

KUPC2019 B

ナップサック問題

writer : etonagisa

tester : base64, drafear



問題概要

- ナップサック問題を解く
- ただし、 m 個の条件があり、 a_i を採用する $\Leftrightarrow b_i$ を採用する
- これを全て満たした上で、重みの総和が W を超えない範囲で価値の総和の最大化

考察

- ふつうのナップサック問題は既知とします
- 各品物を一つの頂点に対応させた n 頂点のグラフを考える
- m 個の条件について、 a_i と b_i の間に無向辺を張る
- ある頂点 v を採用したとすると、 v から到達可能な品物は全て採用しなければならないことがいえる
- したがって連結成分ごとに全て採用/全て不採用のどちらかしかできない
- さらに、採用するかしないかは連結成分ごとに独立に決めることができる

考察

- 以上の考察より、前述のようなグラフを作り、連結成分ごとに価値と重さを合計した一つの品物とみなしてナップサック問題を解けばよい
 - 連結成分に分解するのは**UnionFind**, **bfs**, **dfs**など
- 全体で $O(nW+m)$ で解ける
- 連結成分ごとにまとめた品物については、重さが W より大きくなりうることに注意