→ Meilleure c'est la +/ du coup c'est S_3
ptite

$$\boxed{170 \leq 205}$$) ∅ suivi

Exo 2.6

Exo 2.6

Variables :

x_i : objet i est pris si $x_i = 1$

Contraintes :

"Le poids total doit <= P"

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \times p_i \leq P$$

"Le volume tot <= V"

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \times v_i \leq V$$

L'Obj :

$$\text{MAX} \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \times w_i \right)$$

Q2)

Chaq noeud S a :

- C(S) : sous ensemble des objets choisis
- R(S) : ——— ——— rejetés

- N(S) : ens des objets ni dans C(S) ni R(S)

MINE

Prof : "Avez vous compris la Q2"

↳ quelle est la propriété que doit respecter ?

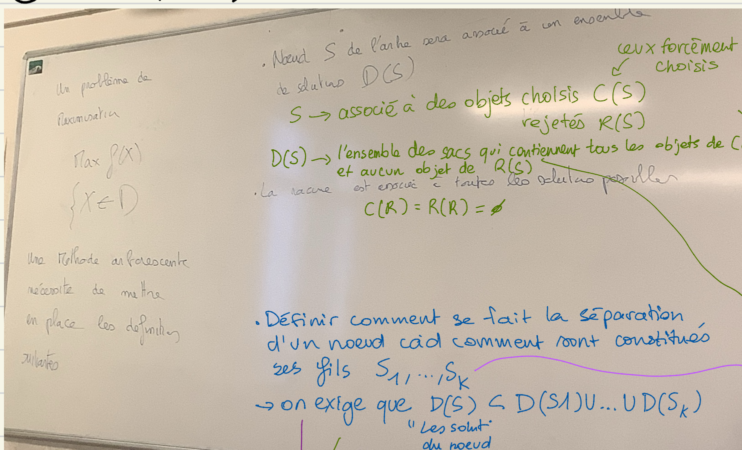
↳ on doit pas oublier de solution optimale

→ solution du noeud père se transmet aux fils

→ Pour séparer un noeud S :

- on choisit un obj i dans $\underbrace{N(S)}_{\text{mais qu'en est-t-il de } C(S)}$?

Cours

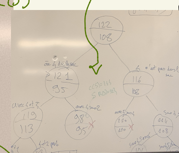


ceux forcément choisis

S → associé à des objets choisis $C(S)$
rejetés $R(S)$

$D(S)$ → l'ensemble des sacs qui contiennent tous les objets de $C(S)$ et aucun objet de $R(S)$

$C(R) = R(R) = \emptyset$



ex : $x_4 = 1$
$x_2 = 0$

. Définir comment se fait la séparation d'un noeud càd comment sont constitués ses fils $S_1, \dots, S_k$

→ on exige que $D(S) \subseteq D(S1) \cup \dots \cup D(S_k)$

"Les solut° du noeud S doivent apparaître dans les solutions d'un des fils"

ici c'est au + un arbre binaire

NB : En créant des fils, on oublie ø les solutions précédente !

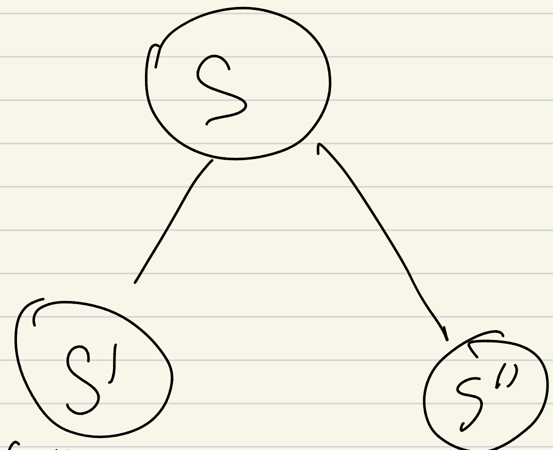
→ pr le cas du sac à dos :
→ on prend ~~A~~ en fct de l'objet à découper ou pas (on le formalise en vert)

- Pour la séparat° d'un noeuds :
  - choisir un objet i — "n'est ni choisi, ni rejeté"
    $i \notin C(S)$
    $i \notin R(S)$
  - on crée deux fils
    $\underbrace{S_g}_{\text{"avec l'objet i"}}, \underbrace{S_d}_{\text{"sans l'objet i"}}$

$C(S_g) = C(S) \cup \{i\}$ $\quad$ $C(S_d) = C(S)$

$R(S_g) = R(S)$ $\quad$ $R(S_d) = R(S) \cup \{i\}$

→ MTN, décrire les évaluations !



