

第五章 使用说明

5.0 基本功能号

- 1: 贝齐尔曲线;
- 11: 平面三次贝齐尔几何曲线;
- 12: 一般贝齐尔曲线拟合;
- 7: 贝齐尔曲面;
- 13: 平移曲面;
- 18: 贝齐尔曲面拟合。

5.1 曲线类型选择

5.1.1 贝齐尔曲线

点击菜单“曲线类型选择→贝齐尔曲线”，弹出次级菜单，若选择“鼠标输入控制顶点”，则单击直接输入控制顶点，右击结束输入；若选择“键盘输入控制顶点”，则直接用键盘输入控制顶点的坐标值。控制顶点输入完毕，随即生成并显示由控制顶点连成的控制多边形和由输入控制顶点所定义的贝齐尔曲线。两者线色相同，但控制多边形呈浅色的细线，贝齐尔曲线为呈深色的粗线。以下贝齐尔曲线及其控制多边形都分别用不同深浅的相同线色表示。

5.1.2 平面三次贝齐尔几何曲线

单击菜单项，首先弹出次级菜单的两个选项“鼠标输入首点、首末切线交点与末点”与“键盘输入首末端点及其切线交点输入首末端点及其切线交点”，任选其一，都只输入3个点，第1点即首端点 b_0 （也即首控制顶点），第3点是末端点 b_3 （也即末控制顶点），第2点是首末端点切线的交点 o ，该交点决定了首末切线。然后再次单击“贝齐尔曲线→平面三次贝齐尔几何曲线→输入定义数据”，弹出“输入端点曲率半径与切矢方向”对话框，按要求输入首末端点曲率半径 $R0$ 与 $R1$ ，再选择首末端切矢方向。

先选择首末端切矢不平行或平行，然后选择其子项。在选中首末端切矢不平行后，再选择首、末端切矢方向，各有缺省方向或反向两种选择。当都选缺省方向时，若 $R0$ 与 $R1$ 都小于零，有可能出现双拐点与二重点并存情况，可选择其一。

编辑框中显示的都是缺省数据，直接按“确定”按钮，即生成缺省条件下一凸的三次贝齐尔曲线，端点曲率接近于零，两个内顶点几乎重合，致使端点二阶导矢近似为零矢量。然后，可保持输入点不变，再次单击“平面三次贝齐尔几何曲线→输入定义数据”，可改变定义数据，生成新的曲线。

若选中首末端切矢平行后，需在“ $R0$ 非零时首端切矢方向”、“ $R0$ 为零时末端切矢方向”和“首末端切矢方向关系”3项分别进行选择。每项都都可选缺省和非缺省，前两项非缺省都是反向，后一项非缺省是同向。按“确定”按钮，即生成由这些输入数据所决定的平面三次贝齐尔几何曲线。然后，可保持输入点不变，再次单击“平面三次贝齐尔几何曲线→输入定义数据”，可改变定义数据，生成新的曲线。

第五章复习思考与练习题（31）给出了多组键盘输入数据，可按此实践，包括了解各项输入数据的作用，以及各种可能遇到的情况。

5.1.3 一般贝齐尔曲线拟合

单击菜单项，首先弹出次级菜单的两个选项“鼠标输入数据点”与“键盘输入数据点”，

任选其一，输入点数等于大于 6，将生成过首末端点缺省条件（次数为 5 次、数据点参数化方法为规范弦长参数化）下的贝齐尔拟合曲线及其控制多边形。这时可用鼠标拖动数据点，将实时生成形状改变的贝齐尔拟合曲线及其控制多边形，并计算显示拟合曲线对数据点的最大偏差值及最大偏差数据点位置。

5.2 曲线属性操作

5.2.1 计算显示/隐藏曲线上的点与导矢

单击菜单项，在弹出的“输入参数值与导矢阶数”对话框中输入定义域 $[0,1]$ 内一参数值即导矢阶数，按“确定”按钮，随即在曲线上显示。若导矢阶数为 0，则表示该点，仅显示该点及坐标值；若导矢阶数大于 0 小于等于次数，则既显示点，且显示该导矢及坐标值。这时也可能得到 0 矢量的导矢，同样会给出显示。但若导矢阶数高于次数，则导矢必定为 0 矢量，无显示。

