

## 第三章使用说明

### 3.0 基本功能号

- 1: 参数多项式插值曲线;
- 5: 高次多项式曲线(存在的问题);
- 6: 三次埃尔米特插值曲线;
- 10: 参数多项式逼近曲线;
- 11: 参数多项式插值曲面;
- 12: 参数双三次曲面片。

### 3.1 曲线类型选择

单击菜单项, 弹出包含参数多项式插值曲线、高次多项式曲线(存在的问题)、三次埃尔米特插值曲线、参数多项式逼近曲线四种曲线类型选择。实际上, 高次多项式曲线(存在的问题)也属于参数多项式插值曲线类型, 因也需要输入数据点并进行独立处理, 故作为一种专用于演示存在问题的特殊类型。

#### 3.1.1 参数多项式插值曲线

单击菜单项, 弹出两种输入方式选择的次级菜单。若选“鼠标输入数据点”, 可移动鼠标, 单击输入点, ……., 输入结束右击退出, 即生成顺序插值这些数据点的缺省条件(数据点取规范积累弦长参数化)下的参数多项式插值曲线。若选“键盘输入数据点”, 将弹出“输入数据点”对话框, 每输入一对  $x$  与  $y$  坐标值, 按“添加”按钮, 全部输入完毕, 按“结束”按钮, 也即生成顺序插值这些数据点的缺省条件(数据点取规范积累弦长参数化)下的参数多项式插值曲线。

#### 3.1.2 高次多项式曲线(存在的问题)

点此弹出演示曲线与输入曲线两个次级菜单项:

##### 3.1.2.1 演示曲线

由 15 个对  $y$  轴对称均匀分布的数据点构造得到参数多项式插值曲线。原本这些点都是位于  $x$  轴上的共线点。共线点得到参数多项式插值曲线仍是过这些点的直线。实际程序中仅将中间那个点沿纵向略微移动。如选该菜单项, 就得到教材图 3.2。内部程序限制数据点只能沿垂直方向即  $y$  轴方向移动。你还可以移动任一个数据点, 实时生成线色不同于原曲线的新插值曲线。若移动中间那个数据点到  $x$  轴上, 就得到过这些共线点的插值直线。可以见到新插值曲线与保留显示的原曲线的形状差别, 特别是移动中间那个数据点偏离  $x$  轴越大时, 导致曲线两端形状越发生更大的改变。凸显出高次参数插值多项式存在的计算不稳定问题。提示, 一旦松开鼠标左键, 新生成的插值曲线不能再拖动, 只能再拖动原曲线, 生成另一新插值曲线。

##### 3.1.2.2 输入曲线

选择“输入曲线”菜单项, 即可用鼠标输入任意多(数据点数大于 5)个数据点, 生成顺序插值这些数据点的高次多项式曲线, 移动一个数据点, 可以发现整体曲线形状都发生改变, 而且可能在其他未被移动点部分形状也发生较大的改变。凸显出高次参数插值多项式存

在的计算不稳定问题。

### 3.1.3 三次埃尔米特插值曲线

单击菜单项，弹出两种输入方式选择的次级菜单。若选“鼠标输入首(末)数据点及切矢”，即可用鼠标依次输入首端点及首端切矢，末端点及末端切矢。输入首端点后，同时显示从首端点出发的一直线段，鼠标指在该直线段另一端即首端切矢矢端，按住左键移动鼠标使首端切矢矢端到希望的位置，松开鼠标，即完成首端切矢输入，依次再输入末端点及末端切矢。输入完毕，即生成由首(末)端点及切矢定义的三次埃尔米特(Hermite)插值曲线。若选“键盘输入首(末)数据点及切矢”，将弹出输入首末端点及切矢对话框，首(末)端点输入其坐标值，首(末)端切矢输入的是其分量值，即从首(末)端点到首(末)端切矢矢端这矢量的 $x$ 与 $y$ 分量值。按“确定”按钮退出，也即生成由首(末)端点及切矢定义的三次埃尔米特插值曲线。

