Отчет по лабораторной работе №7

Графики

Ким Илья Владиславович

Содержание

Список иллюстраций

Цель работы

Научиться применять Octave с графиками.

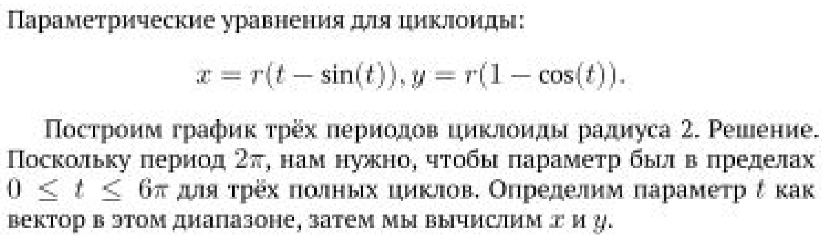
Задание

1. Сделайте отчет по лабораторной работе в формате Markdown.
2. В качестве отчета просьба предоставить отчеты в 3 форматах: pdf,docx и md(в архиве, поскольку он должен содержать скриншоты, Markfile и т.д)

Выполнение лабораторной работы

#Графики

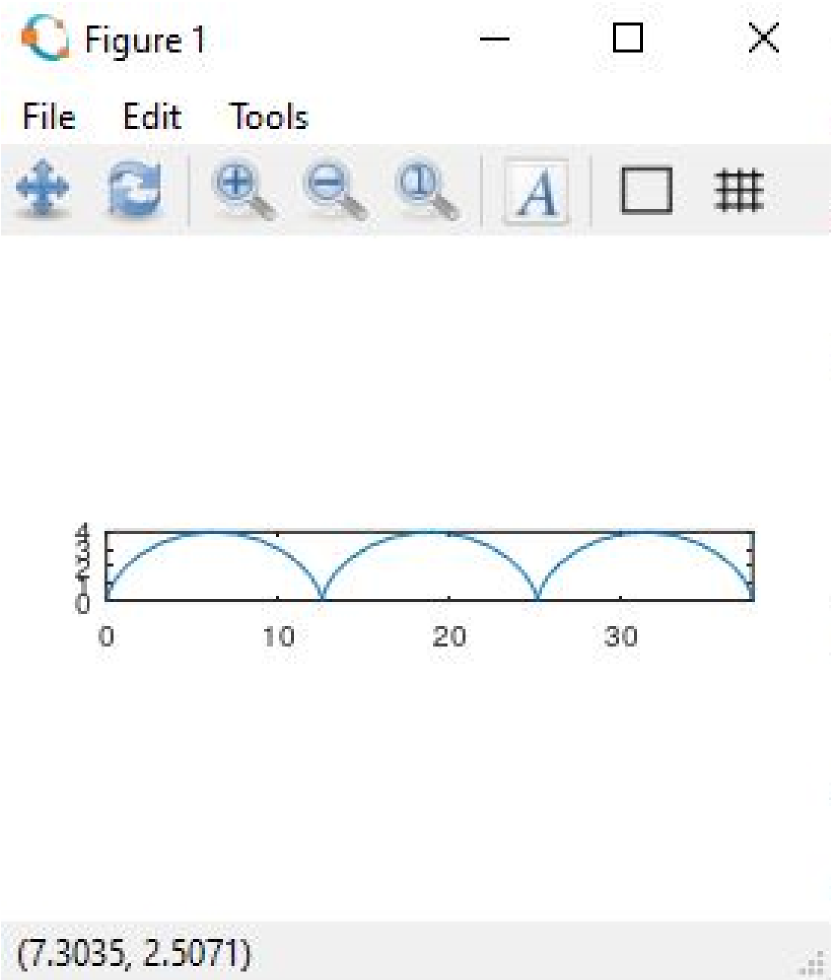
1. Параметрические графики


Параметрические уравнения для циклоиды:

$$x = r(t - \sin(t)), y = r(1 - \cos(t)).$$

Построим график трёх периодов циклоиды радиуса 2. Решение. Поскольку период 2π, нам нужно, чтобы параметр был в пределах $0 \leq t \leq 6\pi$ для трёх полных циклов. Определим параметр t как вектор в этом диапазоне, затем мы вычислим x и y.

