

マッサージチエア2015

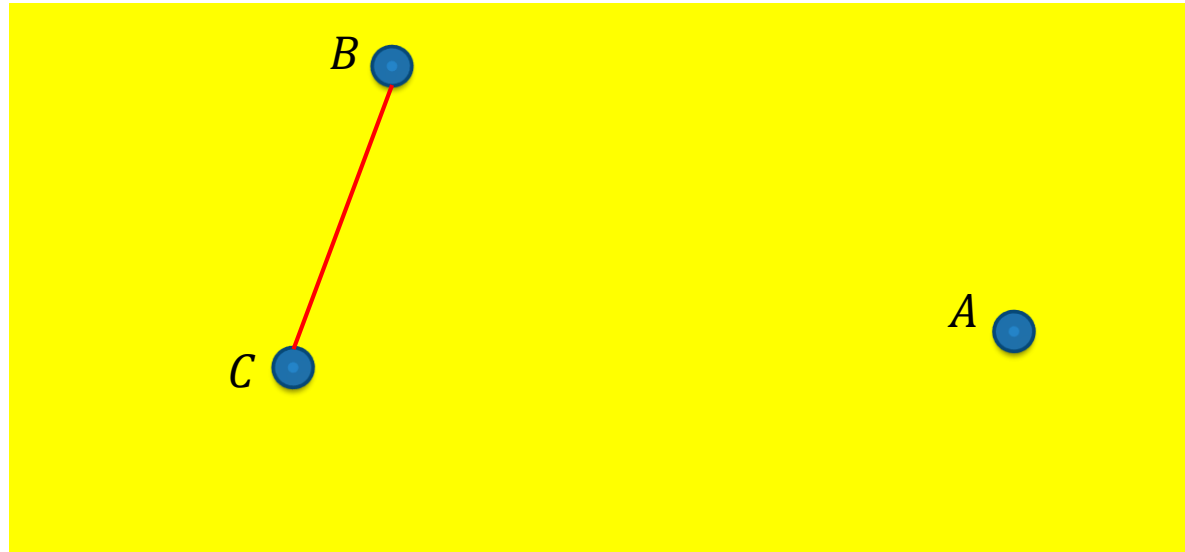
問題: eha

解答: asi1024, ichyo

解説: eha

問題概要

- $H \times W$ の長方形の内部に3点 A, B, C を描く.
- 2点間の距離の最小値を最大化せよ.

