

Minimum Spanning Tree (MST) algorithms

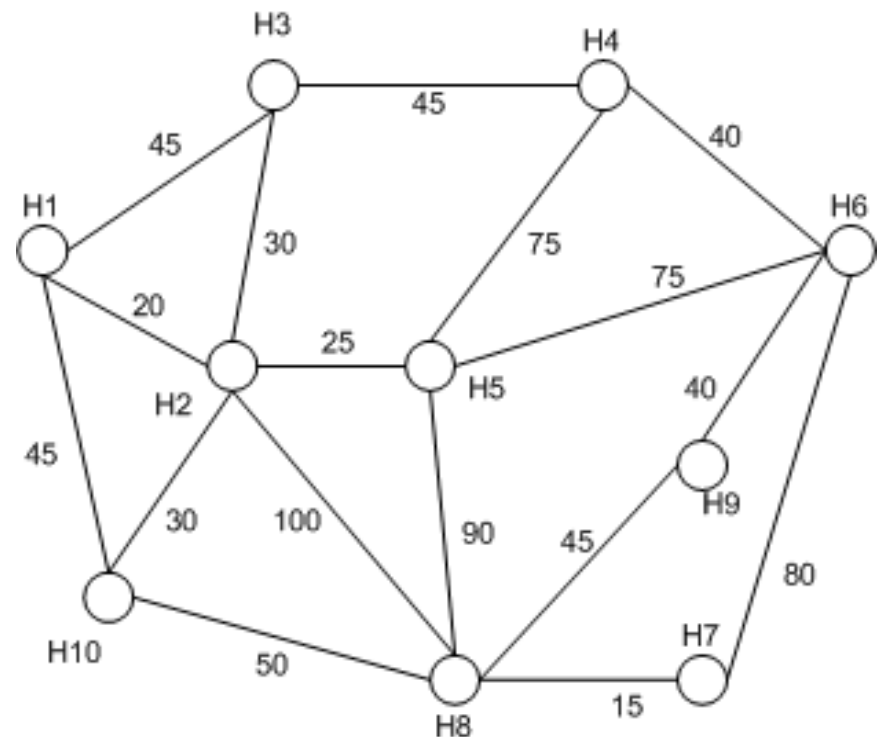
Kortste omspannende boom (Minimum Spanning Tree)



Wat is de goedkoopste optie om alle huizen aan te sluiten op het internet?

Kortste omspannende boom (Minimum Spanning Tree)

- Verbonden, gewogen graaf dat alle knopen met elkaar verbind zonder cycli, met het kleinste totale gewicht*



MST – Prim's algorithm

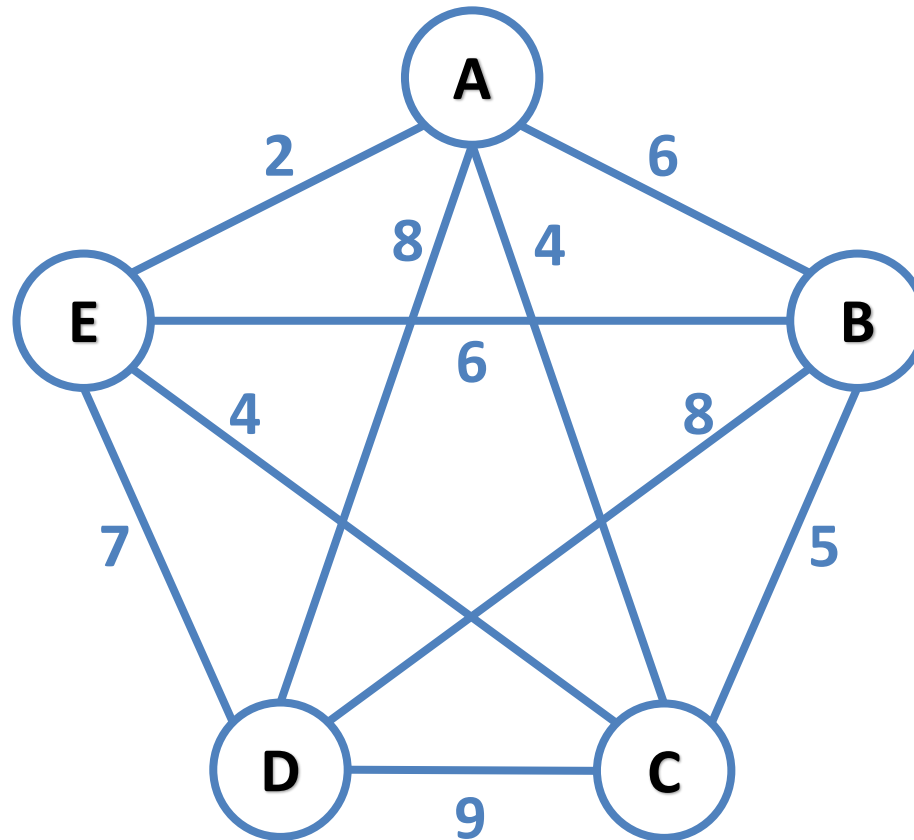
1. kies een willekeurige knoop als startnode;
2. kies de tak vanuit de geselecteerde knopen met het laagste gewicht, zonder een cycle te maken;
3. Herhaal stap 2 tot $(n-1)$ takken (alle knopen) gekozen zijn;

http://www.youtube.com/watch?v=plkWno7_kLQ

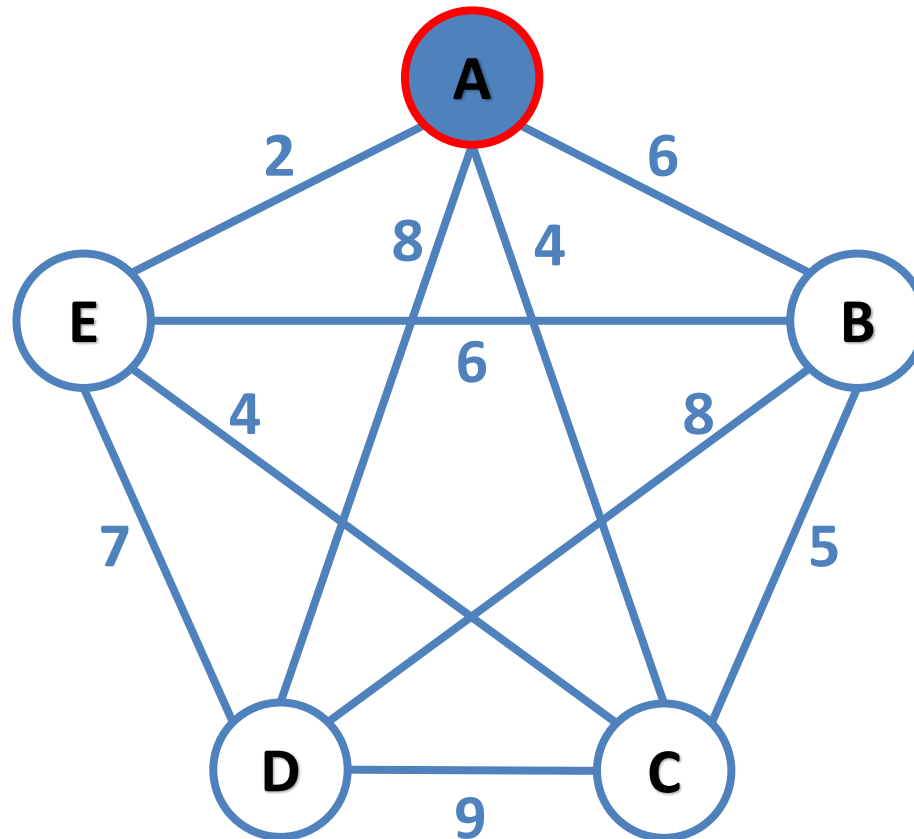
(vanaf 01:05)

(2 manieren: zonder en met matrix)

