Лабораторная работа №3

Модель боевых действий

Афтаева К.В.

25 февраля 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Докладчик

- Афтаева Ксения Васильевна
- студент группы НПИбд-01-20
- Российский университет дружбы народов
- 1032201739@pfur.ru
- https:https://github.com/KVAftaeva

Вводная часть

Актуальность

- Необходим навык математического моделирования, которое является еизбежной составляющей научно-технического прогресса

Объект и предмет исследования

- Модель боевых действий
- Julia
- OpenModelica

Рассмотреть некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера.

Выполнить задание согласно варианту: построить графики изменения численности войск армии X и армии У для двух случаев: 1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.45x(t) - 0.86y(t) + \sin(t+1) \\ \frac{dy}{dt} = -0.49x(t) - 0.73y(t) + \cos(t+2) \end{cases}$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.44x(t) - 0.7y(t) + \sin(2t) \\ \frac{dy}{dt} = -0.33x(t)y(t) - 0.61y(t) + \cos(t) + 1 \end{cases}$$

Материалы и методы

- Julia
- OpenModelica

Выполнение работы

Мой вариант - 10:

Между страной X и страной У идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 21 200 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 9 800 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ - непрерывные функции.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

Состояние системы описывается точкой (x, y). Тогда модель принимает вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = -by \\ \dot{y} = -cx \end{cases}$$

Это жесткая модель, которая допускает точное решение:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dy} = \frac{by}{cx} \end{cases}$$

Продлелав нетрудные преобразования, получим $cx^2 - by^2 = C$.

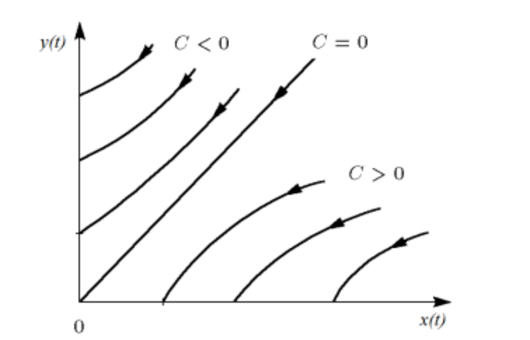
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -by(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cx(t)y(t) \end{cases}$$

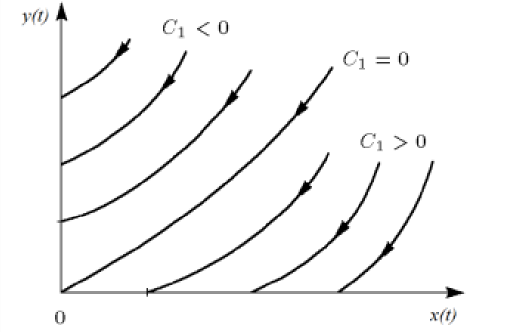
Эта система приводится к уравнению

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{b}{2}x^2(t) - cy(t)\right) = 0$$

которое при заданных начальных условиях имеет единственное решение:

$$\frac{b}{2}x^2(t) - cy(t) = \frac{b}{2}x^2(0) - cy(0) = C_1$$


y(t)
C < 0
C = 0
C > 0
0
x(t)


y(t)
C_1 < 0
C_1 = 0
C_1 > 0
0
x(t)

Фрагмент кода:

```
#подключаем модули
using Plots
using DifferentialEquations

#задаем численность армий
const x0 = 21200
const y0 = 9800
#состояние системы (описывается точкой с численностями армий)
point0 = [x0, y0]
#отслеживаемый промежуток времени
time = [0.0, 5.0]

#задаем константы согласно варианту
#первая модель
a1 = 0.45
b1 = 0.86
c1 = 0.49
h1 = 0.73
#вторая модель
a2 = 0.44
b2 = 0.7
c2 = 0.33
h2 = 0.61

#функции (возможность подкрепления)
#первая модель
function P1(t)
    return sin(t+1)
end

function Q1(t)
    return cos(t+2)
end

#вторая модель
function P2(t)
    return sin(2t)
end
```

```
#сама система
#для первой модели
function F_M!(dp, point, p, t)
    dp[1] = -a1*point[1] - b1*point[2] + P1(t)
    dp[2] = -c1*point[1] - h1*point[2] + Q1(t)
end

#для  второй модели
function S_M!(dp, point, p, t)
    dp[1] = -a2*point[1] - b2*point[2] + P2(t)
    dp[2] = -c2*point[1]*point[2] - h2*point[2] + Q2(t)
end

t=collect(LinRange(0, 1, 100))
prob1 = ODEProblem(F_M!, point0, time)
solv1 = solve(prob1, saveat=t)
prob2 = ODEProblem(S_M!, point0, time)
solv2 = solve(prob2, saveat=t)

#построеоние графиков

#первая модель
plt1 = plot(
    solv1,
    vars =(0, 1),
    color =:red,
    label ="Численость войска армии X",
    title ="Модель боевых действий 1",
    xlabel ="Время",
    ylabel ="Численность войск"
)

plot!(
    solv1,
    vars =(0, 2),
    color =:blue,
    label ="Численость войска страны Y"
```

