

## 第八章 使用说明

**特别提示：**为避免因类型转换引起误差导致数据精度损失，本章将由鼠标或键盘输入的控制顶点、临时存储顶点及生成的新顶点和曲线曲面上的点、曲线各阶导矢、曲面各阶偏导矢的数据类型全部从整型数改为双精度。仅在显示点与图形时转换成整型输出，凡数据输出都改用精确到小数点后两位。计算偏差时设定的容差 TOL 从原来的  $TOL=\sqrt{2}$  改为  $TOL=0.01$ 。

### 8.0 基本功能号

- 1: 一般 B 样条曲线;
- 2:  $k-1$  阶参数连续  $k$  次 B 样条闭曲线;
- 8: B 样条曲面。

### 8.1 B 样条曲线类型选择

B 样条曲线首先划分为一般 B 样条曲线与特殊的 B 样条曲线，这里所指特殊 B 样条曲线特指  $k-1$  阶参数连续  $k$  次 B 样条闭曲线。而一般 B 样条曲线既可构造开曲线，也可构造闭曲线，但一般地在相重的首末端点处仅  $C^0$  连续即位置连续。

然后，将进入 B 样条曲线的另一种通常的分类方法即按节点矢量划分类型，见 7.1.3 节。

#### 8.1.1 一般 B 样条曲线

点击菜单“曲线类型选择→一般 B 样条曲线”，弹出输入方式选择的次级菜单。若选择“鼠标输入控制顶点”，则单击直接输入点，右击结束输入；若选择“键盘输入控制顶点”，则直接用键盘输入点的坐标值。输完点后，在弹出的“曲线次数”对话框中再输入曲线的次数，按“确定”按钮退出，即生成并显示缺省曲线类型、次数为输入次数的均匀 B 样条曲线。

#### 8.1.2 $k-1$ 阶参数连续 $k$ 次 B 样条闭曲线

单击菜单项，弹出输入方式选择的次级菜单。若选择“鼠标输入控制顶点”，单击直接输入点，右击结束输入；若选择“键盘输入控制顶点”，则直接用键盘输入点的坐标值。输完点后，在弹出的“曲线次数”对话框中再输入曲线的次数，按“确定”按钮退出，即生成并显示缺省曲线类型、次数为输入次数的均匀 B 样条曲线。

注意：本类型 B 样条闭曲线的控制多边形不仅封闭，而且首末端  $k$  个顶点依次相重（皮格尔与蒂勒称之为带包绕的非固支类型，简称包绕型 B 样条闭曲线），用户不必输入相重的顶点，内部程序将自动完成该项工作。即如果下一个要输入的顶点应是首顶点时，即可不必输入，鼠标输入时直接右击退出，键盘输入时直接按“确定”按钮退出。否则将出错。

#### 8.1.3 按节点矢量转换类型

单击菜单项，弹出“曲线类型”对话框，首次显示缺省曲线类型的准均匀 B 样条曲线。再次显示则是当前所用的曲线类型。开曲线可选择五种类型中任何一种，闭曲线限选均匀 B 样条曲线或一般非均匀 B 样条曲线(哈特利-贾德方法)。选定后，按“确定”按钮退出，即生成并显示修改曲线类型后的 B 样条曲线。

### 8.2 曲线属性操作

#### 8.2.1 修改控制顶点

单击菜单项，弹出“顶点序号”对话框，输入待修改顶点的序号，按“确定”按钮退出

后,又弹出“修改顶点坐标”对话框,中间两编辑框中显示的是待修改那个顶点的两个当前坐标值。输入新的坐标值后按“确定”按钮退出,即显示该顶点修改后的位置、控制多边形及形状发生了变化的曲线。

### 8.2.2 曲线次数选择

点击菜单“曲线属性操作→曲线次数选择”。弹出“次数选择”对话框,若输入顶点数小于4个,编辑框中首次显示的是0;若输入顶点数大于等于4个,则编辑框中首次显示的是缺省次数3次。输入新次数后,按“确定”按钮退出,则生成并显示新次数下的B样条曲线。

