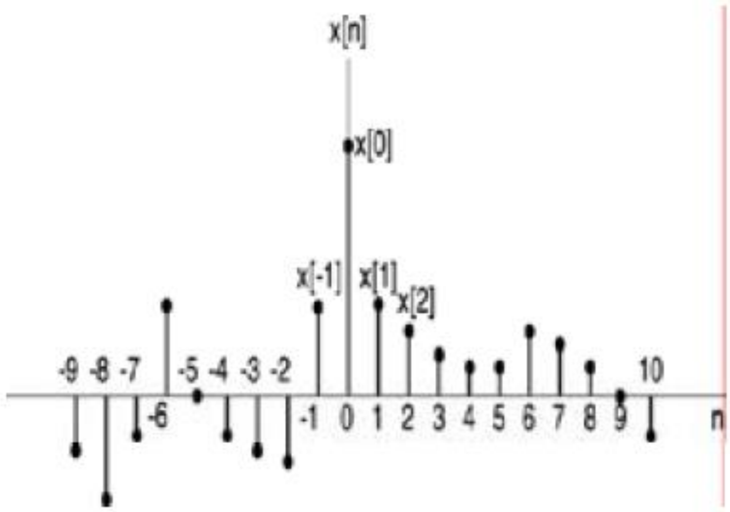
B-Temel Ayrık Zamanlı İşaretler



•x[n], n –tamsayı olup zaman ayrık olarak değişmektedir

•Doğada ayrık-zaman işareti örneği,

– DNA dizileri

– Canlı türlerinin yıllara göre sayısını değişimi, popülasyonu

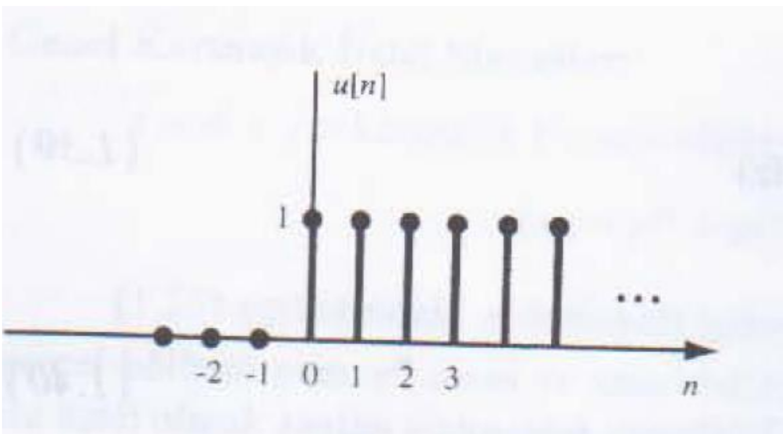
•Borsa değişimi ve dijital imge örnekleri

1- Birim basamak dizisi

Birim basamak dizisi $u[n]$ şu biçimde tanımlanır:

$$u[n] = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \qquad (1.43)$$

Bu diğer Şekil 1-10(a)'da görülmektedir. Görüldüğü gibi sürekli zamanlı basamak fonksiyonu $u(t)$'nin $t = 0$'da tanımsız olmasından farklı olarak, $u[n]$, $n = 0$ için tanımlıdır ve birim değerlidir.



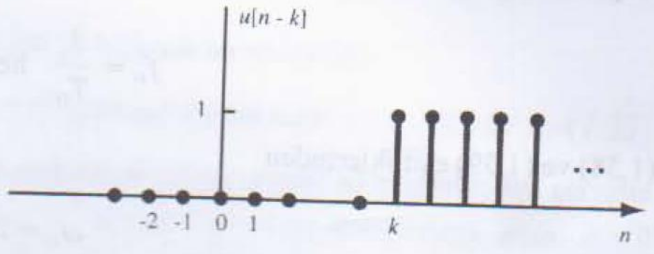
(a)

2- Ötelenmiş Birim basamak dizisi

Benzer olarak, ötelenmiş birim basamak dizisi de

$$u[n-k] = \begin{cases} 1 & n \geq k \\ 0 & n < k \end{cases}$$

biçiminde tanımlanır (Şekil 1-10 (b)).



(b)

3- Rampa dizisi

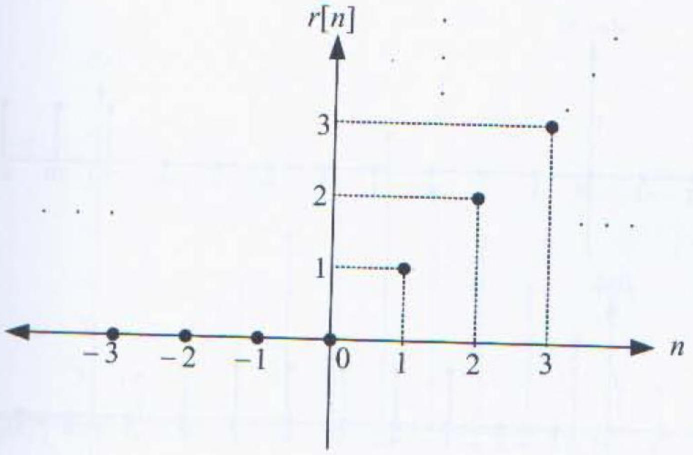
Ayrık zamanlı ramp fonksiyonunun tanımı şöyledir

$$r[n] = nu[n]. \tag{2.11}$$

Diğer bir ifade ile

$$r[n] = \begin{cases} n, & n \geq 0 \\ 0, & diğer. \end{cases}$$

Ramp fonksiyonunun grafiği şöyledir.



Şekil 2.16: Ayrık zamanlı ramp fonksiyonu

Birim adım fonksiyonu ile ramp fonksiyonu arasındaki bağlantı şöyledir,

$$u[n] = r[n] - r[n-1].$$

4- Darbe(Pulse) dizisi

Ötelenmiş birim basamak dizilerinin farkı alınarak darbe dizileri oluşturulabilir.

5- Birim Dürtü, (Birim Örnek, Delta Dirak, Birim İmpuls) dizisi

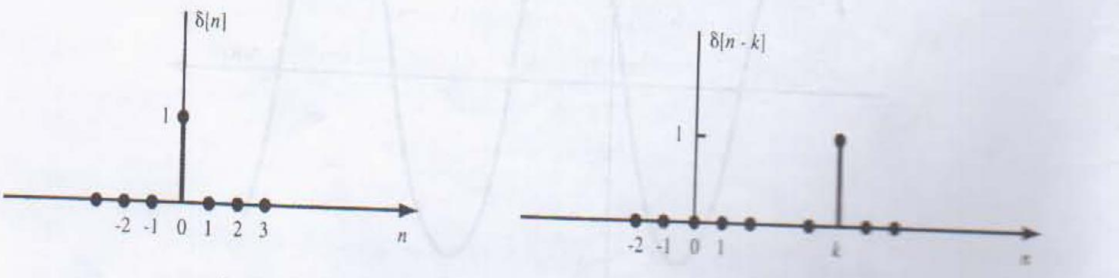
Birim dürtü (ya da birim örnek) dizisi $\delta[n]$ şu biçimde tanımlanır:

$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \qquad (1.45)$$

Dizi, Şekil 1-11(a)'da görülmektedir. Benzer olarak, ötelenmiş birim dürtü (ya da örnek) dizisi de

$$\delta[n-k] = \begin{cases} 1 & n = k \\ 0 & n \neq k \end{cases} \qquad (1.46)$$

biçiminde tanımlanır (Şekil 1-11 (b)).



(a) (b)

$\delta[n]$,sürekli zamanlı birim dürtü fonksiyonu $\delta(t)$' den farklı olarak, matematiksel bir zorluk veya karmaşıklık olmadan tanımlanabilir. (1.45) ve (1.46) tanımlarından, (1.25) ve (1.26) eşitliklerinin ayrık zamanlı karşılıkları kolaylıkla elde edilebilir:

$$x[n]\delta[n] = x[0]\delta[n] \qquad (1.47)$$

$$x[n]\delta[n-k] = x[k]\delta[n-k] \qquad (1.48)$$

(1.43) ve (1.46) arasındaki eşitliklerinden $\delta[n]$ ve $u[n]$ arasındaki ilişki şu biçimde bulunur:

$$\delta[n] = u[n] - u[n-1] \qquad (1.49)$$

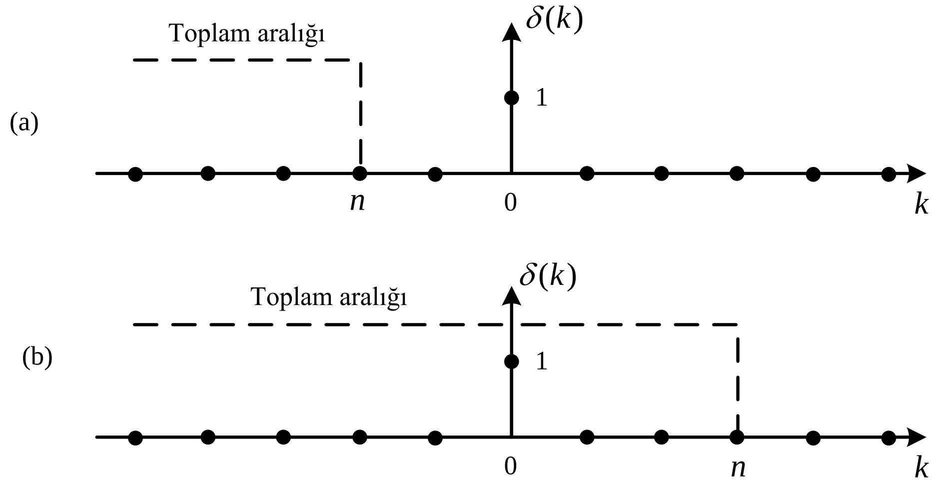
$$u[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} \delta[k] \qquad (1.50)$$

Bu eşitlikler de, (1.30) ve (1.31) eşitliklerinin ayrık zamanlı karşılıklarıdır.

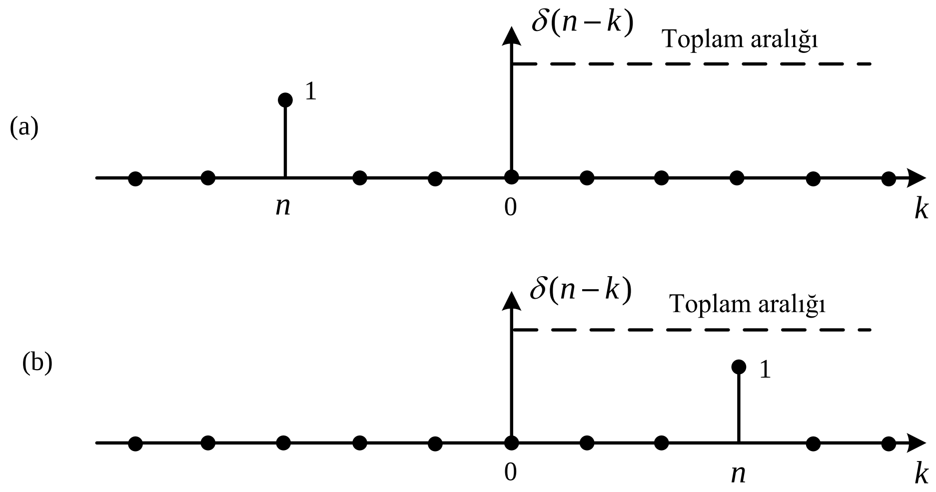
Herhangi bir $x[n]$ dizisi, (1.46) tanımı yardımıyla

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n-k] \qquad (1.51)$$

biçiminde tanımlanabilir. Bu tanım da, sürekli zamanlı sinyaller için geçerli (1.27) eşitliğinin karşılığıdır.



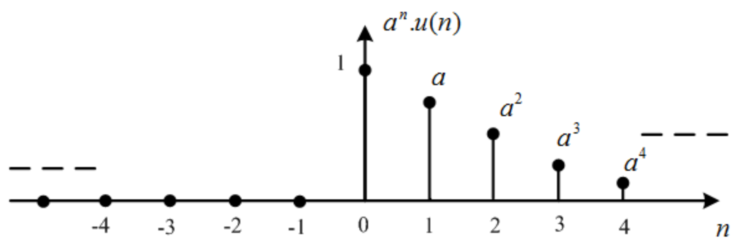
$u[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} \delta[k]$ ifadesindeki toplamın grafiksel gösterimi, (a) $n < 0$ için, (b) $n > 0$ için



$u[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k]$ ifadesindeki toplamın grafiksel gösterimi, (a) $n < 0$ için, (b) $n > 0$ için

Birim basamak dizisi, üstel dizi gibi diğer sayısal işaretlerin tanımında kullanılabilir.

$$x[n] = a^n u[n] = \begin{cases} a^n & n \geq 0 \quad için \\ 0 & n < 0 \quad için \end{cases} \tag{1.11}$$



Diziler üzerindeki en önemli işlem, $x[n]$ dizisini öteleme operasyonudur.

$$y[n] = x[n - n_0]$$

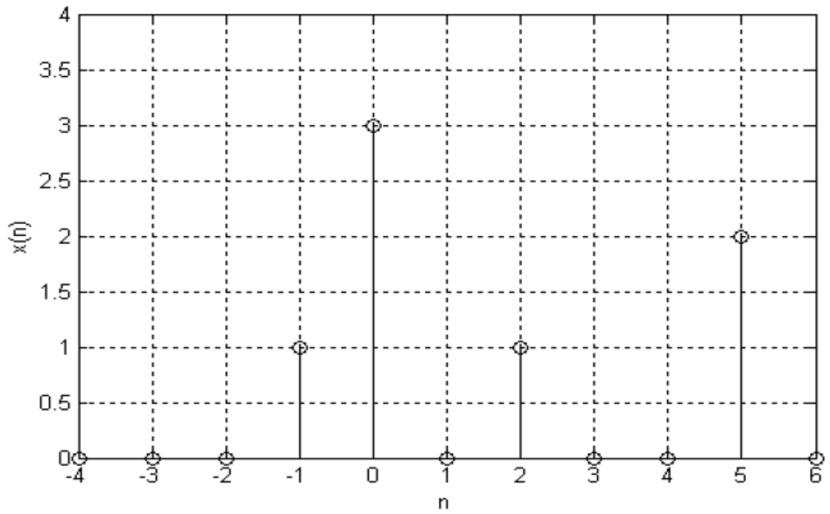
n_0 kadar ötelenmiş $x[n]$ dizisi yeni bir dizi oluşturur. Öteleme n_0'ın pozitif olması durumunda gecikme, negatif olması durumunda ise ilerleme olarak adlandırılır.

