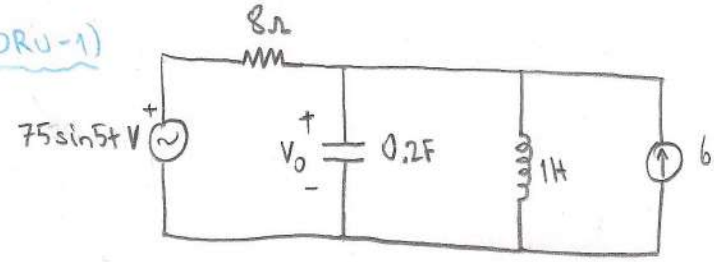
EHM-2005 Devre ve Sistem Analizleri Dersi Arasınav Soru ve Çözümleri

05.12.2020

SORU-1)

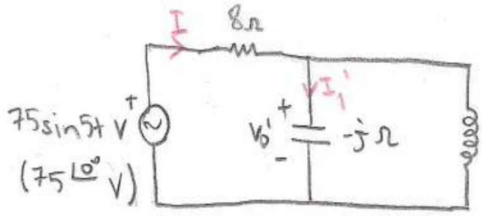


Yanda verilen devredeki $v_0(t)$ gerilimini süperpozisyon teoremi ile hesaplayınız.

Cevap-1) Devrede sadece bağımsız gerilim kaynağı aktif (bağımsız akım kaynağı açık devre) iken;

$w = 5$ rad/sn olduğundan; $Z_C = -jX_C = \dfrac{1}{jwC} = \dfrac{-j}{5*0.2} = -j\ \Omega$

$Z_L = jX_L = jwL = j5*1 = 5j\ \Omega$



$\Rightarrow \quad I = \dfrac{75\angle 0^\circ}{Z_{es}}$ A.

$Z_{es} = 8 + \dfrac{(-j)\,(5j)}{-j+5j} = 8 - j1.25 = 8.0971\angle -8.88^\circ\ \Omega$

$I = \dfrac{75\angle 0^\circ}{8.0971\angle -8.88^\circ} = 9.26\angle +8.88^\circ$ A //

$I_1' = \dfrac{5j}{4j}.I$

$I_1' = 11.58\angle +8.88^\circ$ A

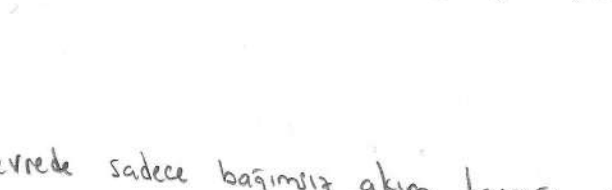
Buna göre $V_0' = I_1' * (-j) \Rightarrow V_0' = 11.58\angle +8.88^\circ . 1\angle -90^\circ \Rightarrow \boxed{V_0' = 11.58\angle -81.12^\circ \text{ V}}$

$\boxed{V_0' = 11.58.\sin(5t - 81.12^\circ) \text{ V}}$

Devrede sadece bağımsız akım kaynağı aktif (bağımsız gerilim kaynağı kısa devre) iken;

$w = 10$ rad/sn olduğundan; $Z_C = -jX_C = \dfrac{1}{jwC} = \dfrac{-j}{10*0.2} = -j0.5\ \Omega$

$Z_L = jX_L = jw.L = j.10*1 = j10\ \Omega$



$\Rightarrow \quad V_0'' = 6\angle 0^\circ . Z_{es}$

$Z_{es} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{-j0.5} + \dfrac{1}{j10}} = 0.0345 - j0.5240\ \Omega$

$= 0.5251\angle -86.23^\circ\ \Omega$

$$V_o'' = 6\angle 0^\circ \cdot Z_{eş} = 6\angle 0^\circ * 0.5251\angle -86.23^\circ \Rightarrow \boxed{V_o'' = 3.1506\angle -86.23^\circ \text{ V}}$$

