Лабораторная работа №4

Модель гармонических колебаний

Афтаева К.В.

4 марта 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Докладчик

- Афтаева Ксения Васильевна
- студент группы НПИбд-01-20
- Российский университет дружбы народов
- 1032201739@pfur.ru
- https:https://github.com/KVAftaeva

Вводная часть

Актуальность

- Необходим навык математического моделирования, которое является неизбежной составляющей научно-технического прогресса

Объект и предмет исследования

- Модель гармонических колебаний
- Julia
- OpenModelica

Рассмотреть модель гармонических колебаний - линейный гармонических осциллятор.

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 7x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 9\dot{x} + 3x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 4\dot{x} + x = \cos(2t)$

На интервале $t \in [0; 30]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 2$, $y_0 = 0$.

Материалы и методы

- Julia
- OpenModelica

Выполнение работы

В общем виде наши уравнения это однородные ОДУ 2-го порядка (линейные):

$$\ddot{x}(t) + a\dot{x}(t) + bx(t) = F(t)$$

где $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ - производная по времени.

Тогда система для решения:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = F(t) - ay - bx \end{cases}$$

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 7x = 0$.

Система для решения первого случая

$$
\begin{cases}
\dot{x} = y \\
\dot{y} = -7x
\end{cases}
$$

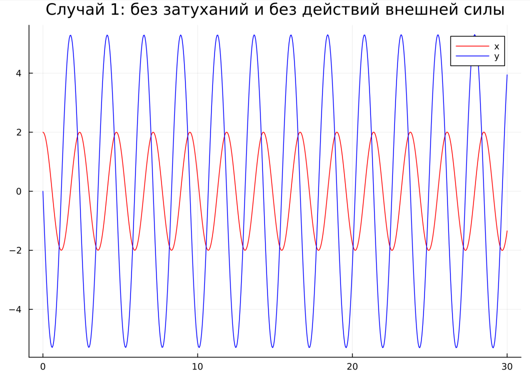
Написание кода для первого случая

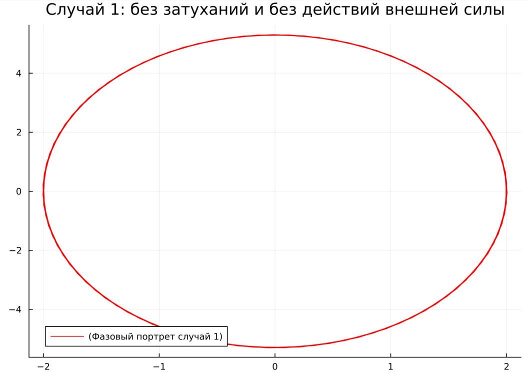
Фрагмент кода на Julia и код на OpenModelica:

```
#подключаем модули
using Plots
using DifferentialEquations

#задаем начальные условия
const x0 = 2
const y0 = 0

#состояние системы
u0 = [x0, y0]
#отслеживаемый промежуток времени
time = [0.0, 30.0]

#задаем константы согласно варианту и случаю
a = 0
b = 7

#сама система
function M!(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -a*u[2]-b*u[1]
end

prob = ODEProblem(M!, u0, time)
sol = solve(prob, saveat=0.05)

const X = Float64[]
const Y = Float64[]

for u in sol.u
    x, y = u
    push!(X,x)
    push!(Y,y)
end

#построение графиков
plt1 = plot(
```

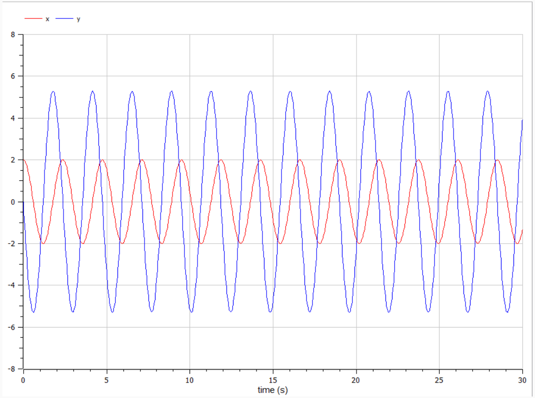
```
model lab4_oml

  Real x(start=2.0);
  Real y(start=0.0);
  constant Real a = 0.0;
  constant Real b = 7.0;

equation
  der(x) = y;
  der(y) = -a*y-b*x;

end lab4_oml;
```

