

ロストテクノロジー

KUPC 2018-D base64

問題概要

- すごい装置が発掘された。
- 未知の正整数 $X(1 \leq X \leq 10^9)$ が存在する。
- 30回まで以下のクエリを行って X を求めよ。
 - 正整数 $q(1 \leq q \leq 10^9)$ を設定して $X \bmod q \bmod 2$ を求める。

考察： q が偶数の時

- $X \bmod q \bmod 2 \equiv X \bmod 2$ であるから
 - q が偶数のクエリは2つ以上送る必要はない。
 - q が偶数のクエリを投げると、 X の偶奇が分かる。

考察： q が奇数の時

- $0 \leq X < q$ の時、

$$X \bmod q \bmod 2 \equiv X \bmod 2$$

- $q \leq X < 2q$ の時、

$$X \bmod q \bmod 2 \equiv (X - q) \bmod 2 \not\equiv X \bmod 2$$

したがって、 $X < 2q$ である q を使ったクエリを用いると
 $0 \leq X < q$ か $q \leq X < 2q$ のどちらであるかが分かる

解法

- まず、 q が偶数のクエリを投げ、 $X \bmod 2$ を調べる。
- X が取り得る最大値 $< 2q$ である奇数 q を使ったクエリを用いて
 $0 \leq X < q$ であるか $q \leq X < 2q$ であるかを判別し、
 X が取り得る値の範囲を半分にせばめていく二分探索をする。
- クエリのは数は $O(\log X \text{の最大})$ で、最悪でも30回で X が求まる。