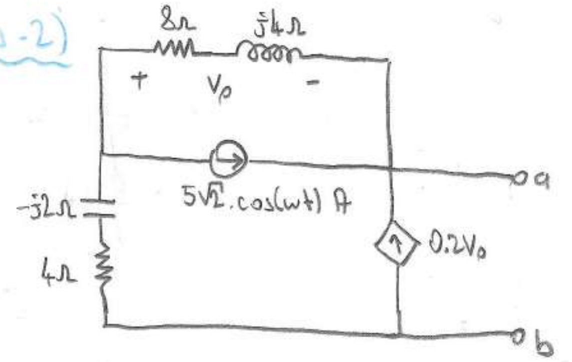
$$\boxed{V_o'' = 3.1506 \cdot \cos(10t - 86.23^\circ) \text{ V}}$$

Her iki bağımsız kaynağın neden olduğu V_o' ve V_o'' gerilim düşümleri elde edildiğine göre $V_o = V_o' + V_o''$ olarak hesaplanır. Buna göre;

$$V_o(t) = V_o'(t) + V_o''(t)$$

$$\boxed{V_o(t) = 11.58 \cdot \sin(5t - 81.12^\circ) + 3.1506 \cdot \cos(10t - 86.23^\circ) \text{ V}}$$

SORU-2)



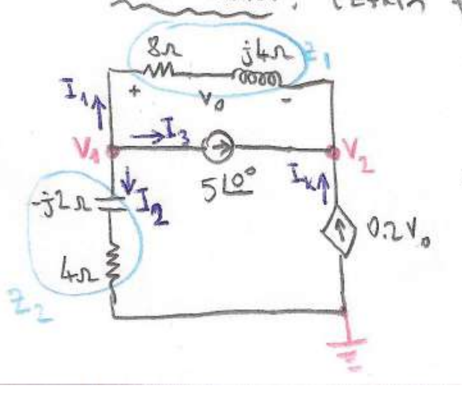
Yanda verilen devrede;

a) a-b uçları arasına bağlanacak Z_L yük empedansının devreden maksimum güç çekebilmesi için Z_L empedansının değeri ne olmalıdır?

b) (a) şıkkında hesaplanan Z_L yük empedansı a-b uçları arasına bağlandığında yük üzerinde harcanan aktif güç değerini hesaplayınız.

Cevap-2) a-b uçları arasına bağlanacak yük empedansında maksimum güç harcana- bilmesi için Z_L empedansının, Thevenin eşdeğer empedansının eşleniğine eşit olması gerekir. (Maksimum güç teoremi). Dolayısıyla Z_{th} hesaplanmalıdır. b şıkkında istenen güç hesabı için de Thevenin eşdeğer geriliminin hesabı gerektiği için sorudaki devrenin Thevenin eşdeğeri hesaplanmalıdır.

V_{th} hesabı: (Etkin fazör kullanılmıştır.)



$\Rightarrow$

$Z_1 = 8 + j4\,\Omega$

$Z_2 = 4 - j2\,\Omega$

V_1 düğümü $\rightarrow I_1 + I_2 + I_3 = 0$

V_2 düğümü $\rightarrow I_1 + I_3 + I_K = 0$

Burada $I_3 = 5\angle 0^\circ$ A

$I_K = 0.2V_o = 0.2(V_1 - V_2)$ //

V_1 düğüm denklemi $\rightarrow$ $\dfrac{V_1-V_2}{Z_1}+\dfrac{V_1}{Z_2}+5\angle 0^\circ=0$

V_2 düğüm denklemi $\rightarrow$ $\dfrac{V_1-V_2}{Z_1}+5\angle 0^\circ+0.2V_1-0.2V_2=0$

$$\left.\begin{aligned}&\frac{V_1}{Z_1}-\frac{V_2}{Z_1}+\frac{V_1}{Z_2}=-5\angle 0^\circ\\&\frac{V_1}{Z_1}-\frac{V_2}{Z_1}+0.2V_1-0.2V_2=-5\angle 0^\circ\end{aligned}\right\}\Rightarrow\begin{aligned}&\left(\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}\right)\cdot V_1-\frac{1}{Z_1}\cdot V_2=-5\angle 0^\circ\\&\left(\frac{1}{Z_1}+0.2\right)V_1-\left(\frac{1}{Z_1}+0.2\right)V_2=-5\angle 0^\circ\end{aligned}$$

Bu denklemleri matris formunda $(Y.V=I)$ aşağıdaki gibi yazabiliriz;