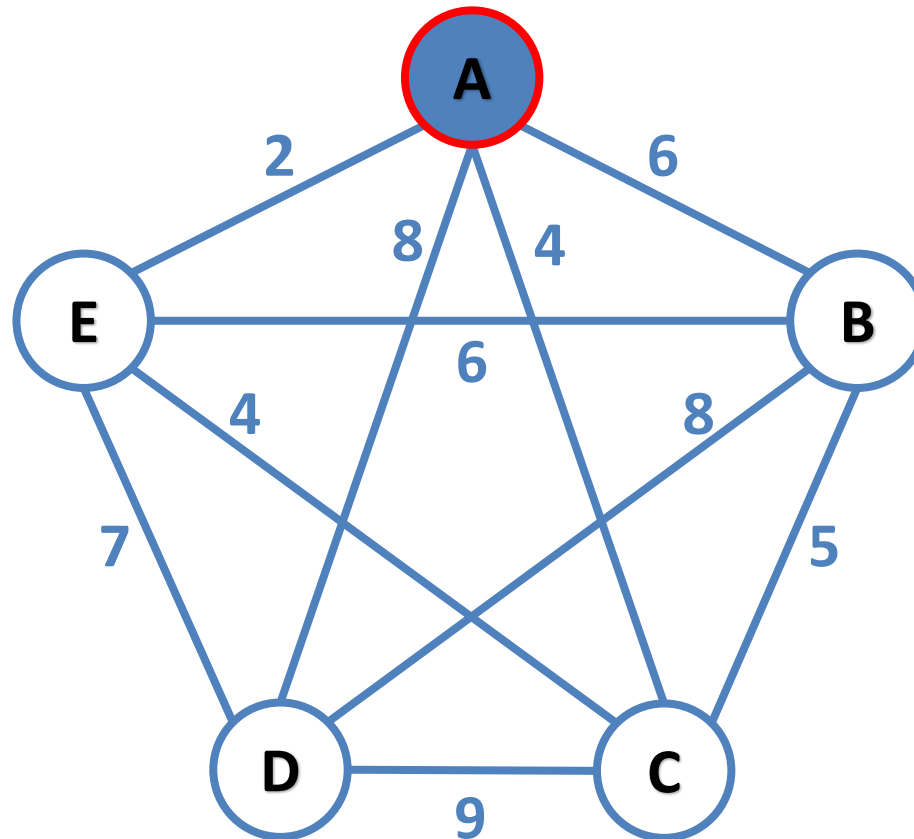
Prim's algorithm - voorbeeld



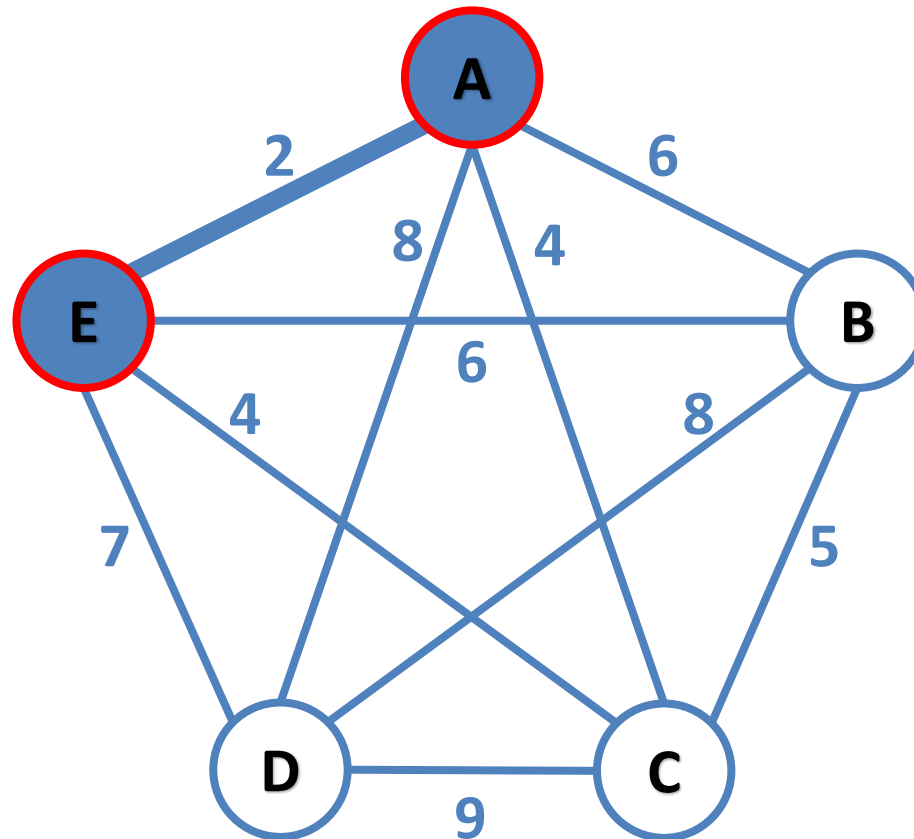
kies een willekeurige knoop als startnode



kies de tak vanuit de geselecteerde knopen met
het laagste gewicht, zonder een cycle te maken

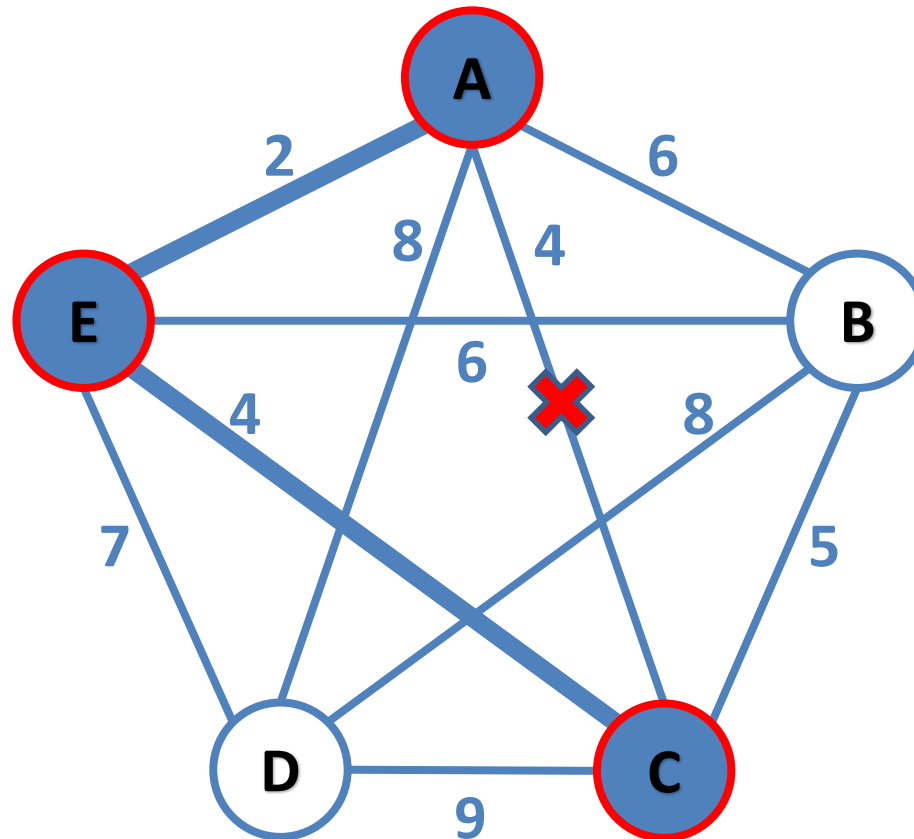


kies de tak vanuit de geselecteerde knopen met
het laagste gewicht, zonder een cycle te maken



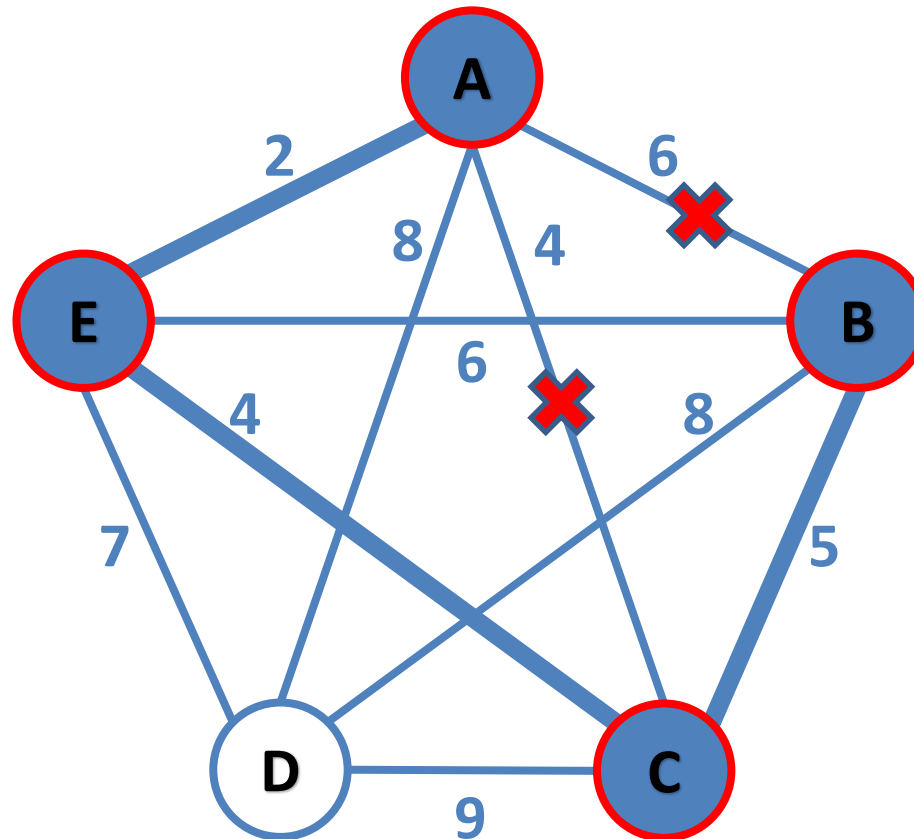
MST: AE ..

