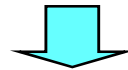


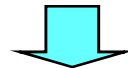
# 運動學(Kinematics)

## 3~4章探究的主要問題架構

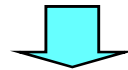
什麼是運動學？



運動方式有哪些？



如何表達與描述？



1D→2D運動的類型有哪些？

✦ 運動學：描述物體如何在時空中運動。

✦ 運動方式：

(a) 平移運動(translational motion)

—物體各部份作相同位置的改變。

(b) 轉動運動(rotational motion)

—物體改變其在空間的方向。

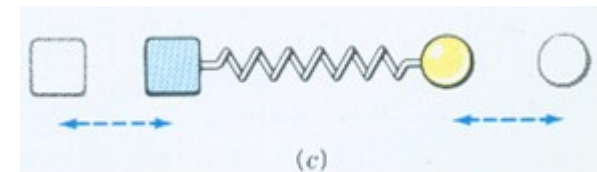
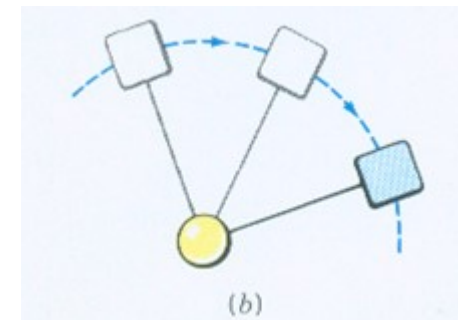
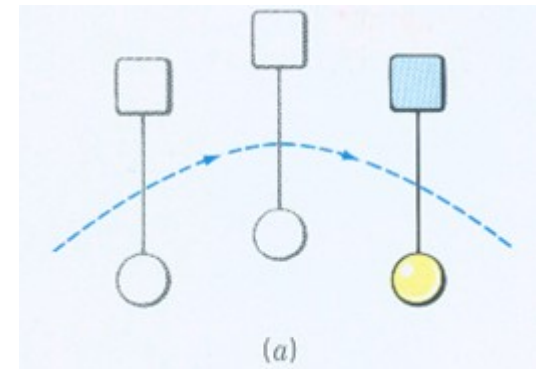
(c) 振動運動(vibrational motion)

—物體大小, 形狀作有規律地改變。

(d) 綜合運動

—同時包含以上兩種或三種運動方式。

Fig.3.1

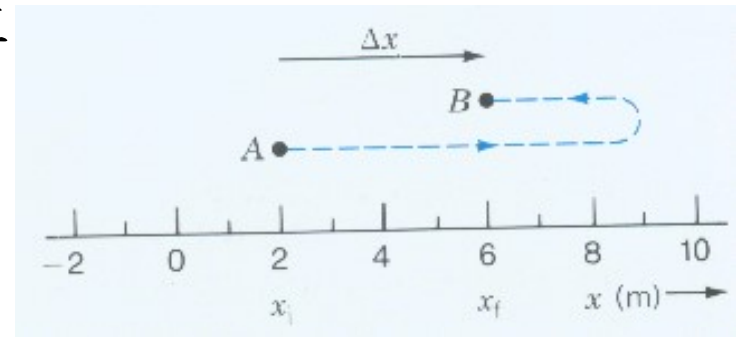


# 一維運動(One-dimensional motion)

## ✦ 位移(displacement) → 考慮空間變化

- $\Delta x = x_f - x_i \Rightarrow$  僅與座標初始位置及末位置有關，但與路徑無關。
- 方向由初始位置指向末位置。

Fig.3.2



## ✦ 速率與速度(speed and velocity) → 加入時間變化

- 平均速率(average speed) =  $\frac{\text{Distance traveled(質點行經距離)}}{\text{Time interval}}$
- 平均速度(average velocity) =  $\frac{\text{Displacement}}{\text{Time interval}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{av}$
- 平均速率  $\neq$  平均速度。

