQ}{a^2} \end{array} \right)$$

Example 23.7:



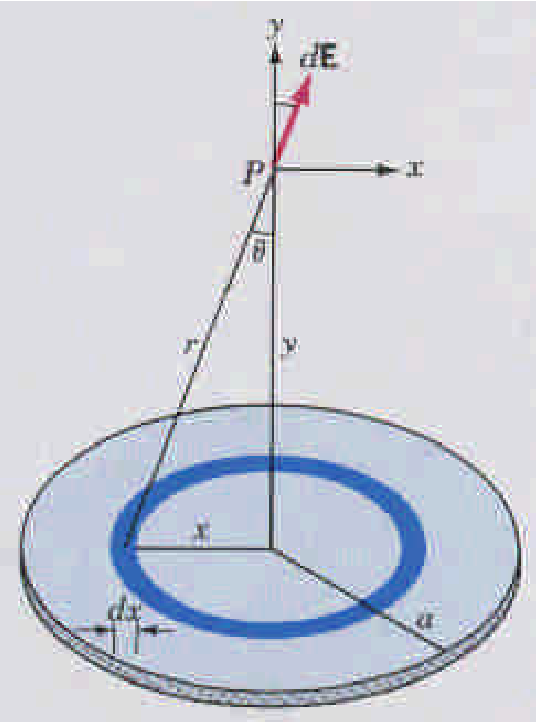
$$dE = \frac{kdq}{r^2} = \frac{k\lambda d\ell}{r^2}$$

$$\xrightarrow{r=R\sec\theta,\ l=R\tan\theta,\ dl=R\sec^2\theta d\theta} dE = \frac{k\lambda d\theta}{R}$$

$$E = \frac{k\lambda}{R} \int_{-\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta d\theta = \frac{k\lambda}{R} [\sin\theta]_{-\theta_1}^{\theta_2} = \frac{k\lambda}{R}(\sin\theta_2 + \sin\theta_1)$$

$$E = \frac{2k\lambda}{R} \text{ (for an infinite line, } \theta_1 = \theta_2 = \pi/2)$$

Example 23.8:



$$E_x = 0 \quad (\text{因}x\text{分量會對稱抵銷})$$

$$dE_y = dE\cos\theta = \frac{kdq}{r^2}\frac{y}{r} \qquad [\ dq = \sigma dA = \sigma(2\pi x)dx\ ]$$

$$E = E_y = \int dE_y = \pi k\sigma y \int_0^a \frac{2xdx}{(x^2+y^2)^{3/2}} = \pi k\sigma y \int_0^a \frac{d(x^2)}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$= \pi k\sigma y \left[\frac{-2}{(x^2+y^2)^{1/2}}\right]_0^a = 2\pi k\sigma \left[1 - \frac{y}{(a^2+y^2)^{1/2}}\right]$$

積分過程簡介⇒ 令 $H = x^2 + y^2,\ dH = dx^2$

$$\Rightarrow \int \frac{d(x^2)}{(x^2+y^2)^{3/2}} = \int \frac{dH}{H^{3/2}} = \int H^{-3/2}dH = -2H^{-1/2} + C = -2(x^2+y^2)^{-1/2} + C$$

$$\Rightarrow \int_0^a \frac{d(x^2)}{(x^2+y^2)^{3/2}} = \left[\frac{-2}{(x^2+y^2)^{1/2}}\right]_0^a$$

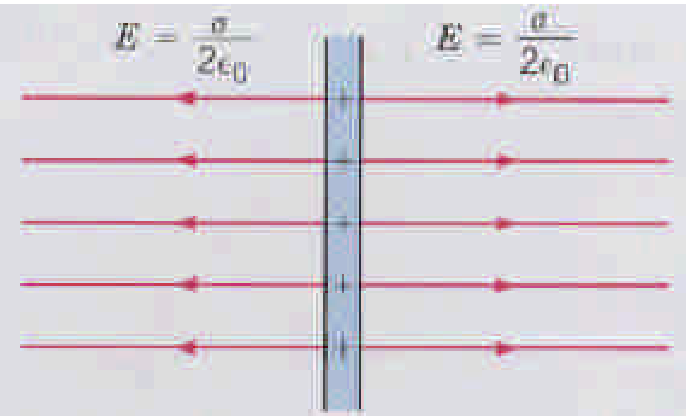
Discussion:

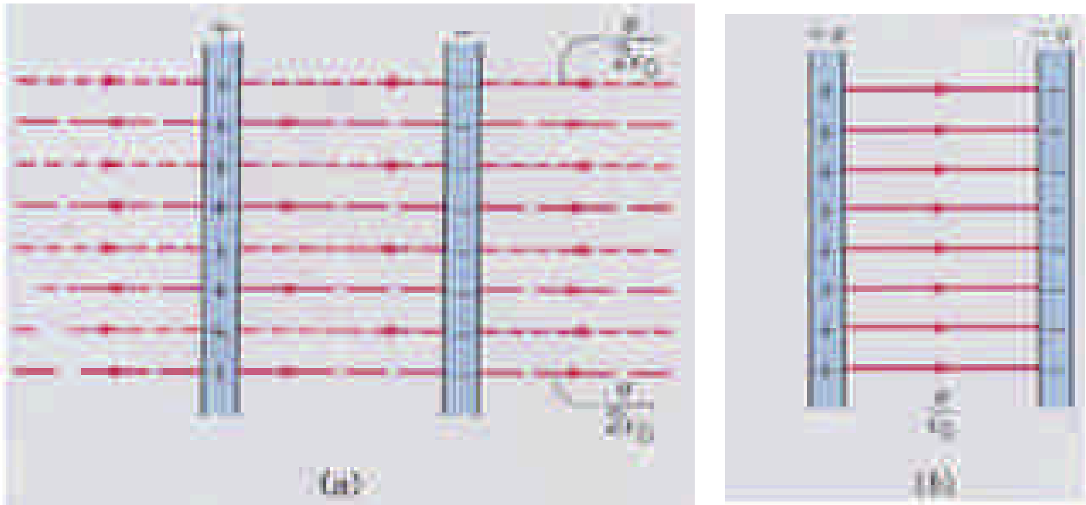
$$(case\ 1 \Rightarrow y >> a) \quad \frac{y}{(a^2+y^2)^{1/2}} = \left(1+\frac{a^2}{y^2}\right)^{-1/2} = 1-\frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{y^2}\right)+........ \approx 1-\frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{y^2}\right)$$

$$\therefore E = 2\pi k\sigma\left[1-\left(1-\frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{y^2}\right)\right)\right] = \frac{\pi k\sigma a^2}{y^2} = \frac{kQ}{y^2} \quad (\because Q = \sigma\pi a^2)$$

$$(case\ 2 \Rightarrow a >> y\ or\ a \to \infty) \quad \frac{y}{(a^2+y^2)^{1/2}} \to 0 \Rightarrow E = 2\pi k\sigma = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad (\because k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0})$$