kies de tak vanuit de geselecteerde knopen met
het laagste gewicht, zonder een cycle te maken



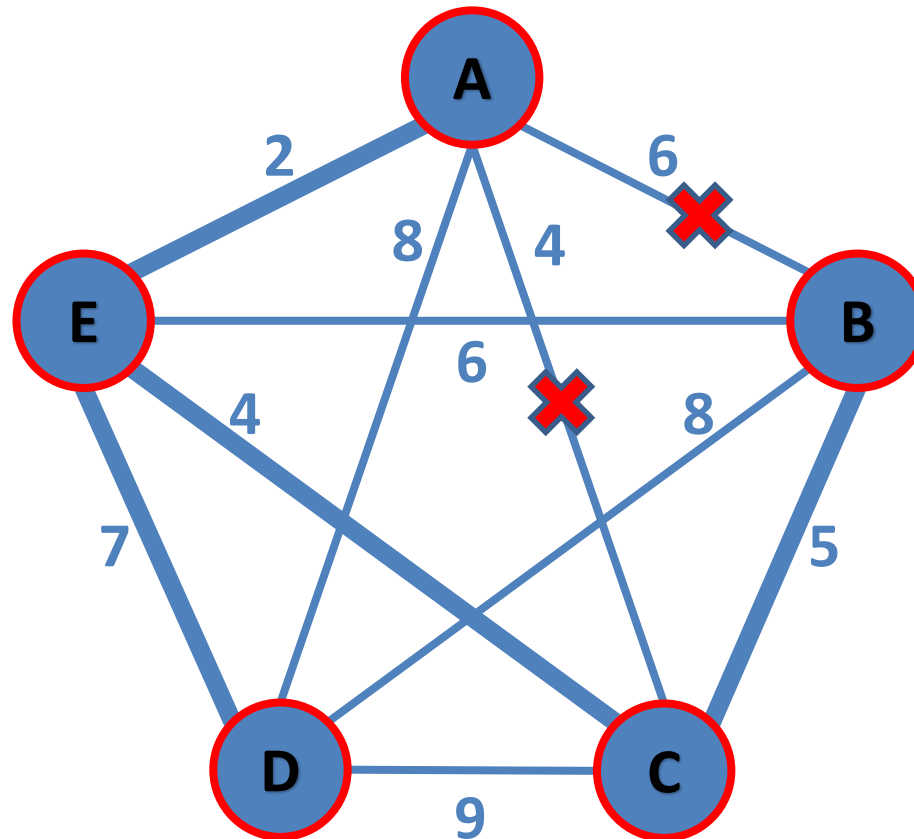
MST: AE EC ..

kies de tak vanuit de geselecteerde knopen met
het laagste gewicht, zonder een cycle te maken



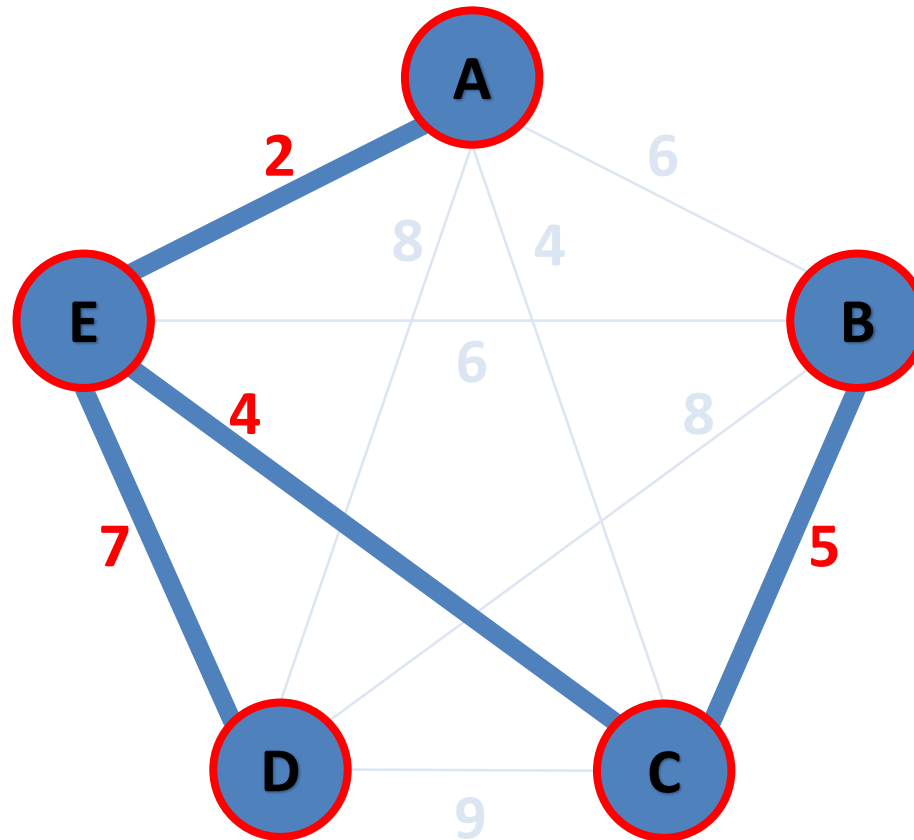
MST: AE EC BC ..

kies de tak vanuit de geselecteerde knopen met
het laagste gewicht, zonder een cycle te maken



MST: AE EC BC ED

Prim's algorithm - oplossing

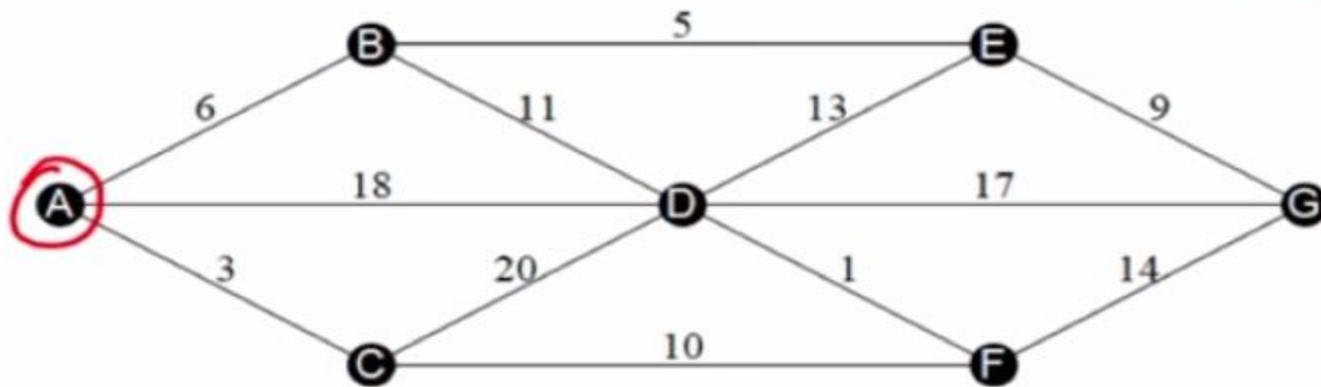


Total weight: 18 (2+4+5+7)

MST: AE EC BC ED

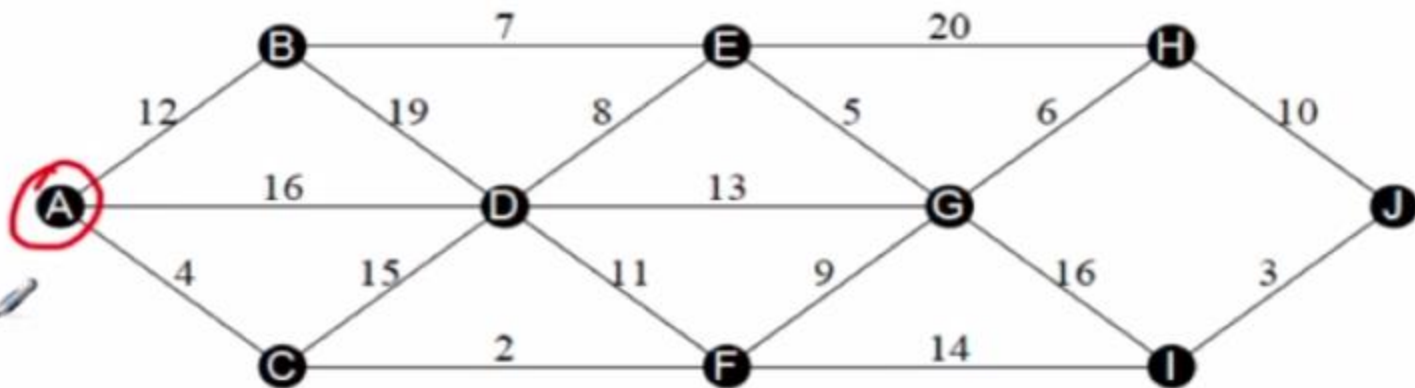
Prim's algorithm - oefeningen

a)



