



# 問題F : ボ〜ル

Writer : 楠本

Tester : 森

# 問題概要

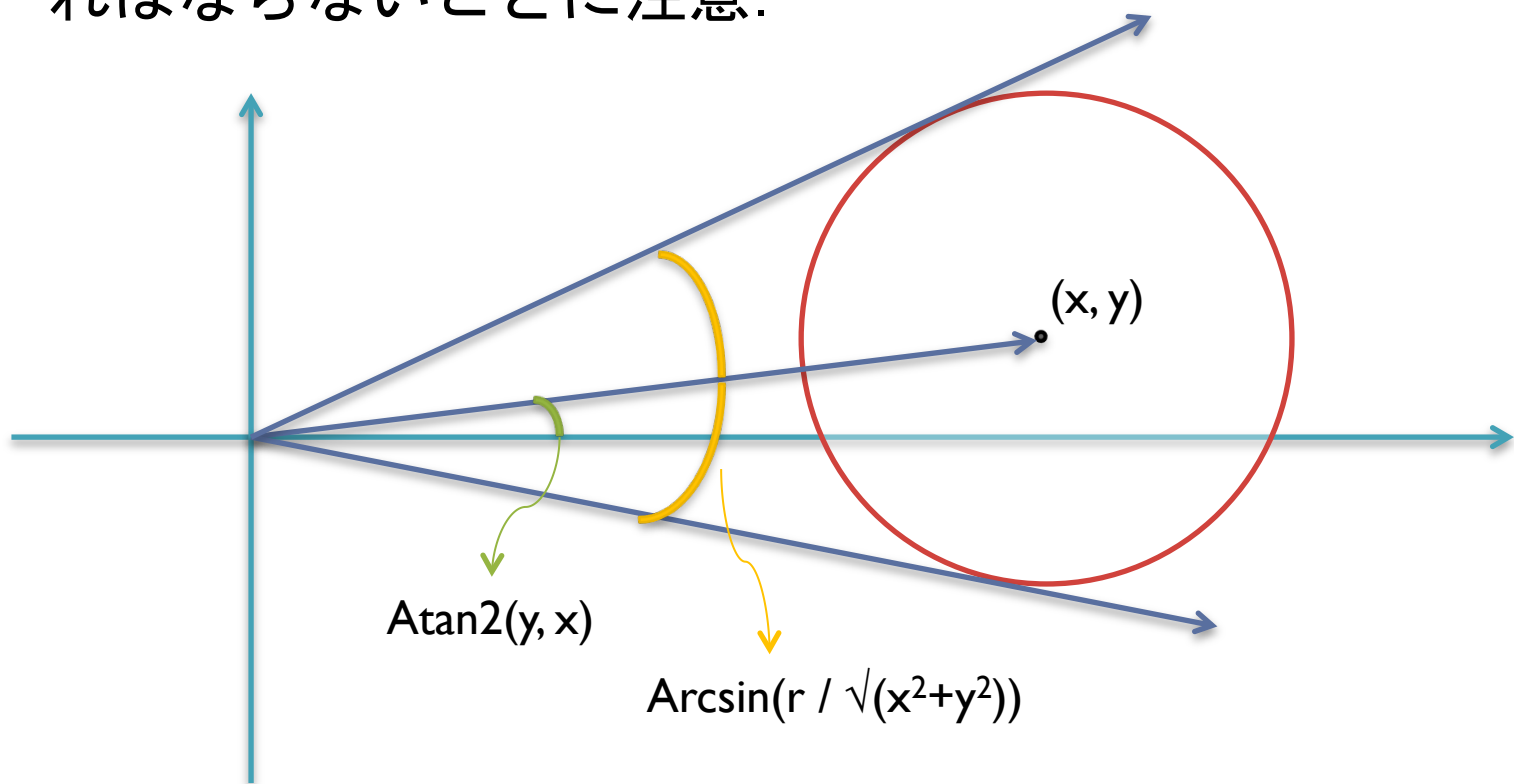
- 2次元平面上の原点にボールがあり，上半平面に向かって発射されようとしている．どの方向に発射されるかは一様な確率で選ばれる．
- $N$ 個の円がある．これらの中から $K$ 個を選んで人を置くことが出来る．人は円の中を動きまわり，来たボールを捕らえることができる．
- ボールを捕らえることの出来る確率を最大化するように人を配置するとき，その確率を求めなさい．
- $1 \leq K \leq N \leq 1500$

# 観察

- 幾何っぽいが幾何の要素は薄い.
- 1つの円がカバーすることのできる方向の範囲を求めると,  $N$ 個の区間から $K$ 個の区間を選び, その和集合の長さを最大化する問題に帰結される.

# 幾何計算

- 下図のようにすればよい.
  - 求めた区間は上半平面との共通部分をとらなければならないことに注意.



