

KUPC2020 autumn G

(writer: gazelle)

2020 年 10 月 10 日

解説

1 番目の種類の操作については、 A の状態によらず 2 通りが考えられます。

2 番目の種類の操作については、 $\sum_{1 \leq i < |A|} (|a_i - a_{i+1}| - 1)$ 通りが考えられます。この値は、1 番目の種類の操作で現在の末尾と異なる数を追加するたびに $M - 2$ 増加し、2 番目の種類の操作を行うたびに 1 減少します。

この性質を考えると、「全操作回数」、「1 番目の種類の操作で末尾と異なる数を追加した回数」、「2 番目の種類の操作を行った回数」が一致すれば、状態をまとめ上げることができます。しかしこの方法で愚直に動的計画法を行ったときの計算量は $O(N^3)$ です。

ここで、1 番目の種類の操作で現在の末尾と同じ数を追加するのは、最後にまとめて行うと考えても問題ないことに注目します。というのもこのタイプの操作は、操作回数を増やす以外に状態や場合の数を変更しないからです。したがって、それ以外の 2 つのタイプの操作だけをまず行うことにすれば、一方を行った回数は、もう一方を行った回数を全操作回数から引けば分かるので、動的計画法で持つべき情報を 1 つ減らすことができます。よって $O(N^2)$ で数え上げることができます。