MATLAB 사용법 Homework (수치해석: Homework 1)

How to prepare and submit your homework

Notice on How to prepare your homework report and submit it.

- 1. You should prepare your report using a word processor like HWP or WORD
- 2. You can submit your report through the e-campus portal.
- 3. As a minimum, your report should have the following contents in a right sequence.
 - (1) Problem statement, which can be copied and pasted for your convenience.
 - (2) Theory and Methodologies
 - (3) Results of your investigation
 - (4) Discussion on your results

문제의 정의

문제: 계수값 $lpha,eta,\gamma,a,b,c$ 들이 정의된 경우 아래 두 방정식을 만족시키는 \mathbf{x},\mathbf{y} 를 구하시오

$$\alpha x^{2} + \beta y^{2} + \gamma = 0$$
$$ax + by + c = 0$$

문제 (1)
$$\alpha=\beta=1, \quad \gamma=-1$$
 $a=b=1, \quad c=-1$

문제 (1) $\alpha=\beta=1, \quad \gamma=-1$ 문제 (2) $\alpha=1, \beta=2, \gamma=3$ $a = b = \frac{3}{5}, \quad c = -\frac{1}{2}$

문제의 정의

문제의 입력 값: $\alpha, \beta, \gamma, a, b, c$

방정식 모델:
$$f_1(x, y) = \alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma = 0$$

$$f_2(x, y) = ax + by + c = 0$$

주어진 2개의 방정식을 만족시키는 미지수 2개를 구하는 문제

→ 비선형 대수방정식

(NAE: Nonlinear Algebraic Equation)

문제의 출력 값: X, Y

문제의 풀이 방법 (1): 대입법

문제 (1)
$$f_1(x,y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$$
 원의 방정식 $f_2(x,y) = x + y - 1 = 0$ 직선의 방정식

대입법을 위한 수학적 모델

$$y = 1 - x$$

$$x^{2} + y^{2} - 1 = x^{2} + (1 - x)^{2} - 1 = 2x^{2} - 2x = 0$$

$$\rightarrow x(x - 1) = 0$$

대입법을 이용한 정답 2개

$$x = 0, y = 1$$

 $x = 1, y = 0$

문제 (2)
$$f_1(x,y) = x^2 + 2y^2 + 3 = 0$$

$$f_2(x,y) = \frac{3}{5}x + \frac{3}{5}y - \frac{1}{2} = 0$$
 직선의 방정식

대입법을 위한 수학적 모델

$$y = \frac{5}{6} - x$$

$$\frac{3}{5}x^2 + \frac{3}{5}\left(\frac{5}{6} - x\right)^2 - \frac{1}{2} = 0$$

대입법을 이용한 정답 2개

근의 공식을 이용 2개 허수 근 쌍 (complex pairs)

문제의 풀이 방법 (1): 대입법

문제의 일반화
$$f_1(x, y) = \alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma = 0$$
 $f_2(x, y) = ax + by + c = 0$

대입법을 위한 수학적 모델

(1) $b \neq 0$ 인 경우

$$y = -\frac{1}{b}(ax + c)$$

$$\alpha x^2 + \frac{\beta}{h^2} (ax + c)^2 + \gamma = 0$$

$$\rightarrow \left(\alpha + \frac{a^2 \beta}{b^2}\right) x^2 + \frac{2ac\beta}{b^2} x + \left(\frac{c^2 \beta}{b^2} + \gamma\right) = 0$$

(2) b = 0 인 경우

(i) $a \neq 0$ 인 경우

(ii) a = 0 인 경우

질문: 다음 문제를 어떻게 풀이할 수 있는가?

$$f_1(x, y) = \alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma = 0$$

$$f_2(x, y) = ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f = 0$$

문제 (1)
$$f_1(x,y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$$
 원의 방정식
$$f_2(x,y) = x + y - 1 = 0$$
 직선의 방정식