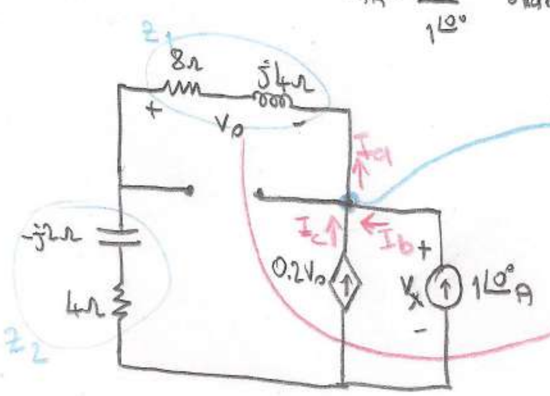
$$\begin{bmatrix}\left(\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}\right) & -\frac{1}{Z_1}\\ \left(\frac{1}{Z_1}+0.2\right) & -\left(\frac{1}{Z_1}+0.2\right)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1\\V_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5\angle 0^\circ\\-5\angle 0^\circ\end{bmatrix}$$

$V=Y^{-1}.I$ olduğuna göre;

$$\begin{bmatrix}V_1\\V_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4-2j & -1.1892+1.1351j\\4-2j & -4.4324+0.5946j\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-5\\-5\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}V_1\\V_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-14.0541+4.3243j\\2.1622+7.0270j\end{bmatrix}V$$

$$\begin{bmatrix}V_1\\V_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}14.7043\angle -17.1026^\circ\\7.3521\angle 72.8969^\circ\end{bmatrix}V\Rightarrow\boxed{V_{th}=V_2=7.3521\angle 72.8969^\circ\ V}$$

Z_{th} hesabı: Devrede bağımlı kaynak olduğundan dolayı a-b uçları arasına 1A değerinde bir akım kaynağı bağlanarak o akım kaynağı üzerine düşen V_x gerilimi aşağıdaki gibi hesaplanmıştır. Sonuçta $Z_{th}=\dfrac{V_x}{1\angle 0^\circ}$ olarak elde edilir.



Düğüm denkleminden;

$\Rightarrow I_a=I_b+I_c$

Burada; $I_b=1\angle 0^\circ A$

$I_c=0.2V_o\ A$

$V_o=-I_a.Z_1$ olduğuna göre:

$I_c=-0.2.I_a.Z_1$

$$\left.\right\}\Rightarrow\begin{aligned}&I_a=1-0.2I_a.Z_1\\&I_a(1+0.2.Z_1)=1\\&I_a=\frac{1}{1+0.2Z_1}\end{aligned}$$

$$I_a = \frac{1}{1+0.2z_1} = \frac{1}{1+(1.6+0.8j)} = \frac{1}{2.6+j0.8} \Rightarrow \boxed{I_a = 0.3514 - j0.1081\ A}$$

$$\boxed{I_a = 0.3677 \angle -17.0993^\circ\ A}$$

Devreye bakıldığında $V_x = I_a \cdot (z_1 + z_2)$ olduğu görülmektedir. Buna göre;

$$\left.\begin{aligned} V_x &= 0.3677\angle{-17.0993^\circ} \cdot (8+j4+4-j2) \\ V_x &= 0.3677\angle{-17.0993^\circ} \cdot \underbrace{(12+j2)}_{12.1655\angle{+9.4623^\circ}\ \Omega} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{V_x = 4.4733\angle{-7.6370}\ V}$$

$$z_{th} = \frac{V_x}{1\angle 0^\circ} \Rightarrow \boxed{z_{th} = 4.4733\angle{-7.6370}\ \Omega}$$

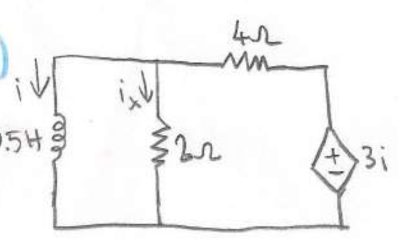
$$\boxed{z_{th} = 4.4336 - j0.5945\ \Omega}$$

a-b uçları arasına bağlanacak z_L yük empedansında maksimum güç harcanabilmesi için $\boxed{z_L = \overline{z_{th}} = 4.4336 + j0.5945\ \Omega = 4.4733\angle{+7.6370}\ \Omega}$ olmalıdır.