$C(S') = C(S) \cup \{i\}$

CORRIGÉ

→ Il faut écrire un raisonnement
" qu'est ce

▷ une solution
= un sac

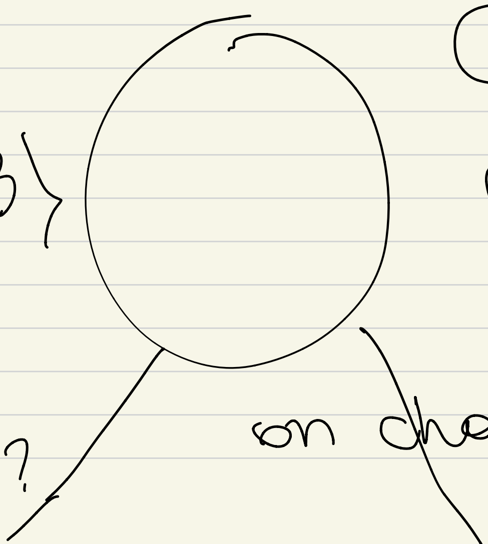
▷ ici, elle doit respecter les contraintes définies

▷ on ~~de~~ est ds un noeud S

→ y'a $C(S)$

→ y'a $R(S)$

Exemple générique



$\{1,2,3\}$

$C = \{1\}$

$R = \{5\}$

où se trouve ce sac ?

on choisit 4 (un i qui n'est $\emptyset$ dedans

S' : $C=\{1,4\}$, $R=\{5\}$, $x_4=1$

S'' : $C=\{1\}$, $R=\{4,5\}$, $x_4=0$

il est à droite ! car y'a ∅ 4 dedans !
"Est ce que 4 est dedans ?" est le critère

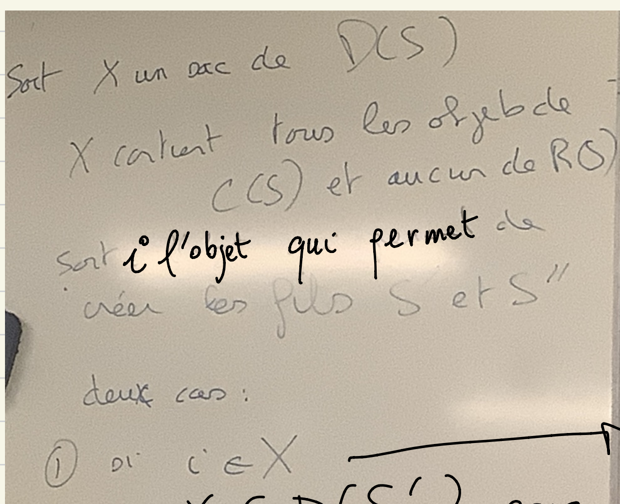
→ Si on comprend ∅ l'énoncé, faire un ex.

CORRECTION

"S' c'est avec"

"S'' c'est sans"

Q2 :



→ c'est S'

$X \in D(S')$ car contient $C(S')$

② si. $i \notin X$

$X \in D(S'')$ car ne contient aucun obj de $R(S'')$

Comprendre

sa déf

car si i n'appartient pas,
alors il va dans S''

Q3

→ Voir si c'est une bonne relaxation
(le fait de relacher les contraintes)

↳ ex : give up
sur P, ou V
→ genre
permettre

mini

- $h1(S)$: majorant 1 :
ce n'est pas

- $h2(S)$: oui good

- $h3(S)$: oui

- $h4(S)$: oui

CORR

Q3 :

$h1(S)$: ce n'est ~~pas~~ évaluat° excès

c'est une bonne heuristique

→ c'est une bonne évaluation par défaut

Pour $h2(S)$ il faut préciser les contraintes du pb de départ ;

Modélisation

$$\text{Max} \sum_{i=1}^{n} w_i x_i$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} p_i x_i \leq P \\ \sum_{i=1}^{n} v_i \cdot x_i \leq V \\ x_i \in \{0,1\} \end{cases}$$

$x_1 = 0$ si $i \in R(S)$

$x_1 = 1$ si $i \in C(S)$

Donnée du cours :
on sait que cet algo est une relaxat° !