Example 23.9





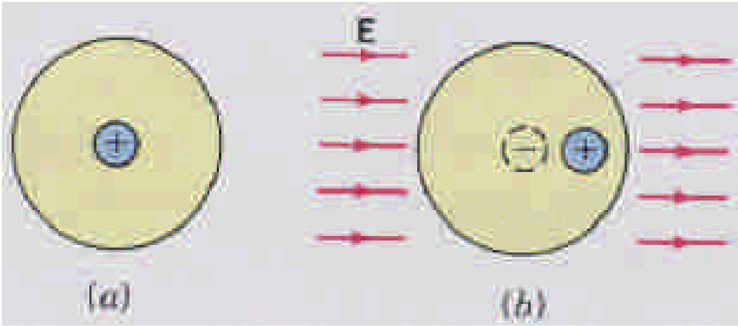
✦電偶極(Dipoles)

⇒兩個極性相反且帶電量相等的電荷被分離在某固定距離。

⇒ 永久電偶極(permanent dipoles)－正負電荷中心不一致，如：HCl, CO, H_2O等極化(polar)分子。

感應電偶極(induced dipoles)－須在外加電場中才具dipole特性，如非極化(non-polar)分子。

Fig.23.23



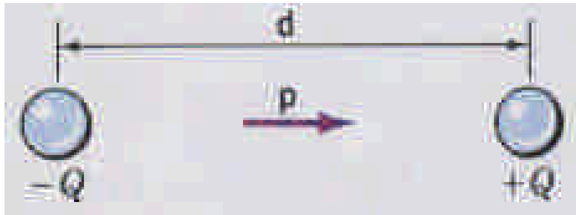


Fig.23.25

- 定義：電偶極矩(electric dipole moment)⇒ $p=Qd$

  d 為兩電荷分離的距離。

  $\bar{p}$ 具方向，由負電荷指向正電荷。

●電偶極產生的電場

(a)沿電偶極中垂線上的電場強度：

$$E_+ = E_- = \frac{kQ}{r^2+a^2} \Rightarrow E_x = 0, \quad E_y = -(E_+ + E_-)\cos\theta$$

$$E = -\frac{2kQ}{(r^2+a^2)}\frac{a}{(r^2+a^2)^{1/2}} = \frac{-k2aQ}{(r^2+a^2)^{3/2}} = \frac{-kp}{(r^2+a^2)^{3/2}}$$

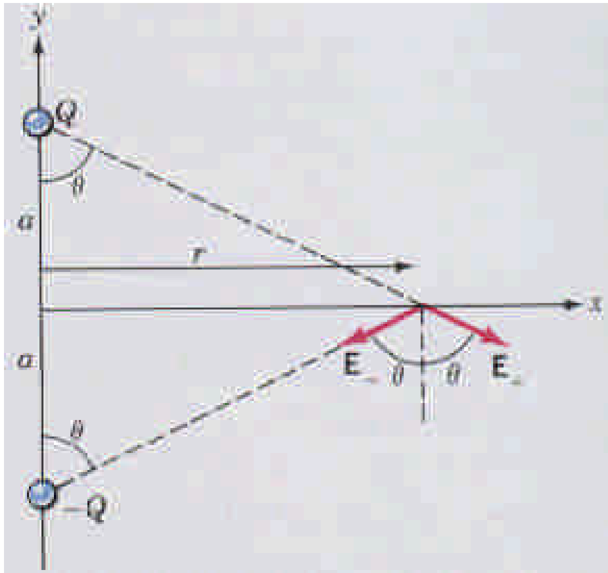


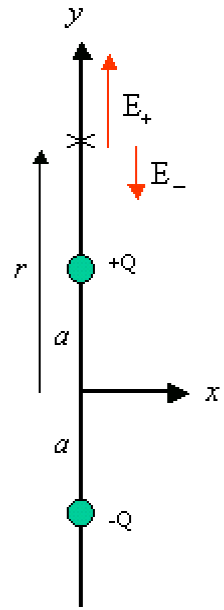
Fig.23.24

若考慮遠場(r>>a)，則： $E = \dfrac{kp}{(r^2+a^2)^{3/2}} \approx \dfrac{kp}{r^3}$

(b)沿電偶極軸上的電場強度：

$$E = \frac{kQ}{(r-a)^2} - \frac{kQ}{(r+a)^2} = \frac{4akQr}{(r^2-a^2)^2} = \frac{2kpr}{(r^2-a^2)^2}$$

若考慮遠場(r>>a)，則： $E = \dfrac{2kpr}{(r^2-a^2)^2} \approx \dfrac{2kpr}{r^4} = \dfrac{2kp}{r^3}$



- 電偶極在均勻電場內的轉矩

—兩電荷感受到大小相等而方向相反的力

$$\sum \vec{F}_i = 0 \quad ; \quad \sum \tau_i = \tau_+ + \tau_- = 2\times(d/2)F\sin\theta$$

$$= 2(qE)(\frac{d}{2}\sin\theta) = pE\sin\theta$$

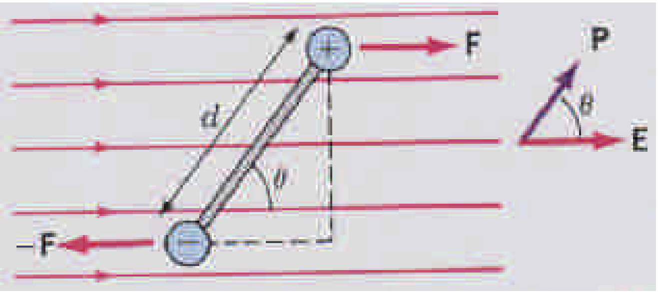


Fig.23.27

$\Rightarrow \vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E}$ (如圖所示 τ 為clockwise，故τ取負值，$\tau = -pE\sin\theta$)

- 電偶極在均勻電場內的能量

$$W_{EXT} = \Delta U = U_2 - U_1 = -\int \tau d\theta = -\int_{\theta_1}^{\theta_2} -pE\sin\theta d\theta$$

$$= pE(-\cos\theta_2 + \cos\theta_1)$$

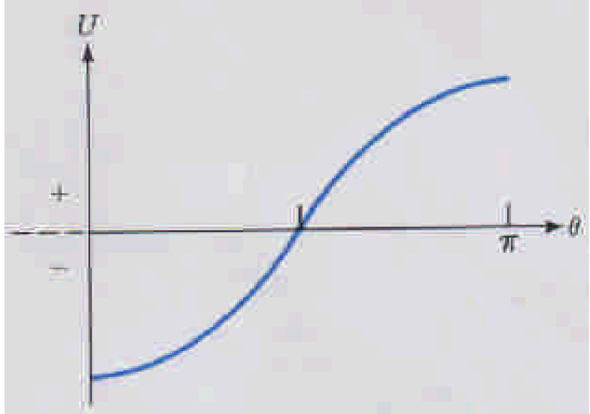


Fig.23.28

令$\theta_1 = \pi/2$ ， $U_1 = 0 \Rightarrow U = -pE\cos\theta = -\vec{p}\cdot\vec{E}$

$\theta = 0$ (dipole平行電場方向) ，位能最小，$U = -pE$

$\theta = \pi$ (dipole反平行電場方向) ，位能最大，$U = pE$

- 應用(Application):