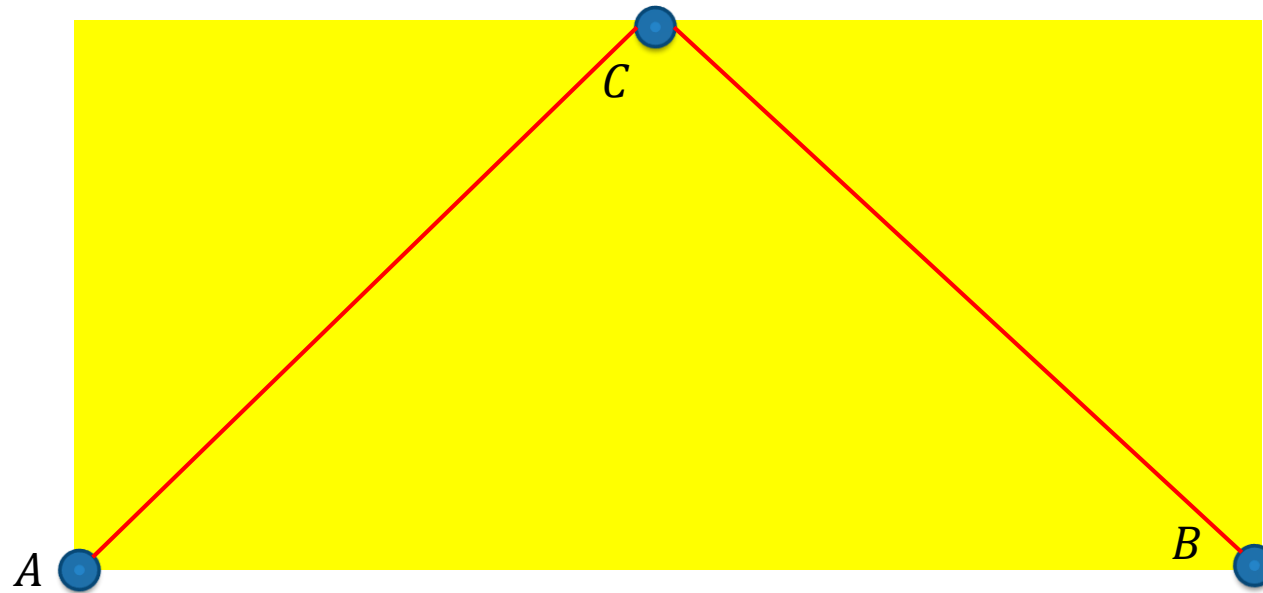


考察

- 3点で構成される三角形 ABC がどのようなものになるか考える.
- 三角形は長方形に内接している.
 - そうでなければ, 接するまで縦or横方向に拡大すべき.
- 少なくとも1頂点は長方形の頂点に一致する.
 - 三角形が3頂点なのに対し長方形は4辺あるから1頂点は長方形の頂点に一致.
- 三角形の頂点が長方形の頂点に何個一致するかで場合分けする.

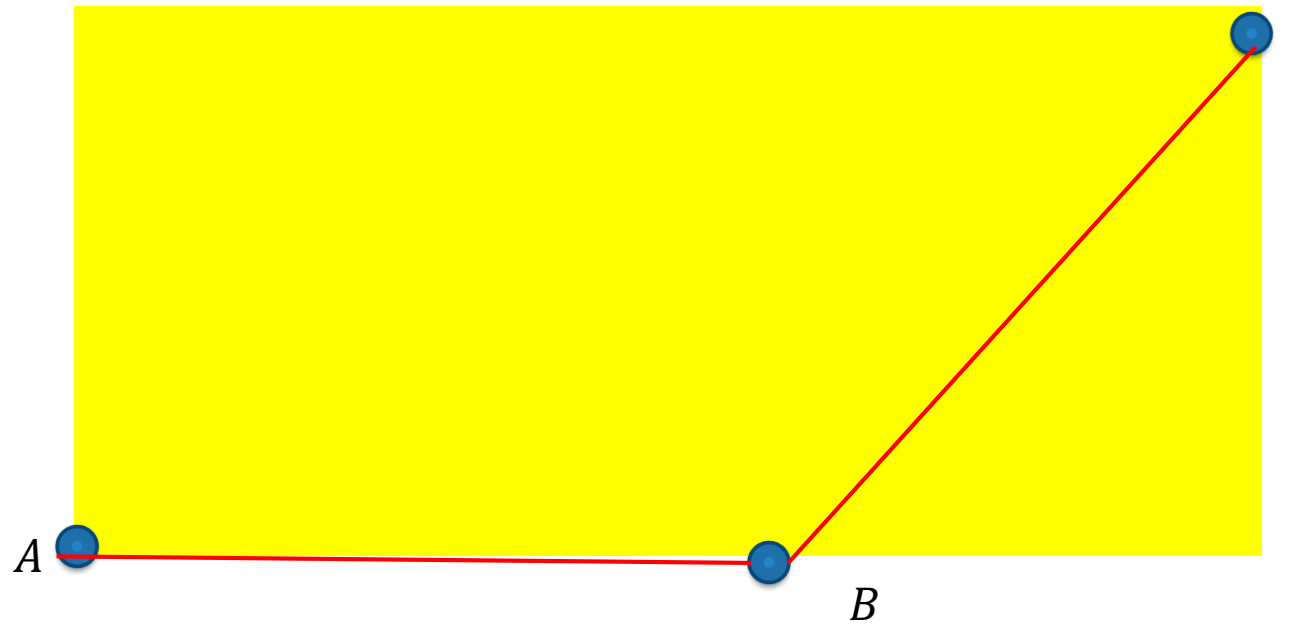
解法(1) 2個の場合

- $H \leq W$ とする. 答えはこれ一通りになる. 残りのほうを考えると . . .



解法(1) 2個の場合

- $H \leq W$ とする. 答えはこれ一通りになる. 残りのほうを考えると . . .
- この場合だと $\frac{W}{2} < AB$ で、 BC はさっきより小さくなる！