Herhangi bir ayrık zamanlı işaret, ötelenmiş ve ağırlıklandırılmış birim impuls dizilerinin toplamı biçiminde yazılabilir.

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k].\delta[n-k]$$

Örneğin aşağıda verilmiş olan işaret şekildeki gibi ifade edilebilir.

$$x(n) = \delta(n+1) + 3\delta(n) + \delta(n-2) + 2\delta(n-5)$$



Şekil 1.2 *x(n)* işareti

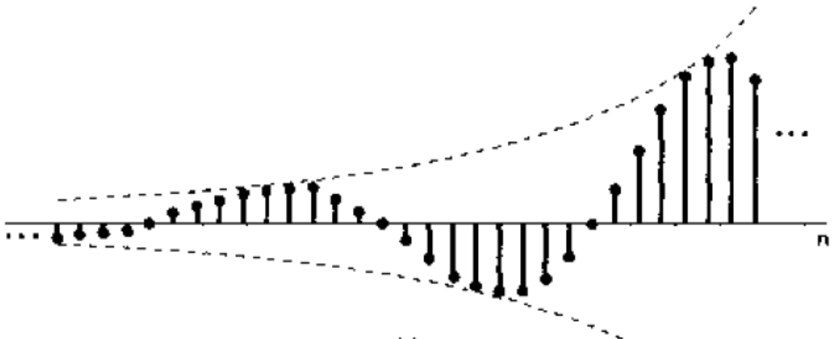
$$\sum_{n_a}^{n_b} f[n]\delta[n-n_0] = \begin{cases} f[n_0], & n_a \le n_0 \le n_b \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

6- Genel Karmaşık Üstel dizi

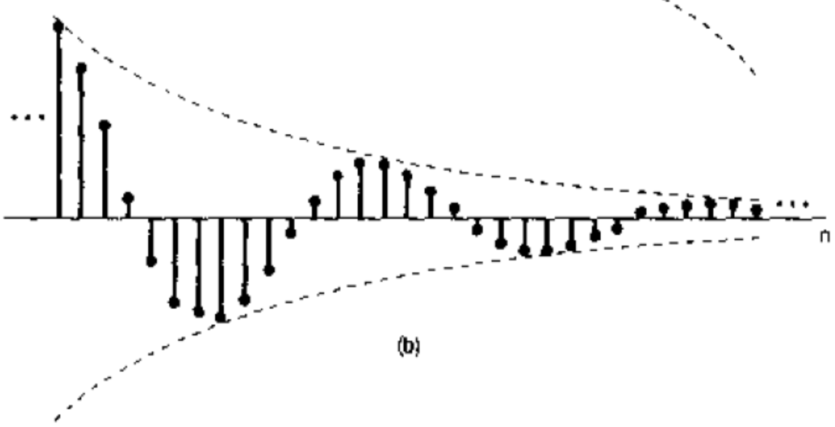
Karmaşık üstel diziler en genel biçimde aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$x[n] = C\alpha^n \qquad (1.57)$$

Burada C ve α genellikle karmaşık sayılardır. (1.52) eşitliği, (1.57) eşitliğinin C=1 ve $\alpha = e^{j\Omega_0}$ için elde edilen özel bir durumudur.



(a)



(b)

7- Karmaşık Üstel dizi

Karmaşık üstel diziler şu yapıda ifade edilirler:

$$x[n] = e^{j\Omega_0 n} \qquad (1.52)$$

Yine Euler bağıntısı kullanılarak, $x[n]$ şu biçimde ifade edilebilir:

$$x[n] = e^{j\Omega_0 n} = \cos \Omega_0 n + j \sin \Omega_0 n \qquad (1.53)$$

Görüldüğü gibi, $x[n]$, gerçel bölümü $\cos \Omega_0 n$ ve sanal bölümü $\sin \Omega_0 n$ olan karmaşık bir dizidir.

$e^{j\Omega_0 n}$ Dizisinin Periyodikliği:

$e^{j\Omega_0 n}$ dizisinin N (>0) periyoduyla periyodik olabilmesi için, Ω_0 aşağıdaki koşulu sağlamalıdır (Problem 1.11):

$$\frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{m}{N} \qquad m = \text{pozitif tamsayı} \qquad (1.54)$$

Buna göre, $e^{j\Omega_0 n}$ dizisi herhangi bir Ω_0 için periyodik değildir. Yalnızca $\Omega_0/2\pi$ oranının rasyonel bir sayı olması durumunda dizi periyodiktir. Oysa, sürekli zamanlı $e^{j\omega_0 t}$ sinyalinin herhangi bir ω_0 değeri için periyodik olduğu görülmüştü. Ω_0'ın (1.54) ile verilen periyodiklik koşulunu sağlaması durumunda, yani $\Omega_0 \neq 0$ olmak koşuluyla N ve m hiçbir ortak çarpana sahip değilse, (1.52) ile tanımlanan $x[n]$ dizisinin temel periyodu N_0 şu biçimde tanımlanır:

$$N_0 = m\left(\frac{2\pi}{\Omega_0}\right) \qquad (1.55)$$

Ayrık zamanlı ve sürekli zamanlı karmaşık üstel sinyaller arasındaki bir başka önemli farklılık da $e^{j\omega_0 t}$ sinyallerinin, farklı ω_0 değerleri için farklı değerler alması, fakat $e^{j\Omega_0 n}$ sinyallerinde durumun böyle olmamasıdır.

k bir tamsayı olmak üzere ($\Omega_0 + 2\pi k$) frekansına sahip karmaşık üstel bir diziyi göz önüne alalım. $e^{j2\pi kn}=1$ olduğundan

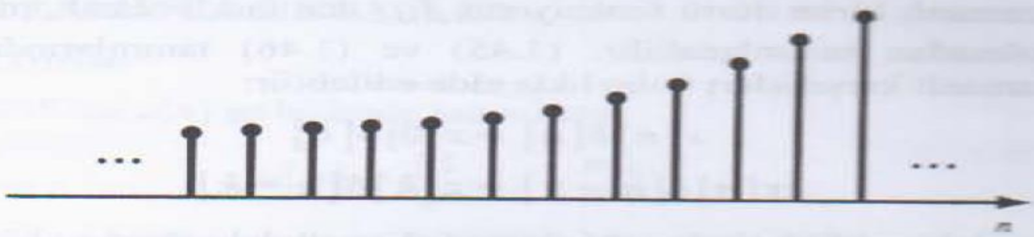
$$e^{j(\Omega_0+2\pi k)n} = e^{j\Omega_0 n} e^{j2\pi kn} = e^{j\Omega_0 n} \qquad (1.56)$$

yazılabilir. Buna göre, Ω_0 frekanslı bir karmaşık üstel dizi, $(\Omega_0 \pm 2\pi), (\Omega_0 \pm 4\pi)$ v.b. frekanslı dizilerle aynıdır. Dolayısıyla, ayrık zamanlı üstel işaretlerle çalışırken, içerisinde Ω_0'ın seçileceği 2π uzunluklu bir aralığı göz önüne almak yeterlidir. Genellikle $0 \le \Omega_0 < 2\pi$ veya $-\pi \le \Omega_0 < \pi$ aralıkları kullanılır.

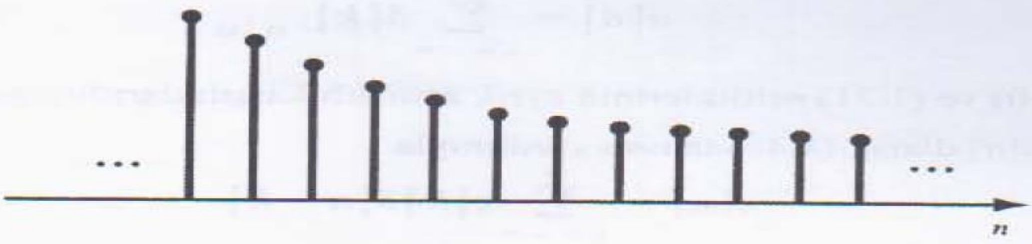
8- Gerçel Üstel dizisi

$$x[n] = C\alpha^n \qquad (1.57)$$

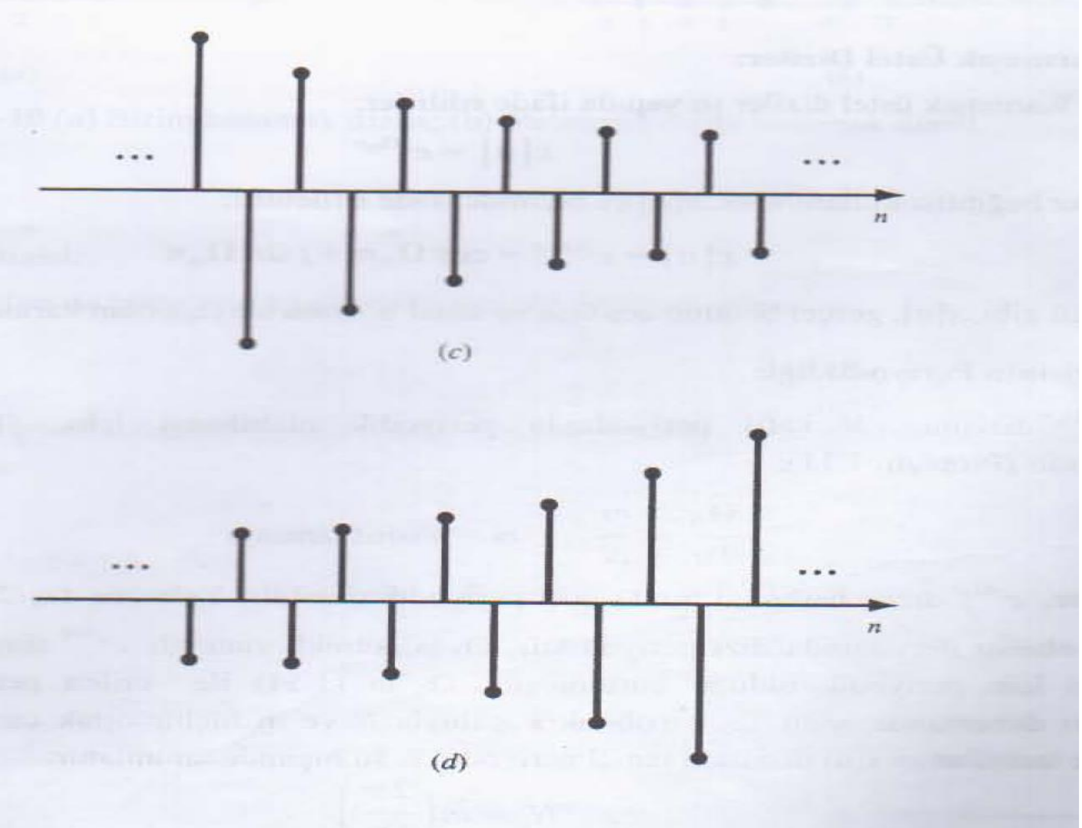
(1.57) eşitliğindeki C ve α'nın her ikisi de gerçel ise, $x[n]$ gerçel bir üstel dizidir. Dört ayrı durum söz konusudur: $\alpha > 1$, $0 < \alpha < 1$, $-1 < \alpha < 0$, ve $\alpha < -1$. Bu dört gerçel üstel dizi Şekil 1-12'de görülmektedir. $\alpha = 1$ olması durumunda $x[n]$ sabit bir dizidir. $\alpha = -1$ olması durumunda ise $x[n]$, sırayla +C ve –C değerlerini alır.



(a)



(b)



Gerçel üstel diziler. (*a*) $\alpha > 1$; (*b*) $1 > \alpha > 0$; (*c*) $0 > \alpha > -1$; (*d*) $\alpha < -1$

9- Sinüsoidal dizi

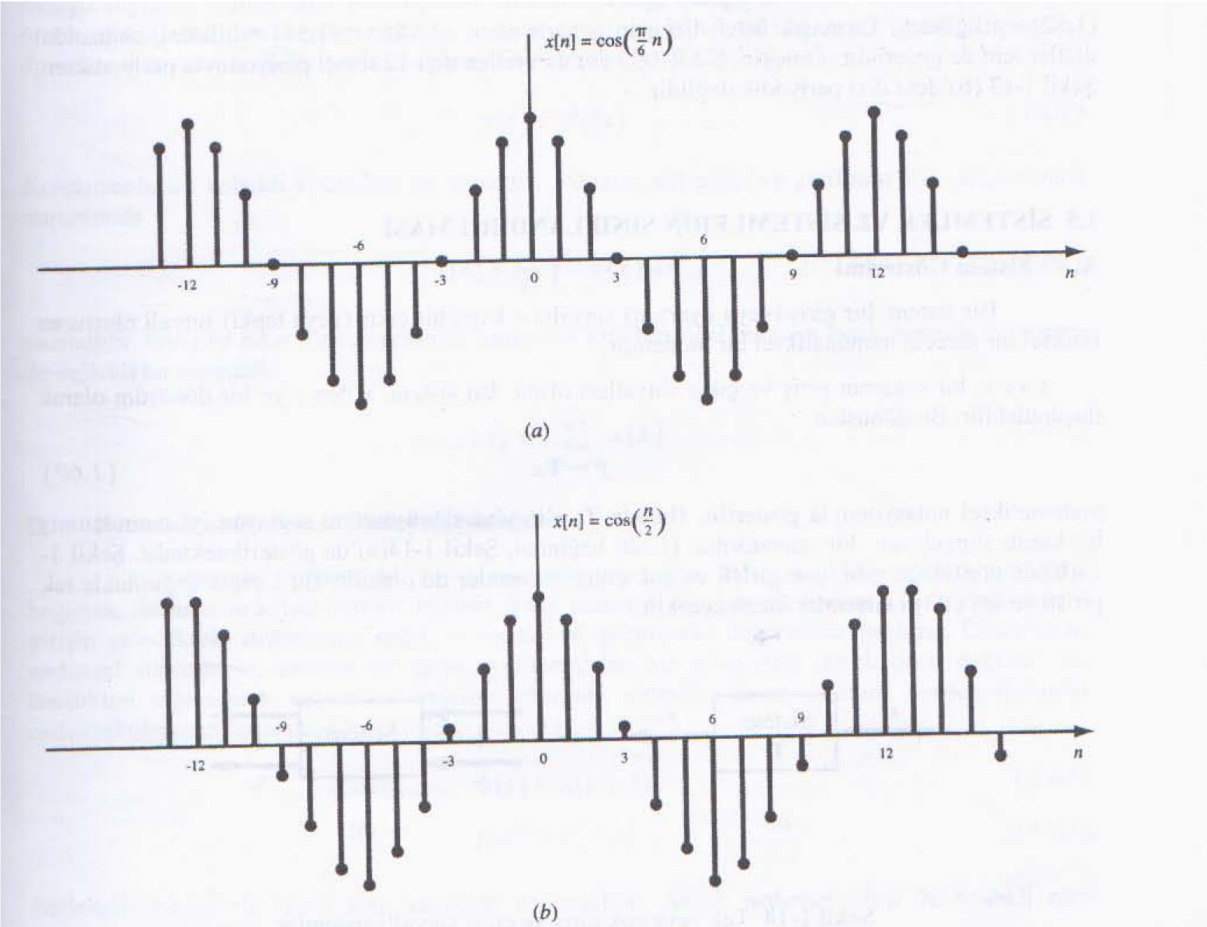
Sinüzoidal diziler şu biçimde tanımlanır:

$$x[n] = A\cos(\Omega_0 n + \theta) \qquad (1.58)$$

n'nin boyutsuz olması durumunda hem Ω_0 hem de θ'nın birimleri radyandır. Şekil 1-13'te sinüzoidal dizilere iki örnek verilmektedir. (1.58) eşitliğindeki sinüzoidal dizi şu biçimde de ifade edilebilir:

$$A\cos(\Omega_0 n + \theta) = A\,\mathrm{Re}\{e^{j(\Omega_0 n + \theta)}\} \qquad (1.59)$$

(1.52) eşitliğindeki karmaşık üstel dizi için geçerli olan (1.54) ve (1.56) eşitlikleri, sinüzoidal diziler için de geçerlidir. Örneğin, Şekil 1-13 (a)'da verilen dizi 12 temel periyoduyla periyodikten, Şekil 1-13 (b)'deki dizi periyodik değildir.