### 8.2.3 显示节点矢量

单击菜单项,则在图形下方显示包括重复度和相异节点值的节点矢量。

### 8.2.4 计算显示曲线上点和导矢

单击菜单项,弹出“输入参数值 $u$ 与导矢阶数”对话框,输入后按“确定”按钮退出,即在节点矢量轴上显示该参数值 $u$ ,并在曲线上显示对应点及其导矢,在导矢矢端显示该导矢的两个坐标分量值。若矢端超出图形区边界,则在该导矢与图形区边界的交点附近显示导矢的两个坐标分量值。若导矢阶数大于次数,则导矢为零矢量,无导矢图形显示。若导矢阶数等于0,0阶导矢即曲线上点。

特别地,若输入的参数值 $u$ 为内节点值,则将会弹出“内节点值导矢选择”对话框,如直接按“确定”按钮退出,即默认情况下将计算输出右导矢,也可通过单选钮改为点选计算左导矢,则输出左导矢。左右导矢有可能相等,也有可能不相等即不连续,取决于次数、节点重复度与导矢阶数。

### 8.2.5 插入节点

在显示B样条曲线与节点矢量情况下,单击菜单项,弹出次级菜单,若选择“鼠标输入 $u$ 值”选项,则用鼠标在节点矢量轴上点取参数值;若选择“键盘输入 $u$ 值”选项,将弹出“输入 $u$ 值”对话框,按“确定”按钮退出,两种输入 $u$ 值选项输入 $u$ 值后,都将弹出“输入重复插入同一节点的次数”对话框,输入后,按“确定”按钮退出。即生成并显示红色的新顶点,并用红线顺序连接成多边形。这红线多边形将取代其两端红色新顶点之间的原蓝色顶点,并与其他原蓝色顶点一起,成为插入节点后该B样条曲线的控制顶点。插入节点不改变曲线的形状,当然也不改变曲线的连续性。

若希望插入的节点是已有的重复度为 $r$ 的节点,插入 $l$ 次将导致该节点重复度成为 $r+1$ 。但有可能用鼠标点中的不正好是该已有重复度为 $r$ 的节点,导致事与愿违。为避免这种情况发生,可试将插入次数定为(次数 $r+1$ ),如果弹出消息框显示“插入次数 $l$ 值设置不合适!”,要求重新输入插入次数 $l$ ,这表明点中了该已有重复度为 $r$ 的节点,然后可输入合适的插入次数;否则表明没有点中。

不管原来选择了“鼠标输入 $u$ 值”还是“键盘输入 $u$ 值”,若希望在已经插入的基础上继续进行新的插入节点,仍可选择“鼠标输入 $u$ 值”或“键盘输入 $u$ 值”这时前面已插节点也就成为了原节点,替代原顶点的那些顶点也成为了原顶点。在弹出“输入重复插入同一节点的次数”对话框中输入重复插入同一 $u$ 值的次数,将生成并显示红色的新顶点及其连接成的多边形。这红线多边形将取代其两端红色新顶点之间的原蓝色顶点,并与其他原蓝色顶点一起,成为插入该节点后B样条曲线的控制顶点。这一过程可重复进行下去,直至最后一次输入 $u$ 值后在弹出“输入重复插入同一节点的次数”对话框中输入重复插入同一 $u$ 值的次数为0次结束。实际上以另一种方式实现并完成了节点细化的功能。

无论选择“鼠标输入 $u$ 值”还是“键盘输入 $u$ 值”,如果你在输入最后一个 $u$ 值,在弹

出“输入重复插入同一节点的次数”对话框后，编辑框中显示 0，直接按“确定”按钮，则意味着结束插入过程。这最后一个  $u$  值因不插入，即可在节点矢量轴随便点一个  $u$  值，然后在弹出的“输入重复插入同一节点的次数”对话框（编辑框中显示 0）后，直接按“确定”按钮即可。注意，欲结束插入过程，一定要这样进行，否则可能出错。

然后，可点击菜单“返回到原 B 样条曲线→显示节点矢量→插入节点”，进行新一轮节点插入。

### 8.2.6 节点细化

在显示 B 样条曲线与节点矢量情况下，单击菜单项，弹出次级菜单，若选择“鼠标输入节点”选项，则用鼠标在节点矢量轴上点取表示相异节点参数值，点取后，将在该处画出红色小方形为节点标志，并弹出“输入重复插入同一节点的次数”对话框，输入重复插入次数后，按“确定”按钮退出，将在该节点下方写出其节点值，在上方标出其重复插入次数或称插入重复度。再用鼠标在节点矢量轴上另一位置点取下一个相异节点参数值，在弹出的对话框中输入该节点的插入重复度。……。这过程可一直进行下去，直到输完要插入的节点序列。这时可在其后任意点取一参数值，在后弹出的对话框中输入该节点的插入重复度—1，即表示退出输入。按“确定”按钮后，随即生成并绘出节点细化后的控制顶点及连成的控制多边形。控制顶点中包括未被取代的原顶点及取代某些原顶点的那些新顶点。曲线下方的原节点矢量则相应变成细化后曲线的节点矢量。