特别说明：上述实际输入的首(末)端切矢矢端仅是首(末)端切矢上离首(末)端点为首(末)端切矢长度的 $1/3$ 处，即显示的首(末)端切矢模长仅是实际模长的 $1/3$ 。这样处理是为了扩大首(末)端切矢矢端的拖动范围。

### 3.1.4 参数多项式逼近曲线

单击菜单项，弹出两种输入方式选择的次级菜单。若选“鼠标输入数据点”，即可移动鼠标，单击输入点，……，输入结束右击退出，即生成顺序插值这些数据点的缺省条件(数据点取规范积累弦长参数化，逼近曲线次数为5次)下的参数多项式逼近曲线。若选“键盘输入数据点”，将弹出“输入数据点”对话框，每输入一对 $x$ 与 $y$ 坐标值，按“添加”按钮，全部输入完毕，按“结束”按钮，也即生成顺序插值这些数据点的缺省条件(数据点取规范积累弦长参数化，逼近曲线次数为5次)下的参数多项式逼近曲线。

## 3.2 曲线属性操作

### 3.2.1 改变曲线数据点参数化方法

弹出“数据点参数化方法”对话框，可在四种参数化方法：规范均匀参数化、规范弦长参数化、规范向心参数化与规范福利参数化方法中任选一种。可见到不同的数据点参数化方法对曲线形状的影响。

### 3.2.2 不同参数化对曲线的影响

这里采用不同的线颜色显示同一组数据点、采用4种数据点参数化方法生成的4条不同形状的曲线，可拖动数据点，使得四条曲线同时发生改变，由此可了解不同参数化方法对曲线形状的影响，比较其优劣。

### 3.2.3 显示曲线定义域与参数分割

单击显示出曲线定义域及由数据点参数化决定的参数分割。所有曲线定义域均取规范域 $0 \leq u \leq 1$ 。

### 3.2.4 计算显示/隐藏曲线上的点和导矢

单击弹出“输入参数值 $u$ 和导矢阶数 $j$ ”对话框，按“确定”按钮，显示当前所绘各种类型曲线上对应该参数的点 $p(u)$ 及其 $j$ 阶导矢。零阶导矢就是点 $p(u)$ ，高于曲线次数的高阶导矢都是零矢量，无显示。再点单击菜单项，隐藏显示。

### 3.2.5 显示/隐藏转换成贝齐尔表示

将当前所绘各种类型曲线表示转换成贝齐尔表示，显示出由控制顶点（或贝齐尔点）连成的控制多边形，且曲线改由绘制贝齐尔绘出。

### 3.2.6 改变参数多项式逼近曲线次数

单击菜单项，弹出“输入拟合多项式的次数”对话框，在编辑框里显示的是当前次数，可以改变当前次数，输入一个新次数，按“确定”按钮，即可生成同一组数据点在新次数下参数多项式逼近曲线。由此可见到，参数多项式逼近曲线次数对逼近曲线形状的影响，次数越高，未必逼近效果越好。

### 3.2.7 显示相对曲率

单击菜单项，在图形区右下方显示当前所绘各种类型曲线的相对曲率随参数变化的图形。

### 3.2.8 返回原参数曲线

单击菜单项，返回由原来输入数据定义的曲线形状。

## 3.3 曲线部分的非属性操作

### 3.3.1 鼠标拖动数据点

不使用属性操作菜单，直接用鼠标拖动数据点即可实时改变曲线形状。参数多项式插值曲线、三次埃尔米特插值曲线与逼近曲线在转换成贝齐尔曲线表示前，均可用鼠标拖动数据点即可实时改变曲线形状。在转换成贝齐尔曲线表示后，鼠标拖动数据点被禁用。

