Sprawozdanie1 Modele liniowe

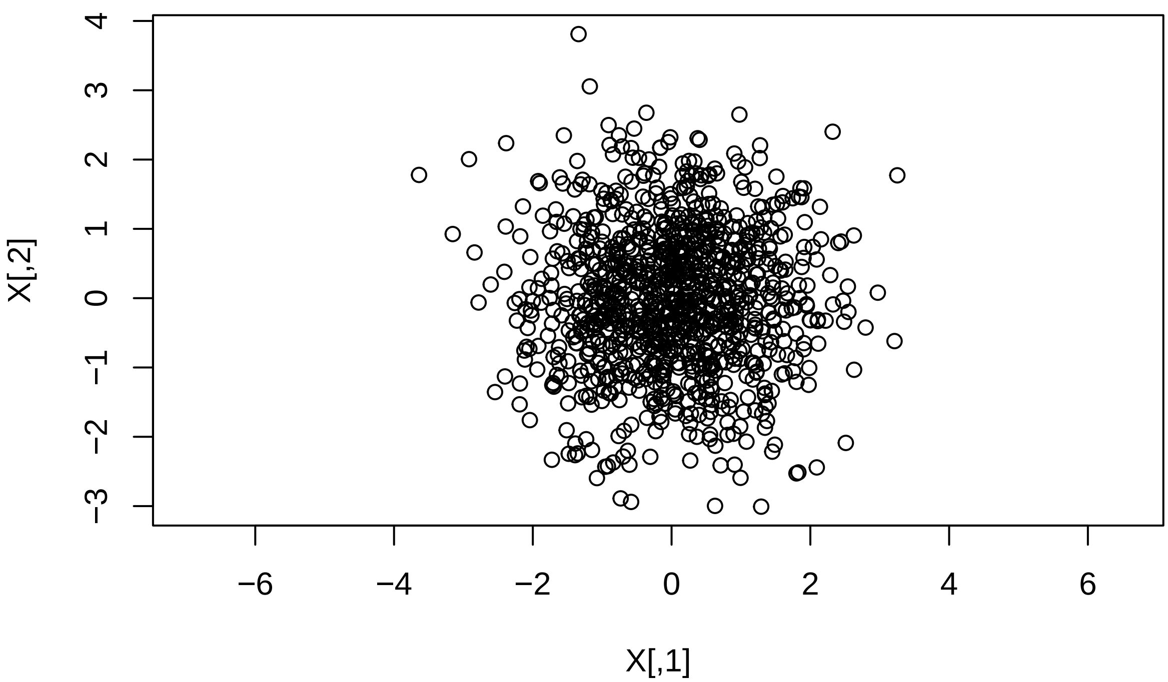
Katarzyna Stasińska

2023-10

zadanie 1

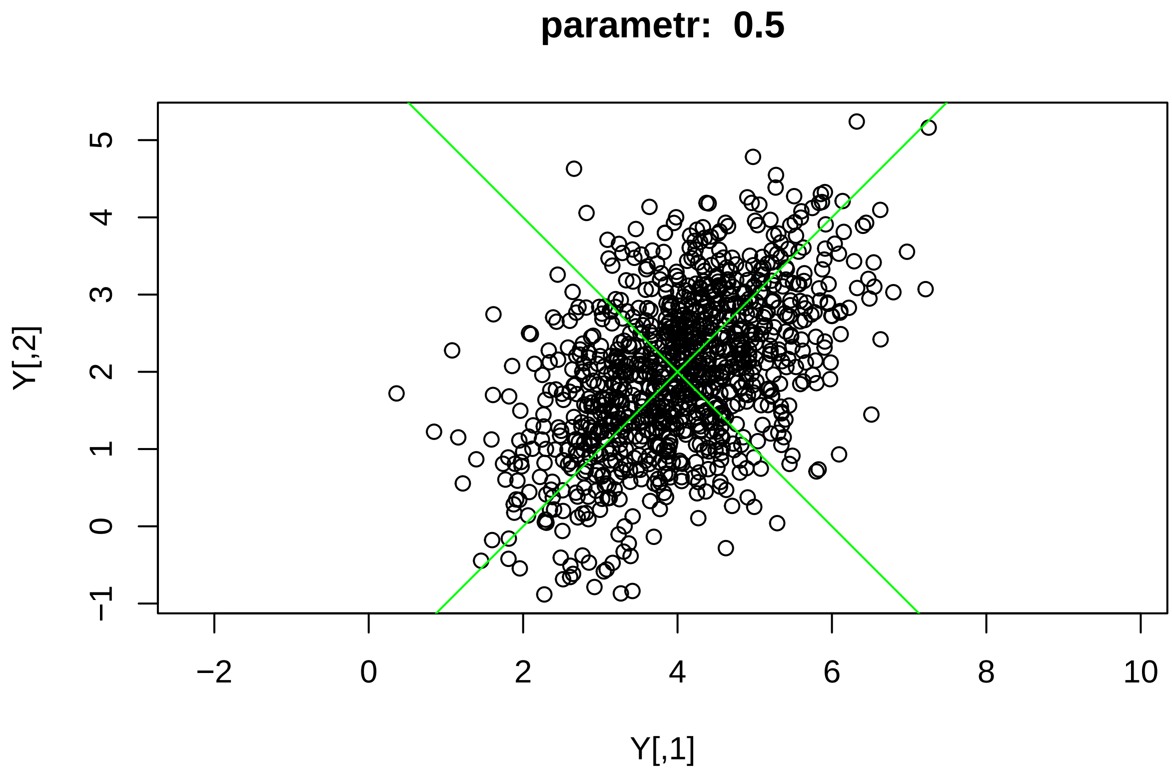
Aby wygenerować 1000 wektorów losowych z rozkładu dwuwymiarowego