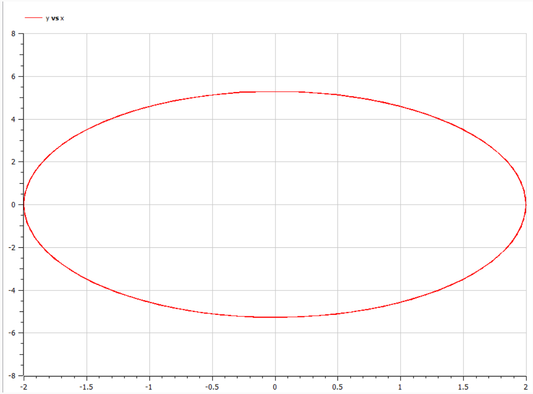
Результаты, полученные из Julia





Результаты, полученные из OpenModelica





Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы
$\ddot{x} + 9\dot{x} + 3x = 0.$

Система для решения второго случая

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -9y - 3x \end{cases}$$

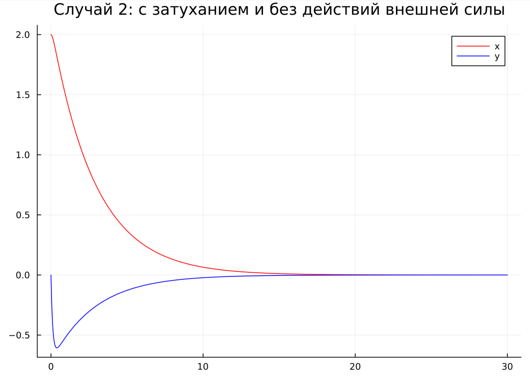
Написание кода для второго случая

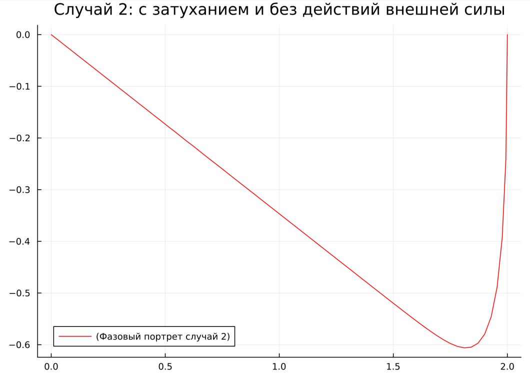
Фрагмент кода на Julia и код на OpenModelica:

```
#подключаем модули
using Plots
using DifferentialEquations

#задаем начальные условия
const x0 = 2
const y0 = 0

#состояние системы
u0 = [x0, y0]
#отслеживаемый промежуток времени
time = [0.0, 30.0]

#задаем константы согласно варианту и случаю
a = 9
b = 3

#сама система
function M!(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -a*u[2]-b*u[1]
end

prob = ODEProblem(M!, u0, time)
sol = solve(prob, saveat=0.05)

const X = Float64[]
const Y = Float64[]

for u in sol.u
    x, y = u
    push!(X,x)
    push!(Y,y)
end

#построение графиков
plt1 = plot(
    dpi = 300,
```

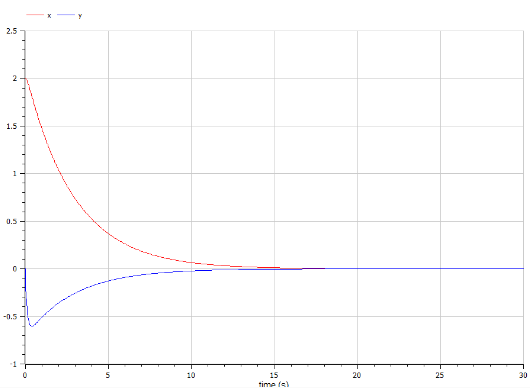
```
model lab4_om2

  Real x(start=2.0);
  Real y(start=0.0);
  constant Real a = 9.0;
  constant Real b = 3.0;

equation
  der(x) = y;
  der(y) = -a*y-b*x;

end lab4_om2;
```

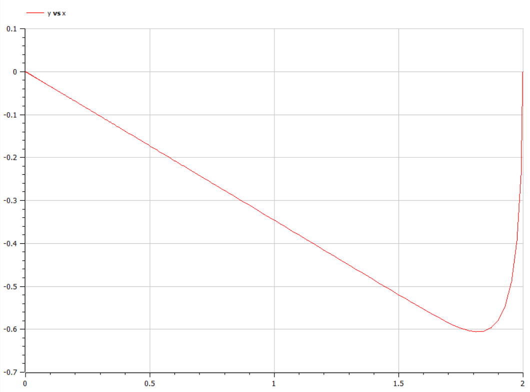
Результаты, полученные из Julia





Результаты, полученные из OpenModelica





Третий случай

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 4\dot{x} + x = \cos(2t)$.