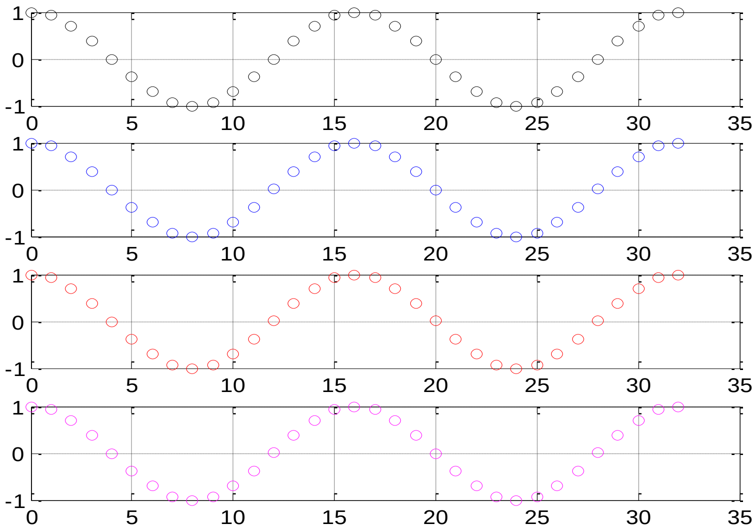


Şekil 1-13 Sinüzoidal diziler. (a) $x[n] = \cos(\pi n/6)$; (b) $x[n] = \cos(n/2)$

Aşağıdaki Matlab kodları ile w frekanslı ve w+2*k*pi frekanslı dizilerin aynı ayrık değerli dizleri ürettiği gözlenebilir.

```
Clc; clear all

n = 0:32;    % n= 0,1,2,...,15,16

w0 = pi/8;
w1 = w0 - 2*pi    % = 15*pi/8;
w2 = w0 + 2*pi    % = 17*pi/8;
w3 = w0 + 4*pi

for i=1:length(n)
    x1(i) = cos(w0*n(i));
    x2(i) = cos(w1*n(i));
    x3(i) = cos(w2*n(i));
    x4(i) = cos(w3*n(i));
end

k = 4 ;   % grafik sayısı
```

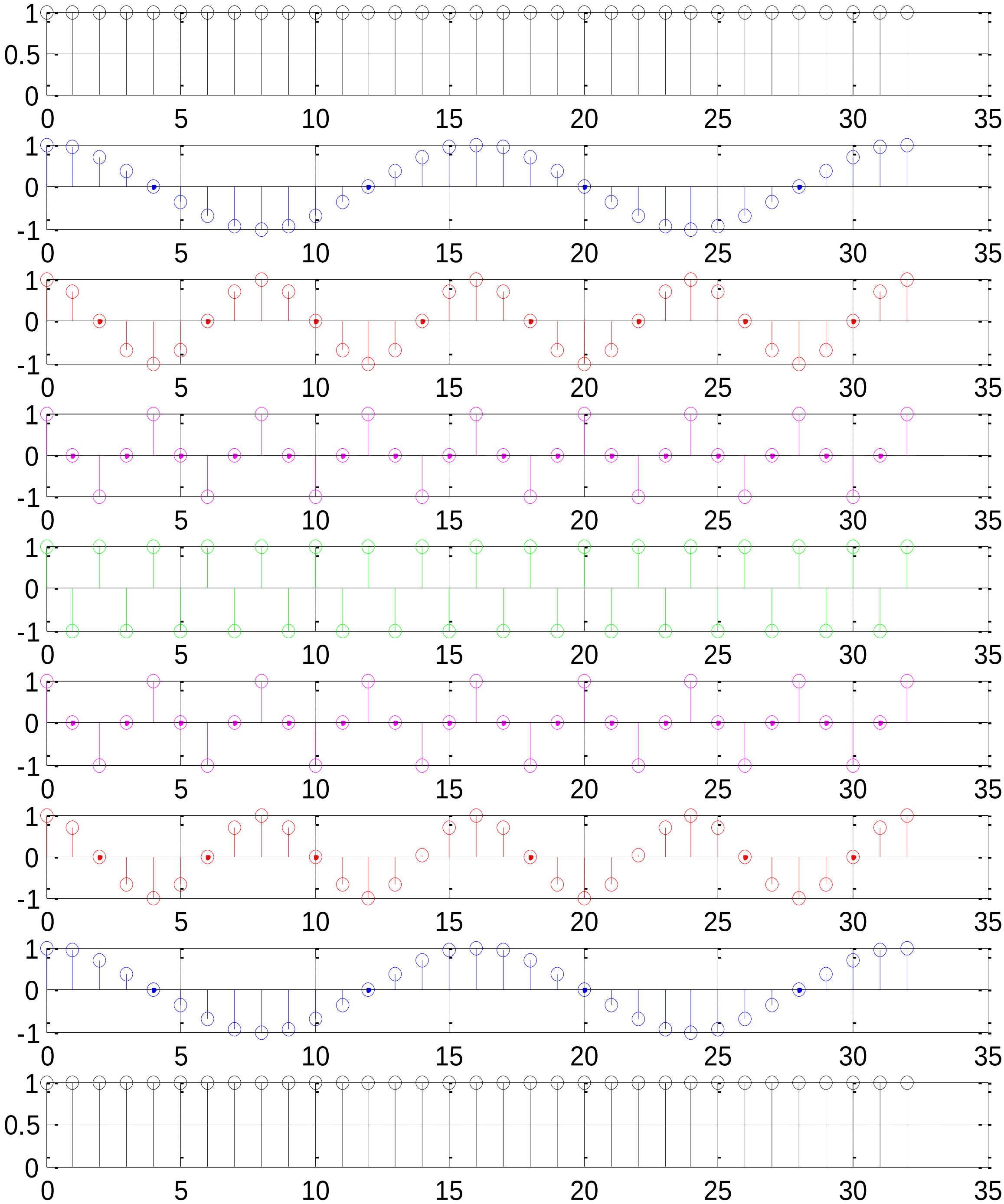
```
subplot(k,1,1)
plot(n,x1,'ko')
grid on

subplot(k,1,2)
plot(n,x2,'bo')
grid on

subplot(k,1,3)
plot(n,x3,'ro')
grid on

subplot(k,1,4)
plot(n,x4,'mo')
grid on
```



Aşağıdaki Matlab kodları ile
w'yı 0-pi aralığında artırarak elde edilen ayrık dizilerde sönüm hızının arttığı,
w'yı pi-2*pi aralığında artırarak elde edilen ayrık dizilerde sönüm hızının azaldığı gözlenebilir.

```
Clc;clear all; n = 0:32;

w0 = 0;
w1 = pi/8;
w2 = pi/4;
w3 = pi/2;
w4 = pi;
w5 = 3*pi/2;
w6 = 7*pi/4;
w7 = 15*pi/8;
w8 = 2*pi;
```

```
for i=1:length(n)
    x1(i) = cos(w0*n(i));
    x2(i) = cos(w1*n(i));
    x3(i) = cos(w2*n(i));
    x4(i) = cos(w3*n(i));
    x5(i) = cos(w4*n(i));
    x6(i) = cos(w5*n(i));
    x7(i) = cos(w6*n(i));
    x8(i) = cos(w7*n(i));
    x9(i) = cos(w8*n(i));
end

k = 9 ;  % grafik sayısı

subplot(k,1,1)
stem(n,x1,'ko')
grid on

subplot(k,1,2)
stem (n,x2,'bo')
grid on

subplot(k,1,3)
stem (n,x3,'ro')
grid on

subplot(k,1,4)
stem (n,x4,'mo')
grid on

subplot(k,1,5)
stem (n,x5,'ko')
grid on

subplot(k,1,6)
stem (n,x6,'bo')
grid on

subplot(k,1,7)
stem (n,x7,'ro')
grid on

subplot(k,1,8)
stem (n,x8,'mo')
grid on

subplot(k,1,9)
stem (n,x9,'mo')
grid on
```



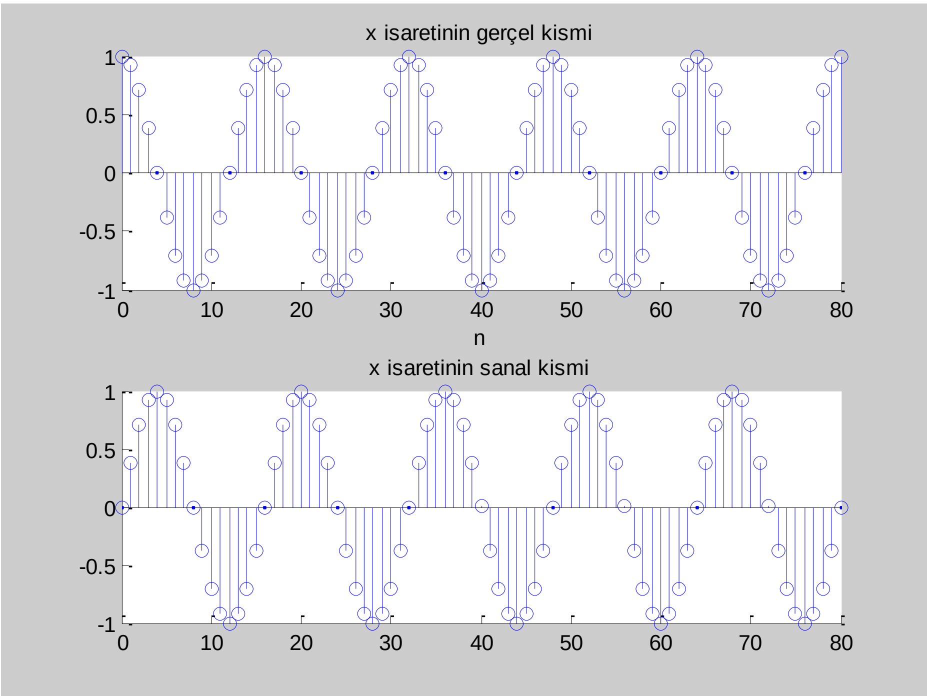
1. **<u>Örnek</u>**

$x(n) = e^{j(\frac{\pi}{8})n}$, $\Omega_0 = \dfrac{\pi}{8}$, $N_0 = \dfrac{2\pi}{\Omega_0} = \dfrac{2\pi}{\pi/8} = 16$, tam sayı → Periyodiktir. $N_0 = 16$

($\dfrac{\Omega_0}{2\pi} = \dfrac{1}{16}$, rasyonel sayı → Periyodiktir.)

$x(n) = e^{j(\frac{\pi}{8})n}$ işaretini MATLAB'da oluşturalım ve çizdirelim. Bu karmaşık değerli dizinin gerçek ve sanal bölümlerini ayrı ayrı çizdireceğiz.

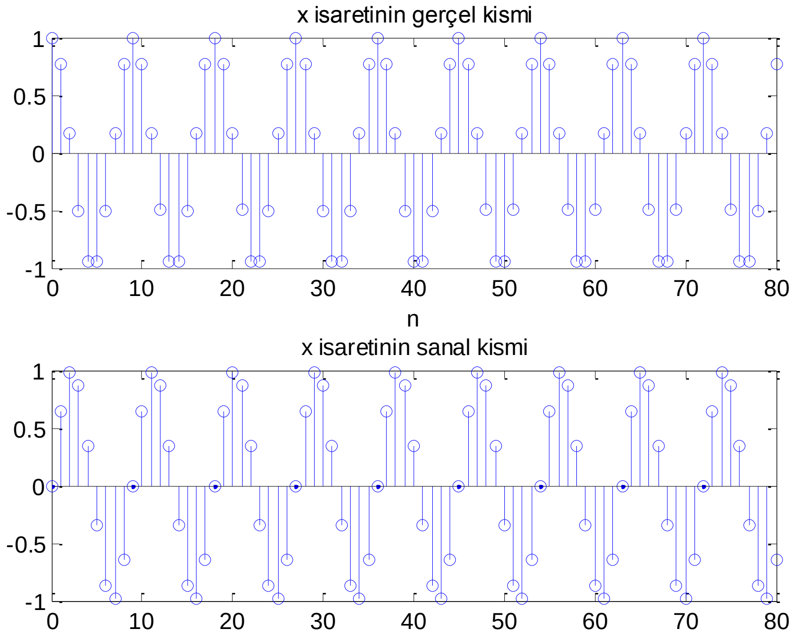
```
n=[0:80];
x=exp(j*pi/8.*n);
%zaman vektörü n ve x oluşturuluyor
subplot(2,1,1);
stem(n, real(x));
title('x isaretinin gerçel kismi');
xlabel('n');
subplot(2,1,2);
stem(n, imag(x));
title('x isaretinin sanal kismi');
```



2. $x(n) = e^{j(\frac{6\pi}{27})n}$, $\Omega_0 = \frac{6\pi}{27}$, $N_0 = \frac{2\pi}{\Omega_0} = \frac{2\pi}{6\pi/27} = \frac{27}{3} = 9$,tamsayı → Periyodiktir. $N_0 = 9$

($\frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{1}{9}$, rasyonel sayı → Periyodiktir.)