Рис. 0.1: Параметрические графики




```
>> diary on
>> t=linspace (0,6*pi,50);
>> r=2;
>> x=r*(t-sin(t));
>> y=r*(1-cos(t));
>> plot(x,y)
>> axis('equal');
>> axis([0 12*pi 0 4])
>> savefig cycloid.pdf
>> print -dpdf cycloid.pdf
>> print -dpng cycloid.png
>>
```

Рис. 0.2: Параметрический график

2. Полярные координаты

Графики в полярных координатах строятся аналогичным образом. Для функции

$$r = f(\vartheta)$$

мы начинаем с определения независимой переменной ϑ, затем вычисляем r. Чтобы построить график, мы вычислим x и y, используем стандартное преобразование координат

$$x = r\cos(\vartheta), y = r\sin(\vartheta),$$

затем построим график в осях xy.

Построим улитку Паскаля

$$r = 1 - 2\sin(\vartheta).$$

Рис. 0.3: Графики в полярных координатах 1

```
>> clear
>> theta =linspace(0,2*pi,100);
>> r=1-2*sin(theta);
```

Рис. 0.4: Графики в полярных координатах 2

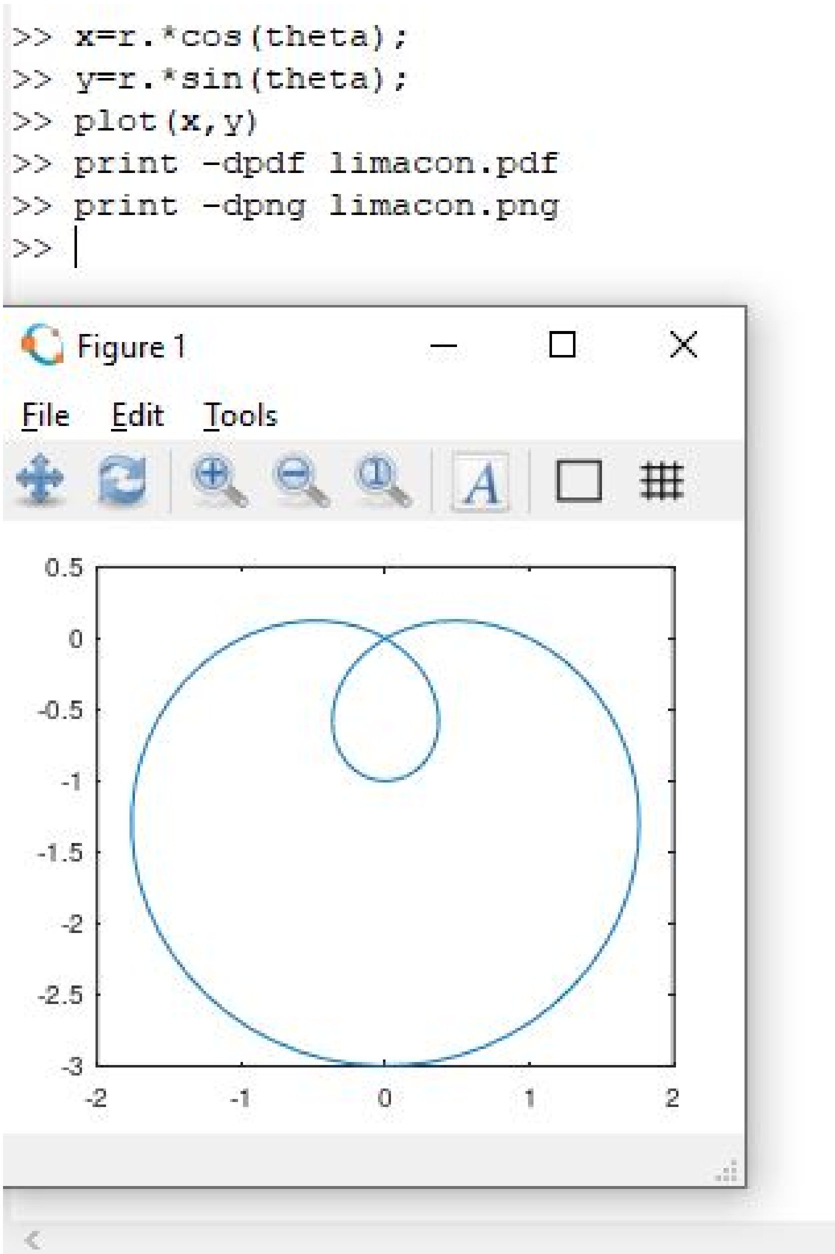


Рис. 0.5: Графики в полярных координатах 3

Также можно построить функцию

$$r = f(\vartheta)$$

в полярных осях, используя команду `polar`.