5.2.2 贝齐尔曲线的二分分割

单击菜单项，在弹出的输入参数值对话框中输入定义域 $[0,1]$ 内一参数值 t ，按“确定”按钮，随即生成由该参数值所确定的曲线上一点将原曲线分割成用不同颜色显示的前后两子曲线段，且分别表示成贝齐尔曲线，显示两者的控制顶点和连成的控制多边形。

5.2.3 贝齐尔曲线的一般分割

单击菜单项，在弹出的输入两个参数值对话框中输入定义域 $[0,1]$ 内两个参数值 $t_1 < t_2$ ，按“确定”按钮，随即生成由该两个参数值界定的子曲线段，用与原曲线不同颜色显示，且表示成贝齐尔曲线，显示其控制顶点和连成的控制多边形。从界定子曲线段角度来看，贝齐尔曲线的一般分割涵盖了贝齐尔曲线的二分分割。

5.2.4 贝齐尔曲线的升阶

单击菜单项，随即生成并用不同颜色显示升阶一次后的新控制顶点连成的新控制多边形和所定义的贝齐尔曲线。升阶后的新控制多边形除首末顶点未变外，其他顶点都发生了改变，且控制顶点数增加一个。升阶以后的曲线虽用不同颜色显示，实际上形状未变，只是复盖了升阶前的曲线。在数学上，升阶过程是严格精确的。

升阶过程仍可多次进行下去，每升阶一次，控制顶点数增加一个，控制多边形更加靠近曲线。

5.2.5 贝齐尔曲线的降阶

单击菜单项，随即生成并用不同颜色显示降阶一次后的新控制顶点连成的新控制多边形和所定义的贝齐尔曲线。降阶后，除首末顶点外，其他顶点都发生了变化，且顶点数减少一个。一般地，降阶生成的贝齐尔曲线不再与原曲线重合。特殊情况即原贝齐尔曲线的名义次数（等于控制顶点数减 1）高于它的实际次数情况下，才可能得到精确的降阶。先执行升阶，而后再降阶，就属于这样的情况。然而，有可能因降阶算法引入误差，仅得到近似降阶。

特别地，在绘出降阶一次后的新控制顶点连成的新控制多边形和所定义的贝齐尔曲线的同时，还给出了降阶一次曲线对原曲线的最大偏差值及最大偏差处。

降阶过程也可多次进行下去，直至降到一次为止。每降阶一次，控制顶点数减少一个，控制多边形更加远离曲线。

5.2.6 改变拟合曲线次数

若当前屏幕显示的是一般贝齐尔拟合曲线，其次数取缺省的 5 次。单击本菜单，将弹出“输入次数”对话框，输入新的次数，按“确定”按钮后，即生成新次数的贝齐尔拟合曲线。将可看到，从生成曲线的光顺性角度看，拟合曲线的次数并非越高越好。一般建议不宜超过 5 次。若输入点数等于 6 时，将生成插值曲线。用户还可用鼠标拖动数据点实时改变拟合曲线的形状。但拟合曲线的控制顶点不能拖动。

5.2.7 改变拟合曲线数据点参数化方法

若当前屏幕显示的是一般贝齐尔拟合曲线，单击本菜单，将弹出“拟合曲线数据点参数化方法”对话框，其中显示缺省条件下所取的规范弦长参数化，可改选其他参数化方法，按“确定”按钮退出，即生成并显示形状相应发生改变的拟合曲线、控制多边形及最大偏差值。