若选择“键盘输入节点”选项，则先弹出“输入  $u$  值”对话框，输入相异节点参数  $u$  值，按“确定”按钮后，又弹出“输入重复插入同一节点的次数”对话框，输入该节点的插入重复度后，按“确定”按钮后，即在节点矢量轴上显示出该节点标志、节点值及其插入重复度，并又弹出“输入  $u$  值”对话框，……。这过程可一直进行下去，直到输完要插入的节点序列。这时可在最后弹出的“输入  $u$  值”对话框中任意输入一参数值，在后弹出的对话框中输入该节点的插入重复度 0，即表示退出输入。按“确定”按钮后，随即生成并绘出节点细化后的控制顶点及连成的控制多边形。控制顶点中包括未被取代的原顶点及取代某些原顶点的那些新顶点。在曲线下方的绘出细化后曲线的节点矢量。

无论是鼠标或键盘输入节点序列，输入的相异节点序列都应位于定义域  $[0,1]$  内，且应满足严格递增要求；若所插节点非定义域端点，插入重复度应取 0 到(次数-已有重复度)范围内整数；若所插节点是定义域端点，插入重复度应取 0 到(次数-已有重复度+1)范围内整数，否则都会要求重新输入。

节点细化与插入节点是异曲同工，区别仅在于插入节点是逐个输入逐个处理显示，能看到中间过程和最后结果；而节点细化则是输入一个序列或一批（注：这一个序列或一批可少至一个或甚至 0 个），然后进行批处理显示，看不到中间过程，只能看到所要的最后结果。

### 8.2.7 B 样条曲线的一般分割

在显示 B 样条曲线与节点矢量情况下，单击菜单项，弹出次级菜单，若选择“鼠标输入分割区间”选项，则用鼠标在节点矢量轴上点取表示定义区间的左右两参数值，点取先后顺序不限制，两参数间绘出红线部分即表示分割区间，同时在 B 样条曲线上用红线绘出定义在该分割区间上的子样条曲线及其控制顶点。若选择“键盘输入分割区间”选项，则弹出“分割区间”对话框，可输入定义区间的左右端点值  $a$  与  $b$ ，按“确定”按钮退出，即在节点矢量轴上用红线显示该分割区间，又在其上方显示子样条曲线的节点矢量，同时在 B 样条曲线上用红线绘出定义在该分割区间上的子样条曲线及其控制顶点。

可在在节点矢量轴上点取新的参数值，若新参数值大于若新参数值大于已有左端点值，则已有左端点值不变，新参数值取为右端点值。若新参数值小于已有两端点值，则已有左端点值变为右端点值，新参数值取为左端点值。

若希望进行新的插入节点过程，可点击菜单“返回到原 B 样条曲线→显示节点矢量→B 样条曲线的一般分割”，重新输入两端点参数值。

### 8.2.8 B 样条曲线的节点消去

在生成显示 B 样条曲线与节点矢量情况下，单击菜单项，将弹出“节点消去的控制顶点精度”对话框，输入节点消去中控制顶点允许偏差值，在编辑框中显示的设定值是 0.01，用户可输入新允差值，按“确定”按钮退出后，将用红色显示在给定允差内消去尽可能多的内节点后生成的新顶点顺序连成的多边形及其所定义的曲线。同时显示节点消去后用新节点值与新重复度表示的新节点矢量，可以见到相对于原节点矢量的变化情况。还在新节点矢量轴上方显示节点消去结果信息。在全部或部分内节点被消去的情况下，将弹出是否计算显示偏差对话框，若按是按钮，则将计算并显示节点消去曲线相对于原曲线的最大偏差。特殊地，譬如若原曲线由某曲线插入节点得到，且在给定控制顶点允许偏差值情况下，插入的节点将全部被消去或部分被消去。如果在给定顶点允许偏差值下仅消去部分节点，可单击“返回到原 B 样条曲线→显示节点矢量”，重复点击本菜单项，同时适当增大控制顶点允许偏差值，即可继续消去更多节点。从显示角度看，若节点消去曲线相对于原曲线的最大偏差大于一个像素，将看不出节点消去曲线和原曲线的差别。然而，因节点消去算法的每一步都是线性外插及消去过程中输入输出时进行类型转换导致精度损失和误差积累，在理论上可精确消去的节点在实际中不一定能被消去。

