

# Modele Linowe

## Lista 1

1. Korzystając z funkcji *rnorm* w R wygeneruj 1000 wektorów losowych z rozkładu dwuwymiarowego normalnego  $\mathcal{N}(0, I_{2 \times 2})$  i zaznacz je na płaszczyźnie.
2. Wyznacz przekształcenia liniowe, które przekształcają wyżej otrzymaną chmurę punktów w chmurę z rozkładu  $\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$ , gdzie

$$\mu = (4, 2), \quad \Sigma = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}$$

dla  $\rho \in \{0.5, -0.5, 0.9, -0.9\}$ . Narysuj chmury punktów po takich przekształceniach. W jaki sposób kształt chmury zależy od  $\rho$ ?

(+0.5pkt) Wyznacz osie symetrii chmur.

*Uwaga:* Użyj opcji *asp=1* w poleceniu *plot*, aby zachować te same skale na osiach *Ox* i *Oy*.

3. Wyznacz przekształcenia liniowe, które przekształcają chmurę punktów z zadania 1 w chmurę z rozkładu  $\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$ , gdzie

$$\mu = (4, 2), \quad \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

dla  $\sigma \in \{3, 4\}$ . Narysuj chmury punktów po takich przekształceniach. W jaki sposób kształt chmury zależy od  $\sigma$ ?

4. a) Korzystając z funkcji *rnorm* w R wygeneruj 1000 wektorów losowych z rozkładu wielowymiarowego normalnego  $\mathcal{N}(0, I_{100 \times 100})$ . Uzyskane dane zapisz w macierzy  $X_{1000 \times 100}$ , której wiersze zawierają kolejne wygenerowane wektory losowe.  
b) Wyznacz macierz  $A$  tak, aby macierz  $\tilde{X} = XA$  zawierała 1000 wektorów z rozkładu wielowymiarowego normalnego  $\mathcal{N}(0, \Sigma_{100 \times 100})$ , gdzie  $\Sigma(i, i) = 1$  i  $\Sigma(i, j) = 0.9$  dla  $i \neq j$ .  
c) Zweryfikuj wyniki
  - wyliczając średnią współrzędnych,
  - rysując histogram próbkowych wariancji współrzędnych,
  - rysując histogram próbkowych kowariancji między różnymi współrzędnymi wektorów, zapisanych w macierzy  $\tilde{X}$ .

(+0.5pkt) Napisz własną funkcję która implementuje rozkład Choleckiego.