Лабораторная работа №4

Модель гармонических колебаний

Ким Илья Владиславович

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

Цель работы

Научиться строить модель гармонических колебаний.

Задание

Вариант № 51

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x}+1.7x=0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x}+1.7\dot{x}+1.7x=0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x}+2\dot{x}+1.7x=0.7\cos(2.7t)$

На интервале $t \in [0;\ 59]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0=1.7, y_0=-0.2$

Рис. 1: Задание

Теоретическое введение

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором.

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \tag{1}$$

где x – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), γ – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), ω_0 – собственная частота колебаний, t – время. (Обозначения $\ddot{x} = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}, \dot{x} = \frac{\partial x}{\partial t}$)

Уравнение (1) есть линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка и оно является примером линейной динамической системы.

При отсутствии потерь в системе ($\gamma = 0$) вместо уравнения (1.1) получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени.

Рис. 1: Теория 1

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \tag{2}$$

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка (2) необходимо задать два начальных условия вида

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \dot{x}(t_0) = y_0 \end{cases} \tag{3}$$

Уравнение второго порядка (2) можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\omega_0^2 x \end{cases} \tag{4}$$

Начальные условия (3) для системы (4) примут вид:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases} \tag{5}$$

Рис. 2: Теория 2

Выполнение лабораторной работы

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 1.7x = 0$$

```
model lab4
parameter Real w = sqrt(1.7);
parameter Real g = 0;
parameter Real x0 = 1.7;
parameter Real y0 = -0.2;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
der(x)=y;
der(y)=-w*w*x -g*y;
end lab4;
```

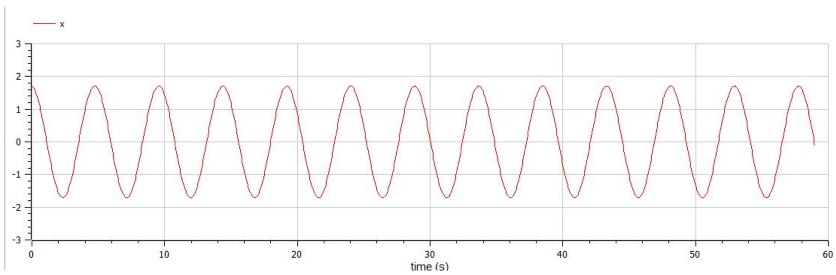

Рис. 1: Модель №1

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 1.7\dot{x} + 1.7x = 0$$

```
model lab4_1
parameter Real w = sqrt(1.7);
parameter Real g = 1.7;
parameter Real x0 = 1.7;
parameter Real y0 = -0.2;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
der(x)=y;
der(y)=-w*w*x -g*y;
end lab4_1;
```

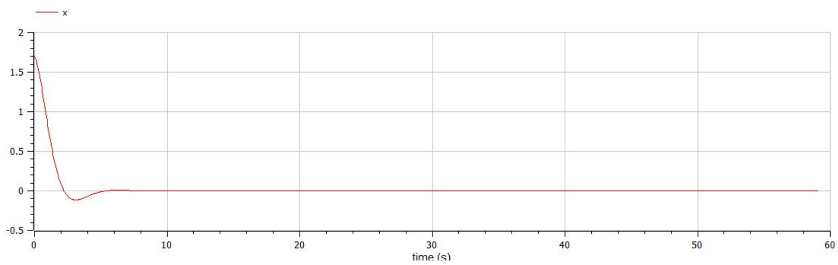

Рис. 2: Модель №2

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 1.7x = 0.7\cos(2.7t)$$

```
model lab4_2
parameter Real w = sqrt(1.7);
parameter Real g = 2;
parameter Real x0 = 1.7;
parameter Real y0 = -0.2;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
der(x)=y;
der(y)=-w*w*x -g*y+0.7*cos(2.7*time);
end lab4_2;
```

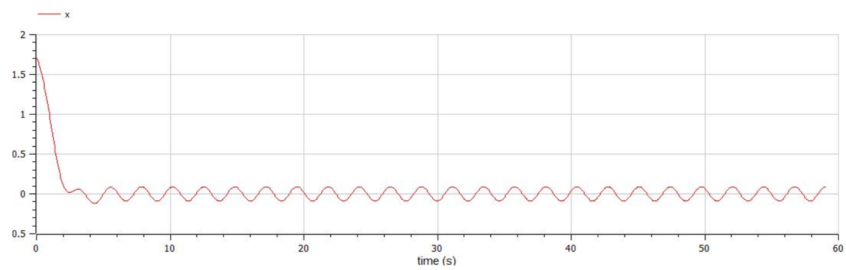

Рис. 3: Модель №3

Выводы

Научились строить модель гармонических колебаний.