$h2(s)$: c'est une méthode d'évaluation car ça correspond à une relaxation

c'est bien une relaxat' au pb initial

$$\begin{cases} h_2(S) = \text{Max} \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \\ \sum_{i=1}^{n} p_i x_i \leq P \\ 0 \leq x_i \leq 1 \ \forall i \ \middle| \ \begin{array}{l} x_i = 0 \text{ si } i \in R(S) \\ x_i = 1 \text{ si } i \in C(S) \end{array} \end{cases}$$

car $\emptyset$ de volume en contrainte

→ Le domaine de $h_2(S)$ est forcément plus grand que $h_1(S)$ car moins contraint !

h3 : ce n'est pas une méthode par excès

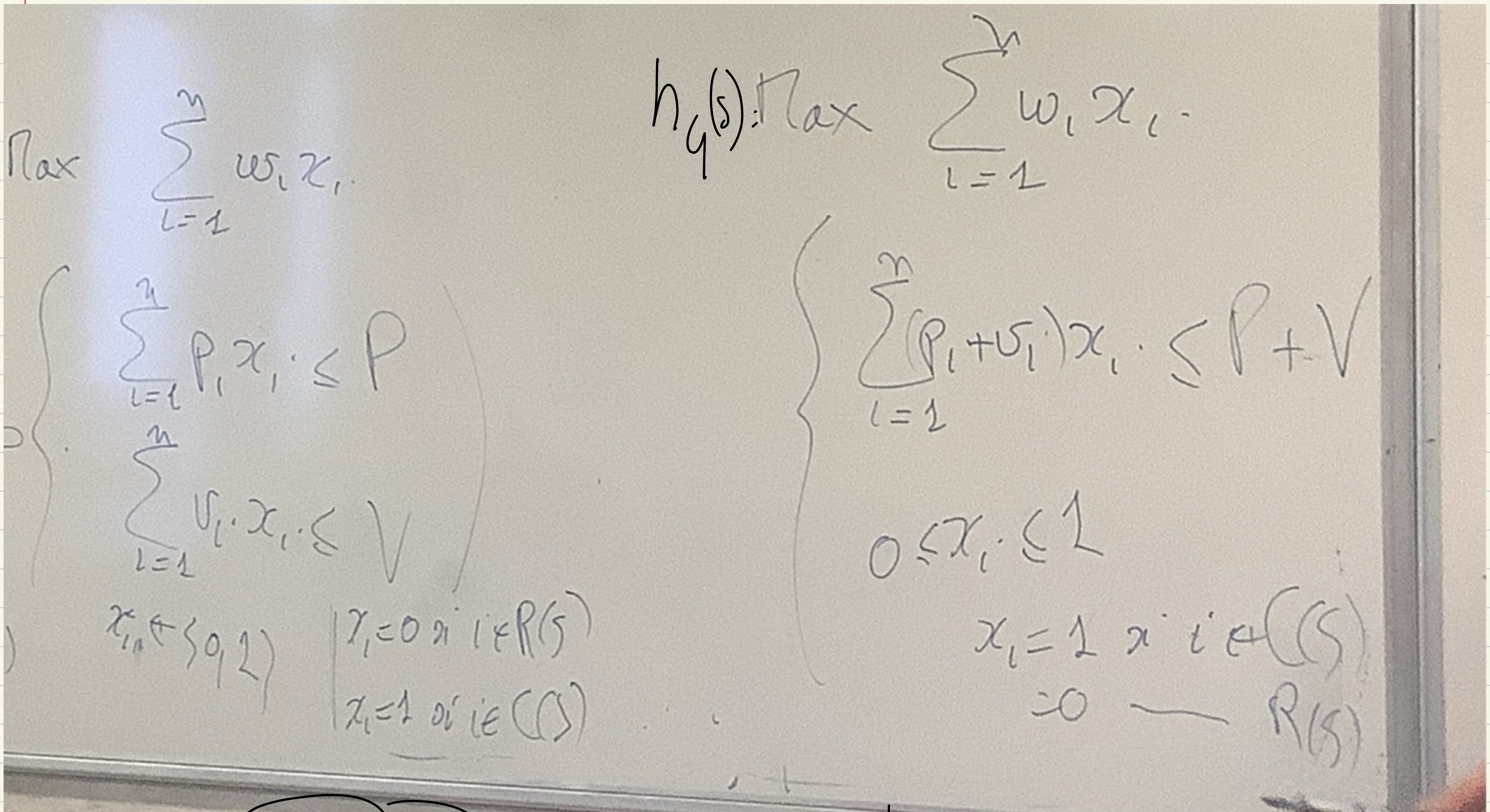
↳ ce n'est ∅ justifié ici

↳ car l'algo proposé ne fournit PAS une solution optimal d'une relaxat°

→ on doit faire la preuve que c'est le cas !

h4 :

↳ "on sait pas trop ce que c'est, c'est ni l'un ni l'autre"



Cas

Cas 4

reconnaître que c'est un pb de sac à dos simple !