normalnego $N(0, I_{2\times 2})$ wystarczy posłużyć się funkcją *mvrnorm* z biblioteki $MAAS$.

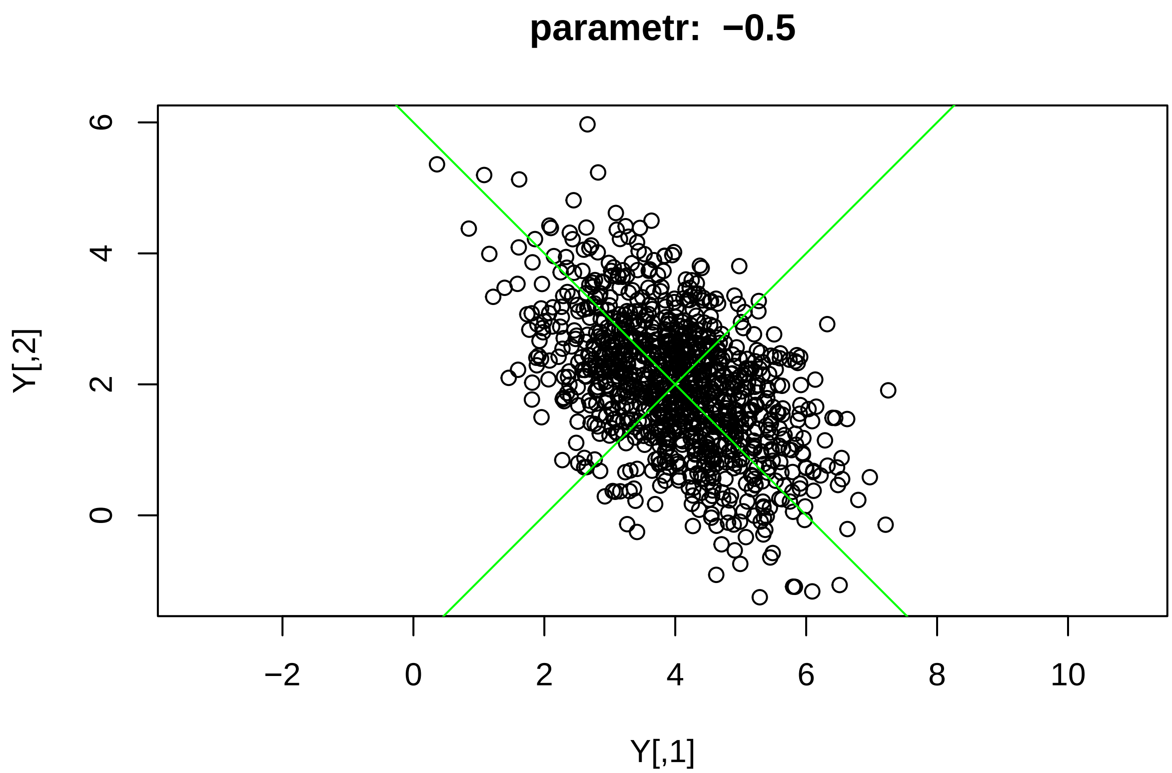
```
library(MASS)
mean=rep(c(0),2)
var=diag(2)
X=mvrnorm(1000, mean,var)
plot(X,asp=1)
```