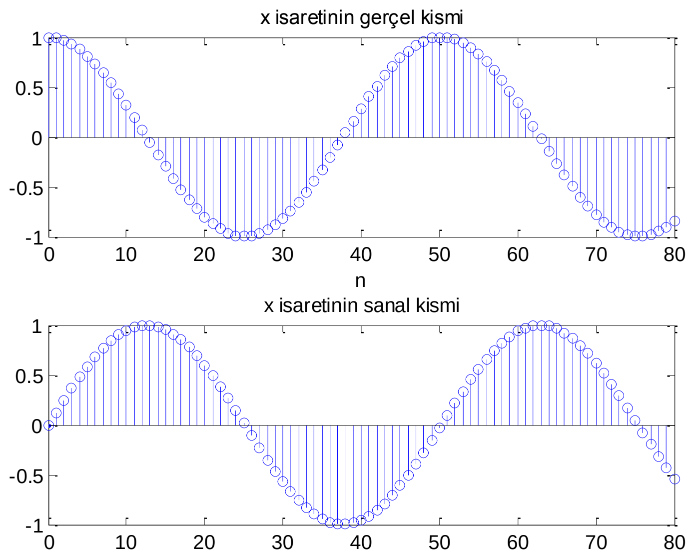
```
x=exp(j*6*pi/27.*n);
```



3. $x(n) = e^{j(\frac{1}{8})n}$, $\Omega_0 = \frac{1}{8}$, $N_0 = \frac{2\pi}{\Omega_0} = \frac{2\pi}{1/8} = 16\pi$ tam sayı değil → Periyodik Değildir.

($\frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{1}{16\pi}$, rasyonel sayı değil(irrasyonel sayı) → Periyodik Değildir.)

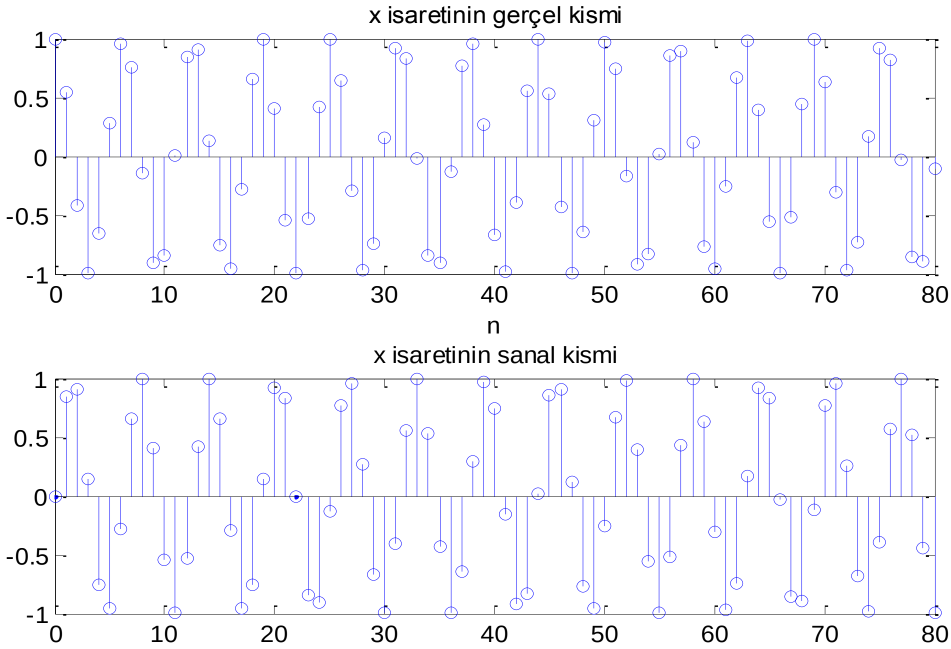
`x=exp(j*(1/8).*n);` (1/8)*(180/pi) = 7.162.. derece



4. $x(n) = e^{jn}$, $\Omega_0 = 1$, $N_0 = \frac{2\pi}{\Omega_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$ tam sayı değil → Periyodik Değildir.

($\frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}$, rasyonel sayı değil(irrasyonel sayı) → Periyodik Değildir.)

`x=exp(j.*n);` 1*(180/pi) = 57.29… derece

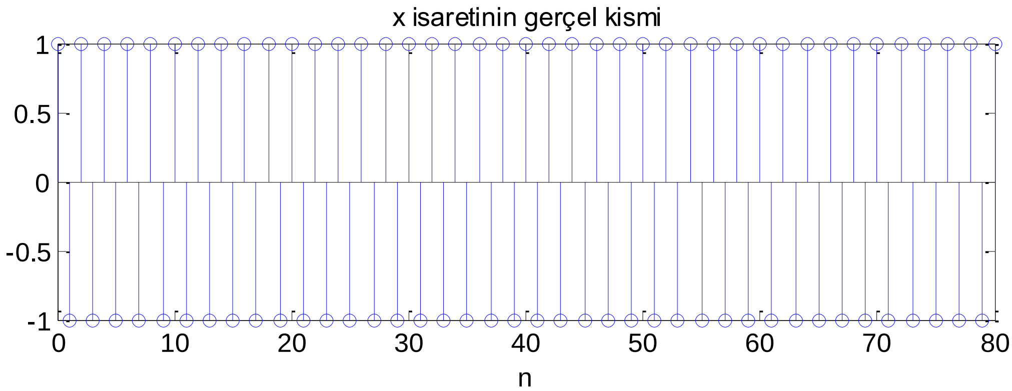


5. $x(n)=e^{j(3\pi)n}$, $\Omega_0=3\pi$, $N_0=\dfrac{2\pi}{\Omega_0}=\dfrac{2\pi}{3\pi}=\dfrac{2}{3}$ tam sayı değil !

Fakat $\dfrac{\Omega_0}{2\pi}=\dfrac{3\pi}{2\pi}=\dfrac{3}{2}$, rasyonel sayı → Dolayısıyla Periyodiktir.

$N_0=\dfrac{2\pi}{\Omega_0}m$ formülü gereği m=3 ile tamsayı olur. $N_0=\dfrac{2}{3}\cdot 3=2$

```
x=exp(j*3*pi.*n);
```

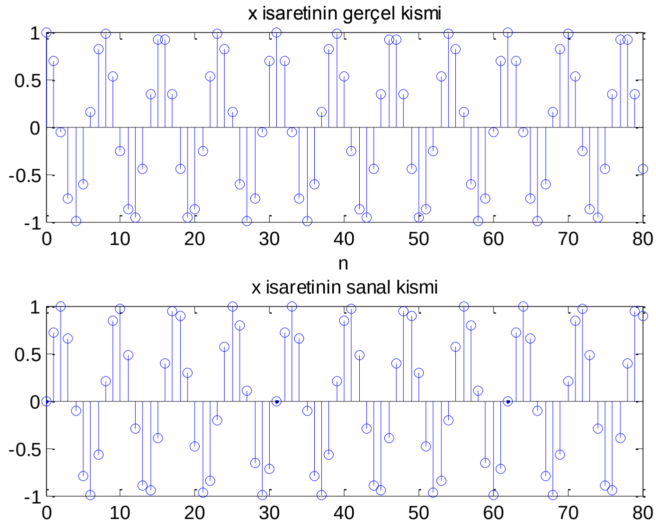


6. $x(n)=e^{j(\frac{8\pi}{31})n}$, $\Omega_0=\dfrac{8\pi}{31}$, $N_0=\dfrac{2\pi}{\Omega_0}=\dfrac{2\pi}{\frac{8\pi}{31}}=\dfrac{31}{4}$ tam sayı değil !

Fakat $\dfrac{\Omega_0}{2\pi}=\dfrac{\frac{8\pi}{31}}{2\pi}=\dfrac{4}{31}$, rasyonel sayı → Dolayısıyla Periyodiktir.

$N_0=\dfrac{2\pi}{\Omega_0}m$ formülü gereği m=4 ile tamsayı olur. $N_0=\dfrac{31}{4}\cdot 4=31$

```
x=exp(j*(8*pi/31).*n);
```



10- Sinc Dizisi:

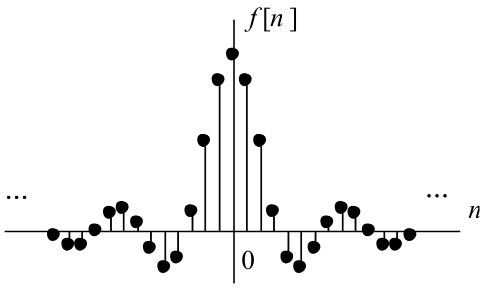
Bu fonksiyon ideal alçak geçiren süzgeçlerin birim birim örnek tepkisi olduğundan dolayı işaretler ve sistemler teorisinde çok yaygın olarak kullanılır. Aşağıda Şekil 1.15'de ayrık sinc dizisi verilmiştir.

$$Sincan = \frac{Sin\ a\pi\ n}{a\pi\ n}$$

Tanımdan da anlaşılacağı üzere bu dizinin değerleri sinüs işaretinin $a\pi n$ değerine oranıdır. Dolayısıyla bu dizinin değerleri sinüs işaretinin sıfır olduğu n değerlerinde sıfırdır. Bu değerler k tamsayı olmak üzere

$n = k\frac{1}{a}, \quad k = ..., -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...$ şeklindedir.

Yukarıdaki fonksiyonun maksimum olduğu yerler ise türevinin sıfıra eşitlenmesiyle belirlenir. Bu işlemin yapılması halinde bu noktaların, sıfır noktası hariç, art arda gelen iki sıfır noktasının tam ortasında olmadığı gösterilebilir. Ayrıca bu fonksiyon dikey eksene göre simetrik olmasına rağmen art arda gelen iki sıfır geçiş noktası arasında kalan parçaları, merkezdeki parça hariç, bu iki noktanın ortasından geçen dikey eksene göre simetrik değildir.



Şekil 1.15 Ayrık Sinc dizisi

C-İşaretler Üzerinde Yapılan Temel İşlemler

Bağımsız değişkenin (zamanın) dönüşümü:

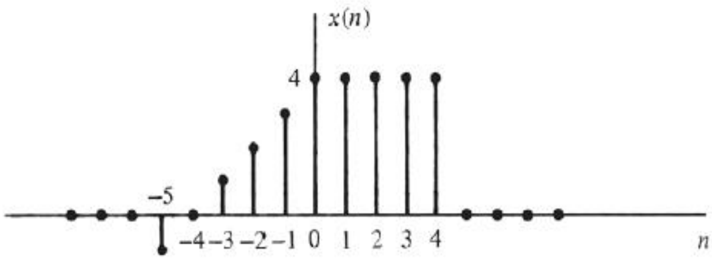
Bir x(n) sinyali, k bir tamsayı olmak üzere, bağımsız değişken n, n-k ile yer değiştirilerek zamanda kaydırılabilir.

Eğer k bir pozitif tamsayı ise, zamandaki kayma k birim kadar sinyalin gecikmesine neden olur. Yani sinyal k kadar gecikir. Eğer k negatif tamsayı ise sinyal |k| zaman birimi kadar ileriye kayar.

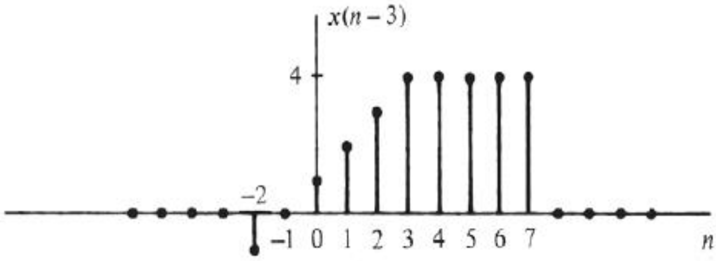
ÖRNEK 2.1.2

Şekil 2.1.9(a)'da $x(n)$ sinyali grafiksel olarak gösterilmiştir. $x(n-3)$ ve $x(n+2)$ sinyallerin grafiksel gösterimlerini çiziniz.

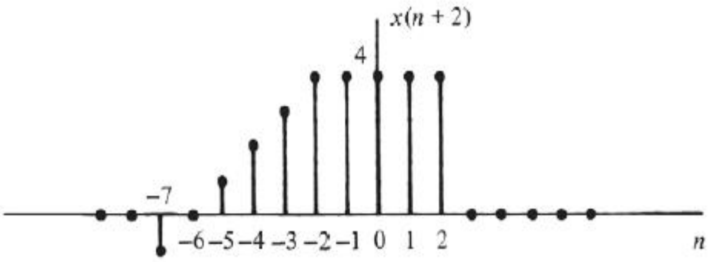
Çözüm. $x(n\text{-}3)$ sinyali, $x(n)$ sinyali zamanda üç birim geciktirerek elde edilir. Sonuç, Şekil 2.1.9(b)'de gösterilmiştir. Öte yandan, $x(n\text{+}2)$ sinyali, $x(n)$'yi zamanda iki birim ileri alarak elde edilmiştir. Sonuç, Şekil 2.1.9(c)'de gösterilmiştir. Gecikmenin, sinyali sağa kaydırmaya, ilerletmeninse zaman ekseninde sinyali sola kaydırmaya denk geldiğine dikkat ediniz.