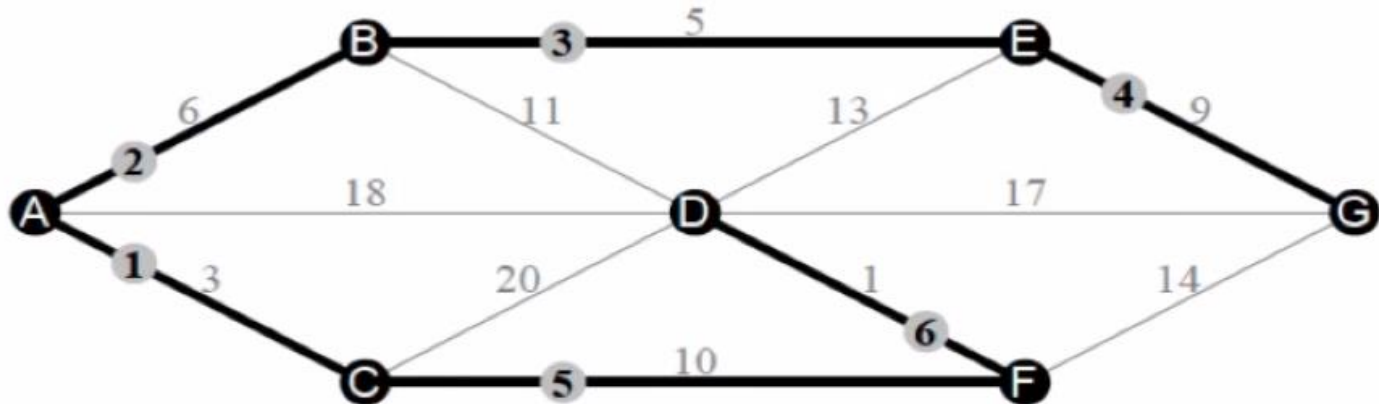
Arcs/Length:

b)



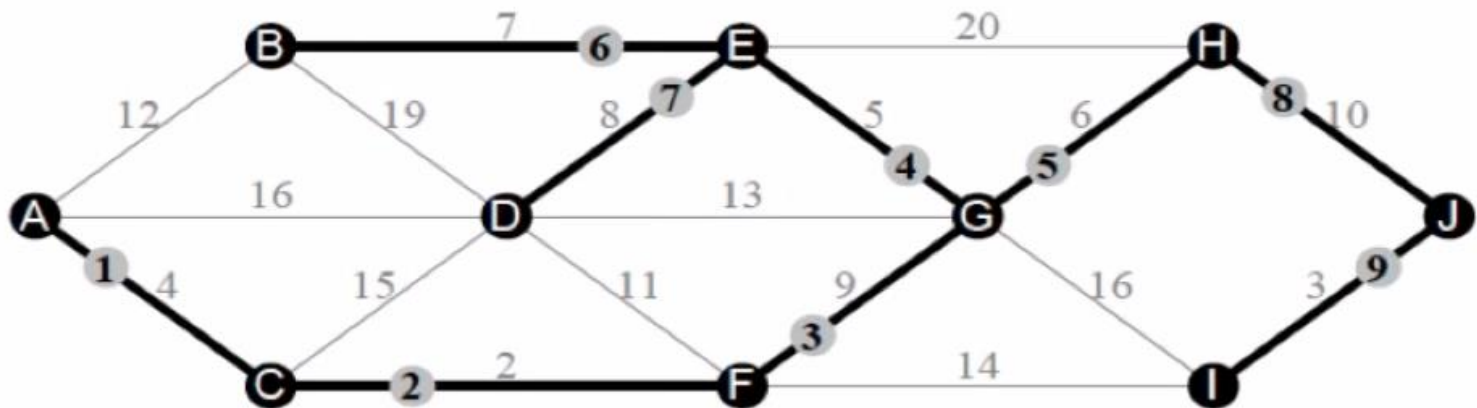
Prim's algorithm - oefeningen

a)



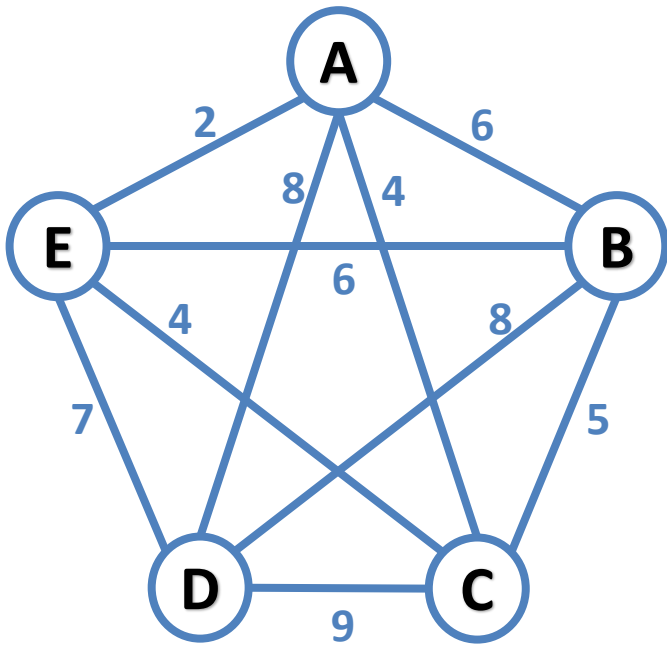
Arcs: AC, AB, BE, EG, CF, FD. Total length=34

b)



Arcs: AC, CF, FG, GE, GH, EB, ED, HJ, JI. Total length=54

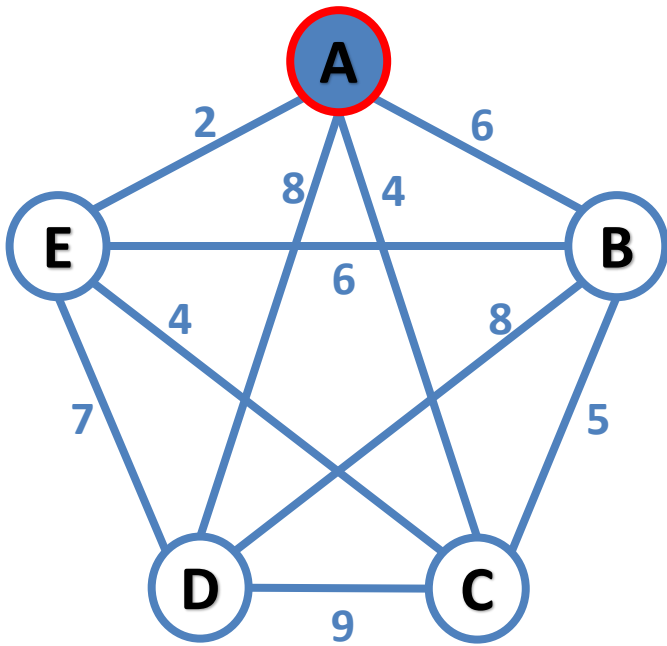
Prim's algorithm - matrix



	A	B	C	D	E
A	-	6	4	8	2
B	6	-	5	8	6
C	4	5	-	9	4
D	8	8	9	-	7
E	2	6	4	7	-

1. Kies een willekeurige knoop;
2. Markeer de nieuwe knoop in de bovenste kolom; verwijder de rij van deze knoop;
3. Selecteer de laagste waarde in de gemarkeerde kolommen (negeer de verwijderde rijen), en omcirkel deze waarde, er is een nieuwe knoop;
4. Herhaal stap 2 en 3 totdat alle rijen verwijderd zijn;