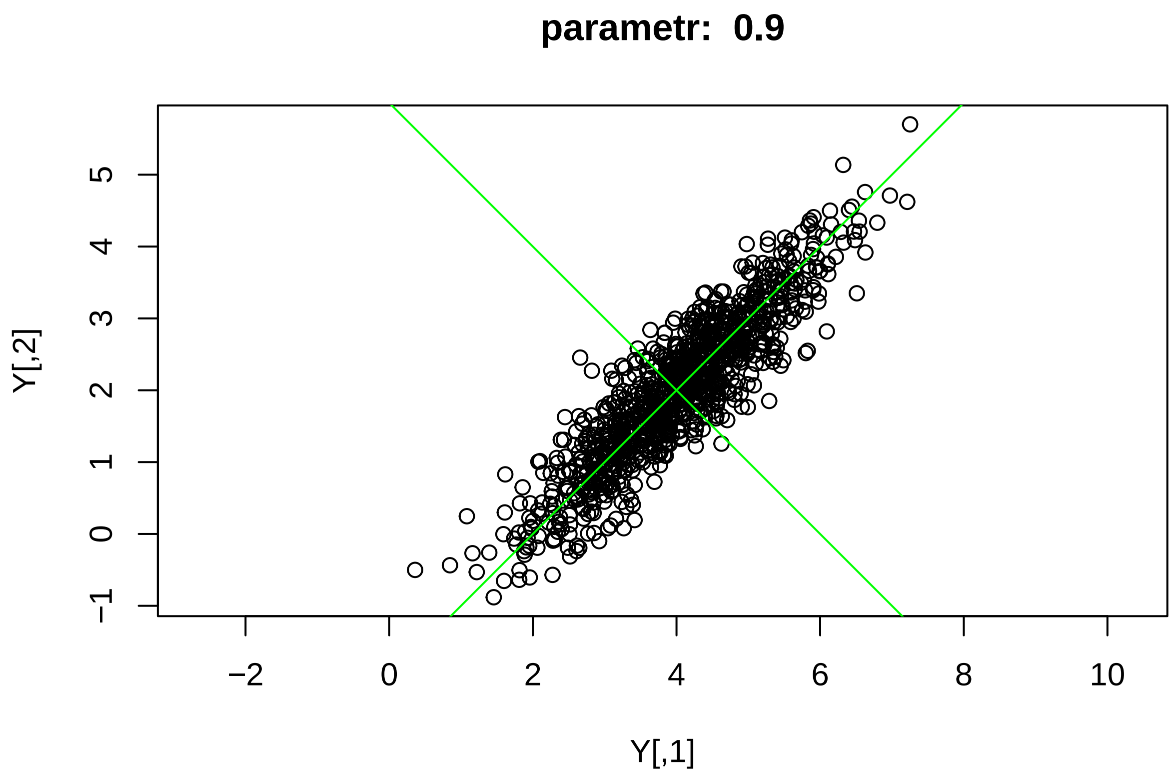


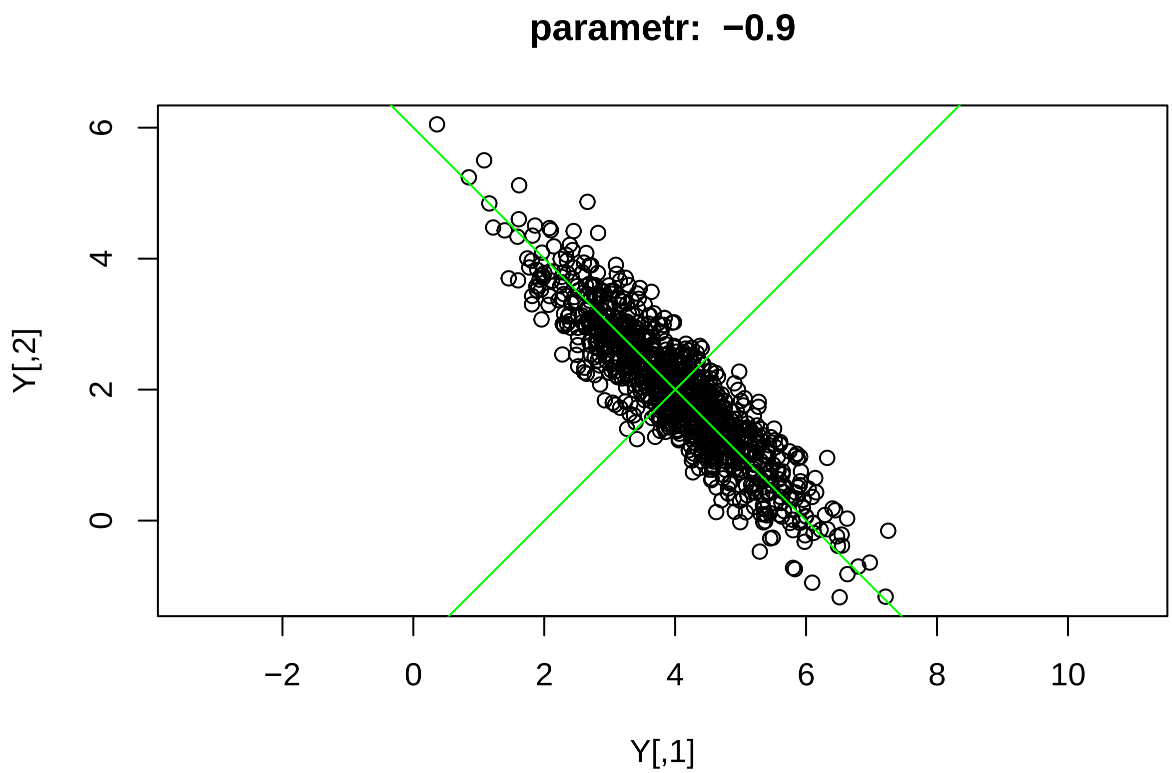
zadanie 2

Chcemy znaleźć Y takiego, że $Y \sim N(\mu, \Sigma)$. Można opisać to prostym przekształceniem liniowym $Y = AX + B$, gdzie $B = \mu$, a A uzyskamy używając rozkładu Choleskiego. Poniżej przedstawiam jak chmura zachowuje się dla kolejnych ρ. Zielone proste wyznaczają osie symetrii chmur. Parametr ρ wpływa na zakrzywienie pierwotnej chmury (opisuje korelację między współrzędnymi).