Рис. 0.6: Графики в полярных координатах 4

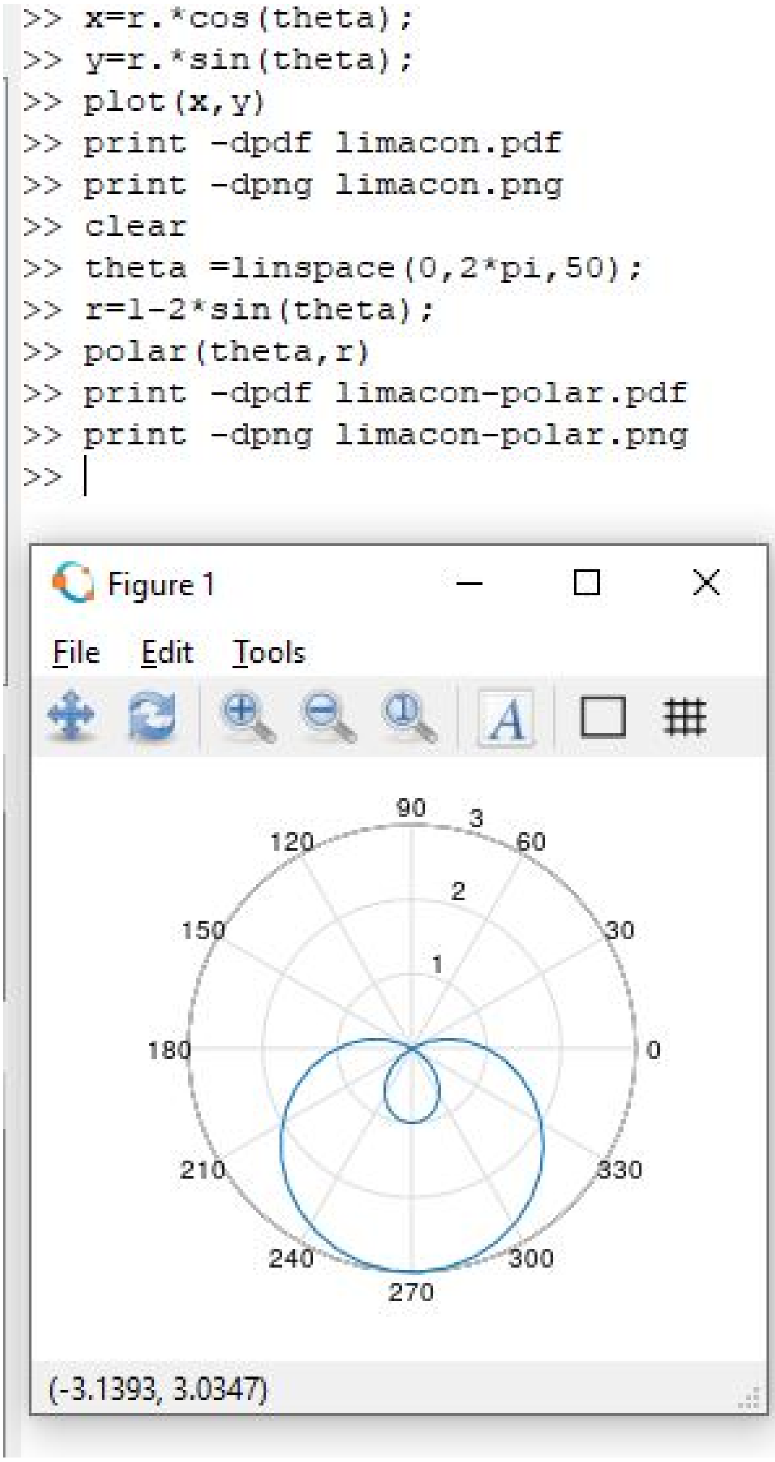


Рис. 0.7: Графики в полярных координатах 5

3. Графики неявных функций

Пусть нужно построить функцию, неявно определённую уравнением вида
$$f(x, y) = 0.$$
Самый простой способ сделать это в Octave – с помощью команды `ezplot`.

Построим кривую, определяемую уравнением

$$-x^2 - xy + x + y^2 - y = 1.$$

Чтобы определить функцию в виде $f(x, y) = 0$, вычтем 1 из обеих частей уравнения. Зададим функцию в виде λ-функции.

```
>> f = @(x,y) -x.^2-x.*y+x+y.^2-y-1
f =
@(x, y) -x .^ 2 - x .* y + x + y .^ 2 - y - 1
```

Построим график.

Рис. 0.8: Графики неявных функций 1

