

Discrete Wiskunde

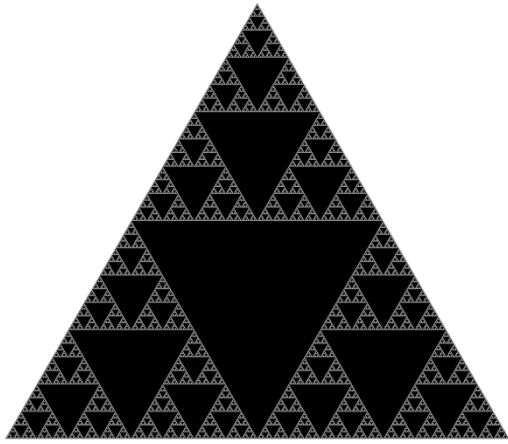
Gerwin van Dijken
(gerwin.vandijken@inholland.nl)

Wiskunde (1913GE006Z)

- Totaal 4 EC's
- 50% Wiskunde theorie (1913GE006A)
(schriftelijk tentamen, eind periode 3.4)
- 50% Wiskunde praktijk (1913GE006B)
(6 praktijk opdrachten, beoordeling volgende les)

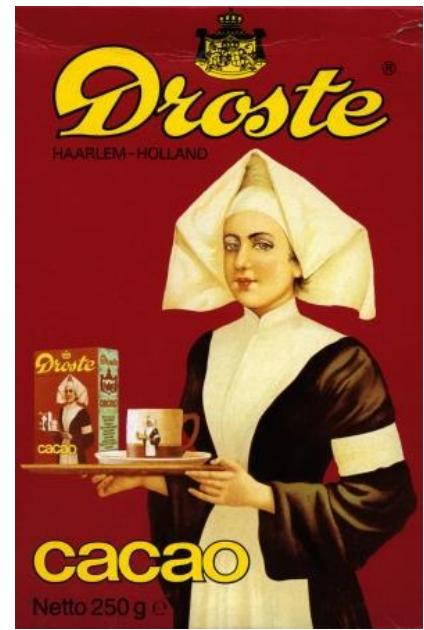
Wiskunde programma

- Blok 3:
 - **Recurisie (1)**
 - Recursie (2)
 - Markov keten
- Blok 4:
 - Grafen
 - Minimum Spanning Tree algorithms (Prim, Kruskal)
 - Shortest path algorithms (Dijkstra, A*)
 - Proeftentamen / herhaling



Recurrente betrekkingen

(het optreden van een constructie als onderdeel van zichzelf)









Reeksen

3, 6, 12, 24, 48, 96, ...

2, 3, 5, 9, 17, ...

4, 8, 16, 32, 64, 128, ...

Beschrijving van rij getallen

2, 3, 5, 9, 17, ...

*Vanaf 2^{de} element is de waarde 2x vorige - 1,
eerste waarde staat vast (2)*

3, 6, 12, 24, 48, 96, ...

4, 8, 16, 32, 64, 128, ...

*Vanaf 2^{de} element is de waarde 2x vorige, eerste
waarde staat vast (3 of 4)*

Beschrijving van rij getallen

2, 3, 5, 9, 17, ...

- { (1) vanaf het 2^{de} element is ieder element
2 maal het voorafgaande element min 1
- { (2) het eerste element is 2

Reeks – naam en posities

a	2	3	5	9	17	...
positie in rij	1	2	3	4	5	...
algemeen	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	...

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = 3$$

$$a_3 = 5$$

$$a_4 = 9$$

$$a_5 = 17$$

$$a_5 = a_4 * 2 - 1$$

$$\text{cijfer-naam} = \text{vorig cijfer-naam} * 2 - 1$$

$$a_n = a_{(n-1)} * 2 - 1$$

2, 3, 5, 9, 17, ...

$$\begin{cases} (1) a_n = a_{(n-1)} * 2 - 1, & n \geq 2 \\ (2) a_1 = 2 \end{cases}$$

Algemene beschrijving recurrente betrekking:

- (1) Recurrent deel, voorwaarde recurrent deel
- (2) beginwaarde

3, 6, 12, 24, 48, 96, ...

$$\begin{cases} (1) a_n = a_{(n-1)} * 2, & n \geq 2 \\ (2) a_1 = 3 \end{cases}$$

4, 8, 16, 32, 64, 128, ...

$$\begin{cases} (1) a_n = a_{(n-1)} * 2, & n \geq 2 \\ (2) a_1 = 4 \end{cases}$$

Oefening

b	1	4	13	40	121	364	...
---	---	---	----	----	-----	-----	-----

$$b_1 = 1$$

$$b_2 = 4 = 3 * 1 + 1 = 3 * b_1 + 1 = 3 * b_{(2-1)} + 1$$

$$b_3 = 13 = 3 * 4 + 1 = 3 * b_2 + 1 = 3 * b_{(3-1)} + 1$$

$$b_4 = 40 = 3 * 13 + 1 = 3 * b_3 + 1 = 3 * b_{(4-1)} + 1$$

...

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) b_n = 3 * b_{(n-1)} + 1, \quad n \geq 2 \\ (2) b_1 = 1 \end{array} \right.$$

Verschilrij

- Verschil is nodig als structuur van de rij niet (direct) zichtbaar is.