对于三次埃尔米特插值曲线，还可直接用鼠标拖动其首末端切矢矢端，即可实时改变曲线形状。

用户将注意到，对于三次埃尔米特插值曲线，用鼠标拖动首或末数据点时，相应首或末端切矢也随之平移，而保持方向和模长不变。

### 3.3.2 右键菜单操作

不使用属性操作菜单。直接移动鼠标指到某个数据点，单击，该数据点位置的小正方形改变成红色，表示被选中。然后，右击，弹出 3 个菜单项的右键菜单包含：

#### 3.3.2.1 添加数据点

该选项适用于多项式插值曲线与逼近曲线，不适用于三次埃尔米特插值曲线。单击该选项将在被选中数据点与后邻数据点之间添加一数据点。单击弹出包含鼠标添加与键盘添加两个不同添加方式选项的次级菜单。若选鼠标添加，可移动鼠标到希望的位置，单击，即完成在该处添加一数据点，且实时生成新的曲线。若选键盘添加，则弹出“输入点的坐标值”对话框，编辑框中显示的是当前被选中数据点的坐标，输入新的坐标，按“确定”按钮完成添加，且实时显示该数据点及生成新的曲线。如果没有改动对话框中显示的坐标值，按“确定”按钮，则将仅显示数据点，不生成曲线。

#### 3.3.2.2 删除数据点

该选项适用于多项式插值曲线与逼近曲线，不适用于三次埃尔米特插值曲线。单击，即删除被选中的数据点，且实时生成删除该点后新的曲线。

#### 3.3.2.3 修改数据点

该选项适用于全部三种类型曲线。单击，弹出“输入点的坐标值”对话框，对话框中显示的是当前被选中数据点的坐标，进行修改后，按“确定”按钮，即实时显示修改后的位

置及生成新的曲线。若不进行修改按“确定”按钮，曲线不发生改变。对于三次埃尔米特插值曲线，不仅可修改首末端点，也可修改首末切矢矢端。

### 3.4 曲面类型选择

单击菜单项，弹出包含“参数多项式插值曲面”和“参数双三次曲面片”两种类型曲面选择。

#### 3.4.1 参数多项式插值曲面

单击菜单项，弹出两种输入方式选择的次级菜单。若选“鼠标输入数据点”，在弹出的“输入曲面两参数方向数据点数”对话框中，分别键入  $U$  向和  $V$  向数据点数，按“确定”按钮退出，即可移动鼠标，在主、俯视图各按鼠标左键输入一点，以定义一空间点的三坐标。按在对话框输入的  $U$  向数据点数沿  $U$  向输入一排，共输入排数等于  $V$  向数据点数，程序将自行退出输入，生成并显示缺省条件（两个参数方向都取平均规范积累弦长参数化）下的参数多项式插值曲面。若选“键盘输入数据点”，在弹出的“输入曲面两参数方向数据点数”对话框中，分别键入  $U$  向和  $V$  向数据点数，按“确定”按钮退出。将弹出“输入点的坐标”对话框，每输入一组  $(x, y, z)$  三坐标，按“添加”按钮，再沿  $U$  向输入下一点，输完点数等于  $U$  向数据点数的一排点后，再输下一排，共输入排数等于  $V$  向数据点数，输完后，按“结束”按钮退出，即生成并显示缺省条件（两个参数方向都取平均规范积累弦长参数化）下的参数多项式插值曲面。

#### 3.4.2 参数双三次曲面片

单击菜单项，弹出两种输入方式选择的次级菜单。若选“鼠标输入四角点”，图形区将切换进入三视图视区，在主、俯视图各单击输入一点，以定义空间点的三坐标。沿所选定的  $U$  向输入下一点，两点为一排，再输下一排两个点。输入完毕，即生成并显示缺省条件（两个参数方向都取自由端点条件）下的参数双三次曲面片。这样的曲面片实质上就是双线性曲面片，可见其两族等间隔参数线呈均匀分布。若选“键盘输入四角点”，将弹出“输入四角点”对话框，直接键入四角点的三坐标。输入完成后，按“确定”按钮退出，即生成并显示缺省条件（两个参数方向都取自由端点条件）下的参数双三次曲面片。这样的曲面片实质上就是双线性曲面片，可见其两族等间隔参数线呈均匀分布。