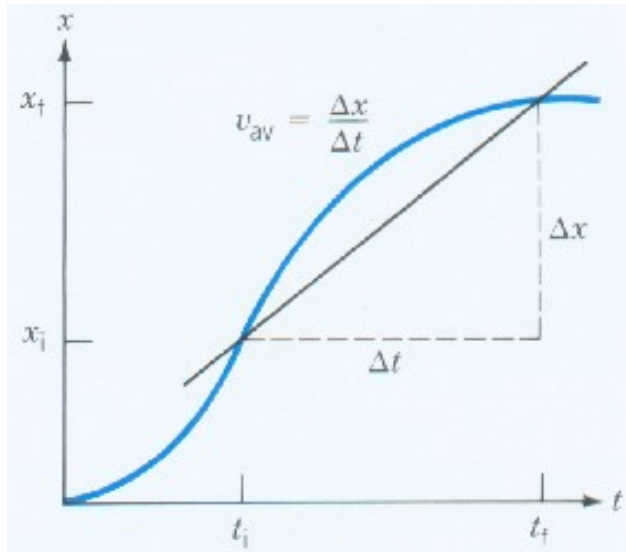


Fig.3.6

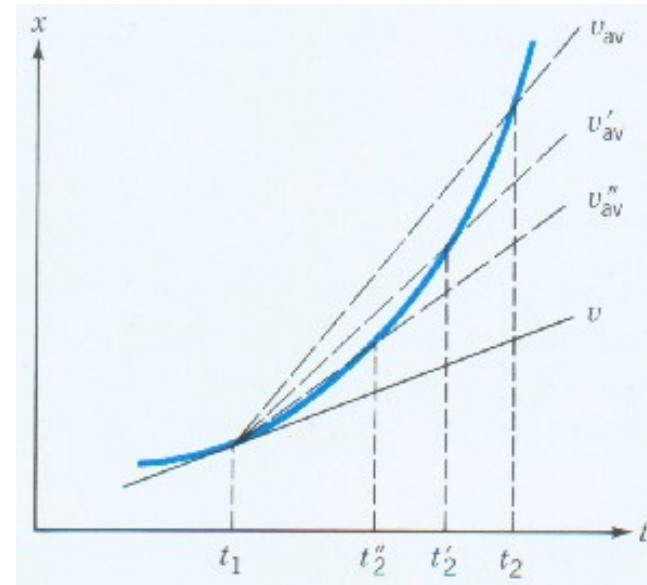


Fig.3.7

## ✦ 瞬間速度 (instantaneous velocity)

- $$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$
- 瞬間速度大小接近瞬間速率，  
但速度具有方向，而速率無。

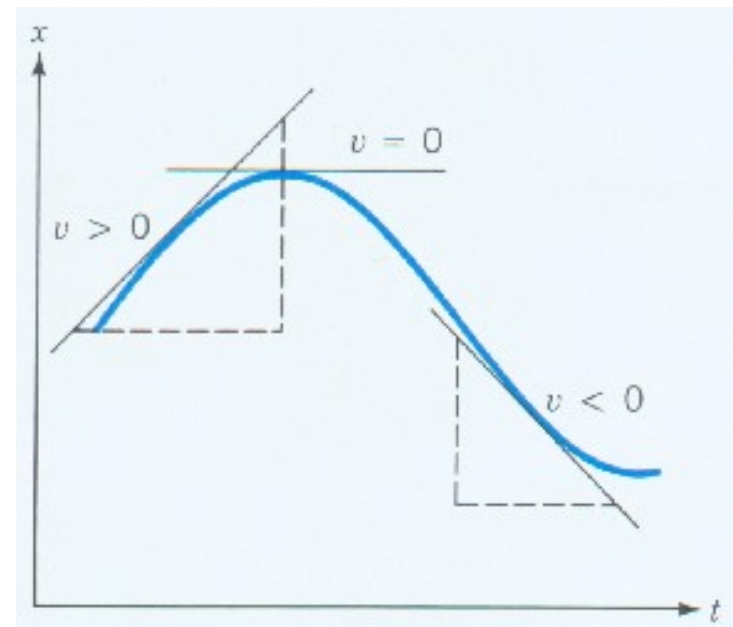
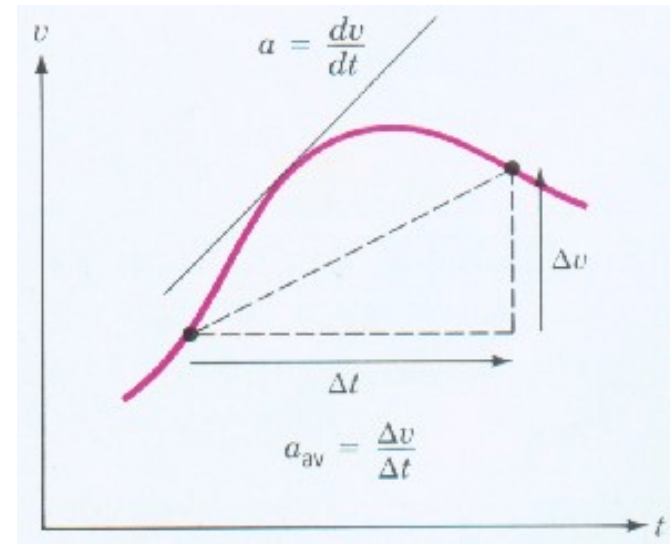