(a)



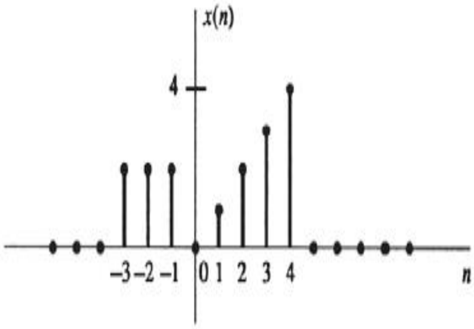
(b)



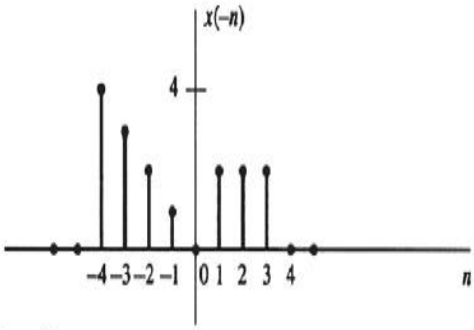
(c)

ÖRNEK:

Şekildeki x(n) sinyaline göre x(-n) ve x(-n+2) sinyallerini gösteriniz.

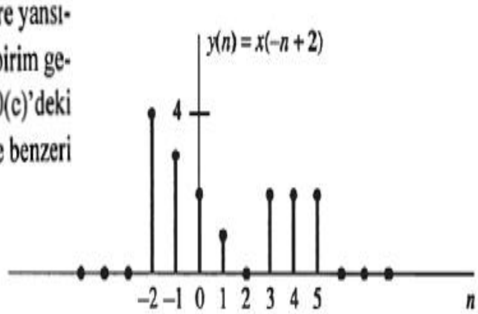


(a)



(b)

Çözüm. Yeni sinyal $y(n) = x(-n)$, Şekil 2.1.10(b)'de görülmektedir. Dikkat edilirse, $y(0) = x(0)$, $y(1) = x(-1)$, $y(2) = x(2)$ ve benzeri şekilde devam etmektedir. Aynı zamanda, $y(-1) = x(1)$, $y(-2) = x(2)$ ve benzeri şeklindedir. Bundan dolayı, $y(n)$ basitçe $x(n)$'nin zaman ekseninde $n = 0$'a göre yansıtılmış ya da katlanmış durumudur. $y(n) = x(-n + 2)$ sinyali basitçe $x(-n)$'in zamanda iki birim gecikmiş durumudur. Sonuçta oluşan sinyal Şekil 2.1.10(c)'de görülmektedir. Şekil 2.1.10(c)'deki sonucu basit bir yolla doğrulamak için $y(0) = x(2)$, $y(1) = x(1)$, $y(2) = x(0)$, $y(-1) = x(3)$ ve benzeri şekilde örnekleri hesaplamak mümkündür.



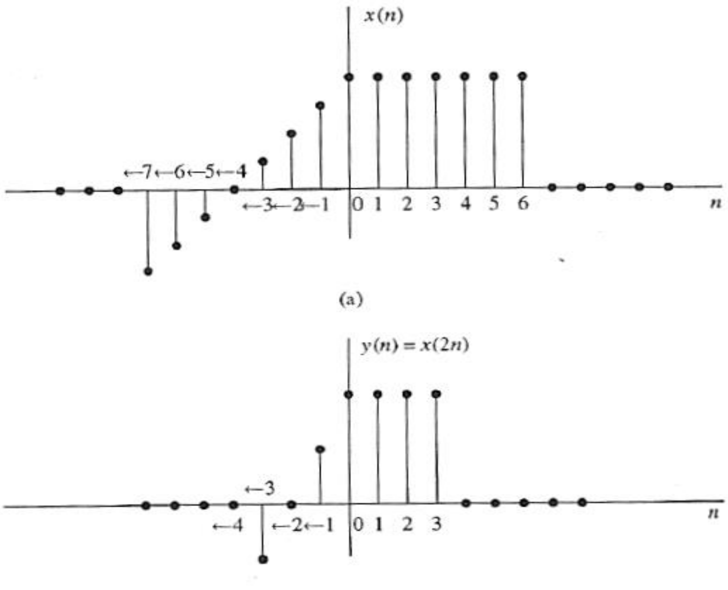
(c)

ÖRNEK:

$y(n) = x(2n)$ sinyalini grafiksel olarak gösteriniz, buradaki $x(n)$ şekil 2.1.11(a)'da sinyalin şekli görülmektedir.

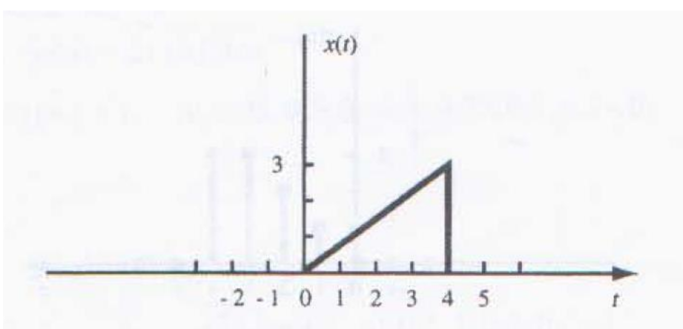
Çözüm. Dikkat edersek, $y(n)$'yi, $x(0)$'dan başlayarak, $x(n)$'nin bütün örneklerini aralıklı olarak elde ederiz. Böylece $y(0) = x(0)$, $y(1) = x(2)$, $y(2) = x(4)$… ve $y(-1) = x(-2)$, $y(-2) = x(-4)$ ve benzeri şeklinde devam eder. Diğer bir deyişle, $x(n)$'nin tek sayılı örneklerini atlamış ve çift sayıları örneklerini tutmuş olduk. Sonuçta oluşan sinyal Şekil 2.1.11(b)'de görülmektedir.

Eğer $x(n)$ sinyali, $x_a(t)$ analog sinyalinden örnekleme yoluyla elde edilmiş olsaydı, T örnekleme periyodu olmak üzere, $x(n) = x_a(nT)$ olurdu. Şimdi, $y(n) = x(n) = x_a(2Tn)$ olmuştur. Dolayısıyla, 2.1.4 örneğindeki zamanda-ölçekleme işlemi örnekleme hızını $1/T$'den $1/2T$'ye dönüştürmek, yani örnekleme hızını iki katı yavaşlatmaktır. Bu işleme *örnek-seyreltme* adı verilir.



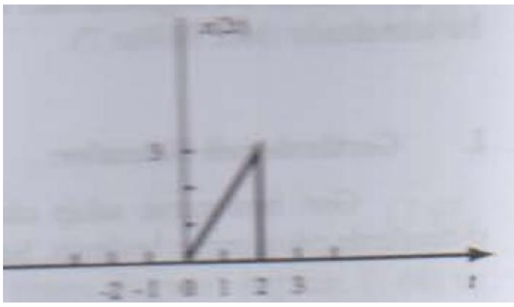
Şekil 2.1.11 Örnek-seyreltme işleminin grafiksel gösterimi.

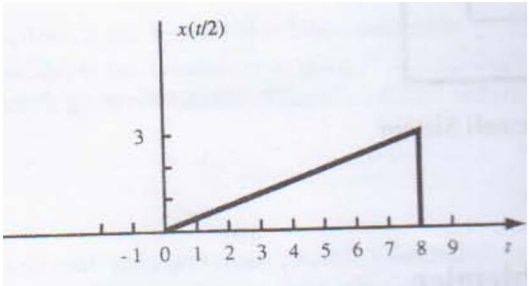
ÖRNEK:

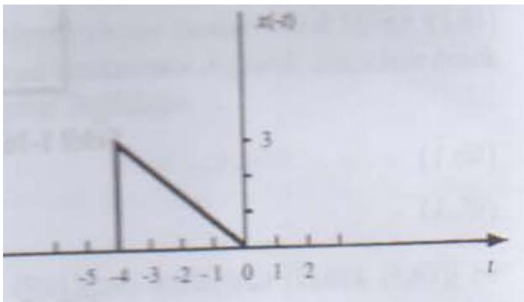


Şekil 1.17'de sürekli zamanlı bir sinyal görülmektedir. Aşağıdaki sinyallerin her birini çiziniz.

(*a*) $x(t-2)$; (*b*) $x(2t)$; (*c*) $x(t/2)$; (*d*) $x(-t)$







ÖRNEK:

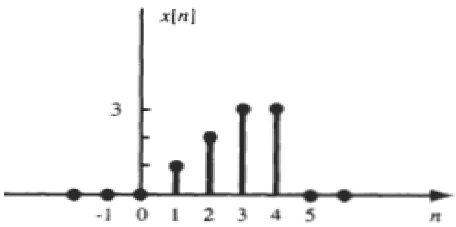
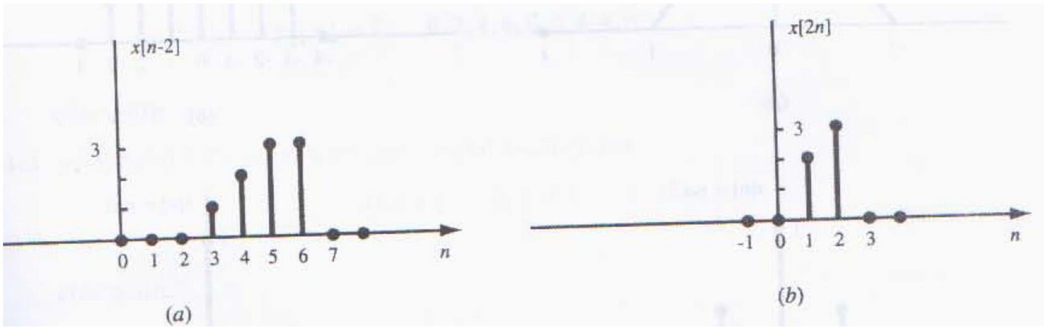
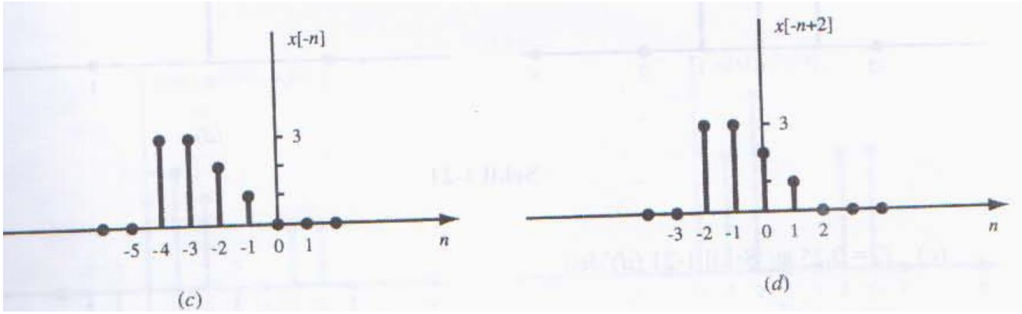


Fig. 1-19

Ayrık zamanlı $x[n]$ sinyali Şekil 1-19'da görülmektedir. Aşağıdaki sinyallerin her birini çiziniz.

(*a*) $x[n-2]$; (*b*) $x[2n]$; (*c*) $x[-n]$; (*d*) $x[-n+2]$





ÖRNEK:

Sürekli zamanlı bir sinyal şu biçimde tanımlanmaktadır:

$$x(t) = \begin{cases} 1 - |t| & -1 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases}$$

$x(t)$'nin (a) 0.25 s, (b) 0.5 s ve (c) 1.0 s örnekleme aralıklarıyla düzgün örneklenmesi sonucu elde edilen ayrık zamanlı dizileri bulunuz.

Soruyu grafikler yardımıyla çözmek daha kolay görülmektedir. $x(t)$ sinyali Şekil 1-21(a)'da gösterilmiştir. Şekil 1-21 (b), (c) ve (d) söz konusu örnekleme aralıkları için elde edilen örneklenmiş dizileri göstermektedir.

(*a*) $T_s = 0.25$ s: Şekil 1-21 (b)'den

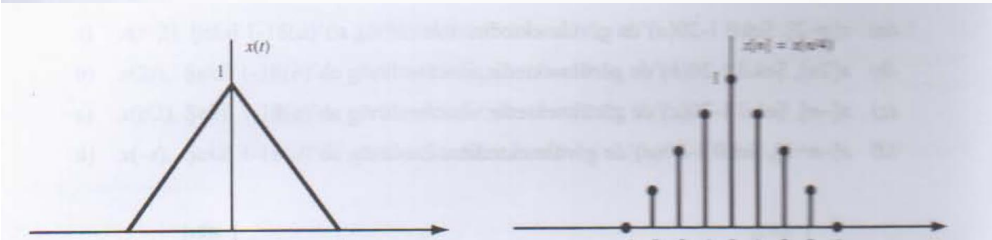
$$x[n] = \{\ldots, 0, 0.25, 0.5, 0.75, \underset{\uparrow}{1}, 0.75, 0.5, 0.25, 0, \ldots\}$$

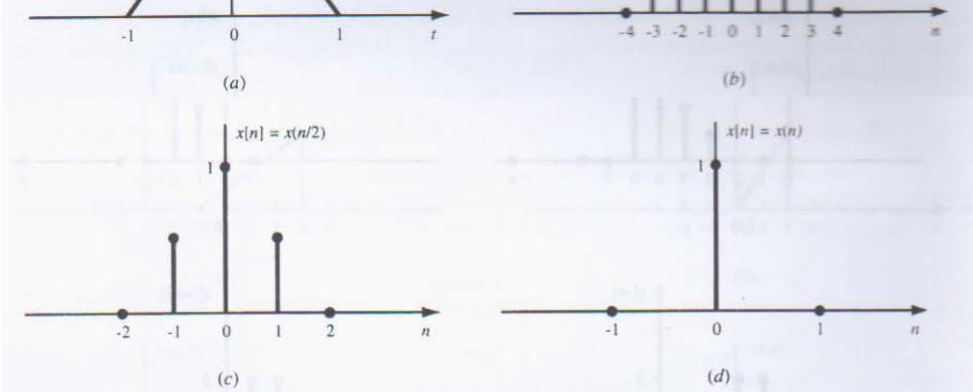
elde edilir

(*b*) $T_s = 0.5$ s. Şekil 1-21 (*c*)'den

$$x[n] = \{\ldots, 0, 0.5, \underset{\uparrow}{1}, 0.5, 0, \ldots\}$$

elde edilir:





Dizilerin toplanması, çarpılması ve ölçeklenmesi

A sabitiyle *genlik ölçekleme* işlemi, sinyalin her bir örneğini A ile çarparak yapılır. Sonuçta

$$y(n) = Ax(n), \qquad -\infty < n < \infty$$

elde edilir.