### 3.5 曲面属性操作

#### 3.5.1 改变曲面数据点参数化方法

单击菜单项，将弹出“曲面数据点参数化”对话框，其中显示选中的是当前采用的  $U$  向与  $V$  向参数化，首次弹出时所显示的两个参数方向参数化都是平均规范参数化，可以其中一个或两个改选为平均规范弦长参数化，按“确定”按钮退出，即显示数据点参数化更改后形状相应发生变化的参数多项式插值曲面。

#### 3.5.2 修改曲面数据点

这里的曲面数据点包括参数双三次曲面片的四个角点。单击菜单项，将弹出“输入待修改数据点的  $U$ 、 $V$  向序号”对话框，输入两序号后，按“确定”按钮退出，将弹出“输入数据点的坐标值”对话框，其中显示的是该点的当前三坐标值，可以修改输入新的坐标值，然后按“确定”按钮退出，即显示该数据点修改后形状相应发生变化的参数多项式插值曲面。

#### 3.5.3 显示/隐藏曲面定义域与参数分割

单击菜单项，将在右下方的第四视图显示曲面定义域与参数分割，它是单位正方形的矩形分割。再次单击菜单项，则将隐藏曲面定义域与参数分割。

#### 3.5.4 计算显示曲面上的点与偏导矢

单击菜单项，将弹出“输入两参数值及偏导矢阶数”对话框，输入  $u$ 、 $v$  参数值及关于  $u$  偏导矢阶数和关于  $v$  偏导矢阶数后，按“确定”按钮退出，将在曲面上和定义域内各显示一点，曲线上的点即参数为输入值所决定的一点，定义域内那点由  $u$ 、 $v$  参数作为两坐标决定。曲面上那点即是定义域内那点的对应点，并显示关于  $u$ 、 $v$  偏导矢阶数的偏导矢。

本功能仅限在显示三视图情况下可用。

#### 3.5.5 显示曲面的投影图

单击菜单项，三视图消失，位于屏幕中心区域显示曲面的投影图。这时，可用鼠标单击位于顶层菜单下面的左箭头、右箭头、上箭头、下箭头 4 个工具按钮，使图形作左旋、右旋、上旋、下旋运动，每点击一下，运动一个增量步。还可点右侧另外 3 个其上带有放大镜图形的工具按钮，其中带“+”号的表示放大，带“-”号的表示缩小，不带“+”和“-”号的表示复原。

#### 3.5.6 返回到曲面三视图

若当前显示的是曲面的投影图，单击菜单项，将返回到曲面三视图。

#### 3.5.7 显示/隐藏曲面角点偏导矢

专用于参数双三次曲面片，单击菜单项，原本未显示角点偏导矢的曲面图形将显示四角点的全部偏导矢，每个角点有与所在  $u$  参数边界相切  $U$  向切矢、与所在  $v$  参数边界相切的  $V$  向切矢和被误称为扭矢的混合偏导矢，总共 16 个偏导矢。3 种偏导矢用不同的颜色表示。再次单击菜单项，则隐藏所显示的曲面角点偏导矢。

#### 3.5.8 修改双三次曲面片四角点

专用于参数双三次曲面片，单击菜单项，将弹出“输入四角点”对话框，对话框中显示的是四角点当前坐标值。可以输入新的角点坐标值，也可保持已有的坐标值，输入完毕，按“确定”按钮退出，即生成并显示修改角点后形状发生了改变的双三次曲面片。开发者在开发本功能时，注意到，修改角点不能影响角点偏导矢，即角点偏导矢的方向与模长都不应发生改变，而只是进行了平移，将其始点从原角点改变到新的角点。