z_L yük empedansında harcanan maksimum aktif güç $P_{mak} = \dfrac{|V_{th}|^2}{4R_{th}}$. Buna göre;

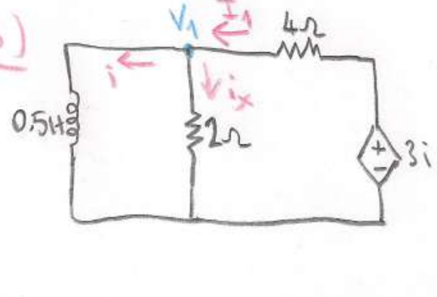
$$\boxed{P_{mak} = \frac{(7.3521)^2}{4 * 4.4336} = 3.0479\ W}$$

SORU-3)



Yanda verilen devrede $i(0) = 10A$ olduğuna göre, $i(t)$ ve $i_x(t)$ akımlarını hesaplayınız.

Cevap-3)



$\Rightarrow$ V_1 düğüm denklemi $\rightarrow$ $I_1(t) = i(t) + i_x(t)$

$$\frac{3i(t) - V_1(t)}{4} = i(t) + \frac{V_1(t)}{2}$$

$$\frac{3i(t)}{4} - \frac{V_1(t)}{4} = i(t) + \frac{V_1(t)}{2}$$

$$\frac{V_1(t)}{2} + \frac{V_1(t)}{4} + i(t) - \frac{3i(t)}{4} = 0 \Rightarrow \frac{3V_1(t)}{4} + \frac{i(t)}{4} = 0 \Rightarrow \boxed{3V_1(t) + i(t) = 0}$$

i(t) akımı endüktans üzerinden geçen akımdır. $i_L = \frac{1}{L} \cdot \int_{-\infty}^{t} V_L(t) \cdot dt$ olduğuna göre;

$3V_1(t) + \frac{1}{L} \cdot \int_{-\infty}^{t} V_1(t) \cdot dt = 0$ denklemi elde edilir.

Denklemin her iki tarafının t'ye göre türevi alınırsa;

$$3\frac{dV_1(t)}{dt} + \frac{V_1(t)}{L} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{dV_1(t)}{dt} + \frac{V_1(t)}{3L} = 0}$$

Çözülmesi gereken diferansiyel denklem elde edilmiş olur.

Homojen diferansiyel denklem olduğundan $V_1(t)$'nin çözümü;

$\boxed{V_1(t) = K_2 \cdot e^{-t/\tau}}$ şeklinde olacağını biliyoruz.

Bu çözümün denklemi sağlaması gerekir. Buna göre:

$$\frac{d(K_2 \cdot e^{-t/\tau})}{dt} + \frac{K_2 \cdot e^{-t/\tau}}{3L} = 0 \Rightarrow -\frac{K_2}{\tau} \cdot e^{-t/\tau} + \frac{K_2 \cdot e^{-t/\tau}}{3L} = 0$$

Buna göre $\boxed{\tau = 3L = 3/2 \text{ sn}}$ olarak elde edilir. $\boxed{V_1(t) = K_2 \cdot e^{-(2/3)t} \text{ V}}$

$i(t) = -3V_1(t) \Rightarrow i(t) = -3K_2 \cdot e^{(-2/3)t}$ A $\quad$ t=0'da i(0)=10A olduğuna göre;

$10 = -3 \cdot K_2 \Rightarrow \boxed{K_2 = -\frac{10}{3}}$ elde edilir.

Buna göre elde edilen değerler yerine yazılırsa;

$$i(t) = -3 \cdot \left(-\frac{10}{3}\right) \cdot e^{-(2/3)t} \text{ A} \Rightarrow \boxed{i(t) = 10 \cdot e^{(-2/3)t} \text{ A}}$$

$$i_x(t) = \frac{V_1(t)}{2} = \frac{-\frac{10}{3} \cdot e^{-(2/3)t}}{2} \Rightarrow \boxed{i_x(t) = -1.6667 \cdot e^{-(2/3)t} \text{ A}}$$