parametr: −0.5
Y[,2]
Y[,1]
−2
0
2
4
6
8
10
0
2
4
6


parametr: 0.9
Y[,2]
Y[,1]
−1
0
1
2
3
4
5
−2
0
2
4
6
8
10

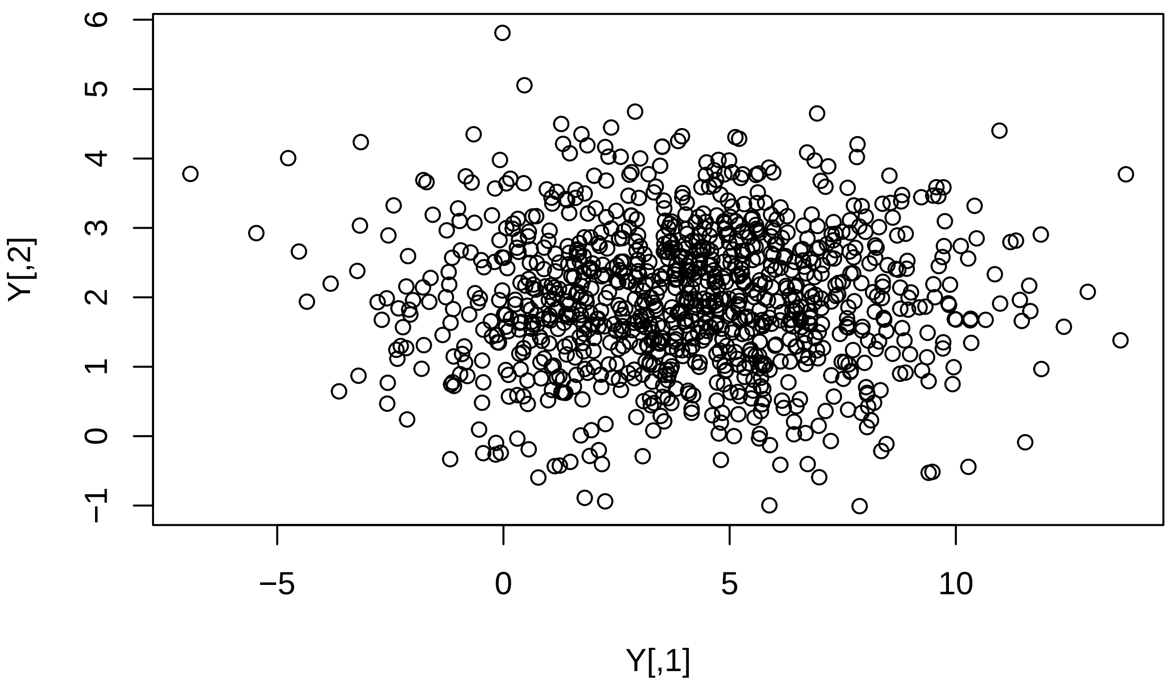


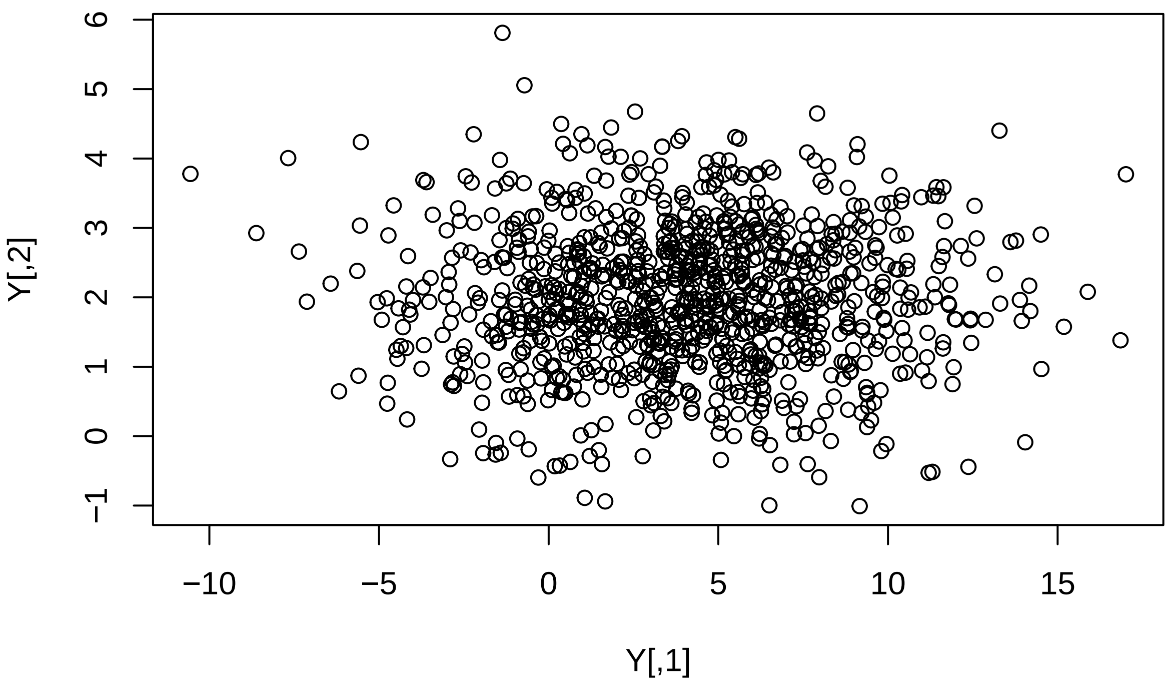
zadanie 3

Analogicznie jak w zadaniu 2 wyznaczamy przekształcenie liniowe. Poniżej prezentuję wykresy dla kolejnych σ. Zwróćmy uwagę, że dla $\sigma = 3$ nasze przekształcenie wygląda w następujący sposób:

$$Y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Oznacza to, że wartość współrzędnej y każdego punktu z chmury pozostaje niezmieniona, a wartość x zostaje zwiększona trzy razy. Następnie ma miejsce translacja o wektor $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$. Oznacza to, że nasza chmura została rozciągnięta wzdłuż osi X trzy razy (σ razy). Analogicznie w przypadku $\sigma = 4$.


Y[,2]
6
5
4
3
2
1
0
−1
−5
0
5
10
Y[,1]



zadanie 4

Poniżej prezentuję funkcję, która implementuje rozkład Choleskiego. Zwróćmy uwagę, że zwracając macierz mogłabym jej nie transponować, ale trzymając się ściśle tego jak działa funkcja *chol*() w *R* zdecydowałam się na to. Na samym końcu