5.2.8 显示曲线的相对曲率

单击菜单项，在图形区右下方以红色线条显示曲线的相对曲率随参数而改变的曲线。

5.2.9 返回到原贝齐尔曲线

单击菜单项，使对原来生成的贝齐尔曲线所进行的上述操作后图形所发生的变化消去，恢复原曲线形状。

5.3 曲面类型选择

5.3.1 贝齐尔曲面

点击菜单“贝齐尔曲面→贝齐尔曲面生成”，弹出次级菜单，无论选择“鼠标输入控制顶点”还是“键盘输入控制顶点”，都弹出“输入曲面两参数方向点数”对话框。输入 u 向控制顶点数与 v 向控制顶点数后，按“确定”按钮退出。若选择鼠标输入控制顶点，则按照确定的顶点数，在主视图和俯视图中单击依次输入点（通过在主俯两个视图中输入点来确定控制顶点的三维坐标），输入顺序按先 U 向后 V 向。若选择键盘输入控制顶点，则直接用键盘输入控制顶点的三维坐标值。输入结束，随即显示由控制顶点连成的控制网格及用线架图显示所定义的贝齐尔曲面。

可用鼠标拖动主俯视图中任一个控制顶点，相应控制网格及贝齐尔曲面的形状将发生实时改变。

5.3.2 平移曲面

单击菜单项，弹出次级菜单，无论选择“鼠标输入控制顶点”还是“键盘输入控制顶点”，都弹出“输入曲面两参数方向点数”对话框。输入 u 向控制顶点数与 v 向控制顶点数后，按“确定”按钮退出。实际只需输入 U 向 $v=0$ 边界的控制顶点和 V 向 $u=0$ 边界的其他控制顶点。因两边界首顶点为公共顶点，无需重复输入。按 u 向控制顶点数输完 U 向 $v=0$ 边界的控制顶点后，只需按 $(v \text{ 向控制顶点数}-1)$ 输入 V 向 $u=0$ 那条边界的其他控制顶点。由将这些平移即可得到定义平移曲面的其他顶点。若选择“鼠标输入控制顶点”则按此，在主视图和俯视图中单击依次输入点（通过在主俯两个视图中输入点来确定控制顶点的三维坐标），输入顺序按先 U 向后 V 向。输入后右击退出，随即显示由控制顶点连成的控制网格及用线架图显示所定义的贝齐尔形式的平移曲面。若选择“键盘输入控制顶点”，则直接用键盘输入控制顶点的三维坐标值。当输入要求顶点数的顶点后，会弹出信息框显示“顶点输入完毕！”，按“确定”按钮后，再按“输入点坐标”对话框的“结束”按钮，随即显示由控制顶点连成的控制网格及用线架图显示所定义的贝齐尔形式的平移曲面。

可用鼠标拖动两定义边界的任何一个控制顶点，相关行或列顶点将随之移动，曲面形状发生实时改变。但除两定义边界的控制顶点外的其他顶点，被禁用拖动功能。

5.3.3 贝齐尔曲面拟合

单击菜单项，弹出次级菜单，无论选择“鼠标输入数据点”还是“键盘输入数据点”，都弹出“输入曲面两参数方向点数”对话框。输入 u 向数据点数与 v 向数据点数都不应小于 4，输入后，按“确定”按钮退出。若选择鼠标输入数据点，则按照确定的数据点数，在主视图和俯视图中单击依次输入点（通过在主俯两个视图中输入点来确定数据点的三维坐标），输入顺序按先 U 向后 V 向。若选择“键盘输入数据点”，则直接用键盘输入数据点的三维坐标值。输入结束，随即生成插值四角数据点和缺省条件（拟合曲面两参数次数都取三次，两参数方向数据点参数化方法都取平均规范积累弦长参数化，不显示对数据点的最大偏差）下

的拟合曲面，用线架图显示所定义的贝齐尔拟合曲面，且同时弹出“曲面显示选择”对话框，若用鼠标点击显示曲面网格左边的复选框，将被打上勾，表示被选中，按“确定”按钮退出后，将显示控制网格。若输入的两参数方向数据点数都是 4，将得到过这些数据点的插值曲面。

当生成显示拟合曲面后，屏幕上随即弹出一消息框，告知“计算偏差需要进行耗时的迭代，请稍候！”按“确定”按钮，将计算拟合曲面对数据点的最大偏差，请稍候，即可见到拟合曲面对数据点的最大偏差值及最大偏差数据点位置显示。