Q4

→ h3 ne serait ∅ une éval par défaut car on découpe

→ h4 sans découpage : NON

- "garder que le volume → $\hat{c}$ $h1$ mais avec Volume" : <u>oui</u>

↪ $h'1$

- enlever partie découpage de $h3$; critère de tri, c'est le prix

$$\frac{w_i}{p_i + v_i}$$: <u>oui</u> $h'3$

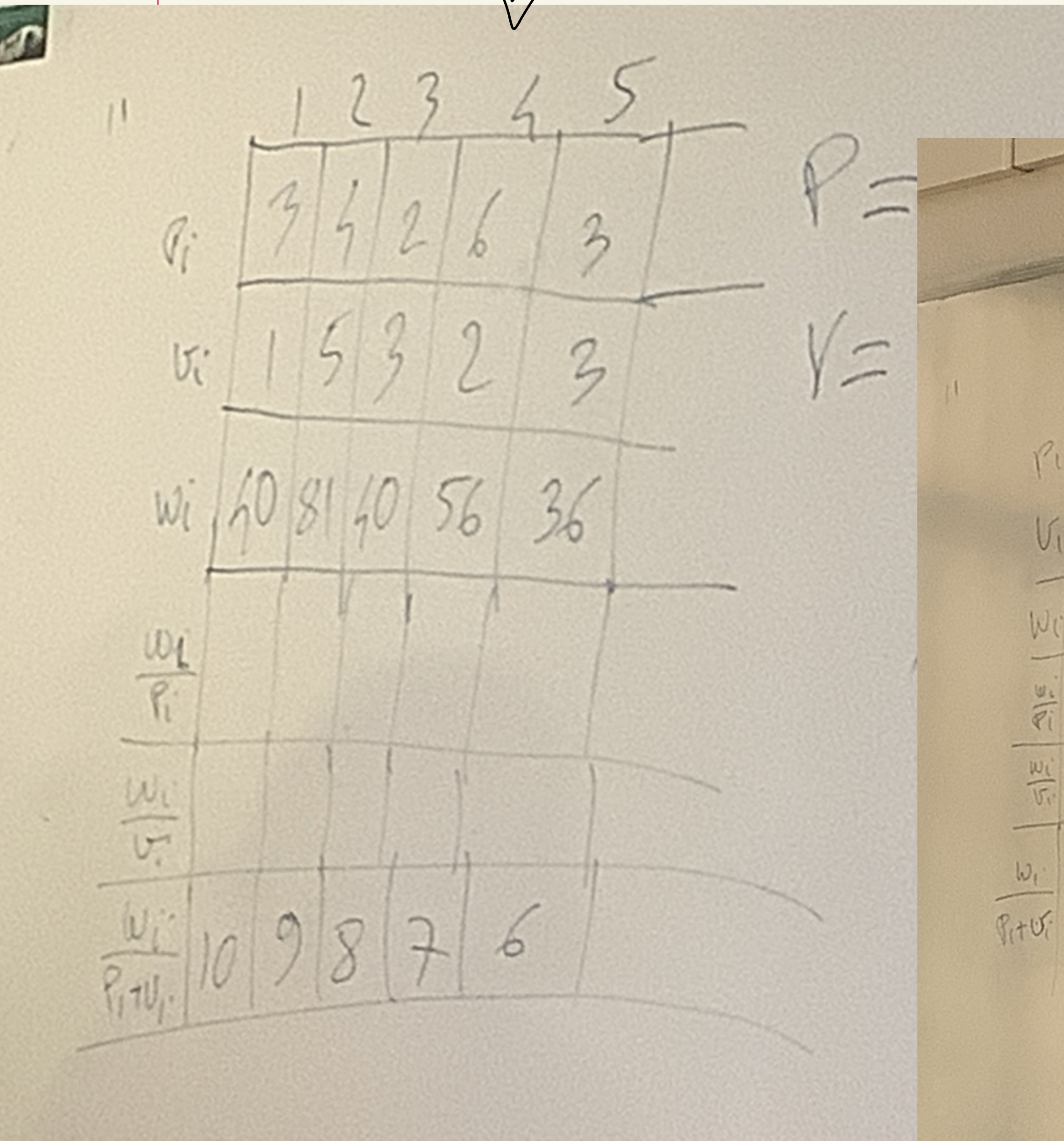
Exo : Faire avec sa →

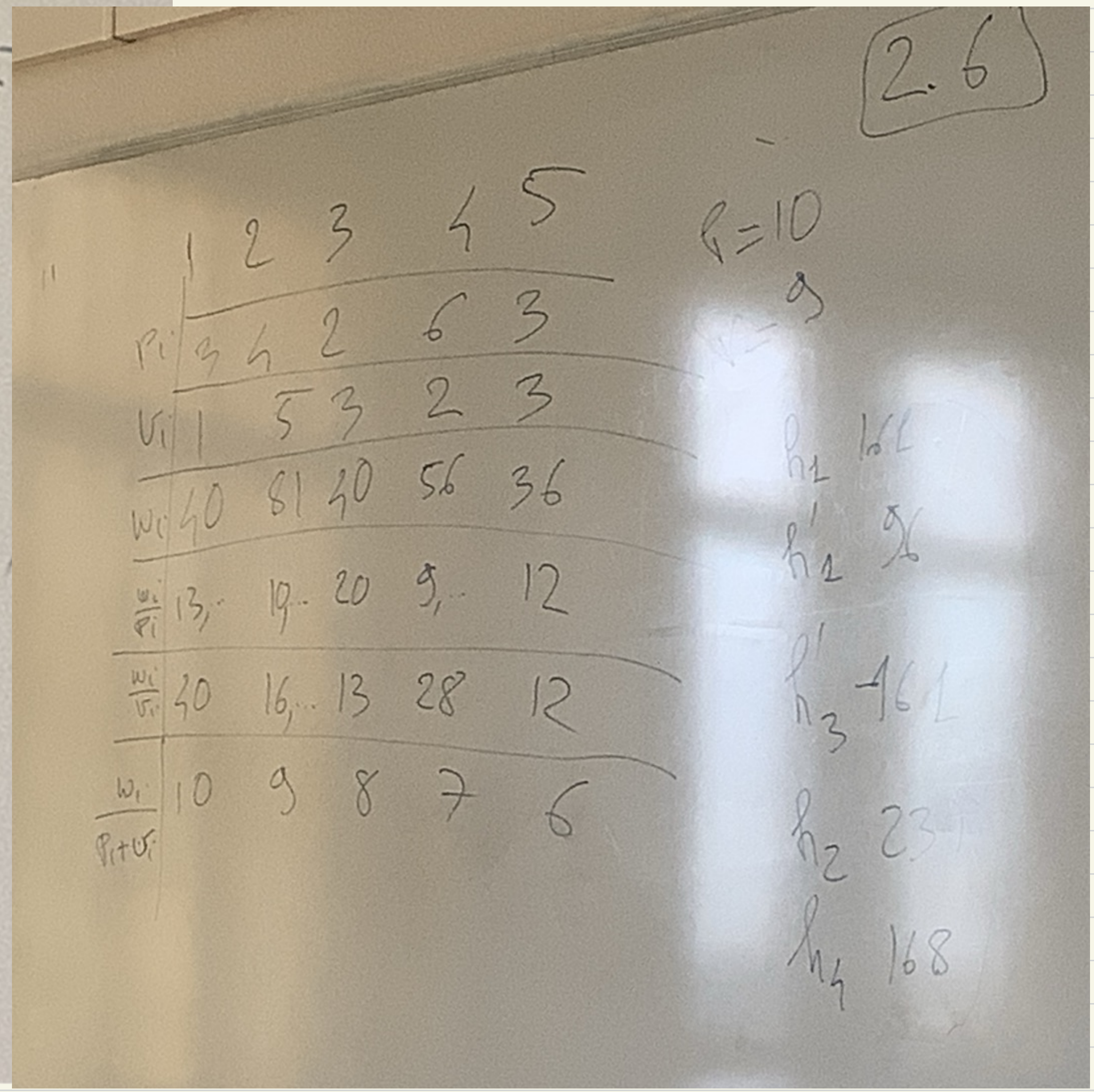
→ $\boxed{h_1}$

→ h'_1 comme h_1 par rapp au volume

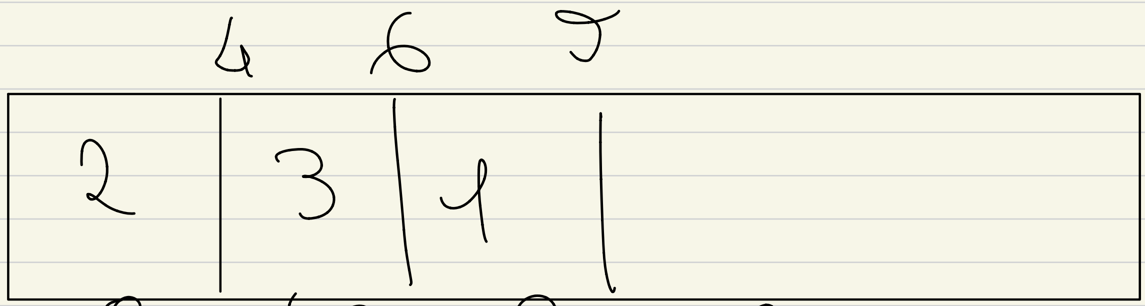
→ h'_3 → tri $\frac{w_i}{p_i + v_i}$ → puis placement dans le sac sans découpage