zamieściłam porównanie dwóch macierzy, jedna znich została otrzymana przy użyciu funkcji *chol*() na pewnej macierzy, druga z nich została otrzymana przy użyciu mojej funkcji na tej samej macierzy.

```
Choleski=function(A){
  L=A*0
  for(j in 1:100){
    for(i in 1:j){
      if(i==j){
        L[i,i]=sqrt(A[i,i]-sum((L[i,1:i-1])**2))
      }
      else{
        L[j,i]=(A[j,i]-sum(L[i,1:i-1]*L[j,1:i-1]))/L[i,i]
      }
    }
  }
  return(t(L))
}

chole=Choleski(sigma)
chole2=chol(sigma)
all.equal(chole,chole2)
```

```
## [1] TRUE
```

Wykresy przedstawiają próbkową wariancję współrzędnych oraz próbkową kowariancję współrzędnych. Zwróćmy uwagę, że na pierwszym z nich wartości oscylują w okolicy 1, a na drugim w okolicy 0.9, co spełania założenia zadania. Środkami histogramów nie są odpowiednio 1 i 0.9, ponieważ danych jest niewiele i są bardzo ze sobą skorelowane. Patrząc na wektor pierwszych współrzędnych, wektor drugich współrzędnych, wektor n-tych współrzędnych, możemy zauważyć, że wszystkie są bardzo podobne do siebie, są tak naprawdę wektorem pierwszych współrzędnych z delikatnymi zmianami.