$x_1(n)$ ve $x_2(n)$ sinyallerinin *toplamı*, bir $y(n)$ sinyal olsun. $y(n)$'nin anlık değeri bu iki sinyalin o andaki değerinin toplamına eşittir. Yani

$$y(n) = x_1(n) + x_2(n), \qquad -\infty < n < \infty$$

olur.

İki sinyalin *çarpımı*, benzer şekilde örnek örnek çarpımla elde edilir. Yani,

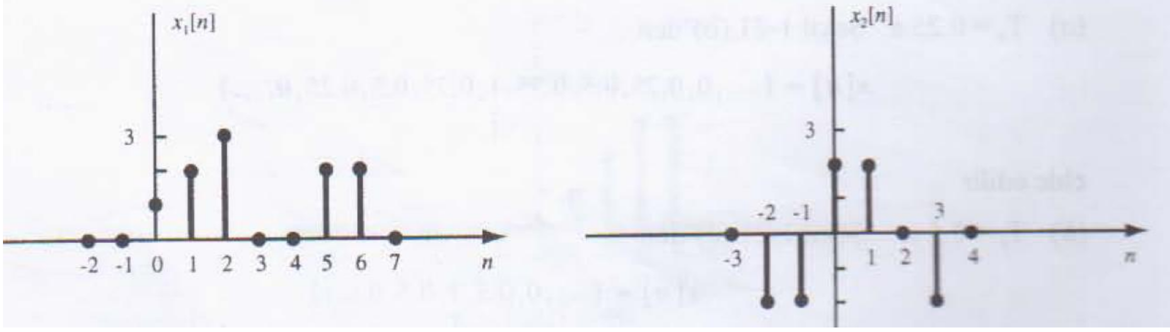
$$y(n) = x_1(n)x_2(n), \qquad -\infty < n < \infty$$

olur.

ÖRNEK:

Şekil 1-22'de gösterilen ayrık zamanlı $x_1[n]$ ve $x_2[n]$ sinyallerini kullanarak, aşağıdaki sinyalleri çizimlerle ve sayı dizileriyle tanımlayınız.

(a) $y_1[n] = x_1[n] + x_2[n]$; (b) $y_2[n] = 2x_1[n]$; (c) $y_3[n] = x_1[n]x_2[n]$



(a) $y_1[n]$ Şekil 1-23 (a)'da çizilmiştir. Şekil 1-23(a)'dan

$$y_1[n] = \{\ldots, 0, -2, -2, \underset{\uparrow}{3}, 4, 3, -2, 0, 2, 2, 0, \ldots\}$$

elde edilir.

(b) $y_2[n]$ Şekil 1-23 (b)'de çizilmiştir. Şekil 1-23(b)'den

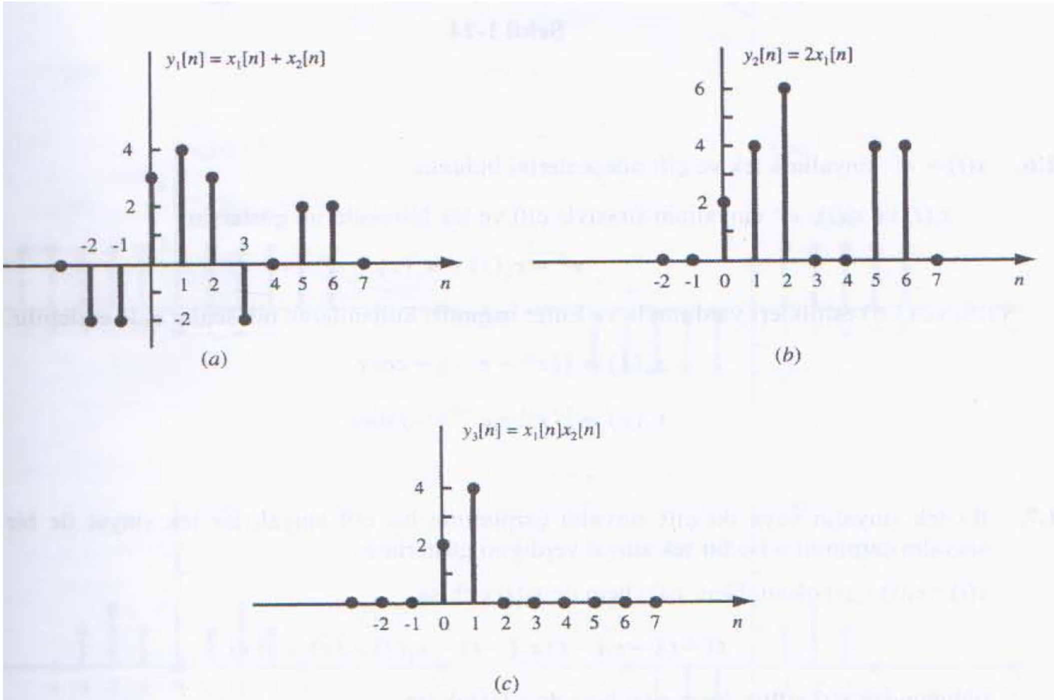
$$y_2[n] = \{\ldots, 0, \underset{\uparrow}{2}, 4, 6, 0, 0, 4, 4, 0, \ldots\}$$

elde edilir.

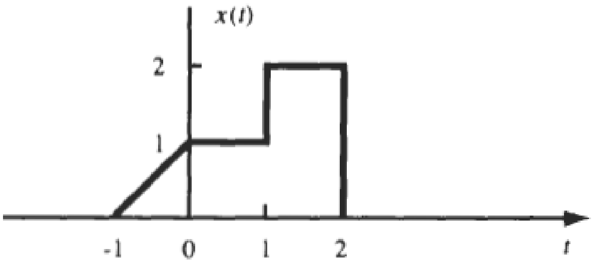
(c) $y_3[n]$ Şekil 1-23 (c)'de çizilmiştir. Şekil 1-23(c)'den

$$y_3[n] = \{\ldots, 0, \underset{\uparrow}{2}, 4, 0, \ldots\}$$

elde edilir.

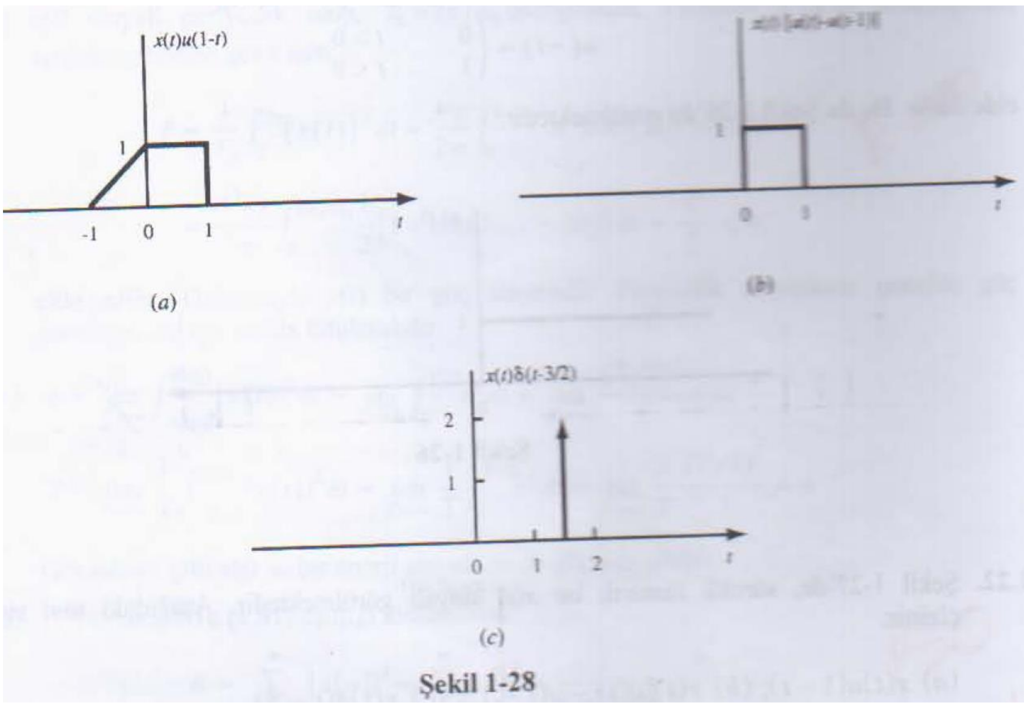


ÖRNEK:



x(t) sinyali şekilde verilmiştir. Aşağıdaki sinyalleri çiziniz.

$$(a)\ x(t)u(1-t);\ (b)\ x(t)[u(t)-u(t-1)];\ (c)\ x(t)\delta(t-\tfrac{3}{2})$$

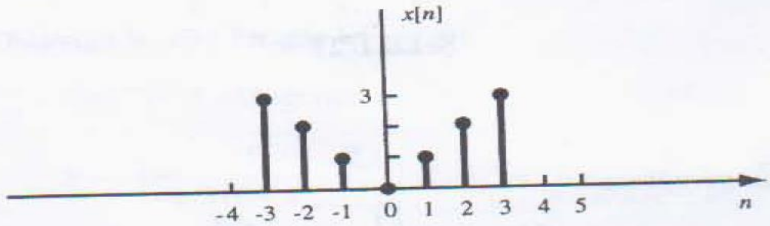


Şekil 1-28

ÖRNEK:

Şekil 1-29'da, ayrık zamanlı bir $x[n]$ sinyali görülmektedir. Aşağıdaki sın
çiziniz.

(*a*) $x[n]u[1-n]$; (*b*) $x[n]\{u[n+2]-u[n]\}$; (*c*) $x[n]\delta[n-1]$



Şekil 1-29

(*a*) (1.44) tanımından

$$u[1-n]=\begin{cases}1 & n\le 1\\ 0 & n>1\end{cases}$$

elde edilir. $x[n]\ u[1-n]$, Şekil 1-30(a)'da görülmektedir.

(*b*) (1.43) ve (1.44) tanımlarından

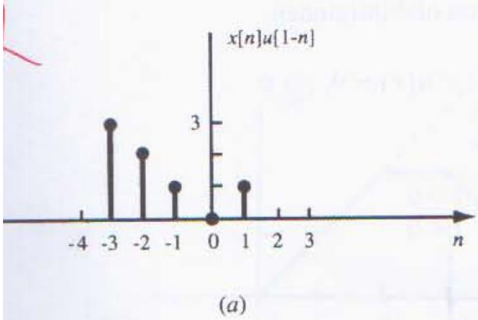
$$u[n+2]-u[n]=\begin{cases}1 & -2\le n<0\\ 0 & \text{diğer durumlar}\end{cases}$$

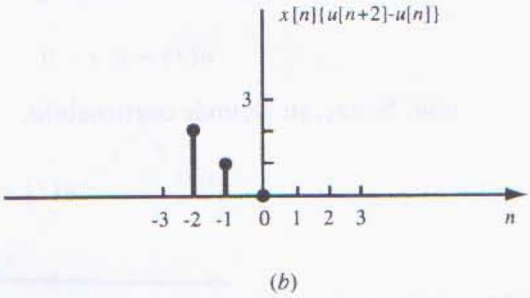
elde edilir. $x[n]\ (u[n+2]-u[n])$, Şekil 1-30(b)'de görülmektedir.

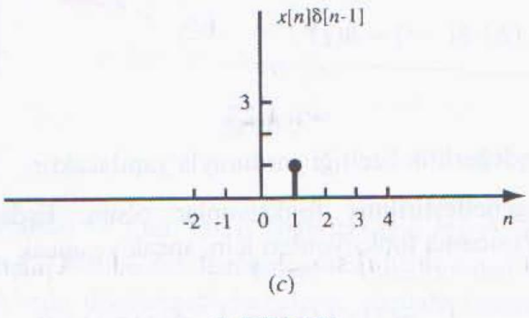
(*c*) (1.48) tanımı kullanılarak

$$x[n]\delta[n-1]=x[1]\delta[n-1]=\delta[n-1]=\begin{cases}1 & n=1\\ 0 & n\neq 1\end{cases}$$

elde edilir. Sinyal, Şekil 1-30(c)'de görülmektedir.







Şekil 1-30

Diziler üzerinde yapılan işlemler

1. Toplama: Aynı pozisyondaki örneklerin toplamı ile yapılır.

$$\{x_1(n)\} + \{x_2(n)\} = \{x_1(n) + x_2(n)\} \quad (1.10)$$

MATLAB'de iki dizinin ($x_1(n)$ ve $x_2(n)$) toplamı '+' aritmetik operatörü ile gerçekleştirilir. Burada $x_1(n)$ ve $x_2(n)$'in uzunluklarının eşit olması gerekmektedir. Eğer diziler eşit uzunlukta değilse dizilere sıfır eklemek yoluyla uzunluklar eşit hale getirilir.

2. Çarpma: Dizi elemanlarının birebir çarpımıyla gerçekleşmektedir.

$$\{x_1(n)\}.\{x_2(n)\} = \{x_1(n)x_2(n)\} \quad (1.11)$$

MATLAB'de bu çarpma işlevi ' .* ' operatörü ile gerçekleştirilir. $x_1(n)$ ve $x_2(n)$ uzunluklarının eşit olması gerekmektedir.

3. Ölçekleme: Bu işlevde her bir örnek değeri bir 'α' skaler değeri ile ölçeklenir.

$$a\{x(n)\} = \{ax(n)\} \quad (1.12)$$

Bu işlev MATLAB'de ' * ' operatörü ile gerçeklenir. (a * {x(n)})

4. Kaydırma: Bu işlevde her bir örnek 'K' kadar kaydırılarak, kaydırılmış $y(n)$ dizisi elde edilir.

$$y(n) = \{x(n - k)\} \quad (1.13)$$

Bu işlevin x vektörü üzerinde herhangi bir etkisi bulunmamaktadır. Fakat her elemana 'K' eklenerek **n** vektörü değiştirilmiştir.

5. Katlama: Bu işlevle her örnek $n = 0$ etrafında döndürülerek $y(n)$ dizisi elde edilmektedir.

$$y(n) = \{x(-n)\} \quad (1.14)$$

MATLAB'de bu işlev örnek değerler için ' fliplr(x) ' fonksiyonu ile gerçekleşir. Örnek pozisyonları için ise ' -fliplr(n) ' kullanılmaktadır.

Verilen bir örnek üzerinde bu işlevlerin etkilerini inceleyelim.