➢極化水分子(具dipoles)的溶解力

－只要物質分子是極化的，其dipoles即會與水dipoles吸引結合。

鹽(NaCl)的溶解(solution)－極化水分子的電荷與Na及Cl離子的吸引力大於離子間的鍵結力。

油(Oils)的溶解－油為非極化分子不能溶解於水，但加入肥皂或清潔劑(因其分子有一端非極化可與油分子混合，另一端為極化端可吸引水分子)即可加以溶解。

➢微波加熱原理

－利用水之電偶極對高頻振盪電場的反應，當電偶極隨電場振動，則造成周圍介質產生熱能，但紙及玻璃無電偶極，故不產生熱能。

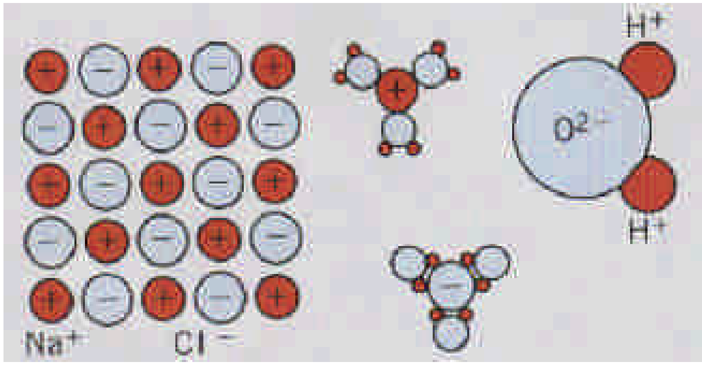


Fig.23.29

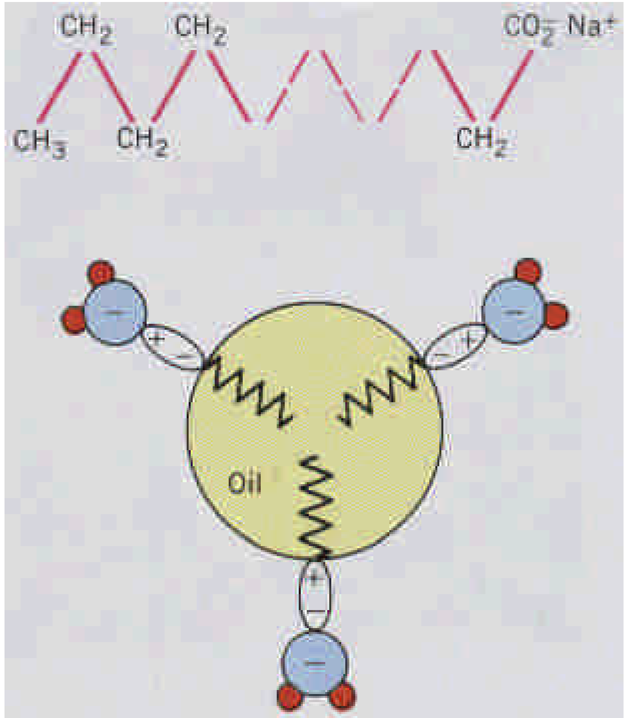


Fig.23.30

- 在非均勻電場中的電偶極(optional)－淨力≠0

$$F = q\left(E_+ - E_-\right) = q\Delta E$$

$$\Rightarrow F = q\Delta x(\Delta E/\Delta x)$$

$$\xrightarrow{\Delta x \to 0} F_x = p\frac{dE}{dx}$$

$$\left(or\ U = -\vec{p}\cdot\vec{E} \Rightarrow F_x = -\frac{dU}{dx} = p\frac{dE}{dx}\right)$$

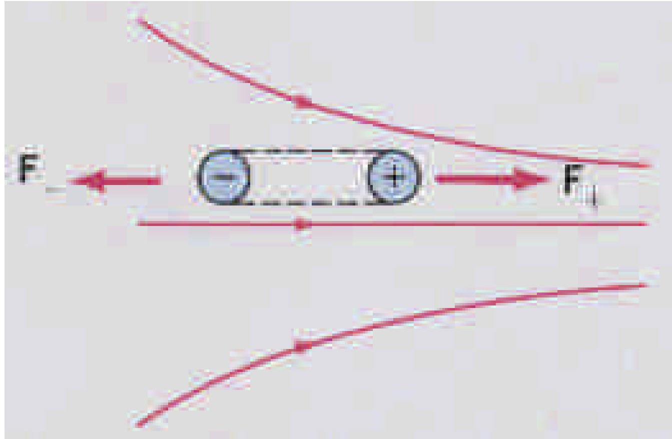


Fig.23.31

- 中性原子感應電偶極之作用力(Van der waals force)
  －淨力≠0，但很小。

$$E_1 = \frac{2kp_1}{x^3},\quad F_2 = p_2\frac{dE_1}{dx}$$

$$p_2 \propto E_1 \propto \frac{1}{x^3} \Rightarrow \frac{dE_1}{dx} \propto \frac{1}{x^4}$$