因计算节点消去曲线相对于原曲线的最大偏差是个耗时的迭代过程，若遇到显示最大偏差时，请稍候，才可见到最大偏差显示。

定义域端节点及其以外的节点不能被消去。定义域端节点只能在曲线降阶过程中减少其重复度。

### 8.2.9 B 样条曲线的升阶

在生成显示 B 样条曲线与节点矢量情况下，单击菜单项，将显示由红色顶点顺序连成的多边形取代原蓝色顶点及其多边形，这些红色顶点是原曲线升阶一次后的新顶点，所定义的曲线保持不变。同时也可见到节点矢量中每个相异节点值的重复度都增加 1。可重复点击本菜单项，每单击一次，曲线升阶一次，多一个控制多边形，形成一个越来越接近曲线的多边形序列。

### 8.2.10 B 样条曲线的降阶

在生成显示 B 样条曲线情况下（节点矢量可显示也可不显示），单击菜单项，将生成显示降阶一次后的新节点矢量，并用不同线色显示降阶一次的 B 样条曲线及控制多边形。在此过程中，将出现提问是否希望降阶曲线插值顶点的对话框，按“否”按钮，在一般情况下作为逼近解的降阶曲线将不插值首末顶点，仅在特殊情况譬如先升阶后降阶或原曲线控制顶点相对位置满足特定关系下得到精确降阶才插值首末顶点；按“是”按钮，则将强制让降阶曲线插值顶点。继续进行，还将弹出是否计算曲线偏差对话框，若按“是”按钮，将进行降阶曲线与原曲线间的豪斯多夫(Hausdorff)距离为最大偏差的计算。因需进行耗时的迭代，稍候即可见到最大偏差处与最大偏差显示。若存在多处相同的最大偏差，则仅标记其中一处。

可连续单击本菜单项，直至降到最低的一次为止。

还可先升阶后降阶或先插入节点后降阶等多项操作。

### 8.2.11 显示曲率

无论当前显示的是哪种类型 B 样条曲线，单击菜单项，都将显示曲线的相对曲率随参数变化的红色曲线。

### 8.2.12 返回到原 B 样条曲线

单击菜单项，将因改变次数、显示节点矢量、插入节点、节点消去、升阶、降阶等这些属性操作而使屏幕显示发生改变的状态又恢复到原来状态。

### 8.2.13 鼠标拖动修改曲线形状

这是在菜单项中未列出的一项属性操作，即不必单击菜单即可进行。

对生成的 B 样条曲线，都可移动鼠标指到某个希望移动的控制顶点，按住鼠标左键不放，移动鼠标，即可拖动该顶点，曲线形状随之发生变化，直至拖动到某个希望的位置松开鼠标为止。

但该菜单项在插入节点、B 样条曲线的一般分割、节点细化和节点消去时被禁用。

## 8.3 B 样条曲面类型选择

### 8.3.1 B 样条曲面

单击“B 样条曲面类型选择→B 样条曲面”，弹出输入方式选择的次级菜单。不管是选择“鼠标输入控制顶点”还是“键盘输入控制顶点”，都将弹出“设置  $U$  向  $V$  向控制顶点数”对话框，在输入两个方向顶点数后，按“确定”按钮退出，又弹出“输入曲面  $U$  向  $V$  向的次数”对话框，输入后，按“确定”按钮退出。若选择“鼠标输入控制顶点”，则屏幕显示三视图视区，即可按照输入的顶点数目在主视图和俯视图单击依次输入点（通过在两个二维视图中输入点来确定控制顶点的三维坐标），按  $u$  向顺序输入；若选择“键盘输入控制顶点”，则在弹出的“输入点坐标”对话框中直接用键盘输入控制顶点的三维坐标值。输入完按“结束”按钮，并按“确定”按钮退出。即生成并显示所输入顶点和次数定义的 B 样条曲面的三视图，且在右下方的第四视区显示  $U$  向、 $V$  向节点矢量。