Fig.3.8

## ✧ 加速度(Acceleration)

- 平均加速度  $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
- 瞬間加速度  $a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$

Fig.3.10



- 加速度具有方向，而正負須考慮速度的方向，若同向，則為正值，反向則為負值。

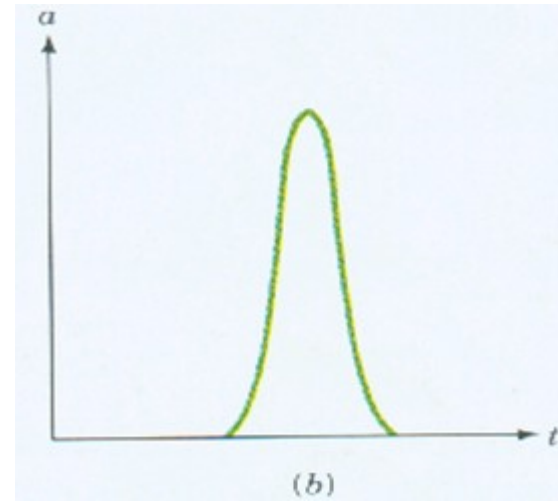
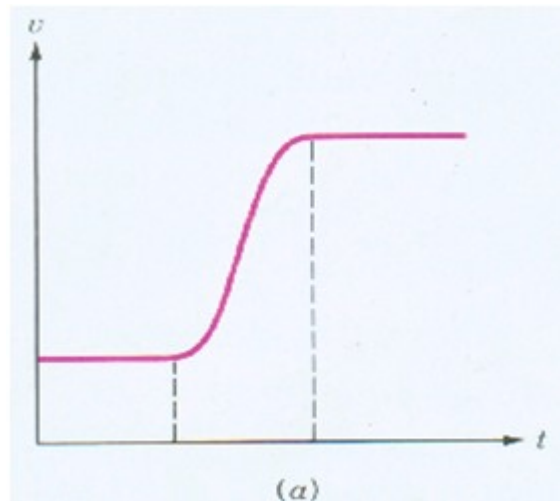
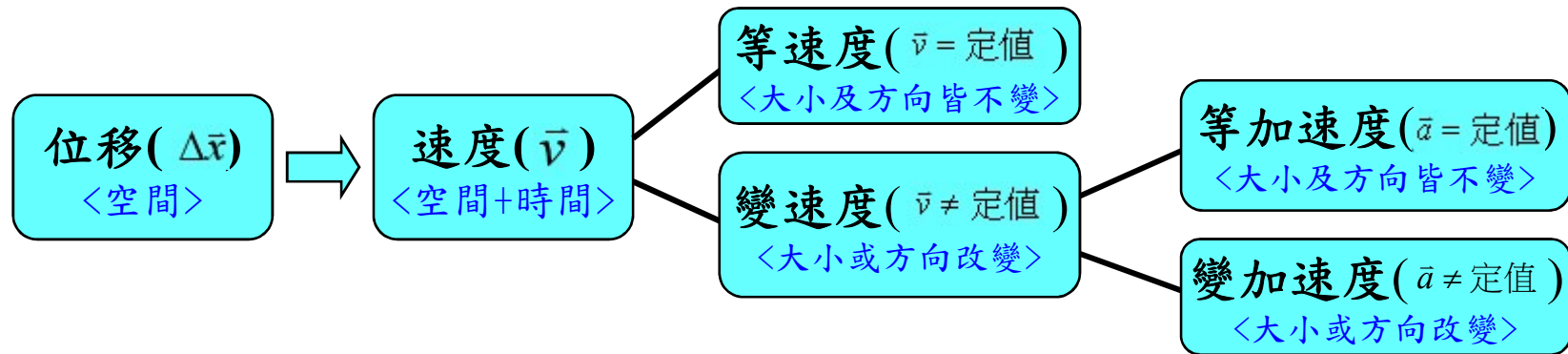
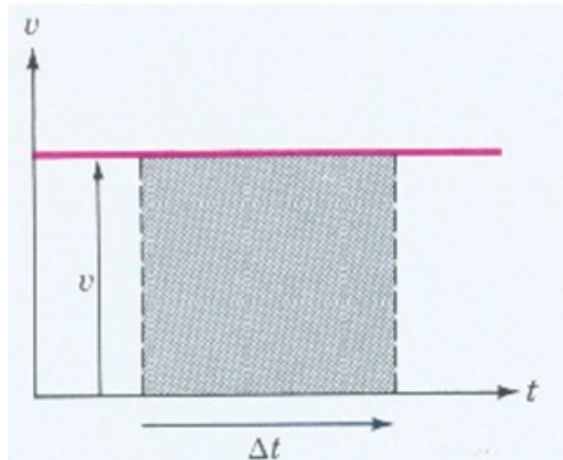