#### 3.5.9 修改双三次曲面片四角点偏导矢

专用于参数双三次曲面片，单击菜单项，将弹出“修改角点偏导矢”对话框，其中对话框中显示的是四角点当前各偏导矢矢端的坐标值。输入新的角点偏导矢矢端坐标值，按“确定”按钮退出，即生成并显示修改角点偏导矢后形状发生了改变的双三次曲面片。

若用户在单击菜单项前，先单击菜单项“修改双三次曲面片四角点”，记下弹出的对话框中给出的四角点 12 个坐标，不进行任何修改，直接按“确定”按钮或“取消”按钮退出。再次单击菜单项，将这 12 个坐标填入对应角点偏导矢三坐标的对话框中，意味着四个角点混合偏导矢都取成零矢量，则得到弗格森双三次曲面片，否则，将得到孔斯双三次曲面片。

#### 3.5.10 转换成双三次贝齐尔曲面表示

专用于参数双三次曲面片，单击菜单项，将显示转换成双三次贝齐尔曲面表示下的控制

顶点及其连接成的控制网格。曲面形状保持不变。

## 3.6 曲面部分非属性操作

### 3.6.1 鼠标拖动修改数据点

将光标移到某个希望修改的数据点上，按住左键不放，移动鼠标到希望的位置后松开，将即时生成该数据点移动位置后形状发生了改变的曲面。

对于参数双三次曲面片，如果角点偏导矢处在显示状态，当用鼠标拖动四角点中的任一角点时，相应该角点的三个偏导矢都随之发生平移，而保持其方向与模长不变。

### 3.6.2 鼠标拖动修改角点偏导矢

专用于参数双三次曲面片，将光标指到某个希望修改的角点偏导矢矢端，按住左键不放，移动鼠标到希望的位置后松开，将即时生成该的角点偏导矢矢端移动位置后形状发生了改变的曲面。角点偏导矢的始端保持不动，矢端位置改变，即意味着该偏导矢的方向和模长都可能发生改变。

上述两种鼠标拖动都仅限制在显示三视图情况进行。显示投影图时不能进行鼠标拖动。

注：对于曲面进行鼠标拖动，特别是拖动双三次曲面片的四个角点和 12 个偏导矢矢端时，应细微缓慢进行，否则可能因计算机速度慢反应不及时而出现黑屏，但只要按住鼠标左键不放，至希望的位置再松开，一般仍能恢复图形显示。万一松开鼠标左键仍呈现黑屏，可单击“曲面属性操作→显示投影图→返回三视图”，将恢复图形显示。

## 3.7 视图操作

对于生成的曲面图形，当显示投影图时，可以通过视图菜单中的放大、缩小、还原、左旋、右旋、上旋、下旋菜单项进行相应的图形变换。也可通过点按工具条中的放大、缩小、还原、左旋、右旋、上旋、下旋按钮对图形作同样的变换。

## 3.8 右键菜单操作

对于生成的曲线曲面图形，除可直接用鼠标左键拖动数据点修改曲线曲面外，还可以移动鼠标指到某个数据点，单击，所指数据点改变颜色或略微颤动，表示选中，再右击鼠标，弹出右键菜单对所指的数据点进行添加、删除、修改操作，相应地曲线曲面发生改变。具体如下：

### 3.8.1 添加顶点或数据点

单击菜单项，在所选数据点之后，添加一个点。若选择“鼠标添加”，则单击鼠标直接输入需添加的点；若选择“键盘输入”，则在“弹出的输入点的坐标值”对话框中直接用键盘输入点的坐标值。添加结束，即生成添加该数据点后的曲线。该选项对曲面禁用。

### 3.8.2 删除顶点或数据点

单击菜单项，即可用删除鼠标所指的那个数据点。删除结束，即生成删除该数据点后的曲线。该选项对曲面禁用。

### 3.8.3 修改顶点或数据点

单击菜单项，弹出“输入点的坐标值”对话框，其中显示的是点的当前坐标，用键盘输入修改后点的坐标值。按“确定”按钮退出，即显示修改后数据点的新位置及生成的新曲线或新曲面。