```
>> clear
>> f=@(x,y) -x.^2-x.*y+x+y.^2-y-1
f =

@(x, y) -x .^ 2 - x .* y + x + y .^ 2 - y - 1

>> ezplot(f)
>> print -dpdf impl1.pdf
>> |
```

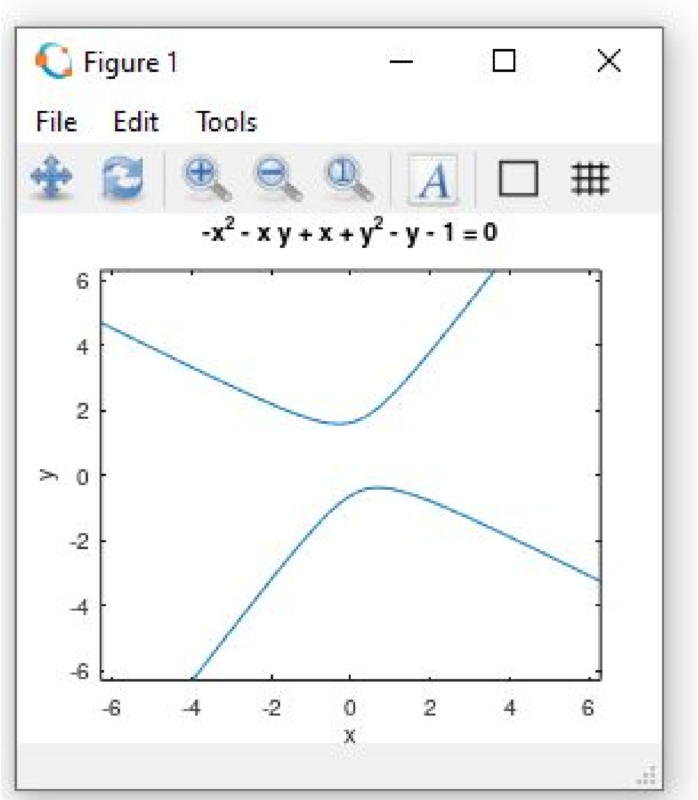


Рис. 0.9: Графики неявных функций 2

Найдём уравнение касательной к графику окружности

$$(x-2)^2 + y^2 = 25$$

в точке $(-1, 4)$. Построим график окружности и касательной.

Чтобы построить круг, сначала определим его как функцию вида $f(x, y) = 0$. Зададим функцию в виде λ-функции.

Рис. 0.10: Графики неявных функций 3

Центр круга находится в точке $(2,0)$, а радиус равен 5. Зададим оси нашего графика так, чтобы они несколько превосходили окружность.