$$\Rightarrow F_2 \propto \frac{1}{x^7}$$

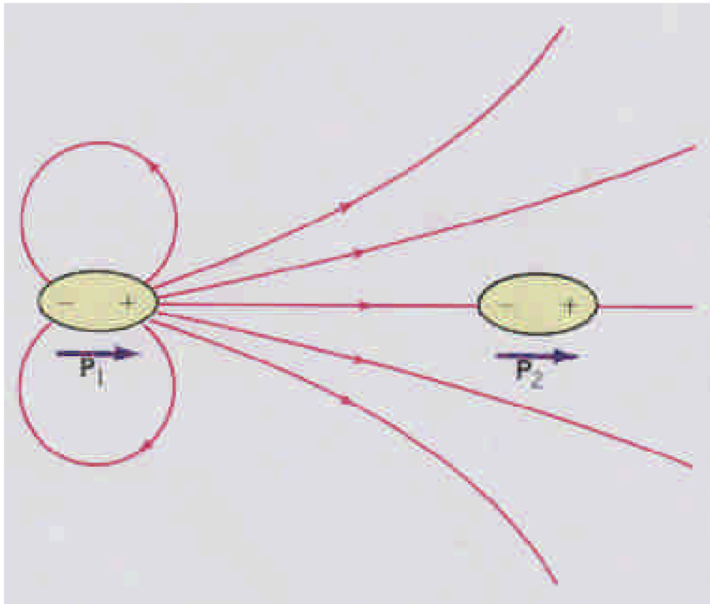
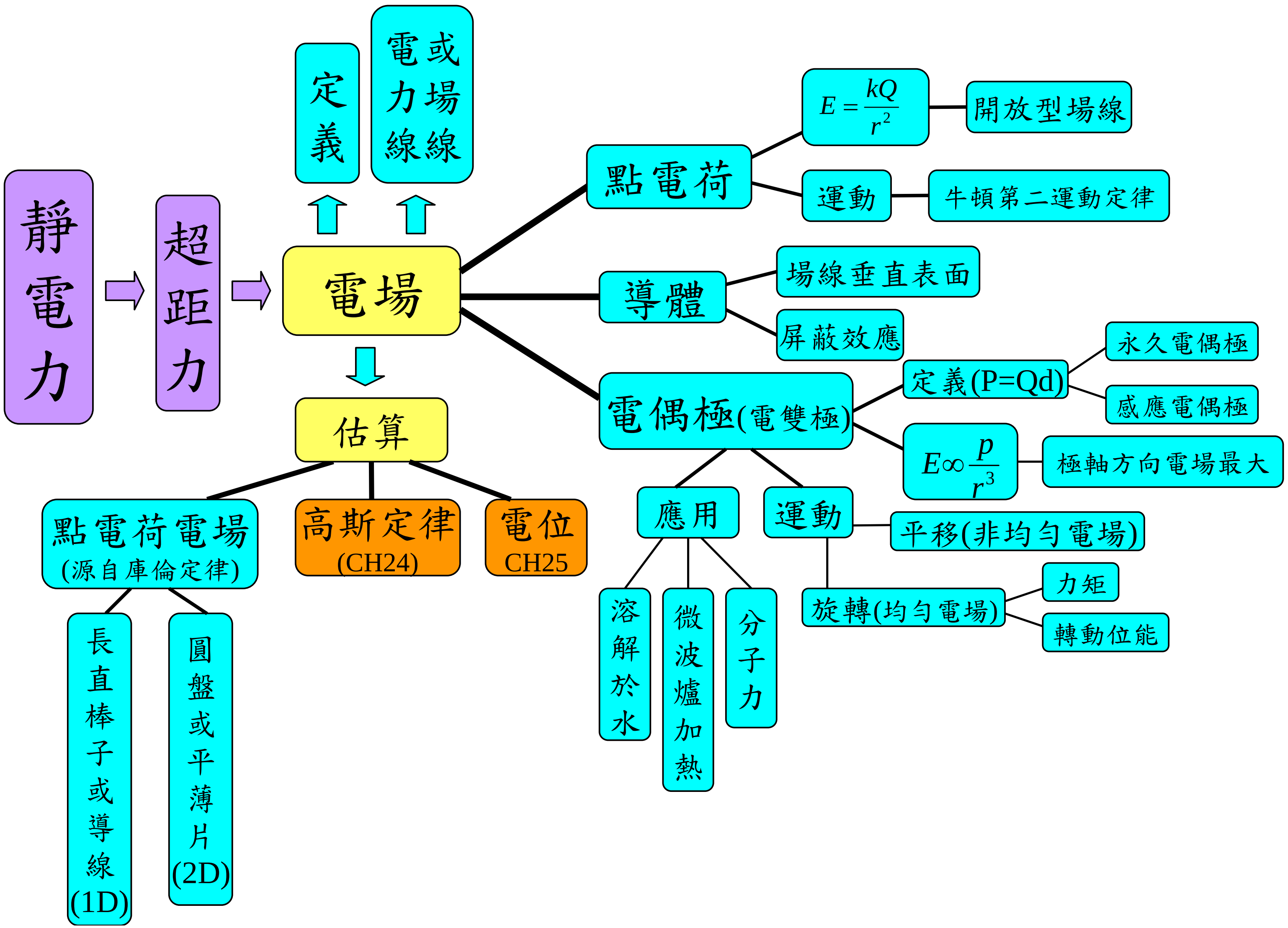


Fig.23.33

本章重要觀念發展脈絡彙整



習 題

- 教科書習題(p.470~p.475)

  Exercise: 3,5,11,17,19,29,31,33,35,37,39,43,51

  Problem: 3,7,13,16

  Problem 16 Ans. 2.59×10^6 m/s, 3.22×10^6 m/s

- 基本觀念習題：

  1.請描述電力線(或場線)之特性。

  2.(a)請說明電偶極矩(electric dipole moment)p的大小及方向定義？

  (b)請推導沿電偶極中垂線方向的遠處電場(遠場)大小為：$E=\dfrac{kp}{r^3}$

  (c)請推導沿電偶極之極軸方向的遠處電場(遠場)大小為：$E=\dfrac{2kp}{r^3}$

  其中r為相距電偶極矩中心的距離，k為庫侖常數。

習 題

3.請寫出均勻電場E對電偶極矩p造成的力矩及位能向量式。

4.何謂永久電偶極及感應電偶極？

●延伸思考習題：（※不列入考試，僅列入加分題）

1.請推導電偶極任意位置(除了中分線與極軸外)的電場分佈形式。

高斯定律 (Gauss's Law)

—描述通過封閉曲面的電通量
與曲面包圍的淨電荷關係。

- 電通量(Electric flux)
  —通過某一面積的電力線數
  (或場線數)

➢ uniform E

$$\Phi_E = \vec{E}\cdot\vec{A}$$

$$(= EA_n = E_n A = EA\cos\theta)$$

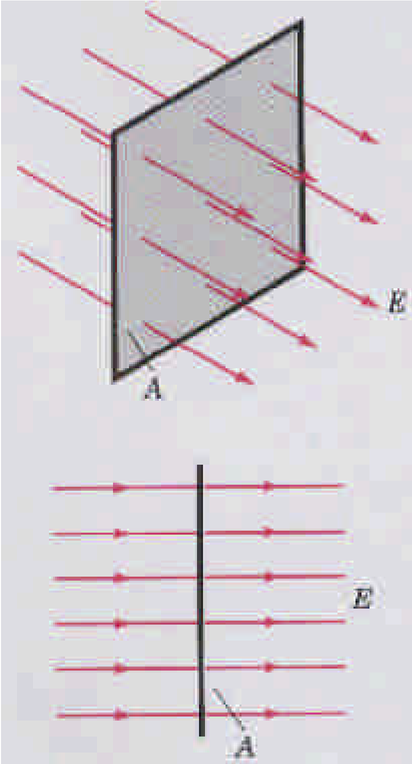


Fig.24.2

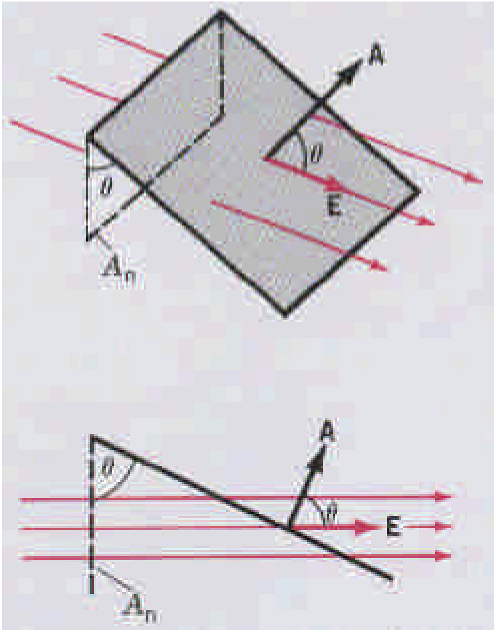


Fig.24.3

➢ non-uniform E

$$\Phi_E \approx \vec{E}_1\cdot\Delta\vec{A}_1 + \vec{E}_2\cdot\Delta\vec{A}_2 + \cdots = \sum \vec{E}_i\cdot\Delta\vec{A}_i$$

$$\Rightarrow \Phi_E = \int \vec{E}\cdot d\vec{A} \quad (\text{as } \Delta A \to 0)$$