### 8.3.2 按节点矢量转换类型

单击菜单项，将弹出“选择曲面  $U$  向  $V$  向的类型”对话框，其中显示的是按  $U$  向、 $V$  向节点矢量分类的各五种曲面类型。缺省为准均匀 B 样条类型。可不予改变，也可在选择新类型， $U$  向、 $V$  向类型可相同，也可不同。选定后，按确定按钮退出，则生成并显示所选类型下的 B 样条曲面三视图及第四视区的  $U$  向、 $V$  向节点矢量。

## 8.4 曲面属性操作

### 8.4.1 修改曲面控制顶点

单击菜单项，将弹出“输入曲面  $v$  向  $u$  向索引值”对话框，都从 0 开始，输入后，按“确定”按钮，又弹出“输入控制顶点的坐标值”对话框，编辑框中显示的是由输入的  $v$  向  $u$  向索引值指定的那个顶点的当前三坐标值。可不予改变，也可输入新坐标值，然后，按“确定”按钮退出，则生成并显示该顶点修改后的 B 样条曲面。

### 8.4.2 改变曲面次数

单击菜单项，将弹出“输入曲面  $v$  向  $u$  向的次数”对话框，编辑框中显示的是当前的次数，可不予改变，也可输入新次数，然后，按“确定”按钮退出，则生成并显示该所输入次数的 B 样条曲面。

### 8.4.3 计算显示/隐藏曲面上的点和偏导矢

单击菜单项，在弹出的“输入参数值与偏导矢阶数”对话框中输入两参数定义域 $[0,1]$ 内两参数值  $u$ 、 $v$  及偏导矢阶数，按“确定”按钮，随即在曲面上显示该点  $p(u,v)$  及从该点出发的该偏导矢。若关于两个参数导矢阶数都为 0，则表示该点，仅显示该点及坐标值；若一个偏导矢阶数大于等于 0，另一个大于 0，但都小于等于次数，则既显示点，且显示该导矢及坐标值。这时也可能得到 0 矢量的偏导矢，同样给出显示。但若其中一个偏导矢阶数高于次数，则该偏导矢必定为 0 矢量，无显示。当曲面三视图转换到投影图显示，及从投影图

返回三视图显示时，均可保持该项功能。

在显示曲面偏导矢后，若再点击本菜单项，则显示隐藏或者说消失。

特别地，若输入的两个参数值之一的  $U$  参数值，为  $U$  内节点值，另一个  $V$  参数值非  $V$  内节点值，则将会弹出“ $U$  内节点值导矢选择”对话框，如直接按“确定”按钮退出，即默认情况下将计算输出右  $u$  偏导矢，也可通过单选钮改为点选“计算左  $u$  偏导矢”，则输出左  $u$  偏导矢。左右  $u$  偏导矢有可能相等，也有可能不相等即不连续，取决于  $U$  参数次数、该  $U$  内节点重复度与  $u$  偏导矢阶数。类似地若输入的两个参数值之一的  $V$  参数值，为  $V$  内节点值，另一个  $U$  参数值非  $U$  内节点值，则将会弹出“ $V$  内节点值导矢选择”对话框，如直接按“确定”按钮退出，即默认情况下将计算输出右  $v$  偏导矢，也可通过单选钮改为点选“计算左  $v$  偏导矢”，则输出左  $v$  偏导矢。左右  $v$  偏导矢有可能相等，也有可能不相等即不连续，取决于  $V$  参数次数、该  $V$  内节点重复度与  $v$  偏导矢阶数。若输入的  $U$ 、 $V$  两个参数值分别是  $U$ 、 $V$  内节点值，则将先弹出“ $U$  内节点值导矢选择”对话框，后弹出“ $V$  内节点值导矢选择”对话框，将有四种选择组合，计算输出将是右  $u$  右  $v$ 、左  $u$  左  $v$ 、右  $u$  左  $v$ 、左  $u$  右  $v$  四种偏导矢之一。