Bsp


1 2 3 4 5
p_i 3 4 2 6 3
v_i 1 5 3 2 3
w_i 40 81 40 56 36
$\frac{w_i}{p_i}$
$\frac{w_i}{v_i}$
$\frac{w_i}{p_i+v_i}$ 10 9 8 7 6
P =
V =


2.6
1 2 3 4 5
p_i 3 4 2 6 3
v_i 1 5 3 2 3
w_i 40 81 40 56 36
$\frac{w_i}{p_i}$ 13,.. 19,.. 20 9,.. 12
$\frac{w_i}{v_i}$ 40 16,.. 13 28 12
$\frac{w_i}{p_i+v_i}$ 10 9 8 7 6
P = 10
9
h_1 161
h_1' 96
h_3' 161
h_2 23
h_4 168

Pour h_1 → Placer les objets "rapidement" grâce au ratio



$w = 81 + 40 + 40 = 161$

⚠ **NE PAS OUBLIER le volume aussi**

⚠ h'_1 ⇒ erreur à ne pas faire "ne pas prendre le poids en compte"

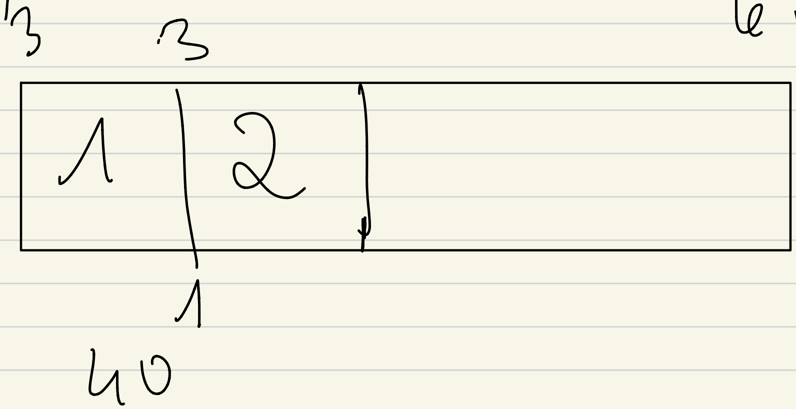
CORRECTION

h_1	161
h'_1	96
h'_3	161
h_2	237
h_4	168

minorants

majorants

h'_3



→ on a calculé plein de bornes

→ on prend le max des minorants : 161

↳ on cherche à encadrer au maximum la solution optimale

→ on prend le minimum des majorants : 168

↳ pr trouver majorants, minorants pour le même problème, à savoir le problème du sac à dos bidimensionnel.

168

161

$\boxed{2.6}$

	1	2	3	4	5
p_i	3	4	2	6	3
v_i	1	5	3	2	3
w_i	40	81	40	56	36
$\frac{w_i}{p_i}$	13,..	19...	20	9,...	12
$\frac{w_i}{v_i}$	40	16,...	13	28	12
$\frac{w_i}{p_i+v_i}$	10	9	8	7	6

$P = 10$

9

h_1 161

h_1' 96

h_3' 161

h_2 23

h_4 168

2.6

	1	2	3	4	5
p_i	3	4	2	6	3
v_i	1	5	3	2	3
w_i	40	81	40	56	36
$\frac{w_i}{p_i}$	13,..	19..	20	9,..	12
$\frac{w_i}{v_i}$	40	16,..	13	28	12
$\frac{w_i}{p_i+v_i}$	10	9	8	7	6

$P = 10$

$V = 9$

h_1 161

h_1' 96

$\boxed{h_3'\ 161}$

h_2 23

$\boxed{h_4\ 168}$

on classe les objets par $\frac{w_i}{p_i+v_i}$ ↘

on parcourt les objets et on les met dans le sac s'ils rentrent en poids et en volume

$\frac{w_i}{v_i+p_i}$ ↘ et on remplit un sac virtuel de poids $P + V$ avec des objets de poids $p_i + v_i$