可用鼠标拖动主俯视图中任一个数据点，相应贝齐尔拟合曲面的形状及控制网格将发生实时改变。但生成的控制顶点禁用鼠标拖动。

5.4 曲面属性操作

5.4.1 改变曲面的控制顶点(或数据点)

单击菜单项，输入需要修改的控制顶点（或数据点）的 U 、 V 方向的序号，然后用键盘输入点的三维坐标。随即显示顶点（或数据点）新位置、控制网格（或数据网格）相应的变化和曲面形状的变化。

5.4.2 计算显示/隐藏曲线上的点与导矢

单击菜单项，在弹出的输入参数值与偏导矢阶数对话框中输入 u, v 两参数定义域 $[0, 1]$ 内两参数值及偏导矢阶数，按“确定”按钮，随即在曲面上显示该点 $p(u, v)$ 及从该点出发的该偏导矢。若关于两个参数导矢阶数都为 0，则表示该点，仅显示该点及坐标值；若一个偏导矢阶数大于等于 0，另一个大于 0，但都小于等于次数，则既显示点，且显示该导矢及坐标值。这时也可能得到 0 矢量的偏导矢，同样给出显示。但若其中一个偏导矢阶数高于次数，则该偏导矢必定为 0 矢量，无显示。当曲面三视图切换到投影图显示，及从投影图返回三视图显示时，均可保持该项功能。直至再次单击本菜单项才隐藏显示的点和偏导矢。

5.4.3 贝齐尔曲面的一般分割

单击菜单项，弹出“输入两对参数值”对话框，输入 $u1, u2, v1, v2$ ，应使 $0 \leq u1 < u2 \leq 1$ ， $0 \leq v1 < v2 \leq 1$ 。 $u1, u2, v1, v2$ 即界定了单位正方形参数域 $(u, v) \in [0, 1] \times [0, 1]$ 内一子矩形域。相应得到曲面上定义在这一子矩形域上的子曲面片。按“确定”按钮退出后，即用不同颜色显示这一子曲面片及其控制顶点与控制网格。可通过点击显示投影图及进行放大、缩小、左旋、右选、上旋、下旋与还原等各种视图操作，获得更清楚的显示。

5.4.4 贝齐尔曲面的升阶

单击菜单项，弹出“输入曲面升阶选择”对话框，其中有两个小正方形的复选按钮，可勾选其中一个或两个都选上。按“确定”按钮退出，即用不同颜色显示出升阶后的控制顶点与控制网格。也可通过点击显示投影图及进行放大、缩小、左旋、右选、上旋、下旋与还原等各种视图操作，获得更清楚的显示。

同样地，在数学上，曲面升阶过程是严格精确的过程。

曲面升阶也可多次进行下去，生成的控制顶点与控制网格将越来越靠近曲面。

5.4.5 贝齐尔曲面的降阶

单击菜单项，弹出“输入曲面降阶选择”对话框，其中有两个小正方形的复选按钮，可勾选其中一个或两个都选上。按“确定”按钮退出，即用不同颜色显示出降阶后的控制顶点与控制网格。也可通过点击显示投影图及进行放大、缩小、左旋、右选、上旋、下旋与还原等各种视图操作，获得更清楚的显示。

一般地，曲面降阶是近似的。特殊地，当曲面沿某个参数方向的次数即名义次数高于其实际次数，则从名义次数到实际次数的降阶过程，在数学上似应属精确降阶，先升阶后降阶就属于这样的情况，然有可能因降阶算法引入误差仅得到近似降阶。

曲面沿任一个参数方向的降阶也可多次进行下去，直到降到一次为止。

在每次降阶完成的同时，会弹出是否显示曲面偏差的提问对话框，若选“是”，则将计算并显示降阶一次曲面相对于原曲面的最大偏差。因计算偏差需要进行耗时的迭代，请稍候，即可见到最大偏差位置与最大偏差显示，最大偏差位置分别由在降阶曲面与原曲面上最大偏差点给出，两点距离即最大偏差。若有多处相同最大偏差，则仅标记其中一处。