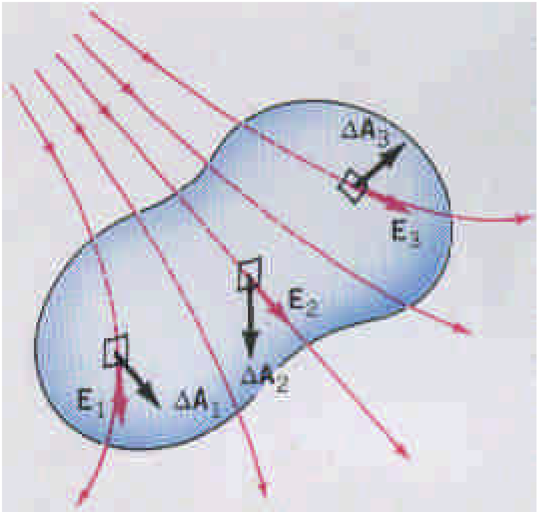


Fig.24.4

➢通過封閉曲面的淨電通量(net flux)=0 ，
其中離開曲面的場線為正, 進入為負。

●利用點電荷證明：

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E dA \quad (\because \vec{E} \parallel d\vec{A})$$

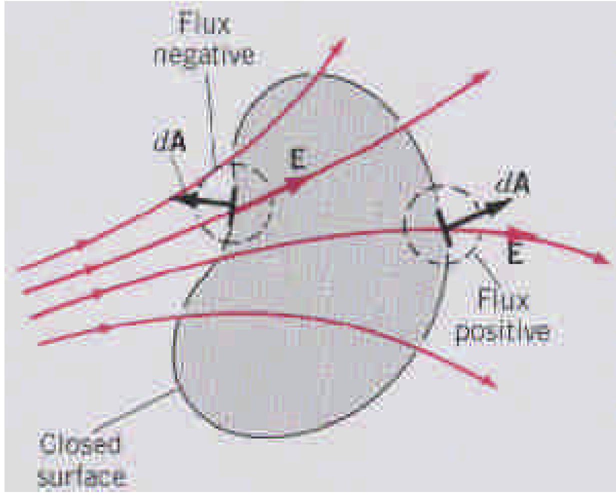


Fig.24.5

$$= E\oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{kQ}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = 4\pi kQ$$

$$= \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (\because k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0})$$

$$\Rightarrow \Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{net}}{\varepsilon_0}$$

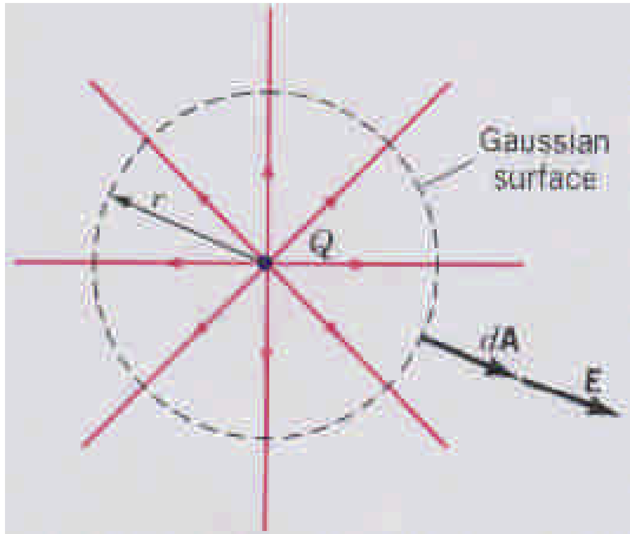


Fig.24.6

其中Q_{net}表曲面包圍的淨電荷(net charge)

$$Q_{net} = Q_+ - Q_- \quad \begin{cases} Q_+\text{表所有正電荷總和(正電荷電通量視為正)} \\ Q_-\text{表所有負電荷總和(負電荷電通量視為負)} \end{cases}$$

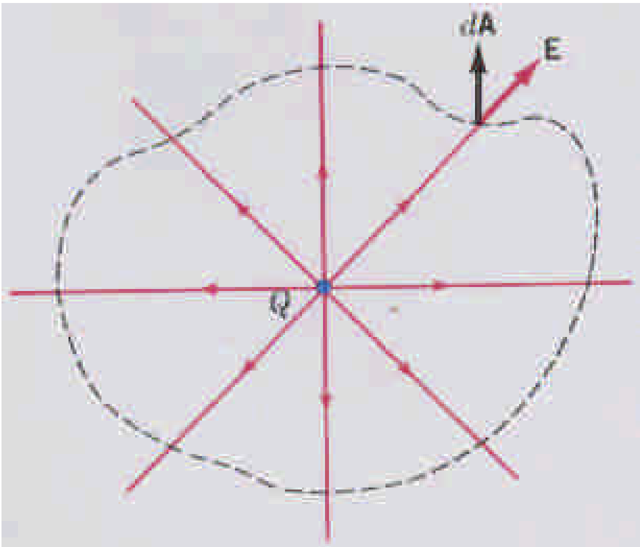


Fig.24.7

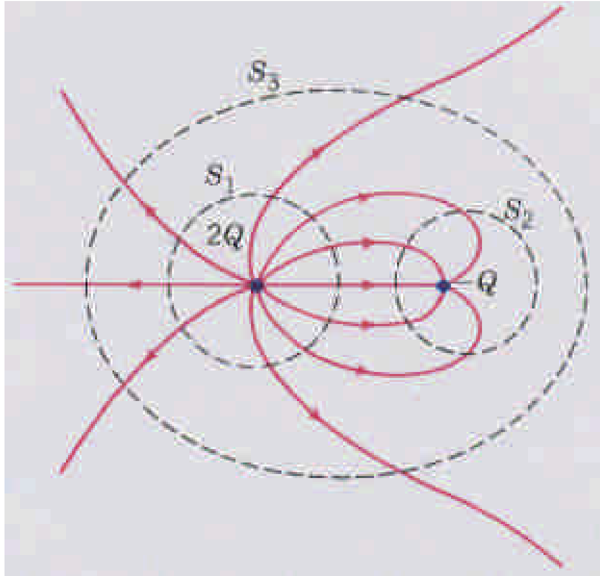


Fig.24.8

●高斯面決定要點：

1.考慮電荷分佈的對稱性。

2.考慮 $\vec{E} \perp d\vec{A}$ or $\vec{E} // d\vec{A}$ 。

3.若 $\vec{E} // d\vec{A}$ ，則積分可化簡成所有面積總和。

Example 24.1 電荷均勻分佈球殼表面

球殼外部 (r>R)：

$$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \oint E dA = E\oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{kQ}{r^2}$$