# 前処理 I

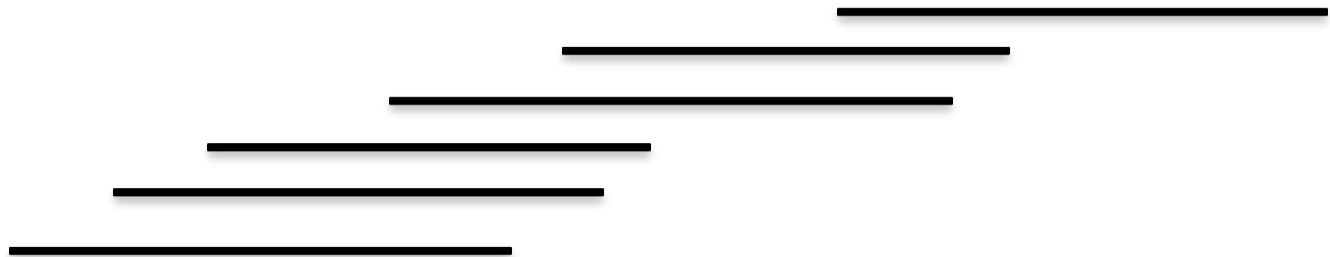
- 以降，問題を区間で考える.
- 以下のように，一方が他方に含まれているような2つの区間があった場合，含まれている方は排除して考えて良い.



- 区間はK個ちょうどではなく高々K個を選ぶものとする.

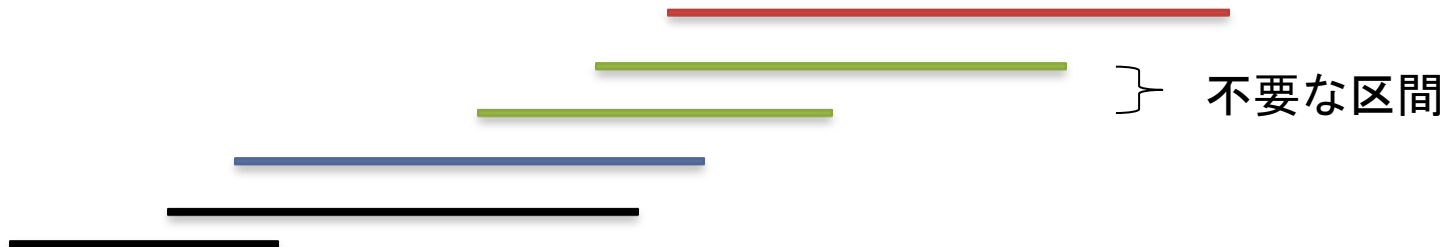
## 前処理 2

- 区間を左端の値でソートする.
- 前の前処理によってこのとき右端もソートされている



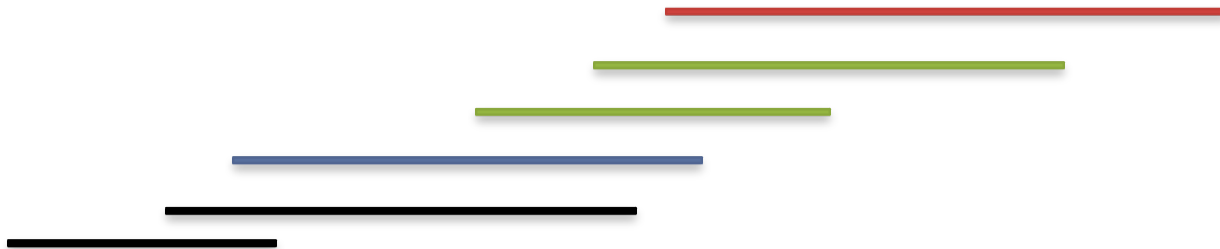
# 観察 1/2

- ソートされた区間において、左から右に順番に区間を選んでいくとする。
- 下のようになっている区間で今赤色のものを選んでいくとする。
- このときもし緑色の区間がそれまでに選ばれていたとすると、緑色の区間は青色の区間によって完全に被覆されるので、緑色の区間を選ぶことは効率が悪い。
- よって、赤色の区間を選んでいくとき、その直前に選んでいたのは青色の区間か、それよりも左にある区間であるとしてよい。



## 観察 2/2

- 赤色から見た青色の区間というのは、赤色の区間と共通部分を持つ区間の中で最も左にある区間である。(存在しない場合もある)
- これは前もって $O(N^2)$ で計算しておくことができる.





# DP

- 先ほどの観察を用いて2次のdpにできる.
  - $dpA[i][k] := i$ 番目の区間を必ず使うとして $0, \dots, i$ 番目の区間からちょうど $k$ 個の区間を使うときの最大被覆
  - $dpB[i][k] := i$ 番目の区間を使うとは限らないとして $0, \dots, i$ 番目の区間からちょうど $k$ 個の区間を使うときの最大被覆
- とするとこれらは $O(NK)$ で計算できる.

# 統計

- 正解者: 4人
- 挑戦者: 16人
- 投稿数: 71
- 正答率: 5%