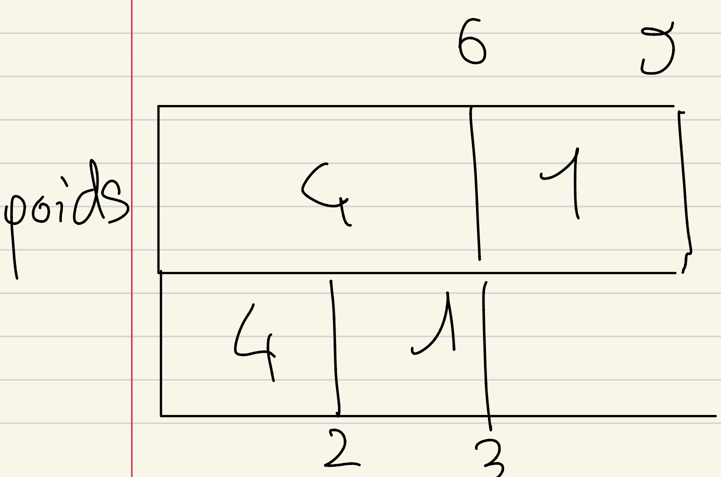
4 13 18 1/3 de 4

1	2	3	

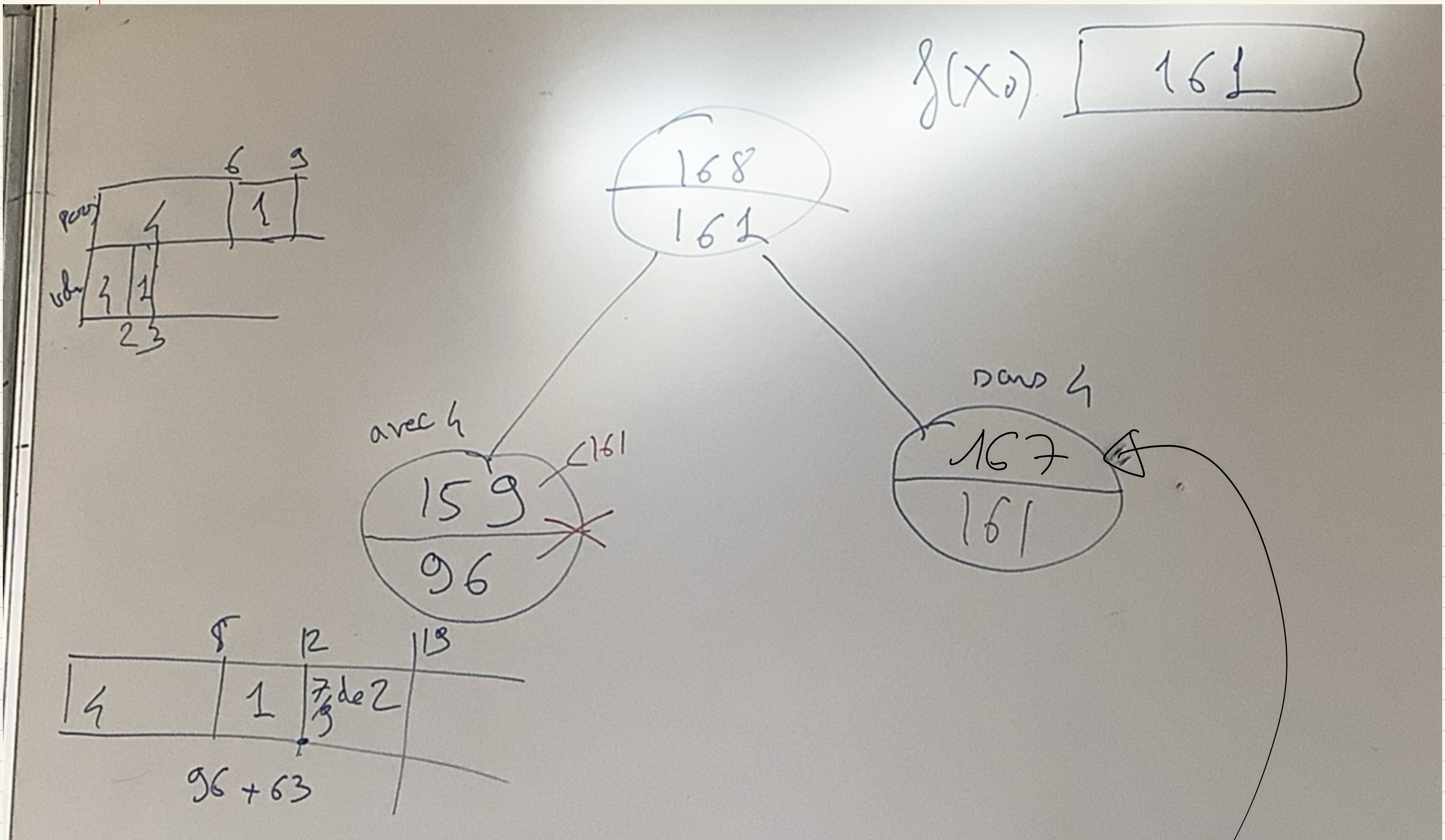
$40 + 81 + 40 + 7$

Correction