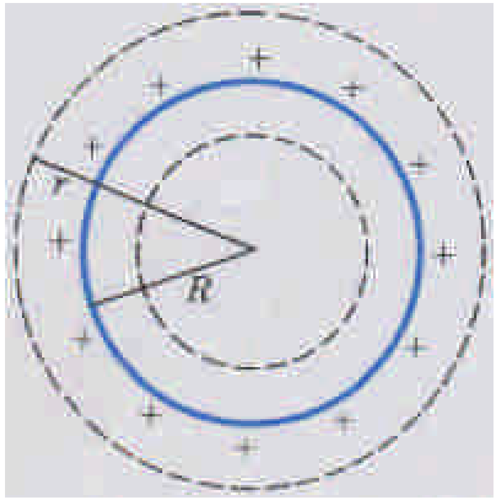


Fig.24.9

球殼內部 (r<R)：

$$\Phi_E = E(4\pi r^2) = 0 \quad \Rightarrow E = 0$$

Example 24.2 電荷均勻分佈於整個球體

球體外部 ($r>R$)

$$\Phi_E = E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{kQ}{r^2}$$

球體內部 ($r<R$)

$$\Phi_E = E(4\pi r^2) = \frac{\left(r^3/R^3\right)Q}{\varepsilon_0} \quad (\because \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{r^3}{R^3}Q)$$

$$\Rightarrow E = \frac{kQr}{R^3}$$

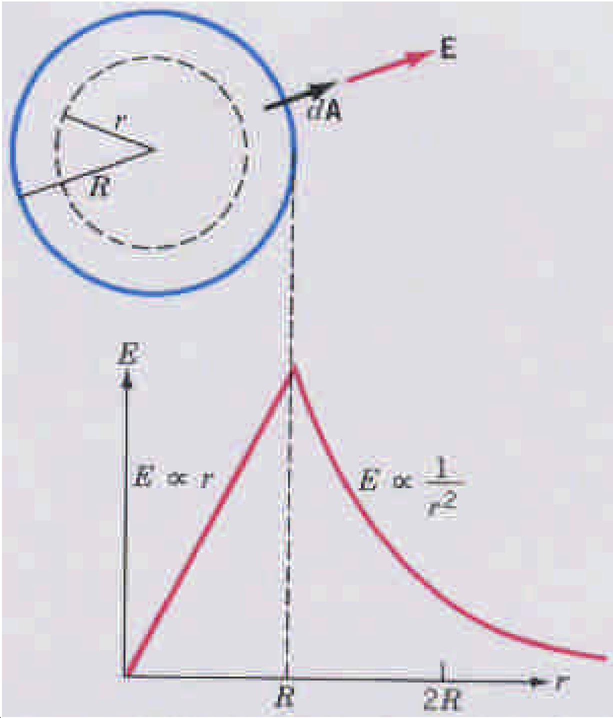


Fig.24.10

Example 24.3 無限長直帶電導線

$$\Phi_E = E\oint dA = E(2\pi rL) = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0} \quad (\because Q = \lambda L)$$

$$\Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{2k\lambda}{r}$$

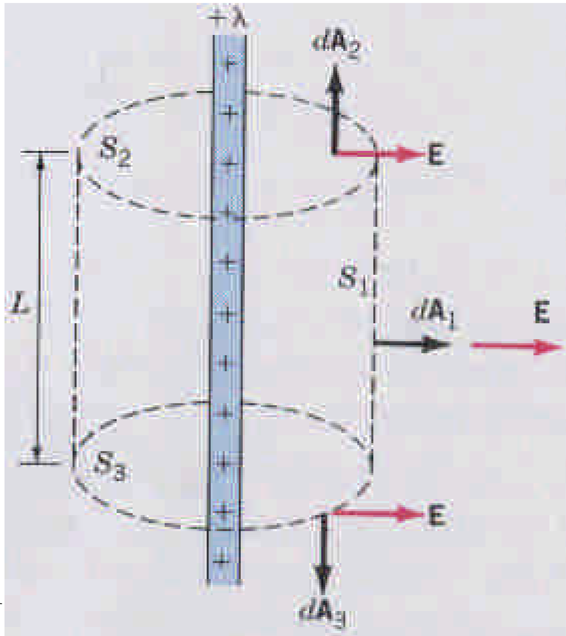


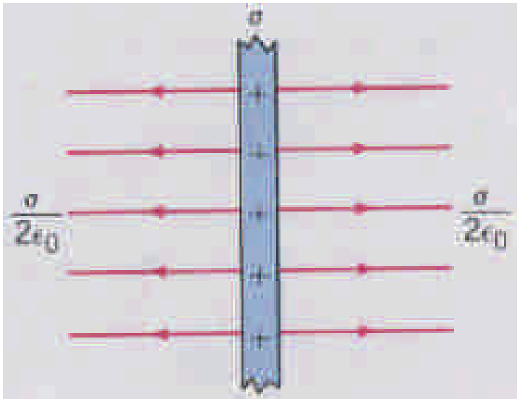
Fig.24.11

Example 24.4 無限大的帶電平薄片(flat sheet)

$$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = E_1A_1 + E_2A_2$$

$$= \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

(因 $E_1=E_2$, $A_1=A_2$)



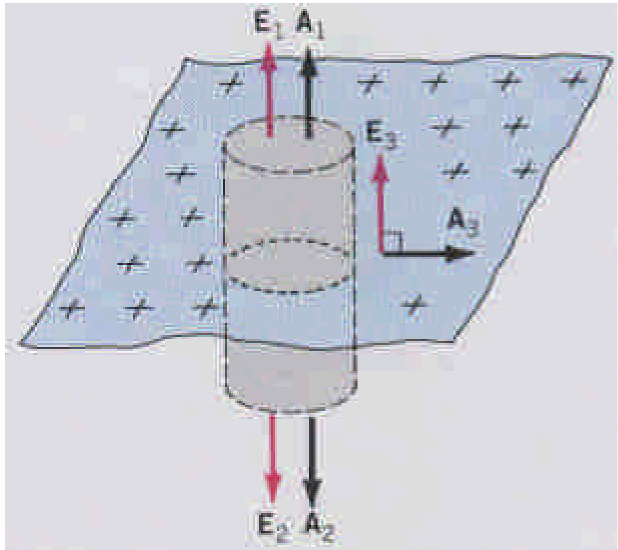


Fig.24.12

- 導體(conductors)