#### 8.4.4 B 样条曲面的节点细化

单击菜单项，弹出“鼠标输入  $U$ 、 $V$  值序列”或“键盘输入  $U$ 、 $V$  值序列”的次级菜单。若选前者，则可用鼠标分别在第四象限的用节点值与重复度表示的  $U$ 、 $V$  节点矢量轴上点取要插入的  $U$ 、 $V$  值，应先  $U$  后  $V$ 。每点一个值，会弹出“输入重复插入同一节点的次数”对话框，输入后，按“确定”按钮退出。再次点击下一个值，直至在一个轴上点完要插入的值后，还应最后任点一个与前不同的、又与端节点不同的值，在弹出的“输入重复插入同一节点的次数”对话框的编辑框中显示的次数是 0，不要改动，直接按“确定”按钮，则完成该轴上节点细化的输入过程。若选“键盘输入  $U$ 、 $V$  值序列”，则会先弹出“输入  $u$  值”对话框，输入后按“确定”按钮退出，又弹出“输入重复插入同一节点的次数”对话框，输入该  $u$  值的插入次数后，按“确定”按钮退出。又再弹出“输入  $u$  值”对话框，输入下一个  $u$  值，……，直至输完要插入的全部  $u$  值后，在弹出的“输入  $u$  值”对话框，任意输一个与前不同的、又与端节点不同  $u$  值，又在弹出“输入重复插入同一节点的次数”对话框，直接按“确定”按钮，完成  $u$  值的输入过程。

在输入  $u$  值序列后，会弹出消息框“ $u$  值序列已输入完毕，请输入  $v$  值序列。”或“ $u$  参数方向确定不细化，请输入  $v$  值序列。”按“确定”按钮退出即可。

然后，再在弹出的“输入  $v$  值”对话框，类似输入  $u$  值那样进行，输完要插入的全部  $v$  值，在弹出的“输入  $v$  值”对话框，任意输一个与前不同的  $v$  值，又在弹出“输入重复插入同一节点的次数”对话框，直接按“确定”按钮，完成  $v$  值的输入过程。

在输入  $v$  值序列后，会弹出消息框“ $u$ 、 $v$  值序列都已输入完毕，将进入细化计算。”或“ $v$  参数方向确定不细化，将进入细化计算。”必须按双击“确定”按钮退出。在两个参数方向都不细化情况下，将弹出消息框“ $u$ 、 $v$  两个参数方向都不细化。”单击或双击“确定”按钮都可。

随后，即用不同颜色显示节点细化生成的新控制顶点与控制网格。当然，若  $u$ 、 $v$  两个参数方向都不细化，就没有细化生成的新控制顶点与控制网格可显示，屏幕显示不变。

还可点返回原 B 样条曲面，再次进行新的 B 样条曲面的节点细化。

#### 8.4.5 B 样条曲面的一般分割

单击菜单项，弹出“输入两对参数值”对话框，输入  $u_1, u_2, v_1, v_2$ ，应使  $0 \leq u_1 < u_2 \leq 1$ ， $0 \leq v_1 < v_2 \leq 1$ 。 $u_1, u_2, v_1, v_2$  即界定了单位正方形参数域  $(u, v) \in [0, 1] \times [0, 1]$  内一子矩形域。相应得到 B 样条曲面上定义在这一子矩形域上的子 B 样条曲面。按“确定”按钮退出后，

即用不同颜色显示这一子 B 样条曲面及其控制顶点与控制网格。可通过点击显示投影图及进行放大、缩小、左旋、右选、上旋、下旋与还原等各种视图操作，获得更清楚的显示。

#### 8.4.6 B 样条曲面的升阶

单击菜单项，弹出“输入曲面升阶选择”对话框，其中有两个小正方形的复选按钮，可勾选其中一个或两个。按“确定”按钮退出，即用不同颜色显示出升阶后的控制顶点与控制网格，并显示升阶后两个参数方向的节点矢量。也可通过点击显示投影图及进行放大、缩小、左旋、右选、上旋、下旋与还原等各种视图操作，获得更清楚的显示。

同样地，在数学上，曲面升阶过程是严格精确的过程。

曲面升阶也可多次进行下去，生成的控制顶点与控制网格将越来越靠近曲面。

#### 8.4.7 B 样条曲面的降阶

单击菜单项，弹出“输入曲面降阶选择”对话框，其中有两个小正方形的复选按钮，可勾选其中一个或两个。按“确定”按钮退出，即用不同颜色显示出降阶后的控制顶点与控制网格，并显示降阶后两个参数方向的节点矢量。也可通过点击显示投影图及进行放大、缩小、左旋、右选、上旋、下旋与还原等各种视图操作，获得更清楚的显示。