Рис. 0.11: Графики неявных функций 4

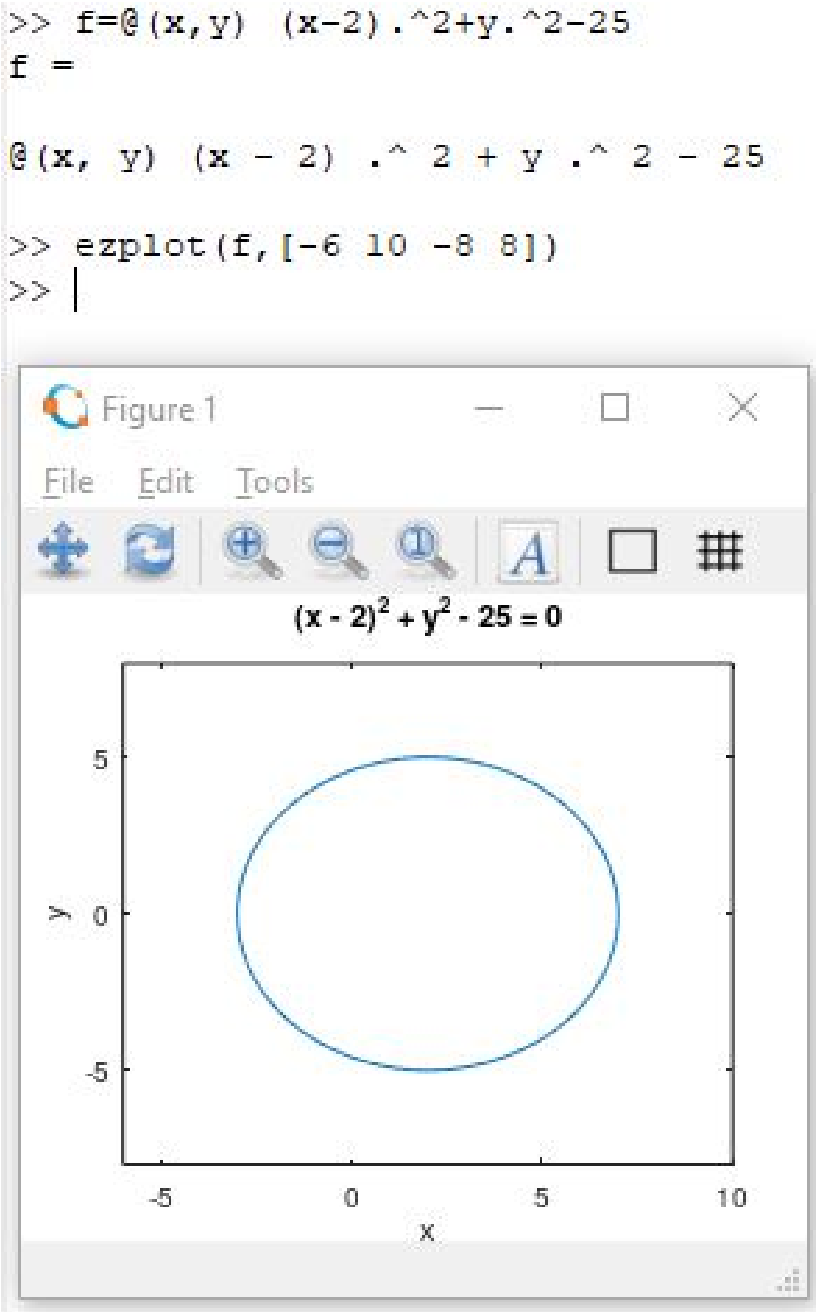


Рис. 0.12: Графики неявных функций 5

Используя правило дифференцирования неявной функции, найдём

$$y' = \frac{2-x}{y}.$$

В точке $(-1,4)$ имеем

$$y'|_{(-1,4)} = \frac{2-(-1)}{4} = \frac{3}{4}.$$

Таким образом, уравнение касательной линии будет иметь вид:

$$y-4 = \frac{3}{4}(x-(-1)) \to y = \frac{3}{4}x + \frac{19}{4}.$$

Построим график.