Fig.3.12

# ✦ 運動物理量之發展



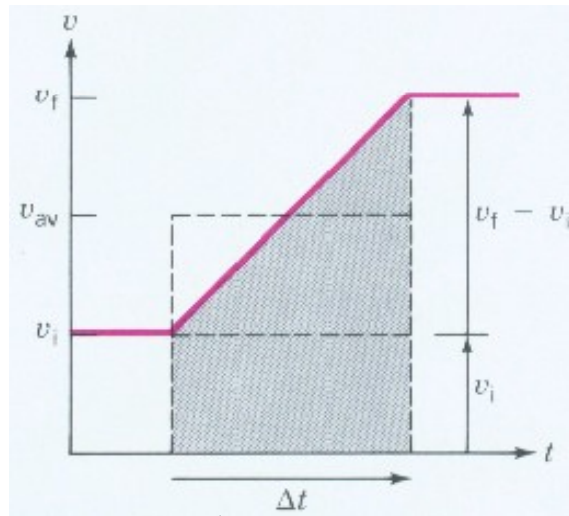
## 等速度運動



$$\bar{v} = \text{const.}$$

$$v\Delta t = \Delta x$$

## 等加速度運動

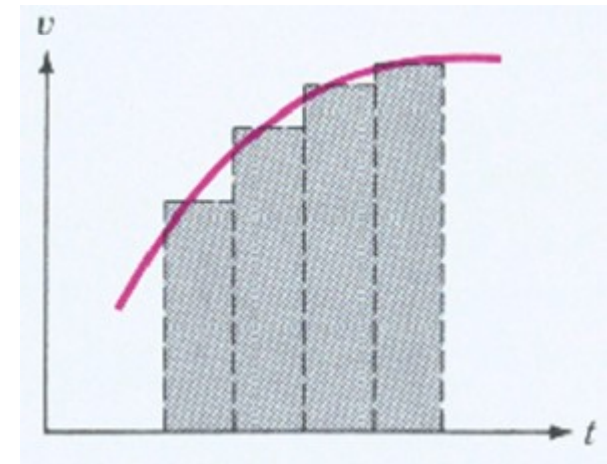


$$v_i\Delta t + \frac{1}{2}(v_f - v_i)\Delta t = \Delta x$$

$$\frac{1}{2}(v_i + v_f)\Delta t = v_{av}\Delta t = \Delta x$$

$$\Delta v = a\Delta t$$

## 變加速運動



$$\Delta x = \int v dt$$

$$\Delta v = \int a dt$$

## ✦ 等加速度運動方程式 (The equations of kinematics for constant acceleration)

- $v = v_0 + at$  (1)— 不考慮位置  $x$ ,  $x_0$

- $x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t$  (2)— 不考慮加速度  $a$

- $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$  (3)— 不考慮末速度  $v$

- $x = x_0 + vt - \frac{1}{2}at^2$  (4)— 不考慮初速度  $v_0$

- $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$  (5)— 不考慮時間  $t$

- 利用定義證明

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - 0} (\because \text{等加速度, } a = a_{av} = \text{定值})$$

故  $v = v_0 + at$       得證(1)式

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v_{av} \Delta t \quad \text{又因 } v_{av} = \frac{1}{2}(v_0 + v)$$

故  $\Delta x = \frac{1}{2}(v_0 + v)\Delta t \Rightarrow x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)(t - 0)$

$$\Rightarrow x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t \quad \text{得證(2)式}$$

From (1)  $\Rightarrow v = v_0 + at$  代入(2)式, 即可得證(3)式

From (1)  $\Rightarrow v_0 = v - at$  代入(2)式, 即可得證(4)式



$$\text{From (1)} \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} \quad \text{代入(3)式}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x &= x_0 + v_0 \left( \frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \left( \frac{v - v_0}{a} \right)^2 \\ &= x_0 + \frac{v_0 v - v_0^2}{a} + \frac{1}{2} \frac{v^2 - 2vv_0 + v_0^2}{a} \end{aligned}$$

$$= x_0 + \frac{v_0 v}{a} - \frac{v_0^2}{a} + \frac{v^2}{2a} - \frac{vv_0}{a} + \frac{v_0^2}{2a}$$

$$= x_0 - \frac{v_0^2}{2a} + \frac{v^2}{2a}$$

$$\Rightarrow (x - x_0) = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad \text{得證(5)式}$$