解法(2) 1個の場合

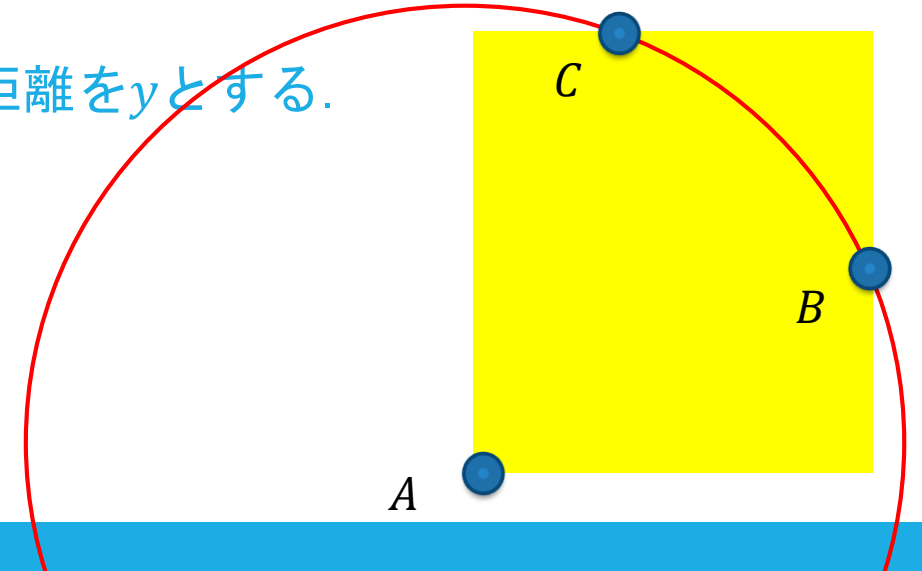
- 一点Aを固定すると、残りの点はAと頂点を共有しない辺に1点ずつ存在.
- 3点は正三角形を構成する.
 - 短い辺があれば頂点をうまく動かことで長くすることができる
- 残りの点の場所は二分法で計算できる.
 1. 長方形の頂点に一致する頂点をAとする.
 2. Aから距離 x だけ離れた場所にB,Cをおき、BC間の距離を y とする.
 - $x = y$ なら 正三角形である.
 - $x > y$ なら x はより小さい値をとるはず.
 - $x < y$ なら x はより大きい値をとるはず.

A



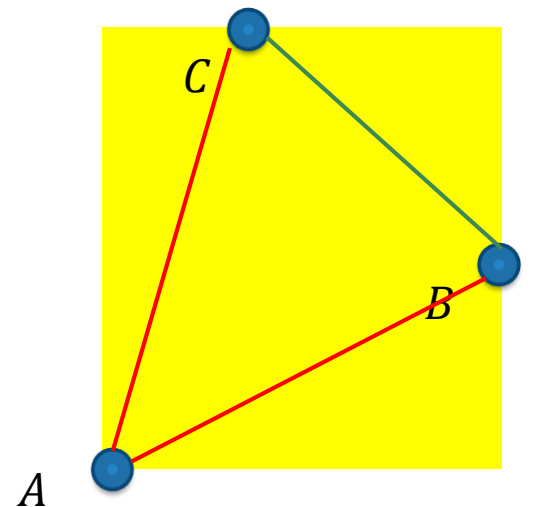
解法(2) 1個の場合

- 一点Aを固定すると、残りの点はAと頂点を共有しない辺に1点ずつ存在.
- 3点は正三角形を構成する.
 - 短い辺があれば頂点をうまく動かことで長くすることができる
- 残りの点の場所は二分法で計算できる.
 1. 長方形の頂点に一致する頂点をAとする.
 2. Aから距離 x だけ離れた場所にB,Cをおき、BC間の距離を y とする.
 - $x = y$ なら 正三角形である.
 - $x > y$ なら x はより小さい値をとるはず.
 - $x < y$ なら x はより大きい値をとるはず.



解法(2) 1個の場合

- 一点Aを固定すると、残りの点はAと頂点を共有しない辺に1点ずつ存在.
- 3点は正三角形を構成する.
 - 短い辺があれば頂点をうまく動かことで長くすることができる
- 残りの点の場所は二分法で計算できる.
 1. 長方形の頂点に一致する頂点をAとする.
 2. Aから距離 x だけ離れた場所にB, Cをおき、BC間の距離を y とする.
 - $x = y$ なら 正三角形である.
 - $x > y$ なら x はより小さい値をとるはず.
 - $x < y$ なら x はより大きい値をとるはず.



解法(2') 1個の場合 (別解)

- 高校数学でも解ける. 詳細は割愛. 答えは $2\sqrt{H^2 + W^2} - \sqrt{3}HW$.

統計情報

- First Accepted: Mi_Sawa (29:47)
- Accepted / Tried: 82 / 103
- ジャッジ解
 - eha (C++, 二分探索, 45行, 890B)
 - asi1024 (C++, 数学, 20行, 416B)
 - ichyo (C++, 二分探索, 51行, 1176B)