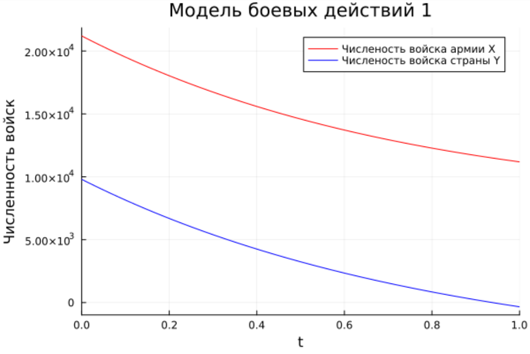
Написание кода на OpenModelica

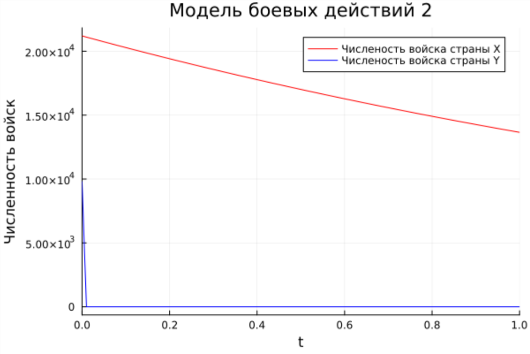
Коды для двух случаев:

```
model lab3model1

constant Real a = 0.45;
constant Real b = 0.86;
constant Real c = 0.49;
constant Real h = 0.73;

Real P;
Real Q;

Real x(start=21200);
Real y(start=9800);

equation
P = sin(time+1);
Q = cos(time+2);
der(x) = - a * x - b * y + P;
der(y) = - c * x - h * y + Q;

end lab3model1;
```

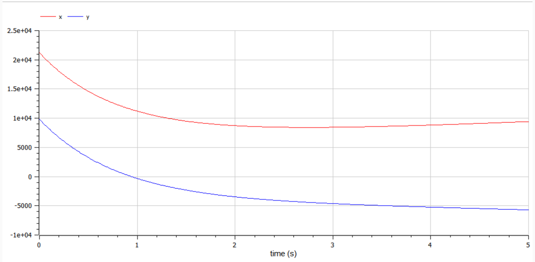
```
model lab3model1

constant Real a = 0.44;
constant Real b = 0.7;
constant Real c = 0.33;
constant Real h = 0.61;

Real P;
Real Q;

Real x(start=21200);
Real y(start=9800);

equation
P = sin(2*time);
Q = cos(time)+1;
der(x) = - a * x - b * y + P;
der(y) = - c * x * y - h * y + Q;

end lab3model1;
```

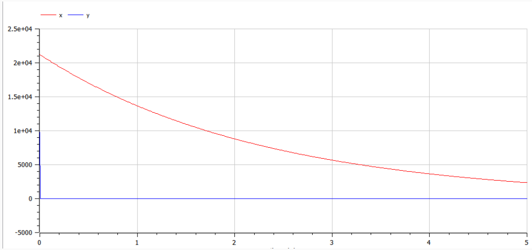
Графики полученные из Julia





Графики полученные из OpenModelica





Результаты

Результат

Построены графики изменения численности войск армии X и армии У для двух случаев: 1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.45x(t) - 0.86y(t) + \sin(t+1) \\ \frac{dy}{dt} = -0.49x(t) - 0.73y(t) + \cos(t+2) \end{cases}$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.44x(t) - 0.7y(t) + \sin(2t) \\ \frac{dy}{dt} = -0.33x(t)y(t) - 0.61y(t) + \cos(t) + 1 \end{cases}$$

Победу в обоих случаях одерживает страна X.

Вывод

Вывод

Я рассмотрела некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. Выполнила задание согласно варианту: построила графики изменения численности войск армии X и армии У для двух случаев, определила победителей.