Рис. 0.13: Графики неявных функций 6

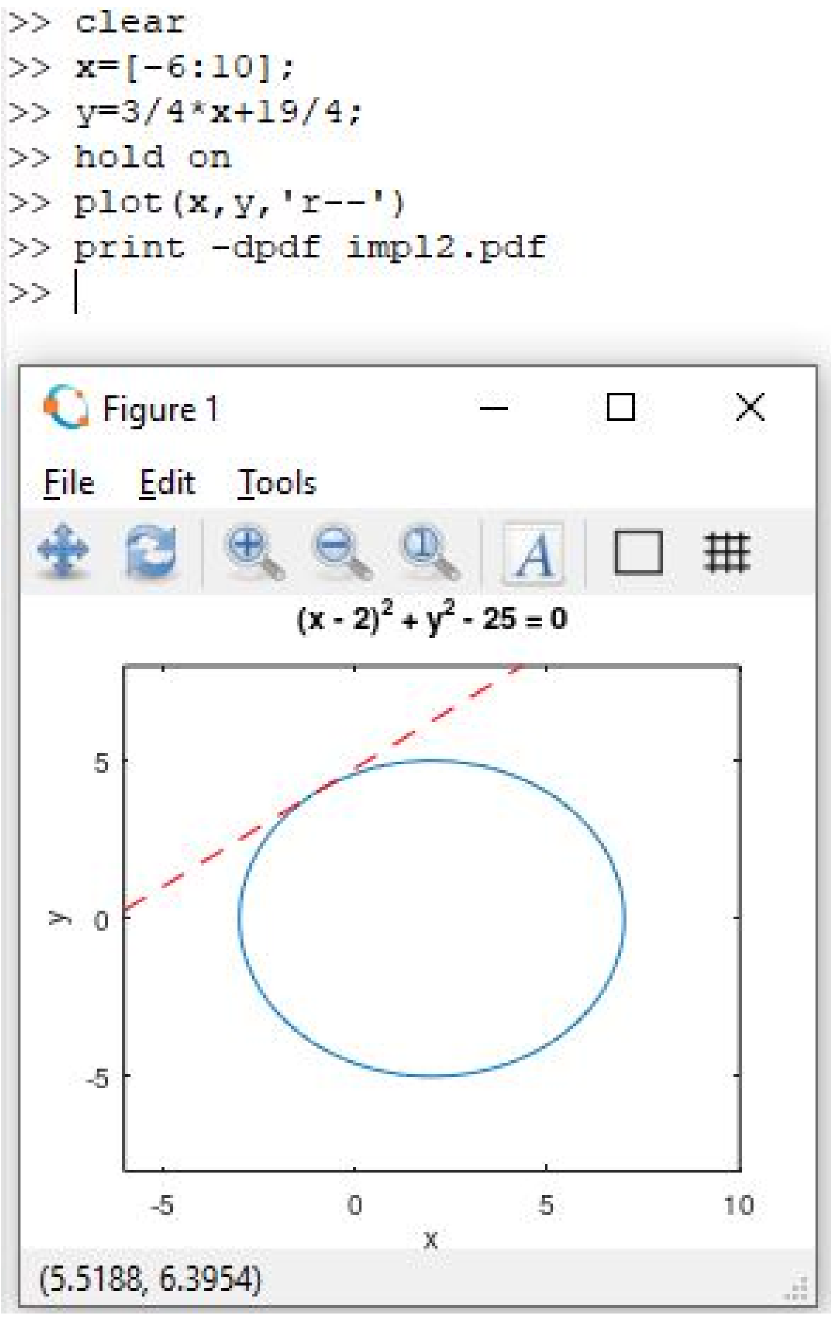


Рис. 0.14: Касательная к графику

4. Комплексные числа

Пусть $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 2 - 3i$. Запишем основные арифметические операции с этими числами.

Рис. 0.15: Комплексные числа 1

```
>> clear
>> z1=1+2*i;
>> z2=2-3*i;
>> z1+z2
ans =  3 - 1i
>> z1-z2
ans = -1 + 5i
>> z1*z2
ans =  8 + 1i
>> z1/z2
ans = -0.3077 + 0.5385i
>> |
```

Рис. 0.16: Комплексные числа 2

Мы можем построить график в комплексной плоскости, используя команду `compass`.

Пусть $z_1 = 1+2i$, $z_2 = 2-3i$. Построим графики z_1, z_2 и $z_1 + z + 2$ в комплексной плоскости.