	1	2	3	4	5	6	...
C	1	4	13	40	121	364	...

$C_2 - C_1$	$= 4 - 1$	$= 3$	$= 3^1$
$C_3 - C_2$	$= 13 - 4$	$= 9$	$= 3^2$
$C_4 - C_3$	$= 40 - 13$	$= 27$	$= 3^3$
$C_5 - C_4$	$= 121 - 40$	$= 81$	$= 3^4$
$C_6 - C_5$	$= 364 - 121$	$= 243$	$= 3^5$

Verschilrij

	1	2	3	4	5	6	...
c	1	4	13	40	121	364	...

$$c_n - c_{(n-1)} = 3^{(n-1)}$$

$$c_2 - c_1 = 4 - 1 = 3 = 3^1$$

$$c_3 - c_2 = 13 - 4 = 9 = 3^2$$

$$c_4 - c_3 = 40 - 13 = 27 = 3^3$$

$$c_5 - c_4 = 121 - 40 = 81 = 3^4$$

$$c_6 - c_5 = 364 - 121 = 243 = 3^5$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) c_n = c_{(n-1)} + 3^{(n-1)}, \quad n \geq 2 \\ (2) c_1 = 1 \end{array} \right.$$

Meerdere beschrijvingen voor 1 rij

	1	2	3	4	5	6	...
b	1	4	13	40	121	364	...

	1	2	3	4	5	6	...
c	1	4	13	40	121	364	...

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) b_n = 3 * b_{(n-1)} + 1, \quad n \geq 2 \\ (2) b_1 = 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) c_n = c_{(n-1)} + 3^{(n-1)}, \quad n \geq 2 \\ (2) c_1 = 1 \end{array} \right.$$

Start index

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) b_n = 3 * b_{(n-1)} + 1, \quad n \geq 2 \\ (2) b_1 = 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) b_n = 3 * b_{(n-1)} + 1, \quad n \geq 1 \\ (2) b_0 = 1 \end{array} \right.$$

Oefeningen (1/2)

	1	2	3	4	5	6	...
a	1	5	25	125	625

	1	2	3	4	5	6	...
b	3	7	11	15	19

	1	2	3	4	5	6	...
c	14	13	12	11	10

	1	2	3	4	5	6	...
d	-1	2	-4	8	-16

	1	2	3	4	5	6	...
e	384	192	96	48	24

Oefeningen (2/2)

	1	2	3	4	5	6	...
f	4	6	9	13	18

	1	2	3	4	5	6	...
g	11	9	6	2	-3

	1	2	3	4	5	6	...
h	7	12	21	38	71

	1	2	3	4	5	6	...
i	3	4	6	10	18

	1	2	3	4	5	6	...
j	3	7	16	32	57

Uitwerkingen

	1	2	3	4	5	6	...
a	1	5	25	125	625

$$\begin{cases} (1) a_n = a_{(n-1)} * 5, & n \geq 2 \\ (2) a_1 = 1 \end{cases}$$

	1	2	3	4	5	6	...
b	3	7	11	15	19

$$\begin{cases} (1) b_n = b_{(n-1)} + 4, & n \geq 2 \\ (2) b_1 = 3 \end{cases}$$

Uitwerkingen

	1	2	3	4	5	6	...
c	14	13	12	11	10

$$\begin{cases} (1) c_n = c_{(n-1)} - 1, & n \geq 2 \\ (2) c_1 = 14 \end{cases}$$

	1	2	3	4	5	6	...
d	-1	2	-4	8	-16

$$\begin{cases} (1) d_n = d_{(n-1)} * -2, & n \geq 2 \\ (2) d_1 = -1 \end{cases}$$

Uitwerkingen

	1	2	3	4	5	6	...
e	384	192	96	48	24

$$\begin{cases} (1) e_n = e_{(n-1)} / 2, & n \geq 2 \\ (2) e_1 = 384 \end{cases}$$

	1	2	3	4	5	6	...
f	4	6	9	13	18

$$\begin{cases} (1) f_n = f_{(n-1)} + n, & n \geq 2 \\ (2) f_1 = 4 \end{cases}$$

Uitwerkingen

	1	2	3	4	5	6	...
g	11	9	6	2	-3

$$\begin{cases} (1) g_n = g_{(n-1)} - n, & n \geq 2 \\ (2) g_1 = 11 \end{cases}$$

	1	2	3	4	5	6	...
h	7	12	21	38	71

$$\begin{cases} (1) h_n = h_{(n-1)} * 2 - n, & n \geq 2 \\ (2) h_1 = 7 \end{cases}$$

Uitwerkingen

	1	2	3	4	5	6	...
i	3	4	6	10	18

$$\begin{cases} (1) i_n = i_{(n-1)} * 2 - 2, & n \geq 2 \\ (2) i_1 = 3 \end{cases}$$

	1	2	3	4	5	6	...
j	3	7	16	32	57

$$\begin{cases} (1) j_n = j_{(n-1)} + n^2, & n \geq 2 \\ (2) j_1 = 3 \end{cases}$$

En de laatste...

2, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 12, 20, ?