5.4.6 改变拟合曲面的次数

在屏幕显示贝齐尔拟合曲面的情况下，单击菜单项，弹出输入拟合曲面次数对话框，其中显示的次数是当前次数，可输入新的 U 参数与 V 参数次数，按“确定”按钮后，即生成新次数下的贝齐尔拟合曲面。注意某参数次数不能超过该参数方向的数据点数-1,也不能低于二次。可以见到，即使在允许的情况下，并非次数越高就能形状越好的拟合曲面，一般建议不宜超过 5 次。

5.4.7 改变拟合曲面数据点参数化方法

在屏幕显示贝齐尔拟合曲面的情况下，单击菜单项，弹出拟合曲面数据点参数化方法对话框，其中显示选中的单选钮表示当前采用的数据点参数化方法，可改选其他参数化方法。在选定 U 、 V 向参数化方法后，按确定按钮退出，即显示在新参数化方法下形状相应发生改变的贝齐尔拟合曲面及控制网格。

5.4.8 显示投影图

单击菜单项，将切换到在二维平面内显示贝齐尔曲面。视图左上方的坐标系表示曲面当前的 x 、 y 、 z 三坐标轴的方向，可以点击顶层菜单中的视图菜单项的次级菜单中或工具条中的放大（带+号的放大镜图标）、缩小（带-号的放大镜图标）来缩放曲面，还原（不带+一号的放大镜图标）曲面，用左旋（指左箭头）、右旋（指右箭头）、上旋（指上箭头）、下旋（指下箭头）操作来旋转曲面。

5.4.9 返回三视图

单击菜单项，使对原来生成的贝齐尔曲面所进行的操作后图形所发生的变化消去，返回到原曲面三视图。

5.4.10 返回原贝齐尔曲面

当对原贝齐尔曲面进行一般分割或升阶或降阶操作后，欲恢复到之前的显示，可单击该菜单项实现。

5.5 鼠标拖动操作

在显示原贝齐尔曲线情况下，可直接用鼠标拖动曲线控制顶点或数据点，曲线形状发生实时改变，直至松开鼠标为止。

在显示三视图情况下，也可用鼠标拖动贝齐尔曲面的控制顶点和拟合曲面的数据点，曲面形状发生实时改变，直至松开鼠标为止。在显示投影图时不可用鼠标拖动。

5.6 视图操作

对于生成的曲线曲面图形，可以通过视图菜单或工具条中的放大、缩小、还原操作进行图形的变换，对于曲面还能进行左旋、右旋、上旋、下旋操作。

5.7 右键菜单操作

对于生成的曲线曲面图形，除可直接用鼠标左键拖动控制顶点或数据点修改曲线曲面外，还可以移动鼠标指到某个控制顶点或数据点，单击，所指顶点或数据点改变颜色或略微颤动，表示选中，再右击，弹出右键菜单对所指的控制顶点或数据点进行添加、删除、修改操作，相应地曲线曲面发生改变。具体如下。

5.7.1 添加顶点或数据点

单击菜单项，在所选顶点或数据点之后，添加一个点。若选择“鼠标添加”，则单击直接输入需添加的点；若选择“键盘输入”，则在弹出的“输入点的坐标值”对话框中直接用键盘输入点的坐标值。添加结束，即生成添加该顶点或数据点后的曲线。该选项对曲面禁用。

5.7.2 删除顶点或数据点

单击菜单项，即可删除鼠标所指的那个顶点或数据点。删除结束，即生成删除该顶点或数据点后的曲线。该选项对曲面禁用。

5.7.3 修改顶点或数据点

单击菜单项，弹出“输入点的坐标值”对话框，其中显示的是点的当前坐标，用键盘输入修改后点的坐标值。按“确定”按钮退出，即显示修改后顶点或数据点的新位置及生成的新曲线及其控制多边形或新曲面及其控制网格。