Рис. 0.17: Compass

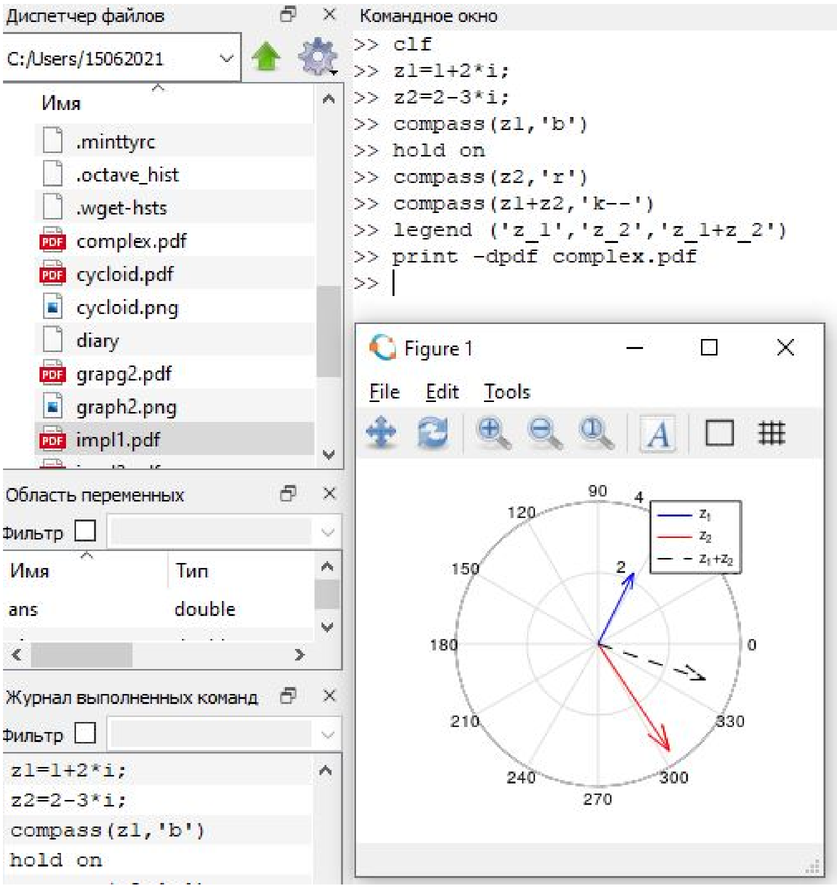


Рис. 0.18: Compass

Иногда Octave может неожиданно выдать странные результаты для комплексных чисел. Например, вычислим $\sqrt[3]{-8}$:

Рис. 0.19: Комплексные числа 3

Ожидался ответ -2, мы также можем легко проверить, что куб данного ответа действительно равен -8 (по крайней мере, до некоторой незначительной ошибки округления):

Рис. 0.20: Комплексные числа 4

```
>> ans^3
ans = -8.0000e+00 + 2.2204e-15i
>> |
```

Рис. 0.21: Комплексные числа 5

На самом деле существует три кубических корня из -8, и по умолчанию Octave возвращает тот, у которого наименьший аргумент (угол). Если нам просто нужен действительный корень, мы можем использовать команду `nthroot`.

Рис. 0.22: Комплексные числа 6

```
>> nthroot(-8,3)
ans = -2
>> |
```

Рис. 0.23: Комплексные числа 7

5. Специальные функции

В Octave доступно много специальных функций, таких как функции Бесселя (`bessel`), функция ошибок (`erf`), гамма-функция (`gamma`). Гамма-функция определяется как

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt.$$

Это расширение факториала, поскольку для натуральных чисел n гамма-функция удовлетворяет соотношению

$$\Gamma(n) = (n-1)!$$

Построим функции $\Gamma(x+1)$ и $n!$ на одном графике.

Зададим значения аргумента $x \in [-5, 5]$ для гамма-функции и $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ для факториала.