Prim's algorithm - matrix

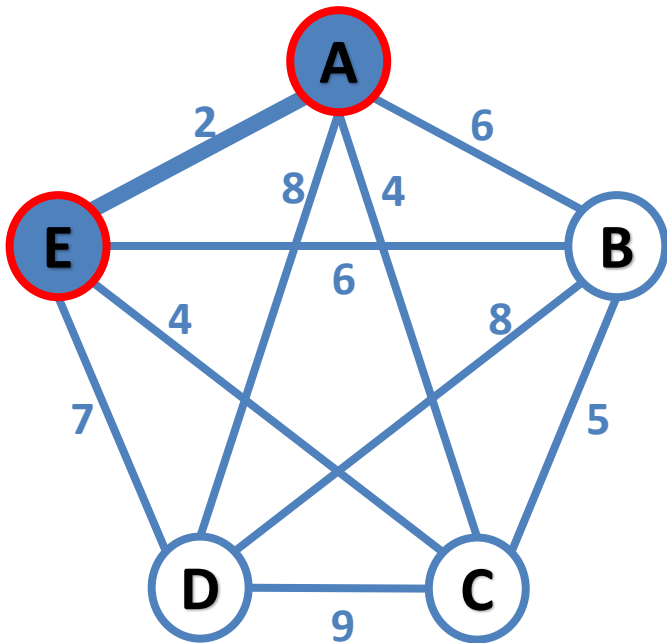


1

	A	B	C	D	E
A	-	6	4	8	2
B	6	-	5	8	6
C	4	5	-	9	4
D	8	8	9	-	7
E	2	6	4	7	-

1. Kies een willekeurige knoop;
2. Markeer de nieuwe knoop in de bovenste kolom; verwijder de rij van deze knoop;
3. Selecteer de laagste waarde in de gemarkeerde kolommen (negeer de verwijderde rijen), en omcirkel deze waarde, er is een nieuwe knoop;
4. Herhaal stap 2 en 3 totdat alle rijen verwijderd zijn;

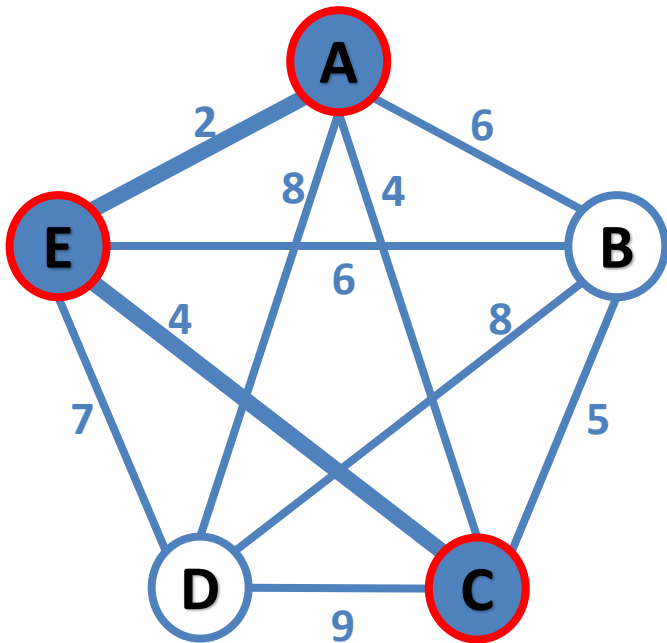
Prim's algorithm - matrix



	1				2
	A	B	C	D	E
A	-	6	4	8	2
B	6	-	5	8	6
C	4	5	-	9	4
D	8	8	9	-	7
E	2	6	4	7	-

1. Kies een willekeurige knoop;
2. Markeer de nieuwe knoop in de bovenste kolom; verwijder de rij van deze knoop;
3. Selecteer de laagste waarde in de gemarkeerde kolommen (negeer de verwijderde rijen), en omcirkel deze waarde, er is een nieuwe knoop;
4. Herhaal stap 2 en 3 totdat alle rijen verwijderd zijn;

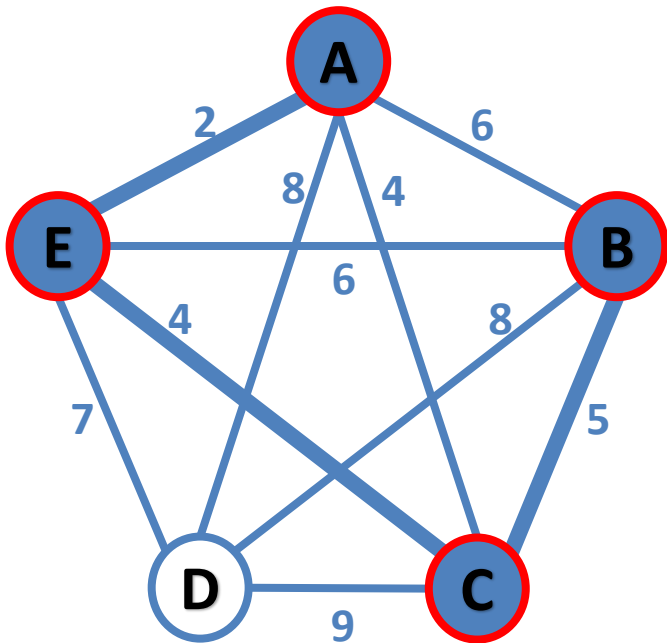
Prim's algorithm - matrix



	1		3		2
	A	B	C	D	E
A	-	6	4	8	2
B	6	-	5	8	6
C	4	5	-	9	4
D	8	8	9	-	7
E	2	6	4	7	-

1. Kies een willekeurige knoop;
2. Markeer de nieuwe knoop in de bovenste kolom; verwijder de rij van deze knoop;
3. Selecteer de laagste waarde in de gemarkeerde kolommen (negeer de verwijderde rijen), en omcirkel deze waarde, er is een nieuwe knoop;
4. Herhaal stap 2 en 3 totdat alle rijen verwijderd zijn;

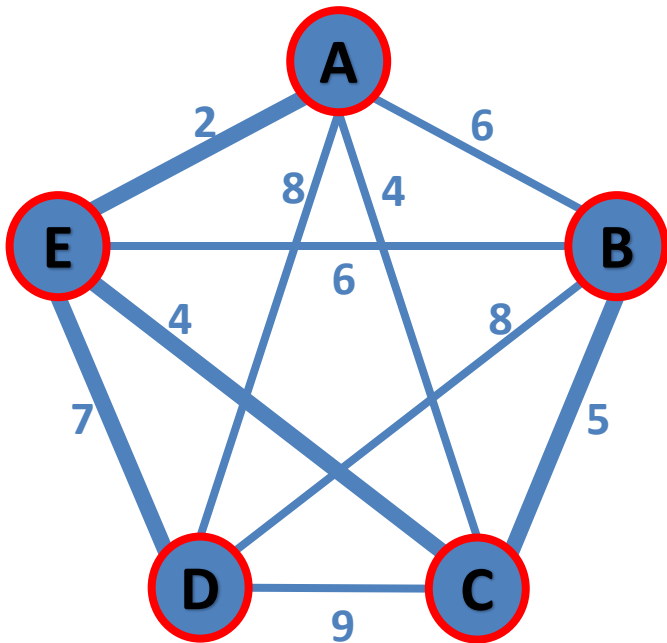
Prim's algorithm - matrix



	1	4	3		2
	A	B	C	D	E
A	-	6	4	8	2
B	6	-	5	8	6
C	4	5	-	9	4
D	8	8	9	-	7
E	2	6	4	7	-

1. Kies een willekeurige knoop;
2. Markeer de nieuwe knoop in de bovenste kolom; verwijder de rij van deze knoop;
3. Selecteer de laagste waarde in de gemarkeerde kolommen (negeer de verwijderde rijen), en omcirkel deze waarde, er is een nieuwe knoop;
4. Herhaal stap 2 en 3 totdat alle rijen verwijderd zijn;

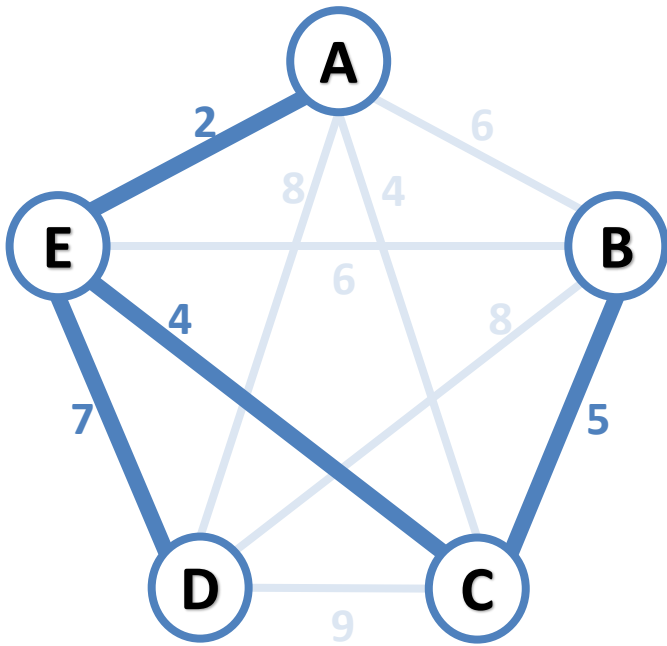
Prim's algorithm - matrix



	1	4	3	5	2
	A	B	C	D	E
A	-	6	4	8	2
B	6	-	5	8	6
C	4	5	-	9	4
D	8	8	9	-	7
E	2	6	4	7	-

1. Kies een willekeurige knoop;
2. Markeer de nieuwe knoop in de bovenste kolom; verwijder de rij van deze knoop;
3. Selecteer de laagste waarde in de gemarkeerde kolommen (negeer de verwijderde rijen), en omcirkel deze waarde, er is een nieuwe knoop;
4. Herhaal stap 2 en 3 totdat alle rijen verwijderd zijn;