  – 電荷分佈於表面，故導體內部淨電荷=0，內部電場 E=0。

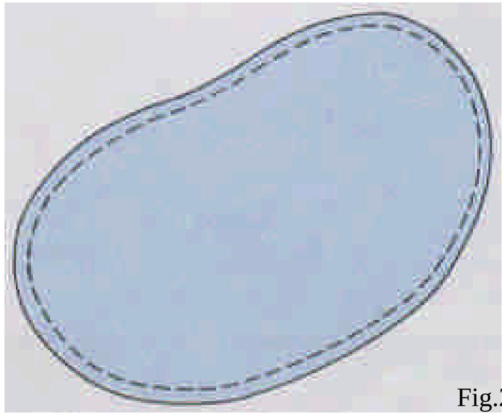


Fig.24.14

Example 24.5 無限大的<u>導體</u>帶電平板 (conducting plate)

$$EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

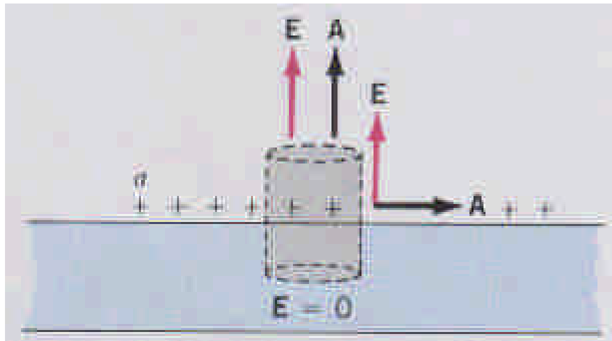


Fig.24.15

➢圓滑(無尖銳)導體(即有限平面)的趨近應用

E_{far} 表導體遠方電荷貢獻的電場

E_{local} 表導體鄰近電荷貢獻的電場

導體內部⇒E_{far}、E_{local}方向相反，故

$$\vec{E}=\vec{E}_{Far}+\vec{E}_{Local}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}=0$$

導體外部⇒E_{far}、E_{local}方向相同，故

$$\vec{E}=\vec{E}_{Far}+\vec{E}_{Local}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

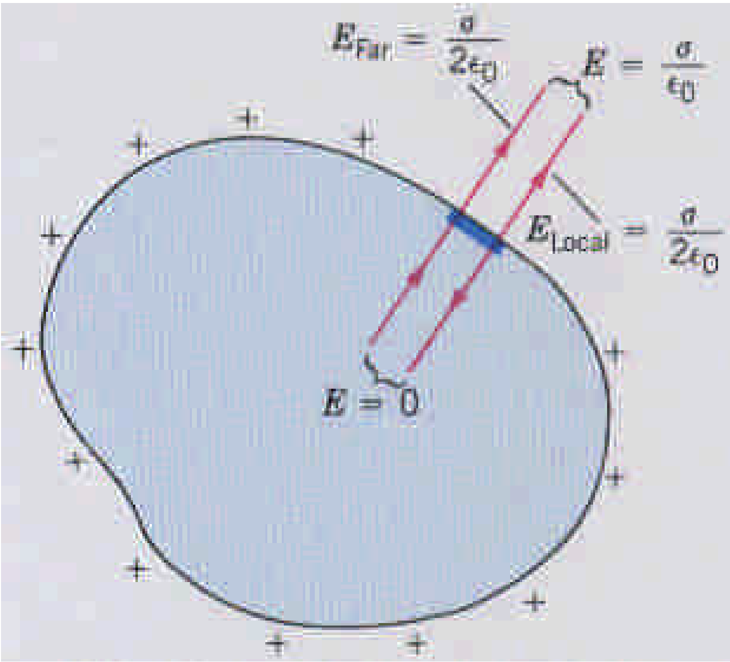


Fig.24.16

➢空腔導體(Cavity in conductor)

─ 空腔內放入點電荷+Q

導體內部電場=0 ⇒ 通過虛線高斯面的淨電通量=0 ⇒ 空腔內壁必產生感應電荷−Q

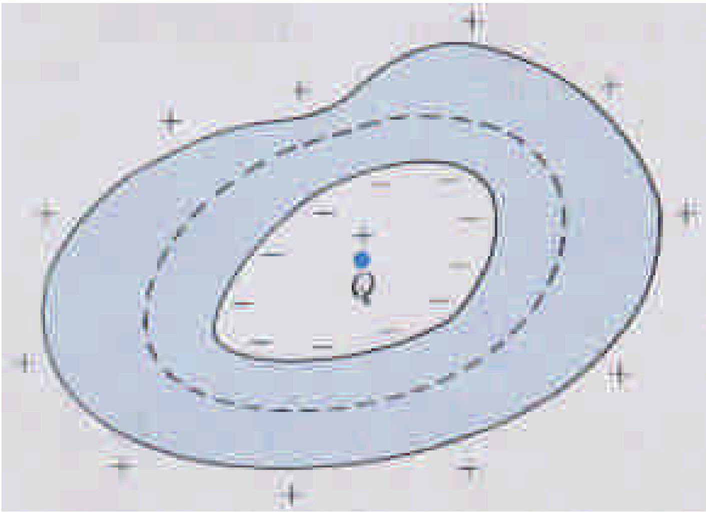
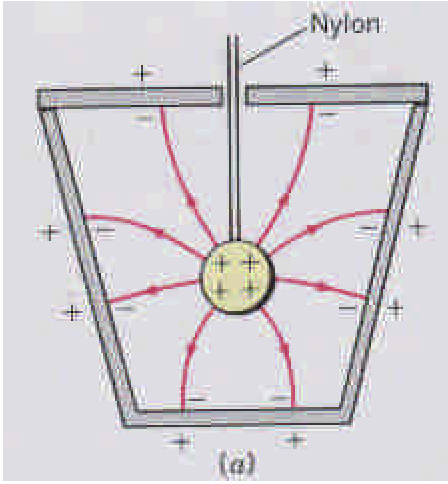


Fig.24.17

➢Faraday’s ice pail experiment(法拉第冰桶實驗)

(a)帶電金屬球感應冰桶帶電。

(b)金屬球電荷轉移至冰桶。



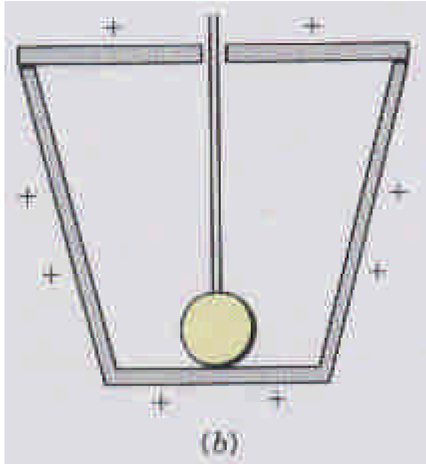


Fig.24.18

➢The Cavendish experiment (卡文迪西實驗)