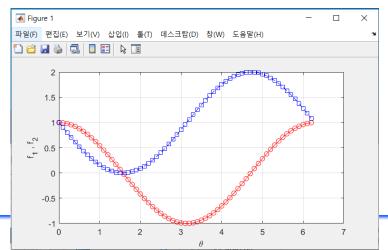
(1) Graph 방법에 대한 수학적 모델

$$x = \cos \theta$$
 원의 방정식 자동으로 만족 $\cos \theta = 1 - \sin \theta$

(2) Graph 방법에 대한 컴퓨터 모델

```
th = 0:0.1:2*pi;
th = th' ;
[s1,s2]= size(th) ;
%
for j=1:s1
    f1(j,1) = cos(th(j,1)) ;
    f2(j,1) = 1.0-sin(th(j,1));
end
%
```

```
plot(th(:,1),f1(:,1),'-ro'); hold on
plot(th(:,1),f2(:,1),'--bs'); grid on
xlabel('₩theta'); ylabel('f_1, f_2');
```

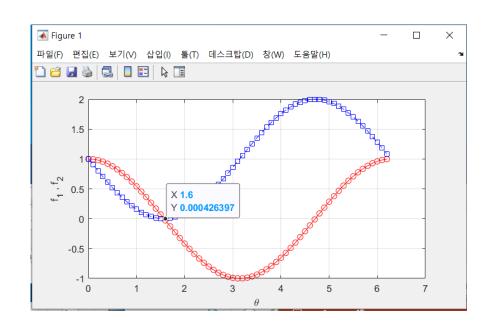


문제 (1)
$$f_1(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$$
$$f_2(x, y) = x + y - 1 = 0$$

2개의 근

$$x = \cos \theta$$

$$y = \sin \theta$$



툴→데이터팁

$$\theta \approx 0$$

$$x \approx 1, y \approx 0$$

$$\theta \approx 1.6$$

$$x \approx -0.0292$$
, $y = 0.9996$

문제 (1)
$$f_1(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$f_2(x, y) = x + y - 1 = 0$$

원의 방정식

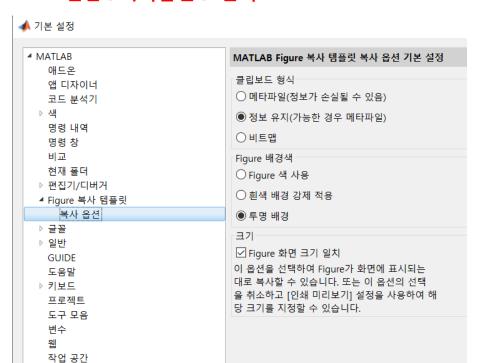
 $x = \cos \theta$

직선의 방정식

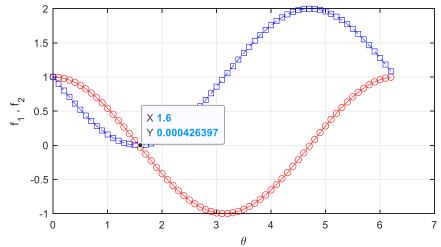
 $y = \sin \theta$

편집→복사옵션→ 선택

Simulink



편집→Figure복사



문제 (1) $f_1(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$ $f_2(x, y) = x + y - 1 = 0$

원의 방정식

직선의 방정식

(1) Graph 방법에 대한 수학적 모델

$$x = \cos \theta$$
$$y_1 = \sin \theta$$
$$y_2 = 1 - x$$

(2) Graph 방법에 대한 컴퓨터 모델

```
th = 0:0.1:2*pi;

th = th';

[s1,s2]= size(th);

%

for j=1:s1

    x(j,1) = cos(th(j,1));

    y1(j,1) = sin(th(j,1));

    y2(j,1)= 1.0 - x(j,1);

end
```

plot(x(:,1),y1(:,1),'-ro'); hold on plot(x(:,1),y2(:,1),'--bs'); grid on xlabel('x); ylabel('y_1, y_2');