Prim's algorithm - matrix



	1	4	3	5	2	
	A	B	C	D	E	
A	-	6	4	8	2	AE (2)
B	6	-	5	8	6	EC (4)
C	4	5	-	9	4	BC (5)
D	8	8	9	-	7	DE (7)
E	2	6	4	7	-	

1. Kies een willekeurige knoop;
2. Markeer de nieuwe knoop in de bovenste kolom; verwijder de rij van deze knoop;
3. Selecteer de laagste waarde in de gemarkeerde kolommen (negeer de verwijderde rijen), en omcirkel deze waarde, er is een nieuwe knoop;
4. Herhaal stap 2 en 3 totdat alle rijen verwijderd zijn;

Oefeningen

Find the Minimum Spanning Tree using Prim's Algorithm starting from vertex A:

a)

	A	B	C	D	E
A	–	28	9	4	1
B	28	–	12	23	21
C	9	12	–	8	11
D	4	23	8	–	7
E	1	21	11	7	–

Arcs:

Total length=

b)

	A	B	C	D	E	F	G
A	–	19	15	10	22	17	29
B	19	–	24	20	3	25	26
C	15	24	–	13	5	2	30
D	10	20	13	–	18	14	16
E	22	3	5	18	–	27	6
F	17	25	2	14	27	–	7
G	29	26	30	16	6	7	–

Arcs:

Total length=

Oefeningen

a)

	A ₁	B ₃	C ₄	D ₃	E ₂
A	—	28	9	4	1
B	28	—	(12)	23	21
C	9	12	—	(8)	11
D	(4)	23	8	—	7
E	(1)	21	11	7	—

Arcs: AE, AD, DC, CB. ✓

Total length=25

b)

	A ₁	B ₆	C ₃	D ₂	E ₅	F ₄	G ₇
A	—	19	15	10	22	17	29
B	19	—	24	20	(3)	25	26
C	15	24	—	(13)	5	2	30
D	(10)	20	13	—	18	14	16
E	22	3	(5)	18	—	27	6
F	17	25	(2)	14	27	—	7
G	29	26	30	16	(6)	7	—

Arcs: AD, DC, CF, CE, EB, EG.

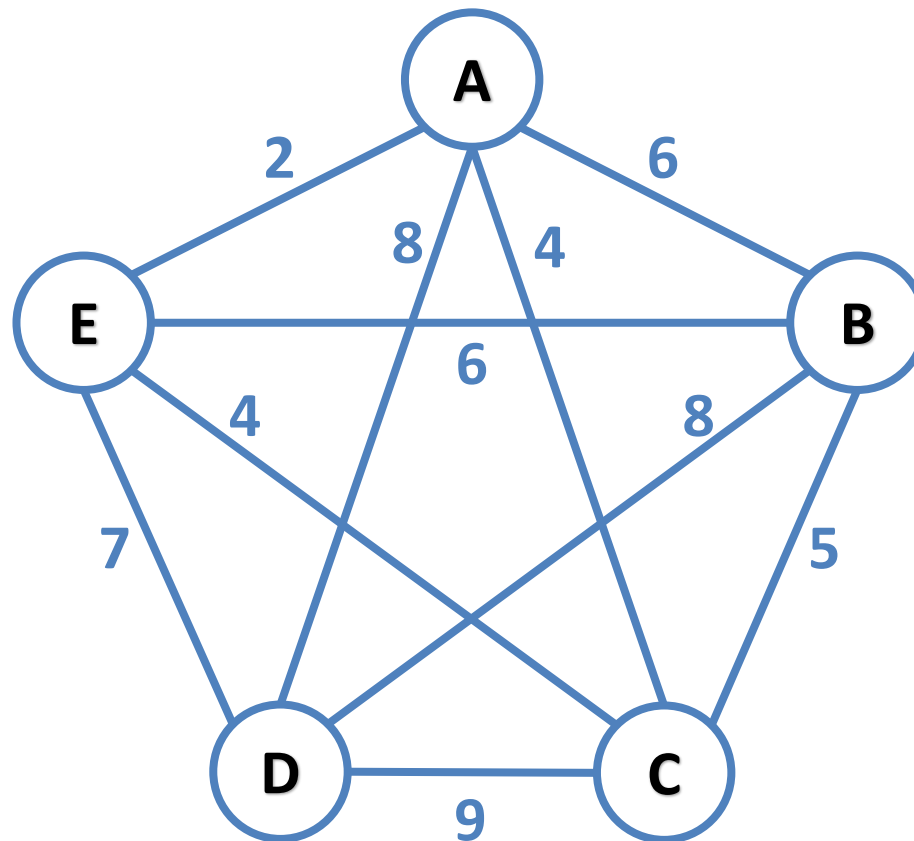
Total length=39

MST – Kruskal's algorithm

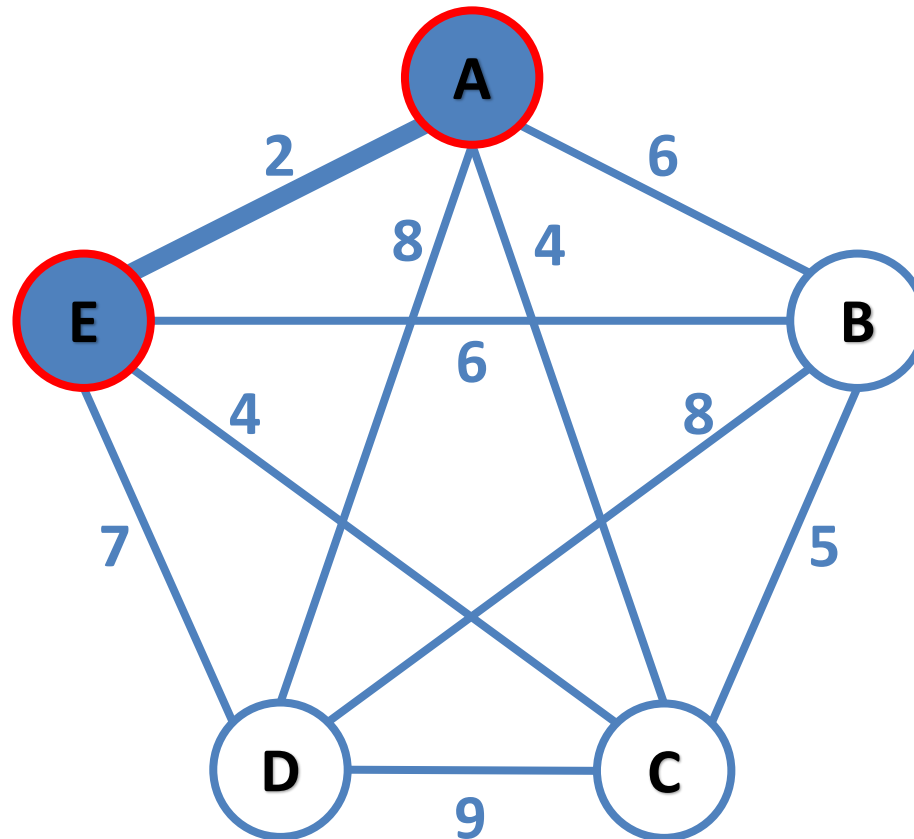
1. kies tak met minste gewicht;
2. kies een volgende tak met minste gewicht, zonder een cycle te maken;
3. herhaal stap 2 totdat $n-1$ takken gekozen zijn;

