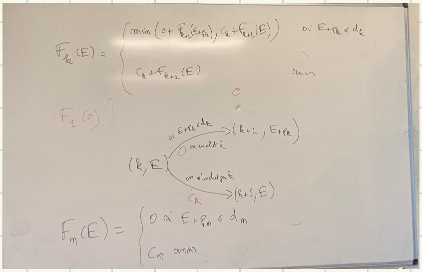
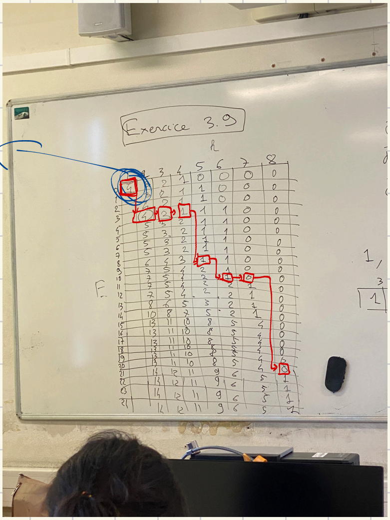
Exercice 3.9 (récupérer la correction et l'énoncé).

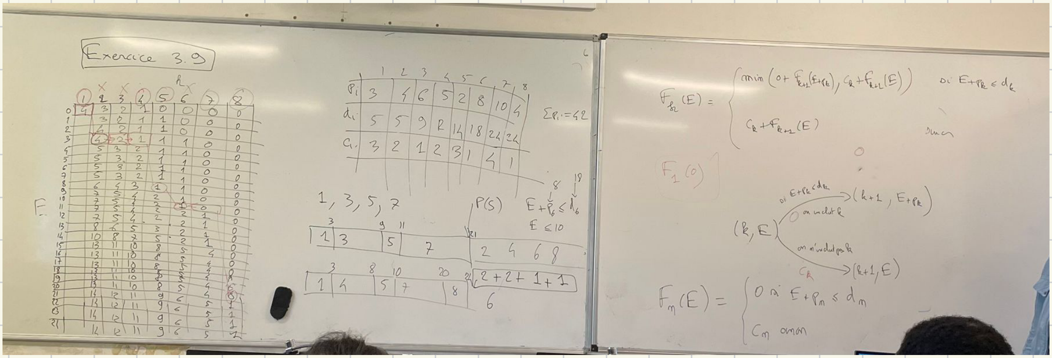


Etape 3 de l'algo dynamique :

d'où vient le 4?



Complexité : $O(n \times \max d_i)$



Cours : Algorithmes approchés et métaheuristiques

Algorithme approché :

Pour le cas d'un problème de maximisation : $\max_{x \in D} f(x)$

Si on a un benchmark $\rightarrow$ industriel / $\rightarrow$ généré aléatoire

X^A : solution fournie par l'algorithme A

X^{opt} : solution optimale.

Majorant M de $f(X^{opt})$ du noeud racine.

α (alpha) $|f(X^{opt}) - f(X^A)|$ $\rightarrow$ mesure absolu.

$\underbrace{\dfrac{f(X^{opt})}{f(X^A)} \leqslant ?}$ $\rightarrow$ mesure relative.

Si le rapport est proche de 1, cela veut dire que <u>le benchmark est réaliste</u>
↳ ... => pas sur.

$\dfrac{f(X^{opt})}{f(X^A)} \leqslant \dfrac{M}{f(X^A)}$ $M \rightarrow$ on utilise le majorant de $f(X^{opt})$

c'est le ratio d'approximation.

Dans le cas d'un problème de minimisation:
On mesure le rapport inverse.

$\dfrac{f(X^A)}{f(X^{opt})} \leqslant \dfrac{f(X^A)}{m}$ } le rapport est logiquement plus grand que 1 mais ne doit pas être trop loin de 1.

Minorant m de $f(X^{opt})$.

Problème de Bin Packing

n objets $\rightarrow$ poids P_i

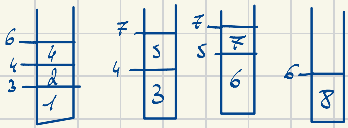
sacs de poids max P

Objectif : emmener tous les objets dans un minimum de sacs.

	1	2	3	4	5	6	7	8
P_i	3	1	4	2	3	5	2	6

$\boxed{P = 7}$

Algo First Fit $\Rightarrow$ mettre les objets dans le 1er sac possible

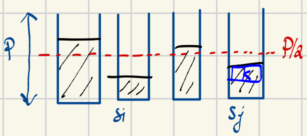


4 sacs nécessaire avec cet algo.

Essayer de trouver un minorant : nb optimal de sacs $\geq \left\lceil \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i}{P} \right\rceil$. Avec notre exemple on a : $\frac{26}{7} = 3{,}8$

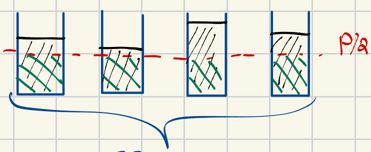
Propriété

On va montrer que si dans la solution calculée par First Fit il y a au plus 1 sac rempli à moins de $P/2$.



si $s_i < s_j$ et que $P_k < P/2$,
l'objet doit être dans le sac s_i.
Cette situation n'existe pas avec l'algo First Fit.

Supposons que dans la solution first fit tous les sacs sont remplis à au moins $P/2$



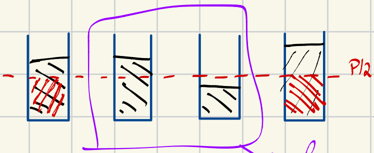
NFF $\rightarrow$ nb sacs de First Fit.

$$\underbrace{N_{FF} \cdot P/2}_{\text{surface verte}} \leq \underbrace{\sum_{i=1}^{n} P_i}_{\text{surface noir}}$$

$$N_{FF} \leq 2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i}{P} \leq 2 \cdot N^{opt}$$

Supposons que l'on ait 1 sac rempli à moins de P/2

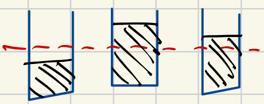
cas où le sac rempli à moins de la moitié est pas le premier.



la somme des surfaces noirs est plus grande que P. car un sac a été ouvert car l'objet dans le sac 3 ne pouvait pas rentrer dans le sac 2.

$$(NFF - 2) \times P/2 + P \leq \sum_{i=1}^{n} p_i$$

$$NFF \cdot P/2 \leq \sum_{i=1}^{n} p_i$$



$\Rightarrow$ same here.

$$NFF \leq 2 \times N_{opt}$$

Un algorithme A pour un problème de minimisation pour lequel il existe une constante α telle que :

$$\frac{f(x^A)}{f(x^{opt})} \leq \alpha$$

→ alpha est appelé : ratio d'approximation.

s'appelle un algorithme α-approché.

First Fit est un algorithme 2-approché.