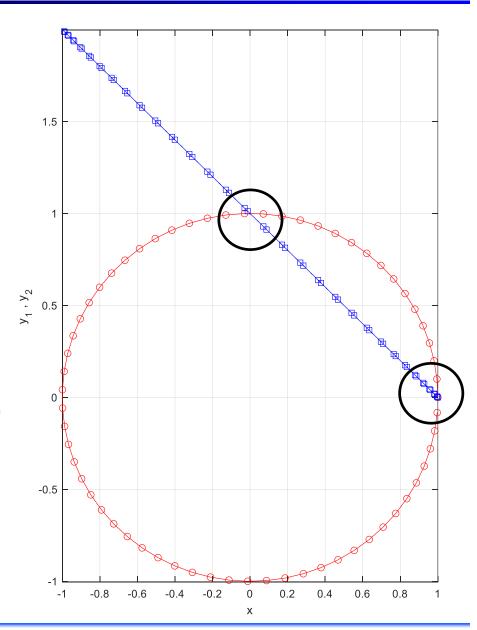
문제 (1)
$$f_1(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$$
$$f_2(x, y) = x + y - 1 = 0$$

두개의 근사근을 그래프를 이용하 여 추측할 수 있음

질문: Graph 방법을 아래의 일반적인 문제에 적용할 수 있겠는가?

$$f_1(x, y) = \alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma = 0$$

$$f_2(x, y) = ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f = 0$$



Homework (1-1): 타원의 작도

문제 (1-1): 아래의 타원에 대한 그림을 x, y 축에 작도하시오.

$$f(x, y) = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 - 1 = 0$$

Hint: Use
$$x = 3\cos\theta$$
 $y = 4\sin\theta$ $\theta \in [0, 2\pi]$

Homework (1-2): 대입법과 근의 공식을 이용한 비선형 대수방정식 풀이

문제 (1-2): 아래의 대수방정식에 대해 주어진 계수를 이용하여 해를 구하고 검증하시오.

$$f_1(x, y) = \alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma = 0$$

 $f_2(x, y) = ax + by + c = 0$

(A)
$$\alpha = \beta = 1$$
, $\gamma = -1$, $a = b = 1$, $c = -1$

(B)
$$\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 3, \quad a = b = \frac{3}{5}, \quad c = -\frac{1}{2}$$

Hint: 다음의 수학적 모델을 이용하고 2차 방정식의 근의 공식에 대한 프로그램 (function 함수)을 이용하여 풀이하시오.

$$y = -\frac{1}{b}(ax+c)$$

$$\alpha x^2 + \frac{\beta}{b^2}(ax+c)^2 + \gamma = 0$$

$$\rightarrow \left(\alpha + \frac{a^2\beta}{b^2}\right)x^2 + \frac{2ac\beta}{b^2}x + \left(\frac{c^2\beta}{b^2} + \gamma\right) = 0$$

Homework (1-2): 대입법과 근의 공식을 이용한 비선형 대수방정식 풀이

문제 (1-2): 아래의 대수방정식에 대해 주어진 계수를 이용하여 해를 구하고 검증하시오.

$$f_1(x, y) = \alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma = 0$$

 $f_2(x, y) = ax + by + c = 0$

(A)
$$\alpha = \beta = 1$$
, $\gamma = -1$, $a = b = 1$, $c = -1$

(B)
$$\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 3, \quad a = b = \frac{3}{5}, \quad c = -\frac{1}{2}$$

Hint: 다음의 수학적 모델을 이용하고 2차 방정식의 근의 공식에 대한 프로그램 (function 함수)을 이용하여 풀이하시오. 검증은 2개의 해를 위의 함수 $f_1(x,y)$, $f_2(x,y)$ 에 대입하여 0이 되는지를 검토하여 수행하시오.

$$\left[\left(\alpha + \frac{a^2\beta}{b^2}\right)x^2 + \frac{2ac\beta}{b^2}x + \left(\frac{c^2\beta}{b^2} + \gamma\right) = 0\right]$$

```
function [A,B,C] = quadratic_eq(alpha,beta,gamma,a,b,c)
A = alpha + beta*(a/b)^2;
B = 2.0*a*c*beta/b^2;
C = beta*(c/b)^2 + gamma;
end
```