<http://www.youtube.com/watch?v=T43K2qt0liY>

Kruskal's algorithm - voorbeeld

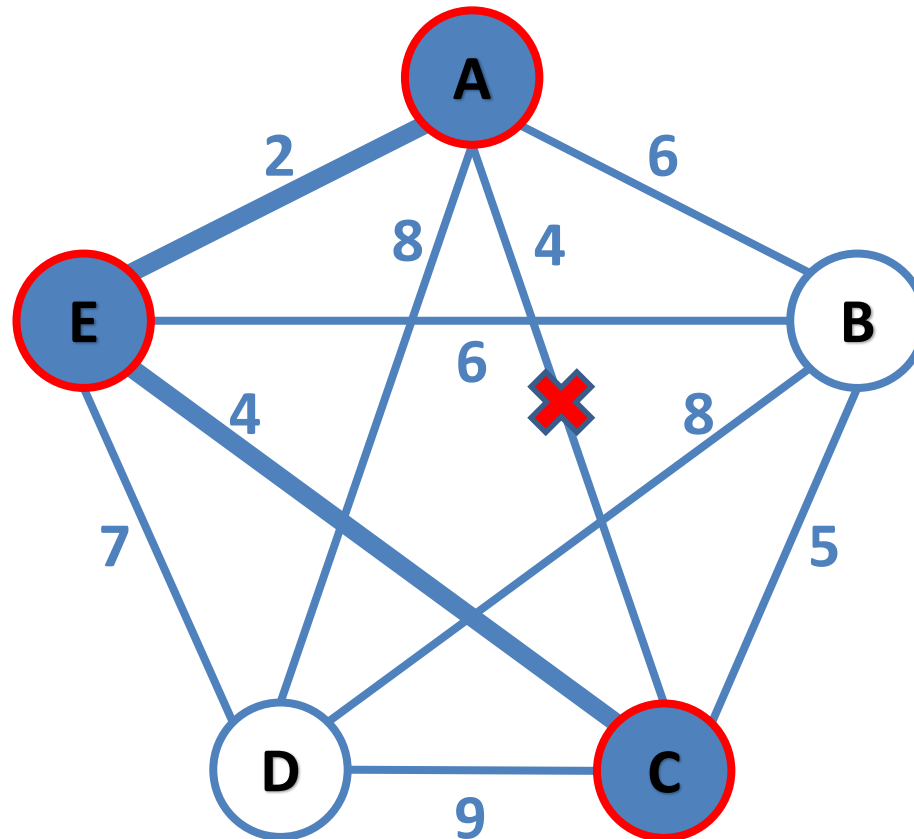


kies tak met minste gewicht



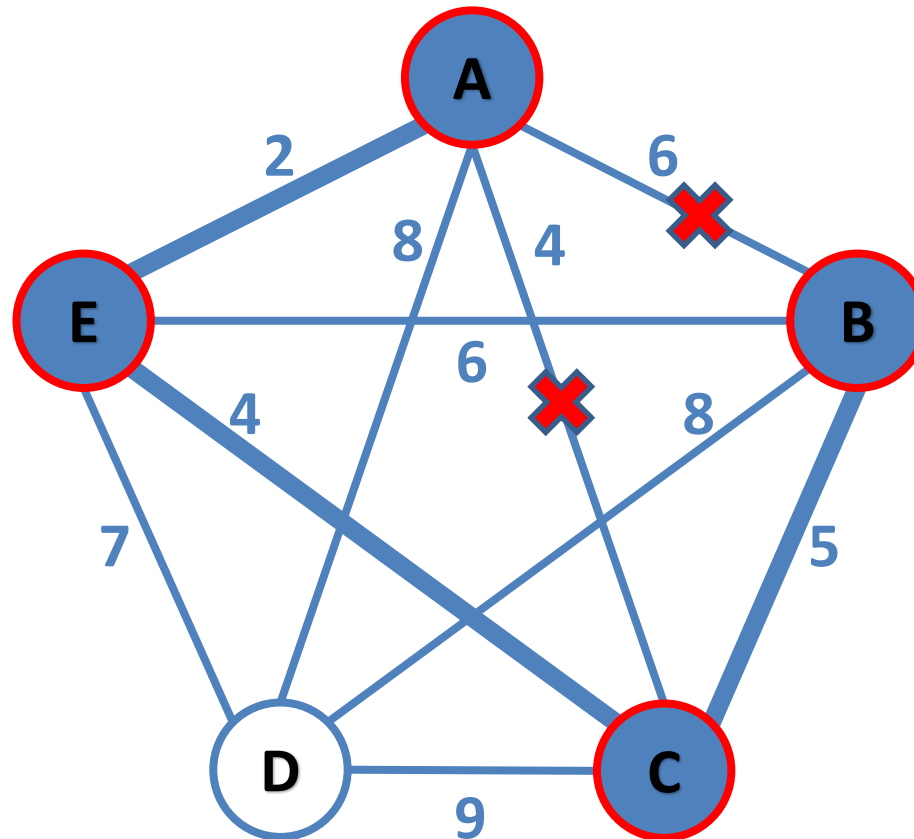
MST: AE ..

kies een volgende tak met minste gewicht,
zonder een cycle te maken



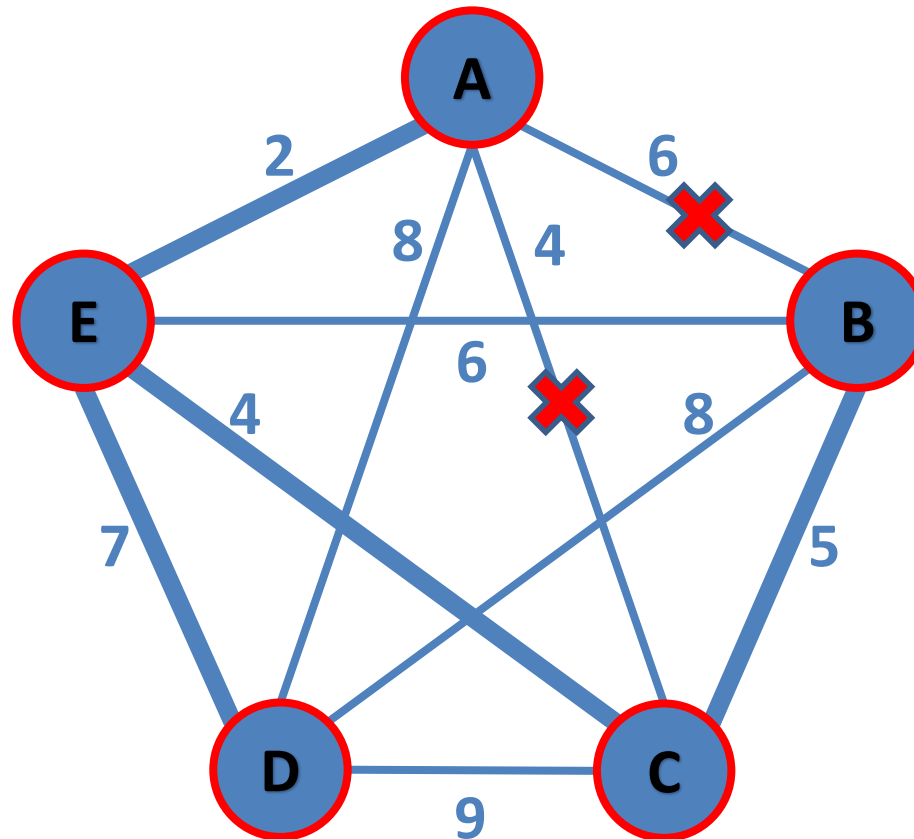
MST: AE EC ..

kies een volgende tak met minste gewicht,
zonder een cycle te maken



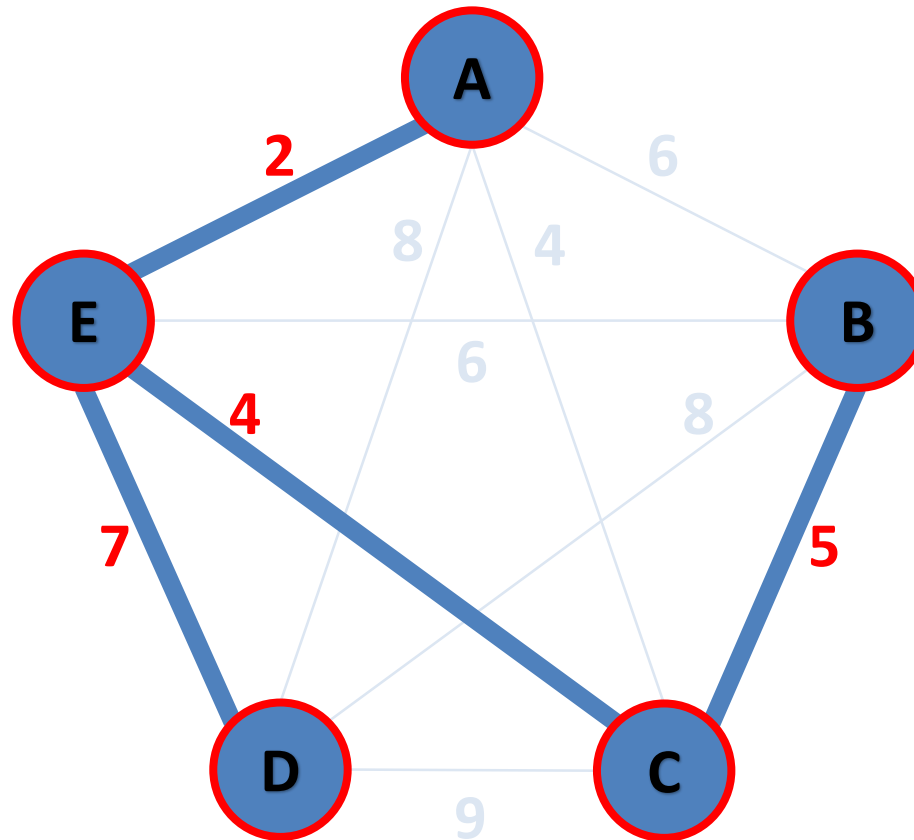
MST: AE EC BC ..