## ✦自由垂直下落運動 (Vertical free-fall motion)

- 忽略空氣阻力，所有等高自由垂直下落的物體，其下落速度、位置及時間皆相同，因重力加速度相同。

$$v = v_0 - gt$$

$$y = y_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

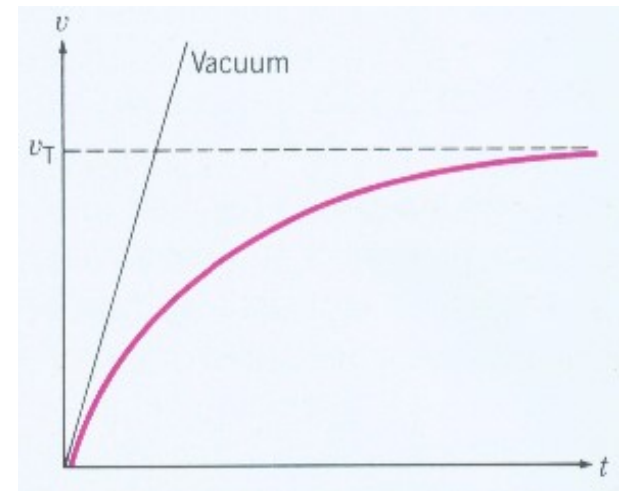
$$y = y_0 + vt + \frac{1}{2}gt^2$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0)$$

Fig.3.28

- 空氣阻力(D)與重力平衡將會造成物體垂直下落速度趨於等速，此即所謂的終端速率(terminal speed)。

$$D = \frac{1}{2}C\rho Av^2 \quad (\text{參閱課本p.111})$$



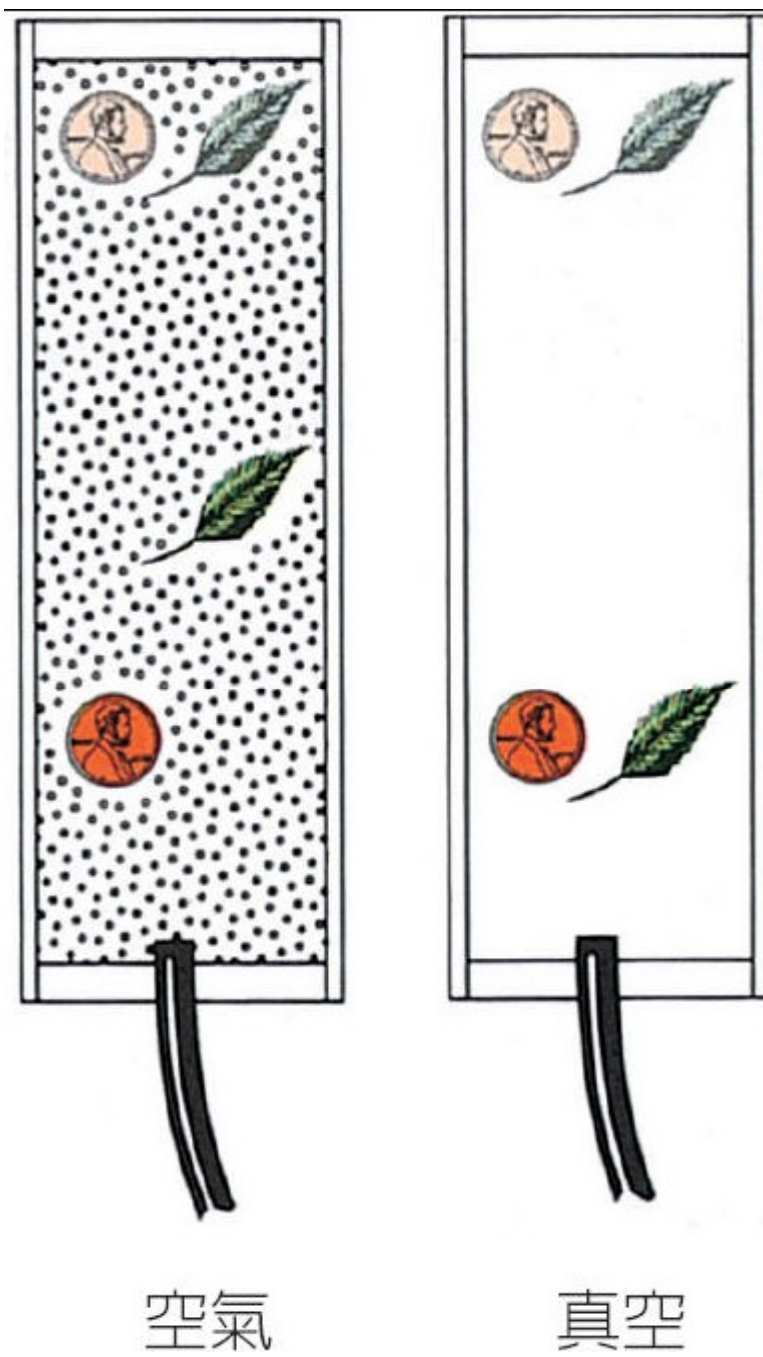
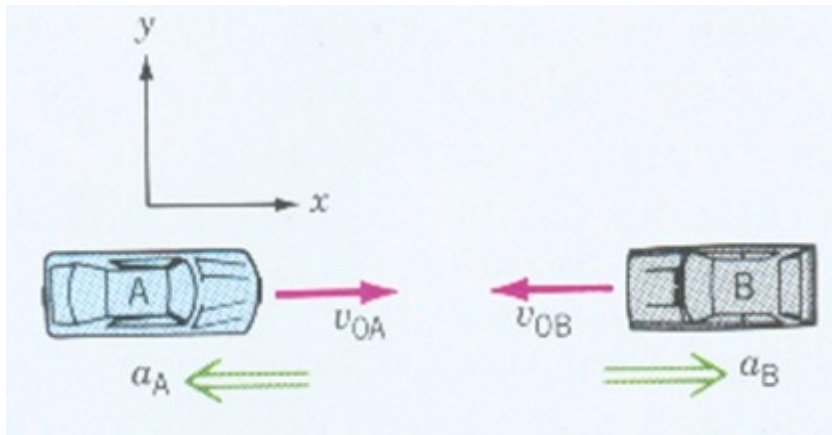