B 样条曲面的降阶是 B 样条曲线降阶的推广或多次应用，因采用求广义逆法得到 B 样条曲线降阶后的控制顶点一般地不插值首末顶点，程序中强制使其插值首末顶点，这保证了降阶 B 样条曲面插值控制网格的四角顶点。

一般地，曲面降阶是近似的。特殊地，当曲面沿某个参数方向的次数即名义次数高于其实际次数，则从名义次数到实际次数的降阶过程，在数学上应属精确降阶，先升阶后降阶就属于这样的情况。

曲面沿任一个参数方向的降阶也可多次进行下去，直到降到一次为止。

在每次降阶完成的同时，会弹出是否显示曲面偏差的提问对话框，若选“是”，则将计算并显示降阶曲面与原曲面间的豪斯多夫(Hausdorff)距离为最大偏差。因计算偏差需要进行耗时的迭代，请稍候，即可见到最大偏差位置与最大偏差显示，最大偏差位置分别由在降阶曲面与原曲面上最大偏差点给出，两点距离即最大偏差。若有多处相同最大偏差，则仅标记其中一处。

#### 8.4.8 显示曲面投影图

如果当前显示的是曲面的三视图，单击菜单项，将弹出“选择显示曲面投影图”对话框，可在其中的复选框勾选或去选显示曲面控制网格，按“确定”按钮退出，将转而显示曲面的投影图。图形区左上角小坐标系将同时显示曲面所在当前的三坐标轴取向。这时即可点击顶层菜单下一行工具条中的四个箭头表示的旋转按钮和三个小放大镜表示的缩放按钮，也可点击顶层菜单弹出的次级菜单选项，进行视图操作。

如果三视图因故发生问题显示不出时，可单击菜单项，显示投影图，再点击返回曲面三视图，即可重新显示三视图。

#### 8.4.9 返回曲面三视图

如果当前显示的是曲面的投影图，单击菜单项，将返回到显示原曲面三视图。

#### 8.4.10 返回原 B 样条曲面

单击菜单项，将因进行节点细化、分割、升阶、降阶等基本几何算法的曲面属性操作而使屏幕显示发生改变的状态又恢复到原来状态，即返回到最初由鼠标或键盘输入时生成的曲面。

#### 8.4.11 鼠标拖动修改曲面形状

这是在菜单项中未列出的一项属性操作，不必单击菜单即可进行。

对生成的 B 样条曲面，可移动鼠标指到某个希望移动的数据点，按住鼠标左键进行拖动，修改曲面的形状，至松开鼠标为止。

但该菜单项在插入节点、B 样条曲面的一般分割、节点细化和节点消去时被禁用。

## **8.5 视图操作**

对于生成的 B 样条曲线与 B 样条曲面三视图，除可直接用鼠标拖动控制顶点修改曲线、曲面的形状外， 还可通过视图菜单或工具条中的缩小、放大、还原操作进行图形的缩放变换，对于曲面投影图，还能进行左旋、右旋、上旋、下旋操作。

## **8.6 右键菜单操作**

对于生成的曲线曲面图形，除可直接用鼠标拖动控制顶点修改曲线曲面外，还可以移动鼠标指到某个控制顶点，单击，所指顶点改变颜色或略微颤动，表示选中，右击，弹出右键菜单对所指的控制顶点进行添加、删除、修改操作，相应地曲线曲面发生改变。

### **8.6.1 添加顶点**

单击菜单项，在所选顶点之后，添加一个点。若选择“鼠标添加”，则单击直接输入需添加的点；若选择“键盘输入”，则在弹出的“输入点的坐标值”对话框中直接用键盘输入点的坐标值。添加结束，即生成添加该顶点后的曲线。该选项对曲面禁用。

### **8.6.2 删除顶点**

单击菜单项，即可删除鼠标所指的那个顶点。删除结束，即生成删除该顶点后的曲线。该选项对曲面禁用。

### **8.6.3 修改顶点**

单击菜单项，弹出“输入点的坐标值”对话框内，其中显示的是点的当前坐标，用键盘输入修改后点的坐标值。按“确定”按钮退出，即显示修改后顶点的新位置及生成的新曲线及其控制多边形或新曲面及其控制网格。