Система для решенияи третьего случая

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = \cos(2t) - 4y - x \end{cases}$$

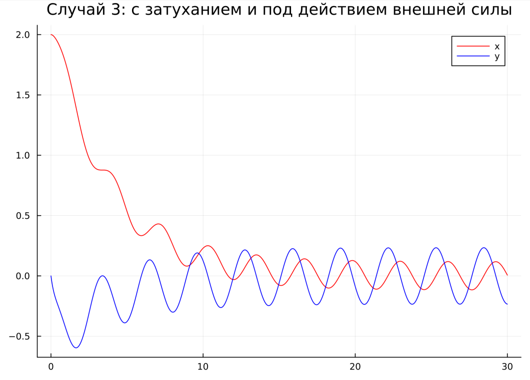
Написание кода для третьего случая

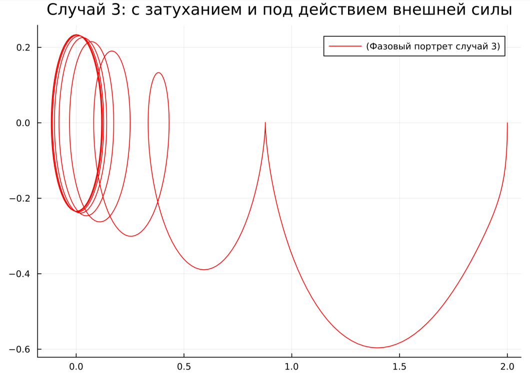
Фрагмент кода на Julia и код на OpenModelica:

```
#подключаем модули
using Plots
using DifferentialEquations

#задаем начальные условия
const x0 = 2
const y0 = 0

#состояние системы
u0 = [x0, y0]
#отслеживаемый промежуток времени
time = [0.0, 30.0]

#задаем константы согласно варианту и случаю
a = 4
b = 1

#сама система
function M!(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = cos(2*t)-a*u[2]-b*u[1]
end

prob = ODEProblem(M!, u0, time)
sol = solve(prob, saveat=0.05)

const X = Float64[]
const Y = Float64[]

for u in sol.u
    x, y = u
    push!(X,x)
    push!(Y,y)
end

#построение графиков
plt1 = plot(
    dpi = 300,
```

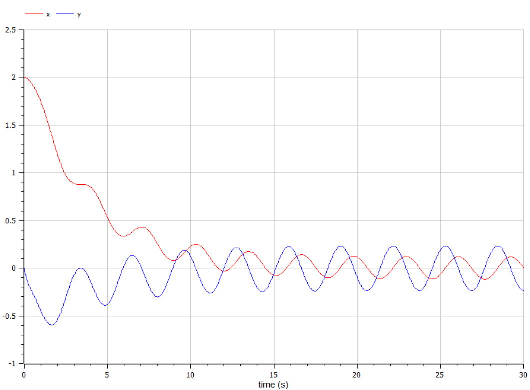
```
model lab4_om3

  Real x(start=2.0);
  Real y(start=0.0);
  constant Real a = 4.0;
  constant Real b = 1.0;

equation
  der(x) = y;
  der(y) = cos(2*time)-a*y-b*x;

end lab4_om3;
```

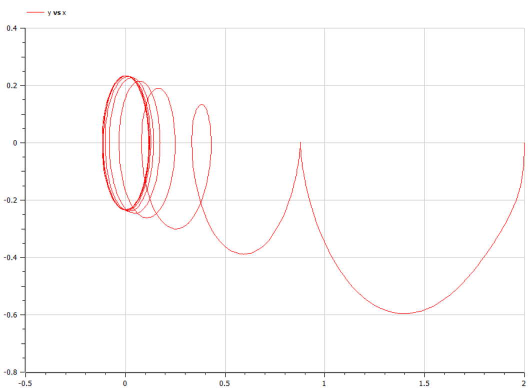
Результаты, полученные из Julia





Результаты, полученные из OpenModelica





Результаты

Результат

Я построила фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 7x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора c затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 9\dot{x} + 3x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора c затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 4\dot{x} + x = \cos(2t)$

На интервале $t \in [0; 30]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 2$, $y_0 = 0$.

Вывод

Вывод

Я рассмотрела модель гармонических колебаний - линейный гармонических осциллятор. Выполнила задание согласно варианту: построила фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для трех случаев.