Fig.3.23

Example 3.9: Two cars approach each other on a straight road. Car A moves at 16 m/s and car B moves at 8 m/s. When they are 45 m apart. Both drivers apply their brakes. Car A slows down at  $2 \text{ m/s}^2$ , while car B slows down at  $4 \text{ m/s}^2$ . Where and when do they collide?



$$x_A = 16t - t^2$$

$$x_B = 45 - 8t + 2t^2$$

若碰撞  $\Rightarrow x_A = x_B$

$$\Rightarrow 16t - t^2 = 45 - 8t + 2t^2$$

$$\Rightarrow 3(t-3)(t-5) = 0 \quad \Rightarrow t = 3 \text{ or } 5$$

➤ 檢視答案是否合理！

當  $t=3 \Rightarrow v_A = 16 - 2t = 10$  ;  $v_B = -8 + 4t = 4$

因B車末速(4m/s)與初速(-8 m/s)方向相反，不合理，而  $t=5$  亦不合理。

所以，B車煞車先停止，再被A車撞上。可判知相撞地點即為B車停止之處，即：

$$v_B = 0 = -8 + 4t \Rightarrow t = 2 \text{ 再代入 } x_B, \text{ 可得 } x_B = 37 \text{ m}$$

即距A車初始位置(未煞車前)37m處相撞。

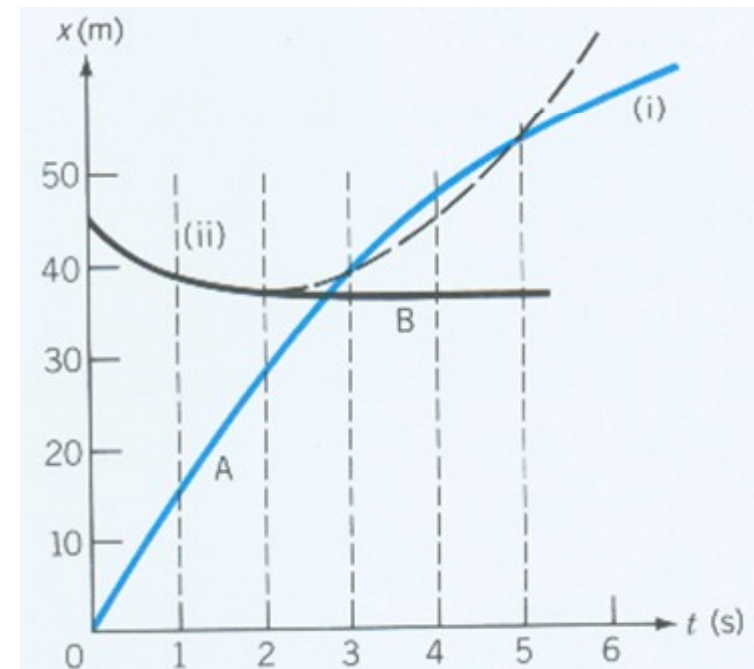
至於碰撞時間，則必須考慮A車抵達37m的時間，即：

$$16t - t^2 = 37 \Rightarrow t = 2.8s ; 13.2s$$

(不合理)