[no_root, real, imag,] = root_formula(A, B, C,)

Homework (1-3): Graph를 이용한 근사근의 풀이

문제 (1-3): 아래의 대수방정식에 대해 x,y 평면에서 함수 $f_1(x,y)$, $f_2(x,y)$ 를 작도하고 근사해를 구하고 해의 정확도를 해에 대한 함수값을 이용하여 검증하시오.

$$f_1(x, y) = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 - 1 = 0$$
$$f_2(x, y) = x - y$$

End of Homework 1

Due date: 1 week (7 days) after the issue date of this homework

부록: 리포트용 그림의 작도방법 (예제를 이용한 설명)

[Example of Matlab Plot Options]

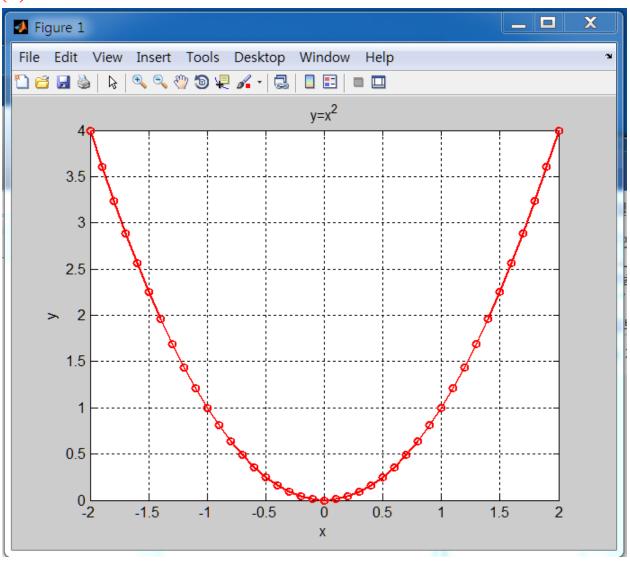
(1) Problem Statement: plot x-y coordinate for the function

$$y = x^2$$
 $(x \in [-2, 2])$

(2) Matlab script file

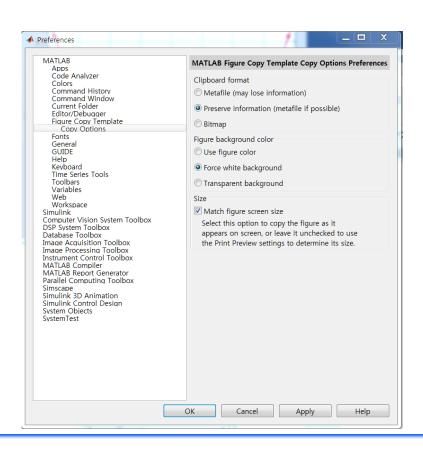
```
% Plot the function y=x^2 where -2 \le x \le 2
% (1) grid generation
   x=-2:0.1:2 ; % row vector 0.1간격의 41개 데이터
            ; % column vector
   x = x'
   [s1, s2] = size(x); % [s1, s2] = [41, 1]
 (2) function values at each point
   for j=1:s1
       xx=x(i,1);
       y(i,1) = xx^2;
   end
% (3) plotting
figure(1),
   set(gcf, 'DefaultLineLineWidth', 1.5); % Set line width of line art
   set(gca,'DefaultLineLineWidth',1.5); % Set line width of axis line
   p1=plot(x(:,1),y(:,1),'-ro'); grid on;
   xlabel('x'); ylabel('y'); title('y=x^2')
```

(3) Figure (1) at window



(4) How to prepare the plot for the Report

- (i) Select the copy options first by selecting the following menus in
 - -edit
 - -copy options→ 백그라운드 컬러를 white 나 transparent로 선택





- (ii) Figure Copy by selecting
 -edit
 -copy figure
- (iii) Paste the copied figure into your report in a desired position