Örnek 1.1

$$\begin{aligned} x_1(n) &= \delta(n+1) + 3\delta(n) + \delta(n-2) + 2\delta(n-5) \\ x_2(n) &= -\delta(n) + 2\delta(n-1) + \delta(n-5) \end{aligned} \tag{1.15}$$

Verilen $x_1(n)$ ve $x_2(n)$ dizilerinin toplamı ve çarpımı bulunuz. Ayrıca $x_1(n)$ üzerinde ölçekleme, kaydırma ve döndürme özelliklerini gösteriniz.

Çözüm:

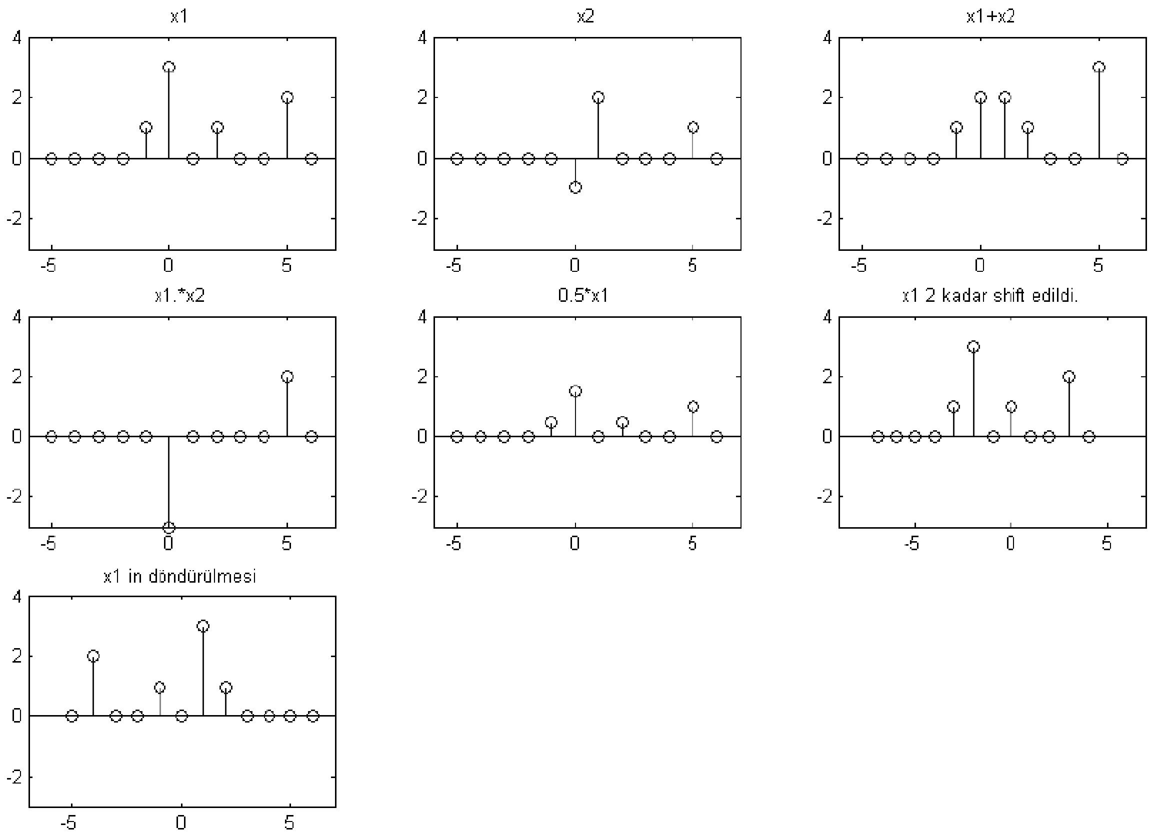
$$x_1(n) + x_2(n) = \delta(n+1) + 2\delta(n) + 2\delta(n-1) + \delta(n-2) + 3\delta(n-5)$$

$$x_1(n)x_2(n) = -3\delta(n) + 2\delta(n-5)$$

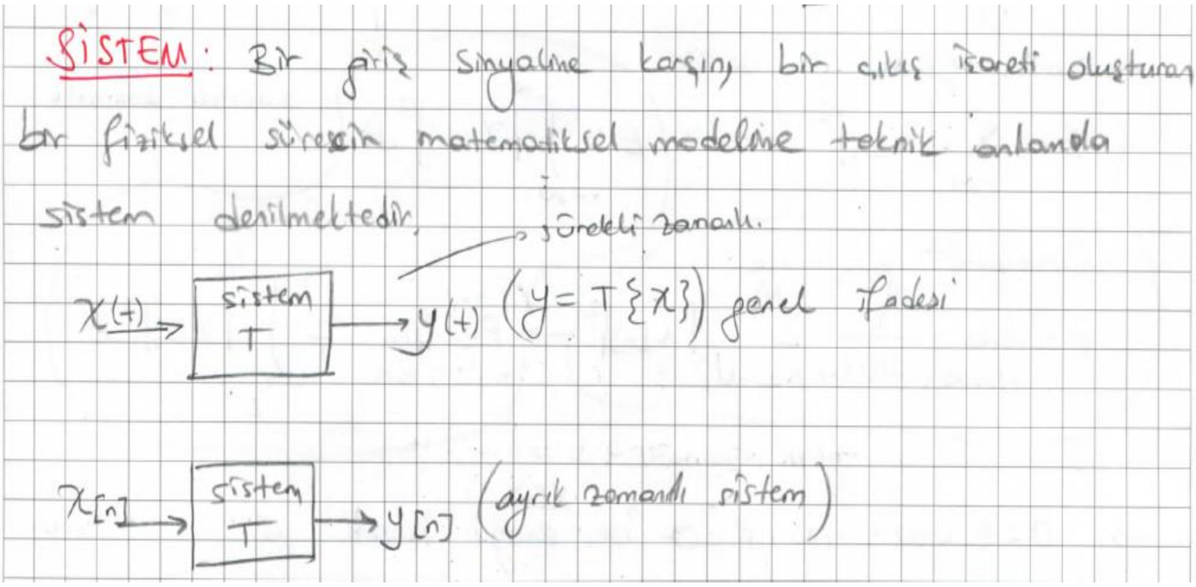
$$0.5x_1(n) = 0.5\delta(n+1) + 1.5\delta(n) + 0.5\delta(n-2) + \delta(n-5)$$

$$x_1(n+2) = \delta(n+3) + 3\delta(n+2) + \delta(n) + 2\delta(n-3)$$

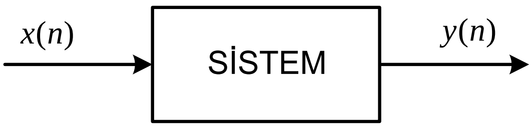
$$\begin{aligned} x_1(-n) &= \delta(-n+1) + 3\delta(-n) + \delta(-n-2) + 2\delta(-n-5) \\ &= \delta(n-1) + 3\delta(n) + \delta(n+2) + 2\delta(n+5) \end{aligned}$$



SÜREKLİ VE AYRIK ZAMANLI SİSTEMLER VE ÖZELLİKLERİ



Ayrık zamanlı sistem, görüldüğü gibi, $x(n)$ giriş dizisini, bir çıkış dizisine dönüştüren bir dönüşüm kuralıdır. Giriş ve çıkış ilişkisi sembolik olarak aşağıdaki gibi gösterilir.



$$\{x(n)\} \underset{sistem}{\rightarrow} \{y(n)\}$$

$$y(n) = T[x(n)]$$

Burada $T[.]$ sisteme ilişkin dönüşüm kuralını gösteren matematiksel bir operatördür.

Sayısal işaret işlemede karşılaşılan sistemlerin çoğunluğu, doğrusal, zamanla değişmeyen, nedensel ve kararlı olan sistemlerdir.

Doğrusallık

Bir sistemin doğrusallığı, çarpımsallık ve toplamsallık ilkelerini sağlamasıyla tanımlanır. Buna göre, herhangi iki giriş dizisi $x_1(n)$ ve $x_2(n)$, sırasıyla $y_1(n)$ ve $y_2(n)$ çıkış dizilerini üretsin.

$$y_1(n) = T[x_1(n)] \tag{1.20}$$

$$y_2(n) = T[x_2(n)] \tag{1.21}$$

a ve b herhangi iki sabit sayı olduğuna göre, $T[.]$ sisteminin doğrusal olabilmesi için gerek ve yeter koşul aşağıdadır.

$$T[ax_1(n)+bx_2(n)]=T[ax_1(n)]+T[bx_2(n)]=aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)]=ay_1(n)+by_2(n) \qquad (1.22)$$

(1.22) ifadesindeki koşulu sağlamayan sistemler doğrusal olmayan(non-linear) sistemler olarak adlandırılır.

<u>Örnek 1.3</u>

Sayısal bir süzgecin cevabı,

$$y(n)=6x^2(n-3) \qquad (1.23)$$

ise, bu sistemin doğrusallığını belirleyiniz.

<u>Çözüm 1.3</u>

(1.22) dönüşüm kuralından,

$$T[ax(n)]=6a^2x^2(n-3) \qquad (1.24)$$

olarak bulunur. a sabit bir katsayı olup, birden farklıdır $(a \neq 1)$. Öte yandan,

$$aT[x(n)]=a6x^2(n-3) \qquad (1.25)$$

olarak bulunur. Buradan,

$$T[ax(n)] \neq aT[x(n)] \qquad (1.26)$$

olmadığı açık bir şekilde görüldüğünden, bu süzgeç(sistem) doğrusal değildir.

rnek 1.3

$$y(n) = 8x^2(n-2) \qquad (1.23)$$

Sayısal bir süzgecin cevabı yukarıda verildiğine göre doğrusallığını belirleyiniz.

zm. (1.23) dönüşüm kuralından

$$T[ax(n)] = 8a^2x^2(n-2) \qquad (1.24)$$

olarak bulunur. a sabit bir katsayı olup, birden farklıdır $(a \neq 1)$. Öte yandan

$$aT[(x(n)] = 8ax^2(n-2) \qquad (1.25)$$

Açık olarak,

$$T[ax(n)] \neq aT(x(n)) \qquad (1.26)$$

Dolayısıyla süzgeç doğrusal değildir. ▯

Örnek 1.4

Sayısal süzgecin $x(n)$ girişine cevabı,

$$y(n) = T[x(n)] = n^2 x(n+2) \qquad (1.27)$$

olarak verilirse, sistemin(süzgecin) doğrusal olup olmadığını söyleyiniz.

Çözüm 1.4

$$\begin{aligned} T[ax_1(n)+bx_2(n)] &= n^2(ax_1(n+2)+bx_2(n+2)) = an^2x_1(n+2)+bn^2x_2(n+2) \\ &= aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)] = ay_1(n)+by_2(n) \end{aligned} \qquad (1.28)$$

veya

$$T[ax(n)] = n^2 ax(n+2)$$
$$aT[x(n)] = an^2 x(n+2)$$

$T[ax(n)] = aT[x(n)]$ olduğu açıkça görülüyor. O halde sistem doğrusaldır.

rnek 1.4 Eğer sayısal süzgecin $x(n)$ girişine cevabı

$$y(n) = T[x(n)] = n^3 x(n+1) \tag{1.27}$$

olarak verilirse, sistemin doğrusal olduğunu gösteriniz.

zm. Bu durum için,

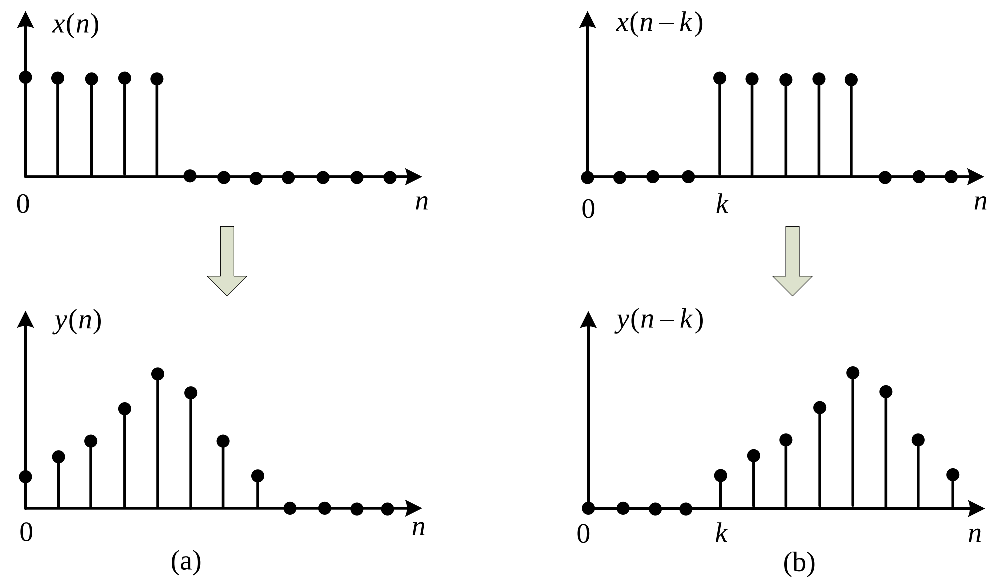
$$\begin{aligned} T[ax_1(n) + bx_2(n)] &= n^3(ax_1(n+1) + bx_2(n+1)) \\ &= an^3 x_1(n+1) + bn^3 x_2(n+1) \\ &= aT[x_1(n)] + bT[x_2(n)] \end{aligned} \tag{1.28}$$

Öyleyse, (1.27)'deki sistem doğrusaldır. □

Zamanla Değişmezlik

Sayısal bir sistemin giriş çıkış ilişkisi zamanla değişmiyorsa, sistem zamanla değişmeyen olarak adlandırılır. Bu sistem, uygulanan bir x giriş dizisine, uygulama anından bağımsız olarak aynı y çıkış dizisini üretiyor demektir. Şekil 1.10 da gösterildiği gibi, bir sistemin zamanla değişmez olması için gerek ve yeter şart, sistemin tüm ilk koşulları sıfır olmak üzere tüm giriş işaretleri için aşağıdaki şartın sağlanmasıdır.

$$T[x(n-k)] = y(n-k) \tag{1.29}$$



Şekil 1.10 Zamanla değişmeme, (a) Sistemin $x(n)$ girişine cevabı, (b) Sistemin geciktirilmiş $x(n-k)$ girişine cevabı

Örnek 1.5

Sayısal bir sistem,

$$y(n) = 8nx(n) \tag{1.30}$$

denklemiyle karakterize edilsin. Bu sistemin zamanla değişmezlik özelliğini inceleyiniz.