—證明導體內部無電荷

(1)A球殼外部帶電，A,B球殼以導線相連。

(2)判斷B球殼是否帶電？

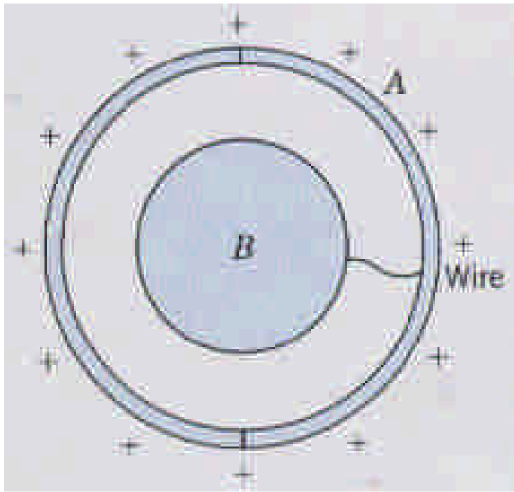


Fig.24.19

●高斯定律的廣義證明—任意封閉曲面的電通量Φ皆相同

（以下推導僅供參考，不列入考試！）

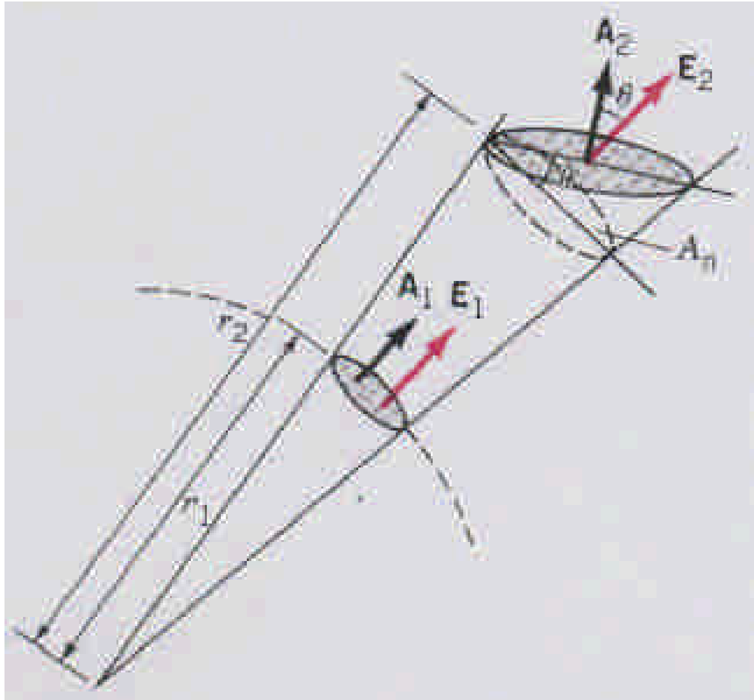


Fig.24.20

立體角(Solid angle) $\Rightarrow \Omega = \dfrac{A_n}{r^2} = \dfrac{A\cos\theta}{r^2}$

其中A_n為A垂直於圓錐軸的投影

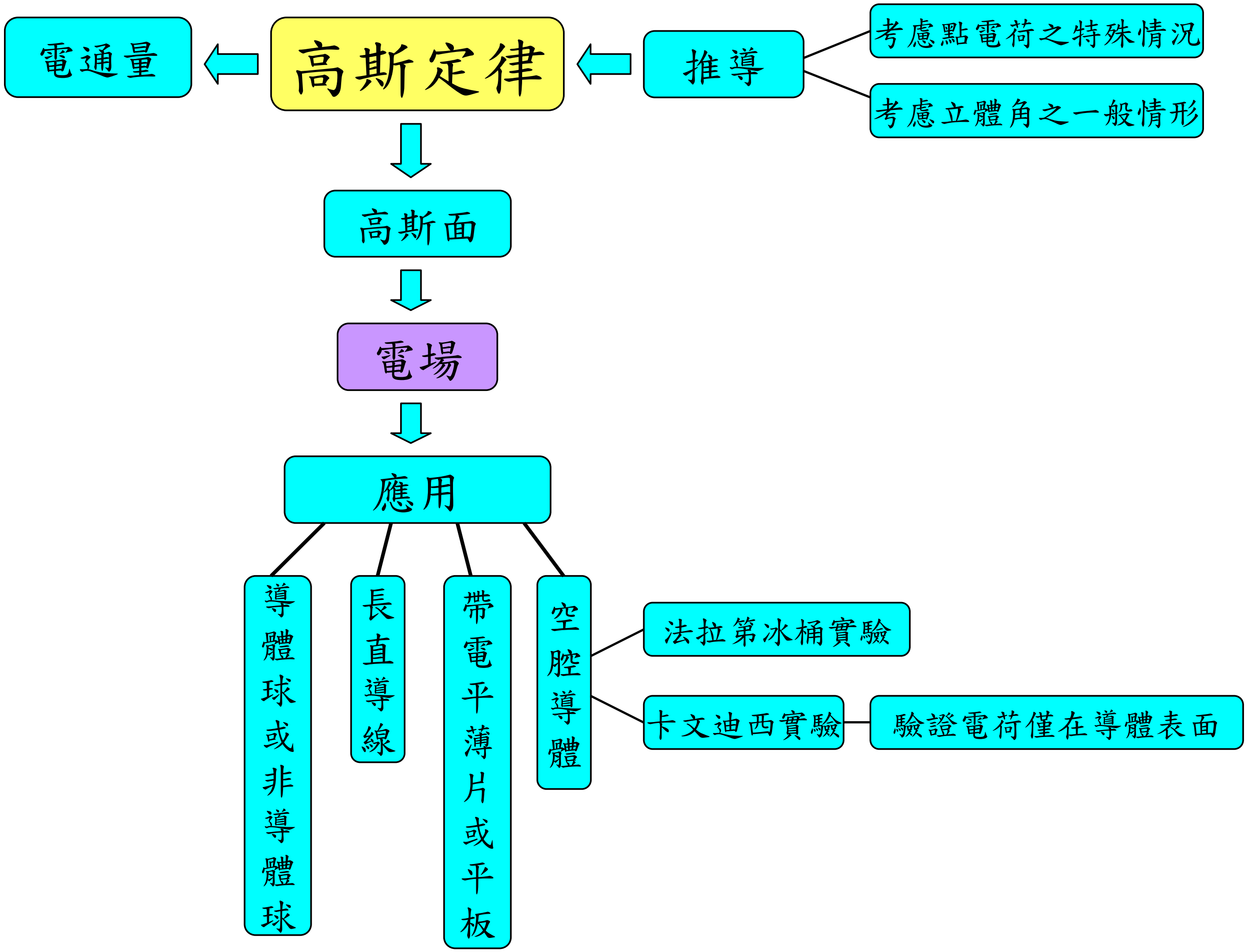
$$\Omega = \frac{A_1}{r_1^2} = \frac{A_2\cos\theta}{r_2^2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2\cos\theta} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

又 $\dfrac{E_2}{E_1} = \dfrac{r_1^2}{r_2^2}$ $(\because E = \dfrac{kQ}{r^2})$

$$\frac{A_1}{A_2\cos\theta} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{E_2}{E_1} \Rightarrow E_1A_1 = E_2A_2\cos\theta \Rightarrow \Phi_1 = \Phi_2$$

在一固定立體角內的通量為常數，其與表面形狀或夾角無關。

本章重要觀念發展脈絡彙整



習 題

- 教科書習題(p.486~p.488)

Exercise: 3,7,9,11,17,18,21,25,27,33,35

Problem: 1,5,6,9,11,13

Ex18 Ans. (a) $E = a\sigma / r\varepsilon_0$; (b) $E = \left(a - b\right)\sigma / r\varepsilon_0$

Problem 6 Ans. (a) $E = \rho\left(R^3 - a^3\right)/3\varepsilon_0 r^2$; (b) $\rho\left(r^3 - a^3\right)/3\varepsilon_0 r^2$

- 基本觀念習題：

1.請說明高斯定律。

2.請利用封閉球面包圍點電荷進行高斯定律式(Gauss’s Law)的推導。

3.若欲以高斯定律估算電場，則高斯面的選取要點為何？