$t = 13.2s$  不合理係因碰撞僅可能發生一次。

故碰撞發生在2.8 s 及37 m處。



Example 3.12 : Two balls are thrown toward each other: ball A at 16.0 m/s upward from the ground, ball B at 9.00 m/s downward from a roof 30.0 m high, one second later. (a) Where and when do they meet? (b) What are their velocity on impact?

$$y_A = 16t - 4.9t^2$$

$$y_B = 30 - 9(t - 1) - 4.9(t - 1)^2$$

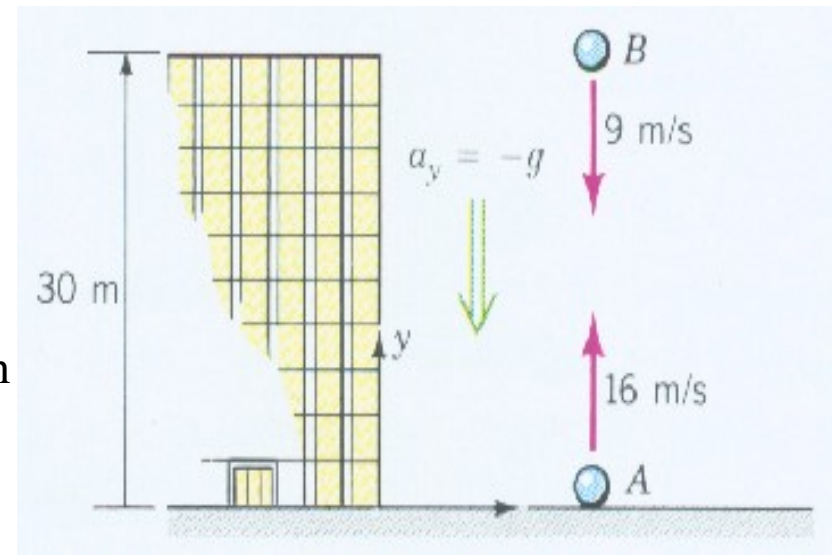
$$y_A = y_B \text{ (會相撞)} \Rightarrow t = 2.24\text{s}$$

$$y_A = 16(2.24) - 4.9(2.24)^2 = 11.3\text{m}$$

$$v_A = 16 - 9.8(2.24) = -5.95 \text{ m/s}$$

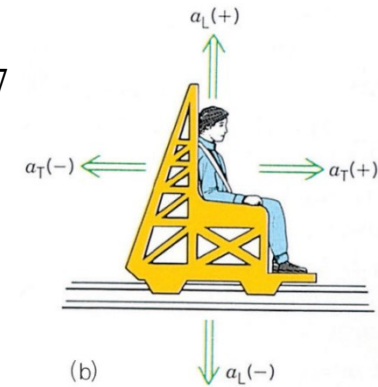
$$v_B = -9 - 9.8(1.24) = -21.2 \text{ m/s}$$

