



H 白轉車走

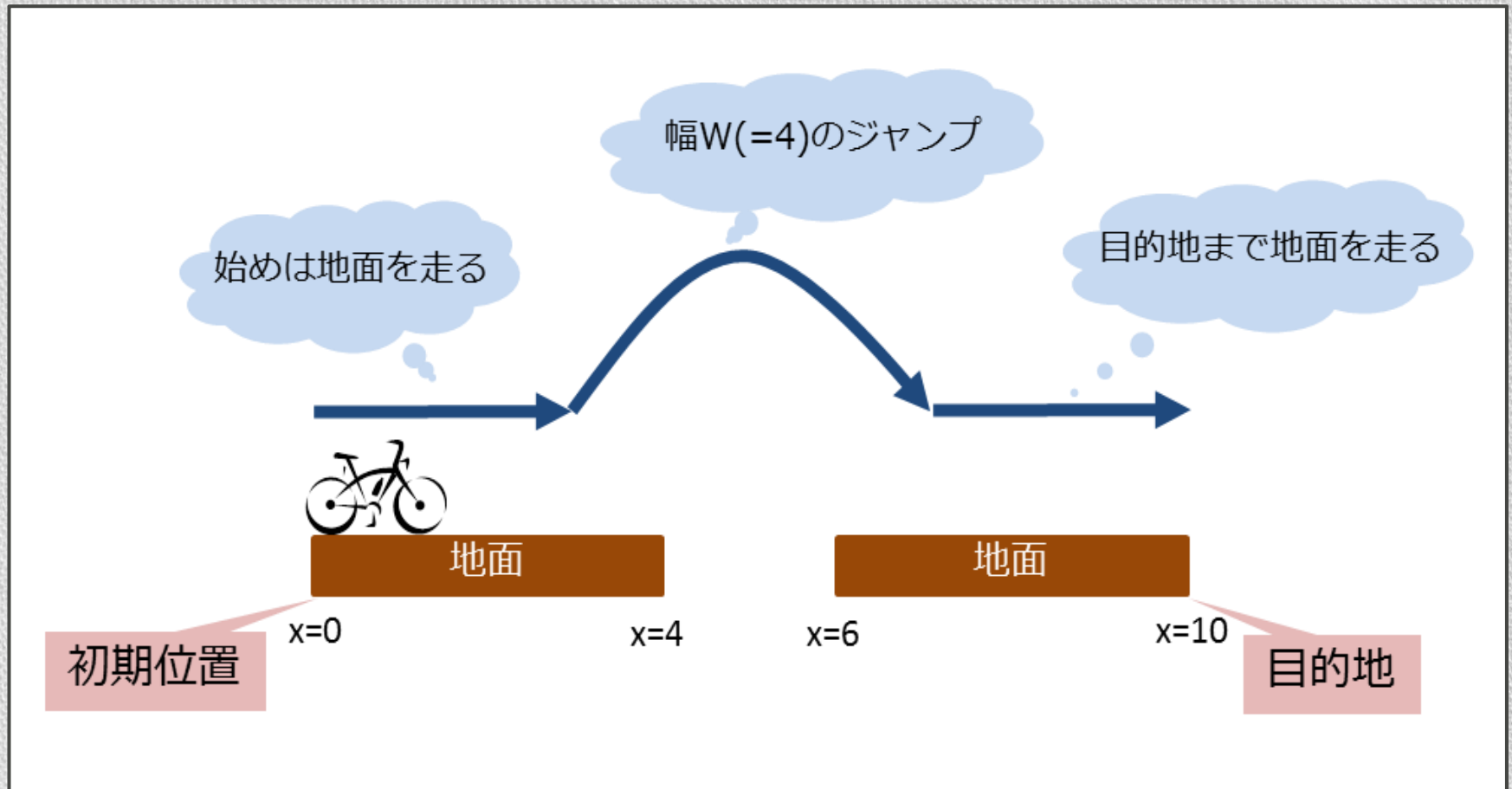
原案：田村

解答：田村，西村，森

問題

- 数直線上を $x = 0$ から $x = L$ まで自転車が走る
 - 後ろに走ることはできない
- 自転車は N 個の地面 $[a_i, b_i]$ の上のみ走ることができる
- 自転車は $x = x$ において, ちょうど $x = x + W$ までジャンプすることができる
 - ジャンプは何回でも可能で, 着地の直後でも可能
- 必要なジャンプの最小回数は？
 - 無理なら -1 を出力する
- $1 \leq N \leq 10^5, 1 \leq L \leq 10^9$

サンプル1



愚直な動的計画法

- $1 \leq L \leq 10^5$ くらいならば, 動的計画法の典型問題
- $dp[k] = (x = k)$ を走るときのジャンプ回数の最小
 - $x = k$ を走ることができないなら INF
- $dp[k] = \min(dp[k - 1], dp[k - W] + 1)$
 - $x = k$ が地面の場合
- 時間計算量 $O(L)$, 空間計算量 $O(L)$
 - 今回は $1 \leq L \leq 10^9$ なので無理

観察

- 前ページの dp において以下が成り立つ
 - $k < k'$, $dp[k] \neq INF$, $dp[k'] \neq INF$ のとき $dp[k] \leq dp[k']$
 - 特に, $a_i \leq k < k' \leq b_i$ のとき $dp[k] = dp[k']$
- 証明は背理法による
- この性質により, 各地面について以下を求めれば良くなる
 - 一番最初に地上に存在できる座標
 - そこまで到達する最小ジャンプ回数
- i 番目の地面について, それぞれ $first[i], jump[i]$ とする
 - 存在できない場合は, $first[i] = jump[i] = INF$ とする

$first[i], jump[i]$ の計算

- 地面 j から地面 i へジャンプで到達可能な条件
 - 自転車は $[first[j], b[j]]$ に存在可能だから, 地面 j からジャンプすると, $[first[j] + W, b[j] + W]$ に到達可能
 - よって, 地面 j から地面 i へジャンプで到達可能な条件は, $[a[i], b[i]]$ と $[first[j] + W, b[j] + W]$ が共通部分を持つこと
- 地面 i へは, 地面 i に到達可能な地面で最も座標が小さいもの (地面 j_i とする) からジャンプすれば良い
 - 前ページの性質による
 - $first[i] = \max(first[j_i] + W, a[i])$
 - $jump[i] = jump[j_i] + 1$

地面 j_i の見つけ方

- $S_i = \{\text{地面 } i \text{ へ到達可能な地面}\}$ とする
- $i < i'$ ならば S_i に含まれる地面より $S_{i'}$ へ到達可能な地面のほうが、境界を除いて座標が大きい
- これにより、尺取り法で S_i の区間を見つけることができる
 - 二分探索してもOK
- $\sum_i |S_i| = O(N)$ なので、各 S_i の中身をループで調べて j_i を見つける

計算量

- 尺取り法なら $O(N)$
- 二分探索なら $O(N \log N)$

ジャツジ解

- 田村
 - 34行 742B (尺取り法)
- 西村
 - 73行 1852B (二分探索)
- 森
 - 78行 1997B (尺取り法)

統計

- First Accepted:
 - 800kC (79:48)
- Accepted (Accepted / Total)
 - 14 (16%)
- Trying
 - 35
- Total
 - 87