Çözüm 1.5

(1.30) denklemi ile verilen sistemin ötelenmiş $x(n-k)$ giriş dizisi cevabı,

$$T[x(n-k)] = 8nx(n-k) \tag{1.31}$$

olarak bulunur. Oysa (1.29) denklemi uyarınca çıkış dizisi de ötelenmelidir. Yani,

$$y(n-k) = 8(n-k)x(n-k) \tag{1.32}$$

olmalıdır. (1.31) ve (1.32) denklemlerinden,

$$y(n-k) \neq T[x(n-k)] \tag{1.33}$$

sonucu elde edilir ve sistemin zamanla değişir olduğu görülür.

rnek 1.5 Sayısal bir sistem

$$y(n) = 4nx(n) \tag{1.30}$$

denklemiyle karakterize edilsin. Zamanla-değişmezlik özelliğini inceleyiniz.

zm. (1.30)'daki sistemin ötelenmiş $x(n-k)$ giriş dizisine cevabı

$$T[x(n-k)] = 4nx(n-k) \tag{1.31}$$

olarak bulunur. Oysa (1.29) uyarınca çıkış dizisi de ötelenmelidir. Yani,

$$y(n-k) = 4(n-k)x(n-k) \tag{1.32}$$

olmalıdır. (1.31) ve (1.32)'den

$$y(n-k) \neq T[x(n-k)] \tag{1.33}$$

sonucu elde edilir ve sistem zamanla değişirdir. □

Örnek 1.6

Aşağıdaki fark denklemiyle ifade edilen sayısal sistemin zamanla değişip değişmediğini gösteriniz.

$$y(n) = T[x(n)] = x(n) + 4x(n-3) \quad (1.34)$$

Çözüm 1.6

Bu sistem için aşağıdaki eşitliği yazabildiğimizden dolayı sistem zamanla değişmezdir.

$$T[x(n-k)] = x(n-k) + 4x(n-k-3) = y(n-k) \quad (1.35)$$

rnek 1.6 Aşağıdaki fark denklemiyle ifade edilen sayısal sistemin zamanla değişmediğini gösteriniz.

$$y(n) = T[x(n)] = x(n) + 2x(n-1) \quad (1.34)$$

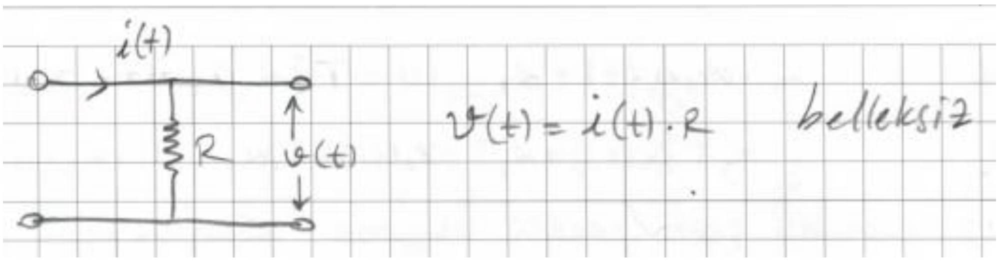
zm. Bu sistem için

$$T[x(n-k)] = x(n-k) + 2x((n-1)-k) = y(n-k) \quad (1.35)$$

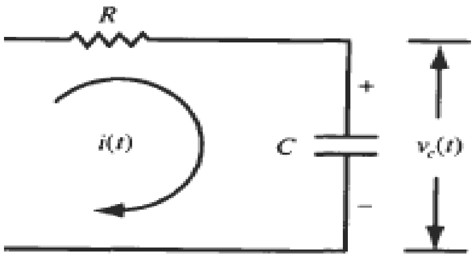
olduğuna göre sistem zamanla değişmezdir. □

Bellekli – Belleksiz Sistemler

Bir sistemin çıkışı yalnızca o andaki girişe bağlı olması durumunda sistem **Belleksiz,** sistemin çıkışı daha önceki girişler ve o andaki girişe bağlı olması durumunda ise **Bellekli** Sistem dir.



y(t) = x(t) ,	Belleksiz Sistem
y(t) = x(t).cos(wt) ,	Belleksiz Sistem
y[n] = x[n] ,	Belleksiz Sistem
$y[n] = (3x[n]+x^2[n])^2$,	Belleksiz Sistem
y(t) = x(t).cos(t+1) ,	Belleksiz Sistem



$$v_c(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)\, d\tau$$

Bellekli sistem

y(t) = x(t-1) ,	Bellekli Sistem
y[n] = x[n-3] ,	Bellekli Sistem
$y[n] = \sum_{-\infty}^{n} x[k]$,	Bellekli Sistem
$y[n] = \sum_{-\infty}^{n-1} x[k] + x[n]$,	Bellekli Sistem
$y[n] = y[n-1] + x[n]$,	Bellekli Sistem

Nedensellik

Herhangi bir anda sistemin çıkışı sadece o andaki ve geçmişteki girişlerine bağlıysa, o sisteme nedensel sistem denir. Daha açık bir anlatımla, Nedensel sistemlerde sistemin çıkışının bulunmasında, gelecekteki giriş değerlerine ihtiyaç duyulmaz. Nedensel sistemlerde, sisteme bir giriş uygulamadan çıkış elde etmek olası değildir. Belleksiz sistemlerin tümü aynı zamanda Nedensel dir.

y(t) = x(t) , y(t) = x(t-1) ,	Nedensel Sistemler
y(t) = x(t).cos(wt)	Nedensel Sistem
y[n] =n. x[n] , y[n] = x[n-3]	Nedensel Sistemler
$y[n] = \sum_{-\infty}^{n} x[k]$,	Nedensel Sistem

$$v_c(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)\, d\tau$$

Nedensel Sistem

y(t) = x(t+1) , y(t) = x(t+5) ,	Nedensel Olmayan Sistemler
y(t)=x(-t)	Nedensel Olmayan Sistem
y[n] = x[n+2] ,	Nedensel Olmayan Sistemler
y[n] = x[-n]	Nedensel Olmayan Sistem

Kararlılık

Sınırlı değerli bir giriş dizisinin, sınırlı değerli bir çıkış dizisi ürettiği sistemlere kararlı sistemler denir. Bu tanım sınırlı giriş sınırlı çıkış(SGSÇ) anlamında kararlılığı ifade eder. Yani M_1 ve M_2 sonlu sayılar olmak üzere,

Tüm n ler için,

$$|x(n)| \leq M_1 \tag{1.36}$$

olan herhangi bir giriş dizisine kararlı sistemin cevabı, tüm n ler için

$$|y(n)| \leq M_2 \tag{1.37}$$

olan bir çıkış dizisi olacaktır. Bazı sistemler doğal olarak bu özelliğe sahiptir. Örneğin pasif analog sistemler daima kararlıdır.

ÇALIŞMA SORULARI

1.2 Şekil 1.11'de ayrık-zamanlı $x(n)$ işareti gösterilmektedir. Aşağıdaki şıkların herbiri için bulunacak işareti çiziniz.

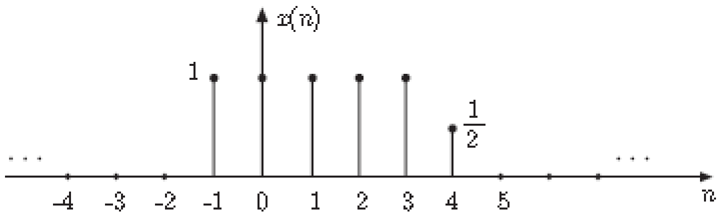
(a) $x(4-n)$

(b) $x(2n+1)$

(c) $x(n-1)\delta(n-3)$

(d) $x(n)u(2-n)$

(e) $x(n^2)$



Şekil 1.11

1.4 Aşağıdaki işaretlerin periyodik olup olmadıklarını gösteriniz. Eğer işaret periyodik ise temel periyodunu bulunuz.

(a) $x(n) = e^{j(n/8-\pi)}$

(b) $x(n) = \cos\frac{\pi n^2}{8}$

(c) $x(n) = \cos\left(\frac{n}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$

(d) $x(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty}\left[\delta(n-3m)-\delta(n-1-3m)\right]$

$m=-\infty$

1.5 $x(n)$ sistem girişi ve $y(n)$ sistem çıkışı olduğuna göre, aşağıdaki sistemlerin,

(i) Nedensel

(ii) Kararlı

(iii) Doğrusal

(iv) Zamanla-değişmeyen

olup olmadıklarını belirleyiniz. Cevabınızın gerekçesini açıklayınız.

(a) $y(n) = ax(n) + b$

(b) $y(n) = g(n)x(n)$

(c) $y(n) = nx(n)$

(d) $y(n) = x(n)x(n-1)$

MATLAB UYGULAMALARI

M1.1 Birim impuls dizisi $\delta(n)$ ve birim basamak dizisi $u(n)$ sıkça karşılaşacağımız iki temel ayrık-zamanlı dizidir. L uzunluğunda bir birim impuls dizisini MATLAB[1] kullanarak şu şekilde oluşturabiliriz.

```
d=[1 zeros(1,L-1)];
```

Benzer şekilde L uzunluğunda bir birim basamak dizisini yaratmak için

```
u=[ones(1,L)];
```

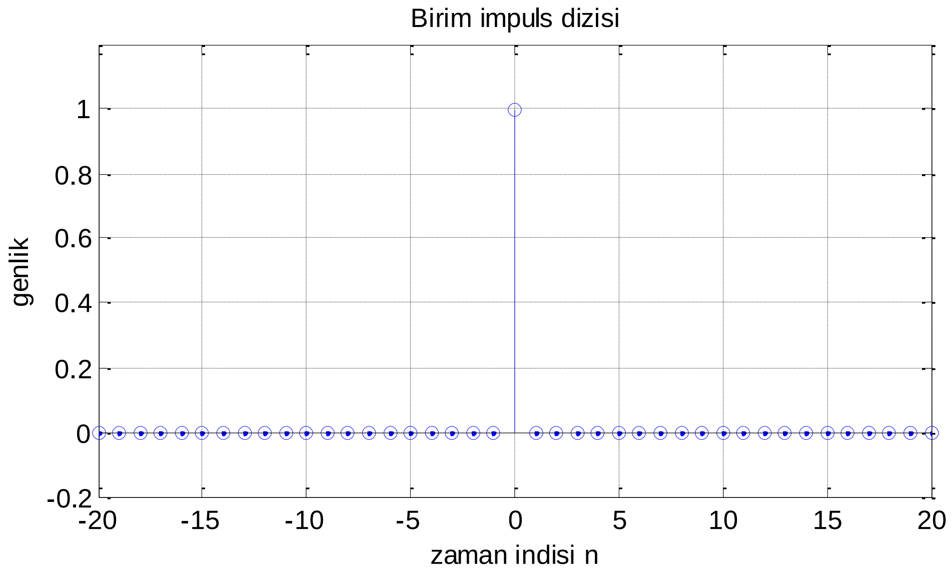
yazarız. Bu diziyi n_0 kadar ötelemek için

`d_gecikme=[zeros(1,n0) ones(1,L)];` yazmamız yeterlidir.

Aşağıdaki programla bir birim impuls dizisi oluşturup çizebilirsiniz

```
%Birim impuls dizisi oluşturma
clear all;close all;
% -20'den 20'ye bir vektör oluştur. (n değerleri için)
n=-20:20;
%Birim impuls dizisini oluştur
 d=[ zeros(1,20) 1 zeros(1,20)];
%Birim impuls dizisini çizdir
stem(n,d);
```

```
xlabel('zaman indisi n');
ylabel('genlik');
title('Birim impuls dizisi');
axis([-20 20 -0.2 1.2])
grid
```

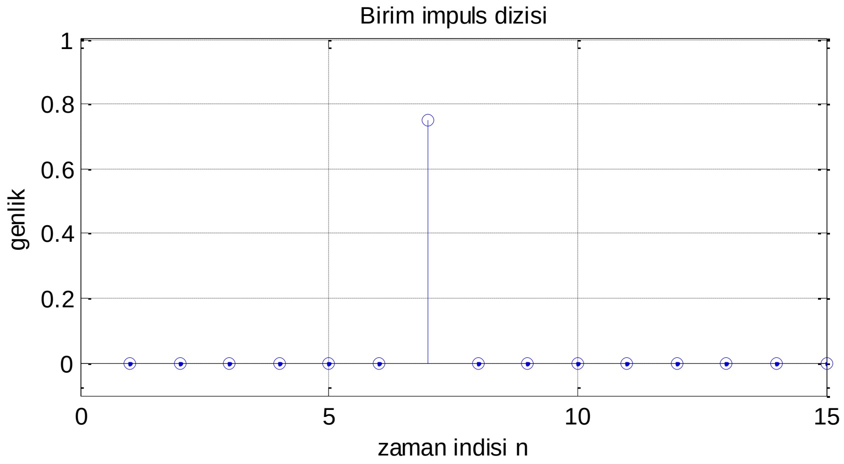


Aşağıdaki dizileri oluşturunuz ve çizdiriniz. n-ekseni belirtilen aralığığı kapsayacak şekilde olmalı ve doğru numaralandırılmalıdır.

$$x_1(n) = 0.75\delta(n-7) \qquad 1 \leqslant n \leqslant 15$$

$$x_1(n) = 1.4\delta(n+150) \qquad -200 \leqslant n \leqslant -100$$

```
%0.75*Delta(n-7) dizisi oluşturma
clear all;close all;
% 1'den 15'e bir vektör oluştur. (n değerleri için)
n=1:15;
%Birim impuls dizisini oluştur
 d=[ zeros(1,6) 0.75 zeros(1,8)];
%Birim impuls dizisini çizdir
stem(n,d);
xlabel('zaman indisi n');
ylabel('genlik');
title('Birim impuls dizisi');
axis([0 15 -0.1 1])
grid
```




```
%1.4*Delta(n+150) dizisi oluşturma
clear all;close all;
% -200'den -100'e bir vektör oluştur. (n değerleri için)
n=-200:-100;
%Birim impuls dizisini oluştur
 d=[ zeros(1,50) 1.4 zeros(1,50)];
%Birim impuls dizisini çizdir
stem(n,d);
xlabel('zaman indisi n');
ylabel('genlik');
title('Birim impuls dizisi');
axis([-200 -100 -0.1 1.5])
grid
```