當A球與B球相撞時，A球已向下運動。



## 加速度的生理效應 (選擇性)

參閱課本p.46-47

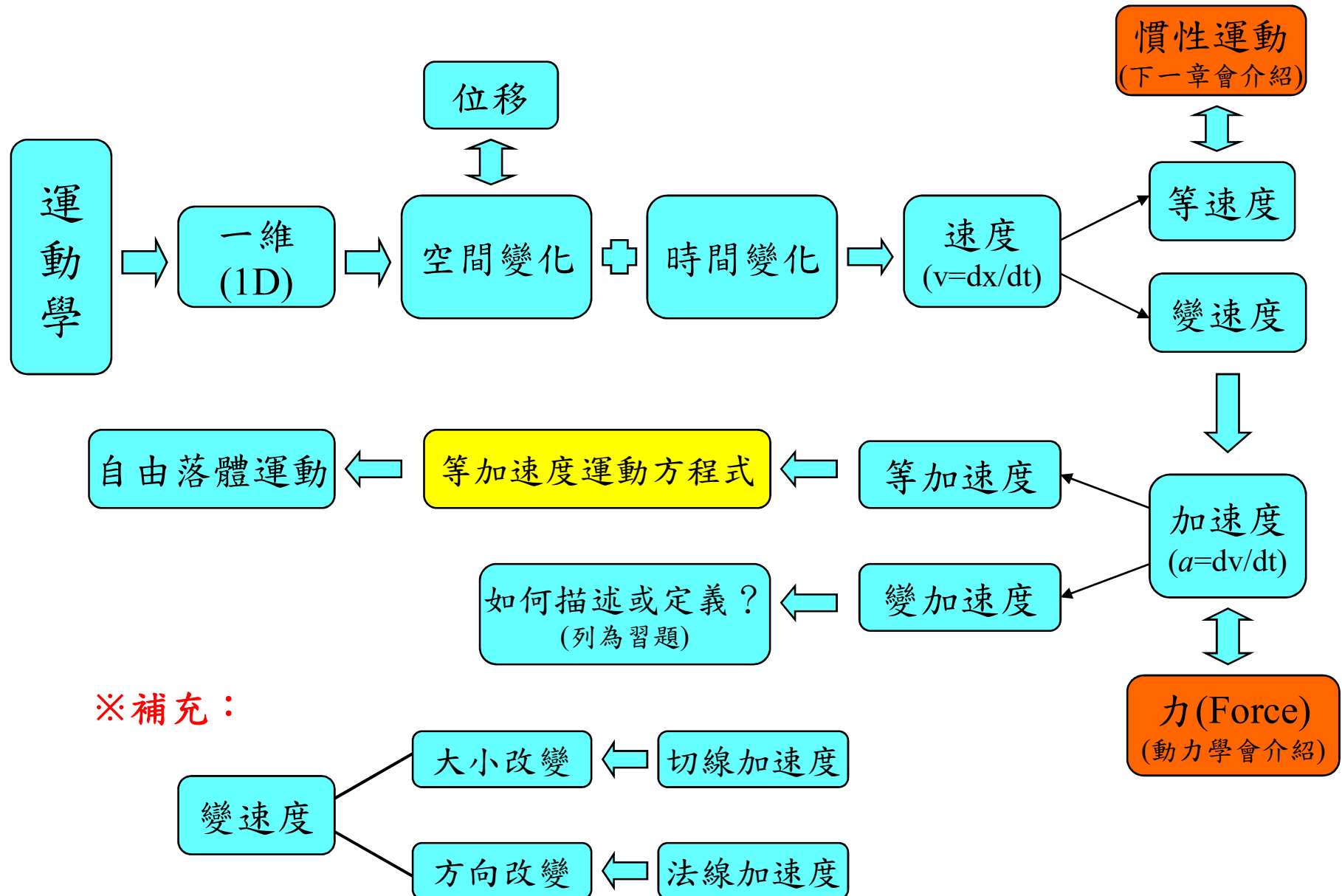


加速度源	$a(g)$	期間(s)
電梯	0.2	3
汽車(緊急煞車)	1	3
降落傘著地	2-6	0.2-0.3
彈機弩	5	0.1
打開降落傘	8-30	0.2-0.4
彈射椅	15-20	0.2
落到消防救生網	20	0.1
汽車或飛機撞擊(可能不致命)	20-100	0.02-0.1
火箭滑台	45	0.2-0.4
自由落體著地(存活)	150	0.02
汽車或飛機撞擊(致命)	150-1000	0.01-0.001

加速度	對人體影響的影響
$+a_L$	正的縱向加速度( $a_L$ )
2.5g	站立困難
3~4g	無法站立，3s後視力減弱
6g	5秒內視覺喪失，其後喪失知覺
$-a_L$	負的縱向加速度( $a_L$ )
-1g	難受的面部充血
-2g or -3g	嚴重面部充血，劇烈頭痛，視覺模糊
-5g	幾乎無人能忍受
$+a_T$	正的橫向加速度( $a_T$ )
2~3g	腹部受壓迫，聚焦困難
4~6g	呼吸困難，胸部疼痛
6~12g	嚴重呼吸困難及胸部疼痛至8g時手脚無法動彈



# 本章重要觀念發展脈絡彙整





## 習題

- 教科書習題(p.49~p.54)

Exercise: 15,23,24,25,29,30,31,32,43,59,63

Problem: 5,13,17,23

★提示：Ex.24 Ans.: (a)  $4 \text{ m/s}^2$  ; (b)  $5 \text{ m/s}^2$  ; (c)  $2 \text{ s}$

Ex.30 Ans.: (a)  $0$  ; (b)  $2.4 \text{ m/s}$

Ex.32 Ans.: (a) 略 ; (b) 略 ; (c)  $2 \text{ m/s}^2$  ; (d)  $4 \text{ m/s}^2$

- 基本觀念習題：

1.物體運動方式大致可區分成哪三種？請說明之！

2.利用位移(displacement)、平均速度(average velocity)及加速度(acceleration)等相關定義，簡單推導出以下五個等加速度運動方程式。

$$v = v_0 + at \quad (1)$$

$$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t \quad (2)$$

## 習題

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (3)$$

$$x = x_0 + vt - \frac{1}{2} a t^2 \quad (4)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad (5)$$

●延伸思考習題：（※不列入考試，僅列入加分題）

- 1.何謂變加速運動？請申述可能的描述方式？
- 2.請申述人處於加速度狀態為何會出現痛苦的生理反應？