

# Лабораторная работа №5

Модель хищник-жертва

---

Афтаева К.В.

9 марта 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

## Информация

---

- Афтаева Ксения Васильевна
- студент группы НПИбд-01-20
- Российский университет дружбы народов
- 1032201739@pfur.ru
- <https://github.com/KVAftaeva>

## Вводная часть

---

- Необходим навык математического моделирования, которое является неизбежной составляющей научно-технического прогресса

- Модель хищник-жертва
- Julia
- OpenModelica

Рассмотреть простейшую модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры.

Выполнить задание согласно варианту: для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.22x(t) + 0.051x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.33y(t) - 0.041x(t)y(t) \end{cases}$$

построить график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:  $x_0 = 3$ ,  $y_0 = 8$ . Найти стационарное состояние системы.

- Julia
- OpenModelica



## Выполнение работы

---

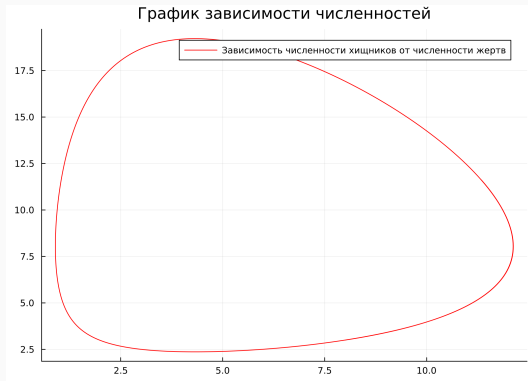
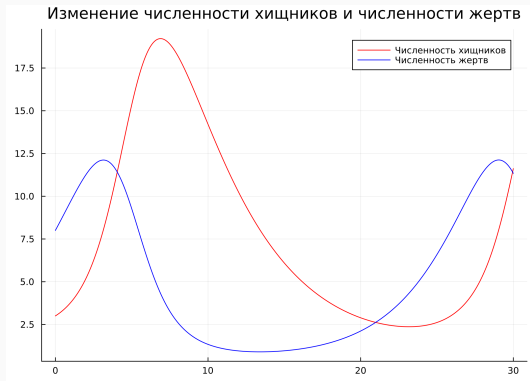
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -ax(t) + bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = cy(t) - dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели  $x$  – число хищников,  $y$  – число жертв. Коэффициент  $c$  описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников,  $a$  – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников ( $xy$ ). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены  $dx(t)y(t)$  и  $-bx(t)y(t)$  в правой части уравнения)

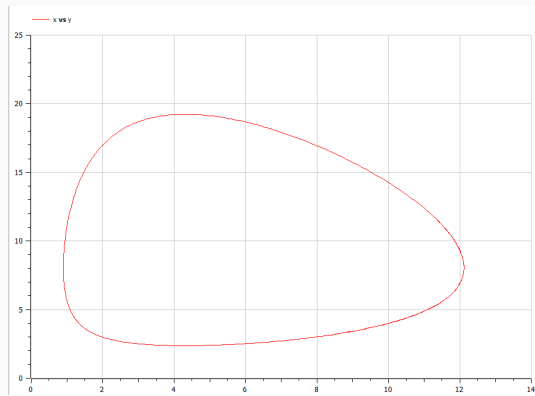
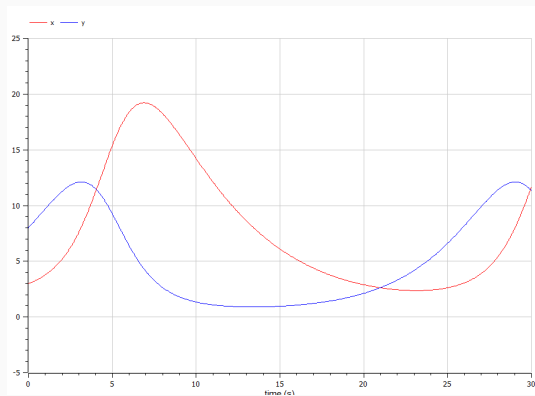
## Фрагмент кода на Julia и код на OpenModelica:

```
1 #подключаем модули
2 using Plots
3 using DifferentialEquations
4
5 #задаем начальные условия
6 const x0 = 3
7 const y0 = 8
8
9 #состояние системы
10 u0 = [x0, y0]
11 #отслеживаемый промежуток времени
12 time = [0.0, 30.0]
13
14 #задаем константы согласно варианту
15 a = 0.22
16 b = 0.051
17 c = 0.33
18 d = 0.041
19
20 #сама система
21 function M!(du, u, p, t)
22     du[1] = -a*u[1]+b*u[1]*u[2]
23     du[2] = c*u[2]-d*u[1]*u[2]
24 end
25
26 prob = ODEProblem(M!, u0, time)
27 sol = solve(prob, saveat=0.05)
28
29 const X = Float64[]
30 const Y = Float64[]
31
32 for u in sol.u
33     x, y = u
34     push!(X,x)
35     push!(Y,y)
36 end
37
38 #построение графиков
39 plt1 = plot(
40     dpi = 300,
41     size = (700,500),
42     title = "Изменение численности хищников и численности жертв"
43 )
44
45 plot!(
46     plt1,
47     sol.t,
```

```
1 model lab05
2
3     Real x(start=3.0);
4     Real y(start=8.0);
5     constant Real a = 0.22;
6     constant Real b = 0.051;
7     constant Real c = 0.33;
8     constant Real d = 0.041;
9
10 equation
11     der(x) = -a*x+b*x*y;
12     der(y) = c*y-d*x*y;
13
14 end lab05;
```



# Результаты, полученные из OpenModelica



# Стационарное состояние системы

$$x_0 = \frac{a}{b}, y_0 = \frac{c}{d}$$

```
PS C:\WORK\Study\2022-2023>
x0 = 8.048780487804878
y0 = 4.313725490196079
```



## Результаты

---

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.22x(t) + 0.051x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.33y(t) - 0.041x(t)y(t) \end{cases}$$

Построила график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:  $x_0 = 3$ ,  $y_0 = 8$ . Нашла стационарное состояние системы.



## Вывод

---

Я рассмотрела простейшую модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Выполнила задание согласно варианту: построила график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях, нашла стационарное состояние системы.