kies een volgende tak met minste gewicht,
zonder een cycle te maken



MST: AE EC BC ED

Kruskal's algorithm - oplossing

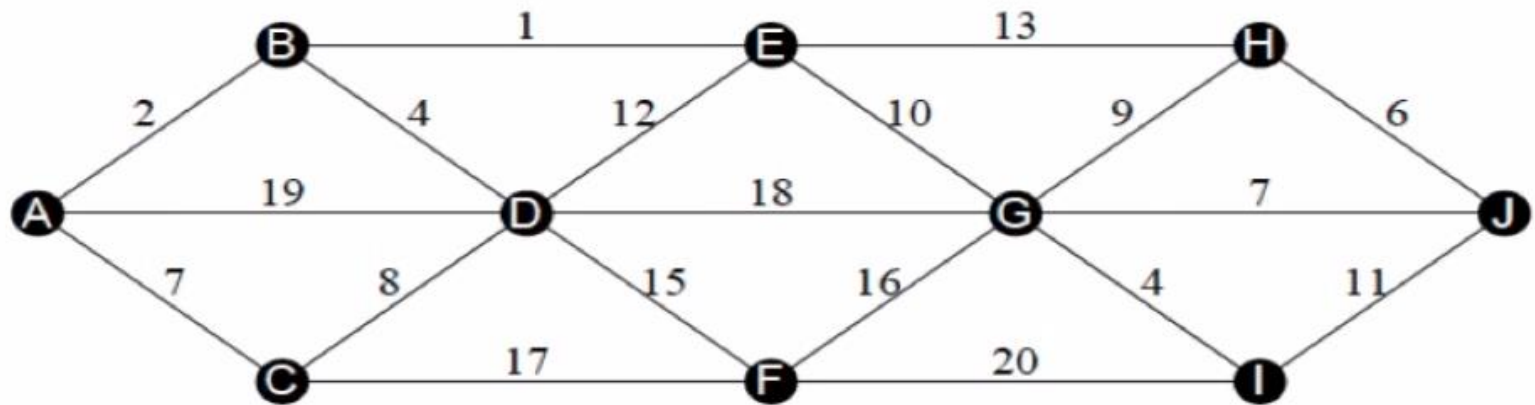


Total weight: 18 (2+4+5+7)

MST: AE EC BC ED

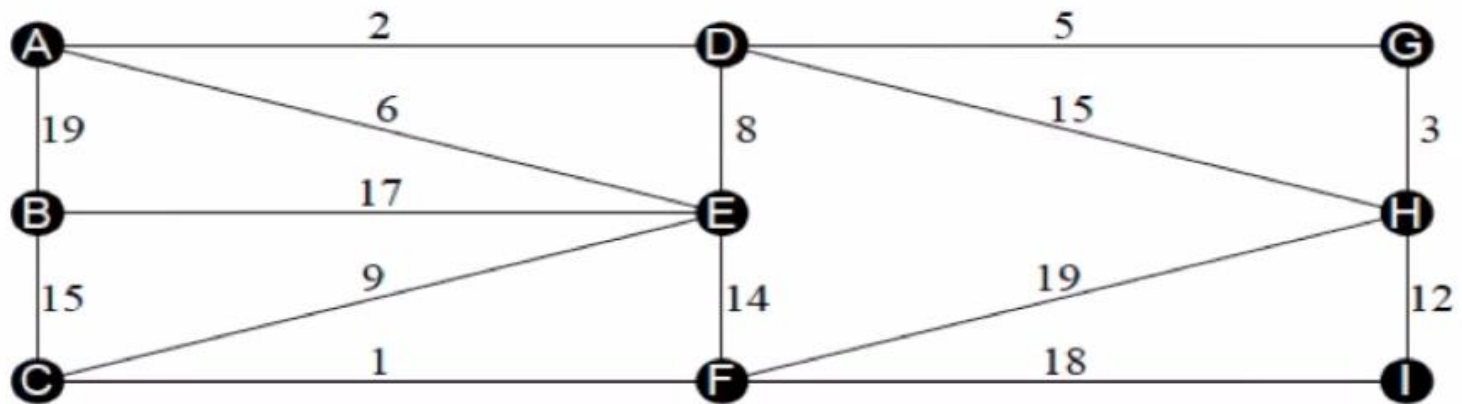
Kruskal's algorithm - oefeningen

a)



Arcs/Length:

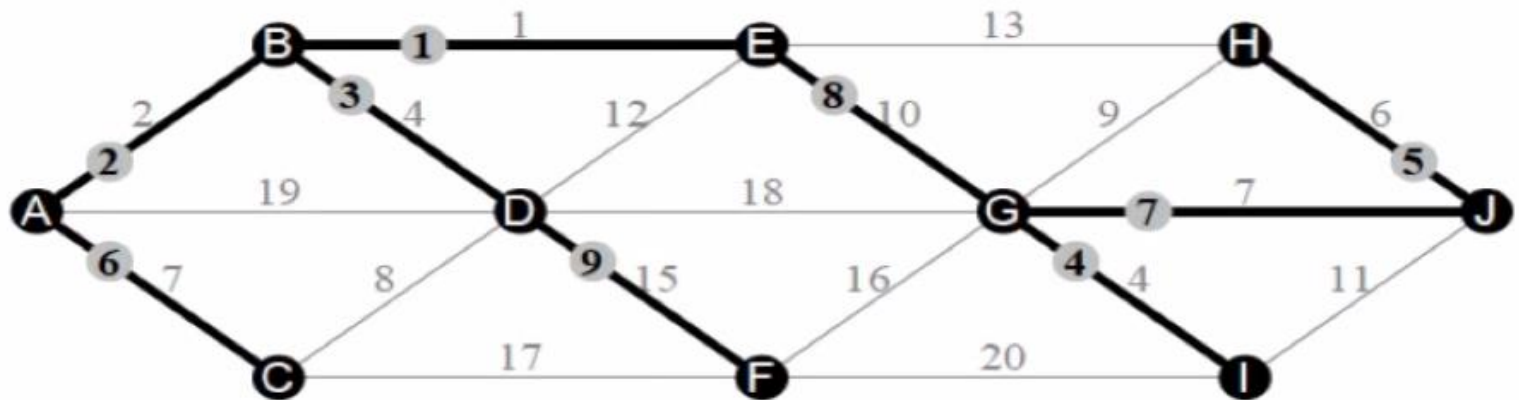
b)



Arcs/Length:

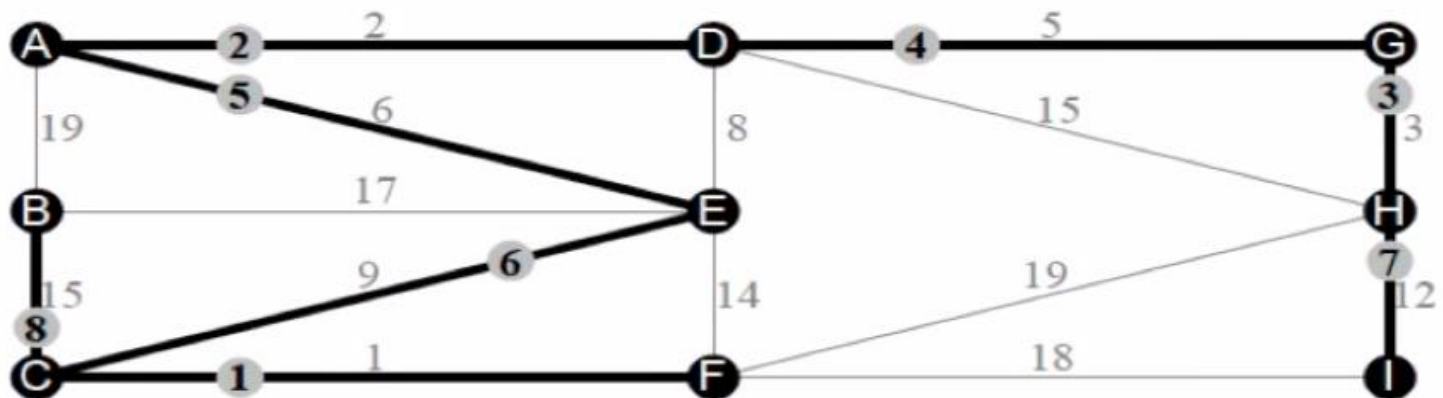
Kruskal's algorithm - oefeningen

a)



Arcs: BE, AB, BD, GI, JH, AC, GJ, EG, DF. Total length=56

b)



Arcs: CF, AD, GH, DG, AE, EC, HI, CB. Total length=53