Рис. 0.24: Специальные функции 1

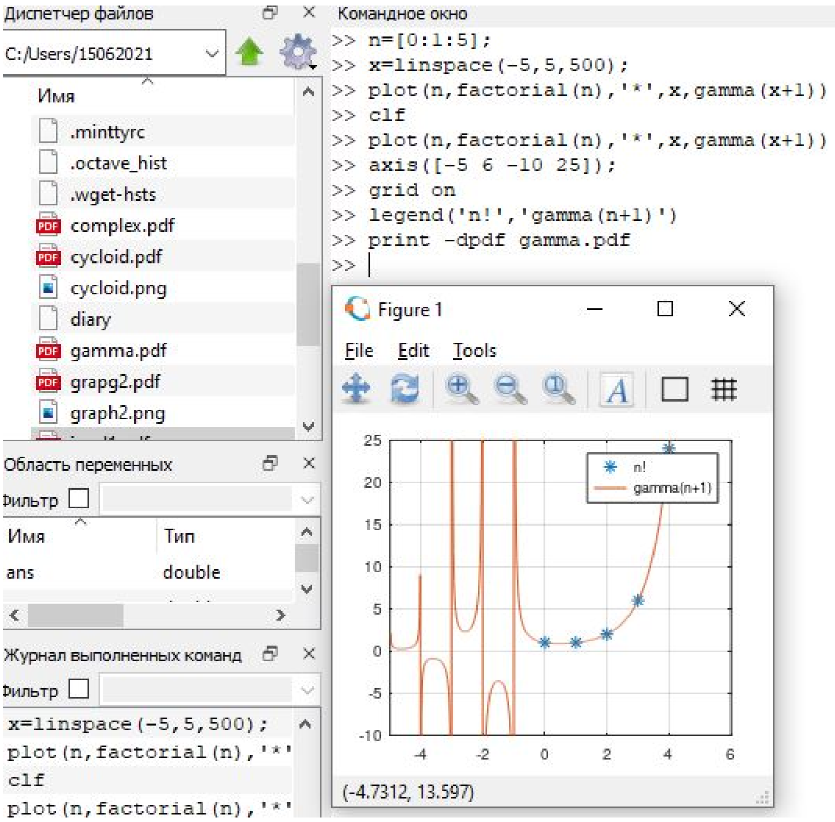


Рис. 0.25: Графики n! и gamma(n+1)

Обратите внимание на вертикальные асимптоты на графике в районе отрицательных целых чисел. Они не являются истинной частью графика. Это артефакты вычисления. Если мы хотим их устранить, мы должны разделить область значений на отдельные интервалы. Это даёт более точный график.

Рис. 0.26: Специальные функции 2

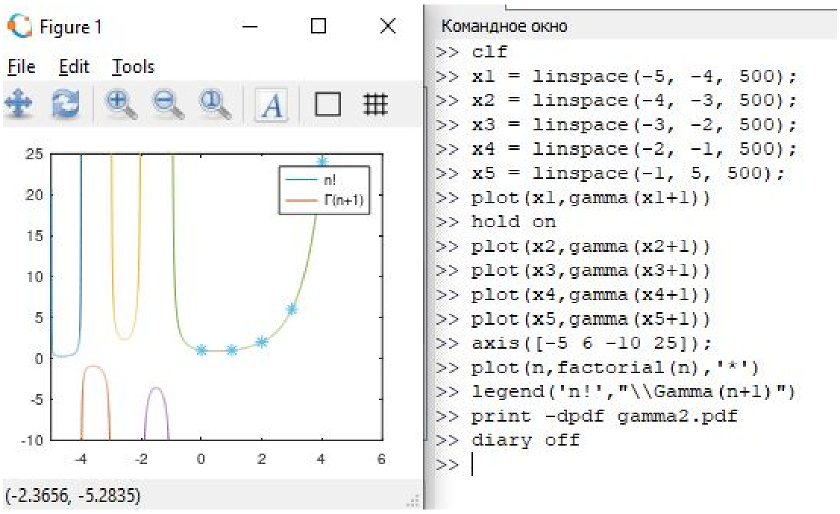


Рис. 0.27: более точные графики n! и gamma(n+1)

Выводы

Научился применять Octave с графиками.