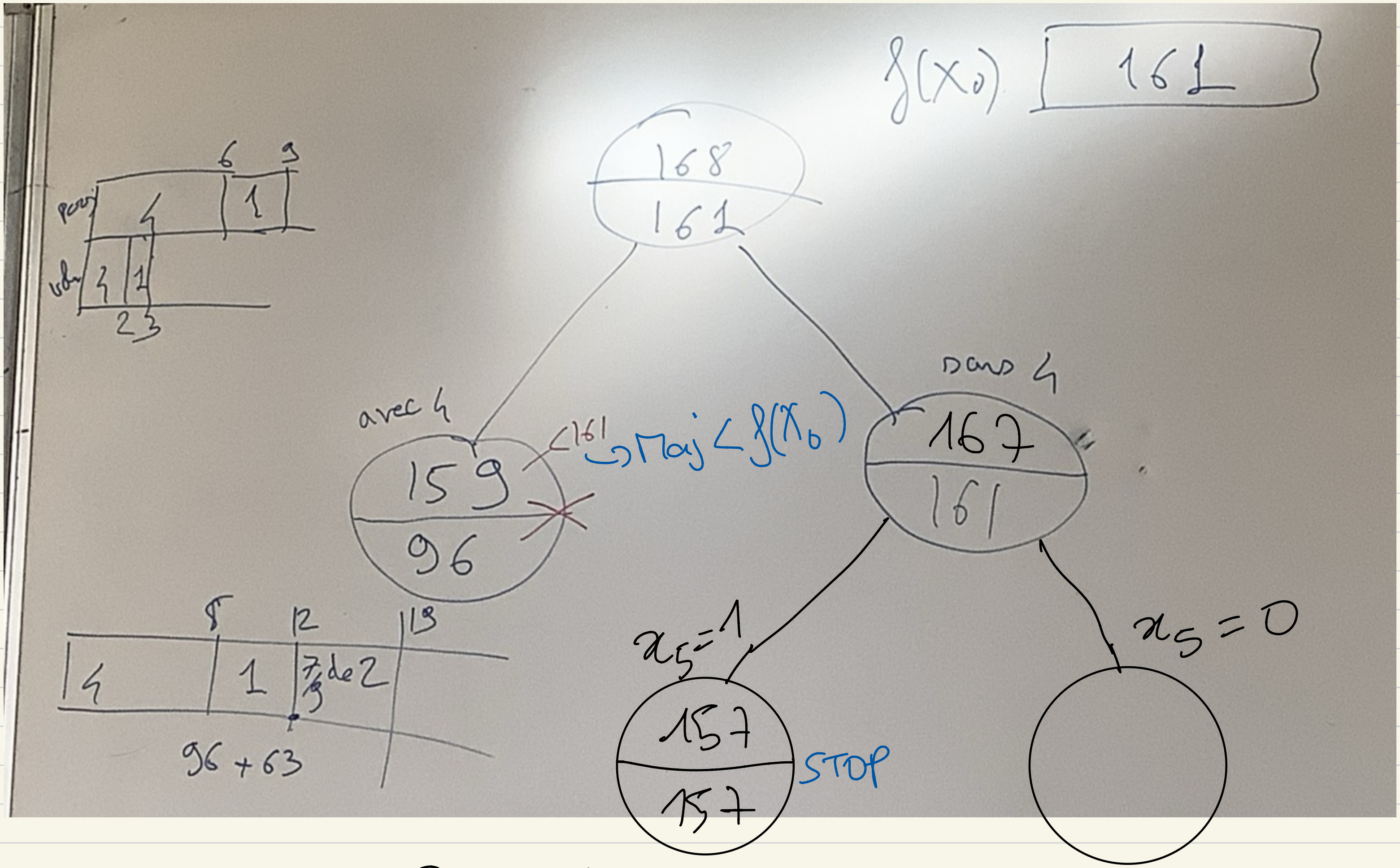
Pour savoir quel objet on garde
on voit quel obj découpé



le garde



Majorant =
Comme y'a ∅ d4, on
prend un bout de 5,
ça fait 167



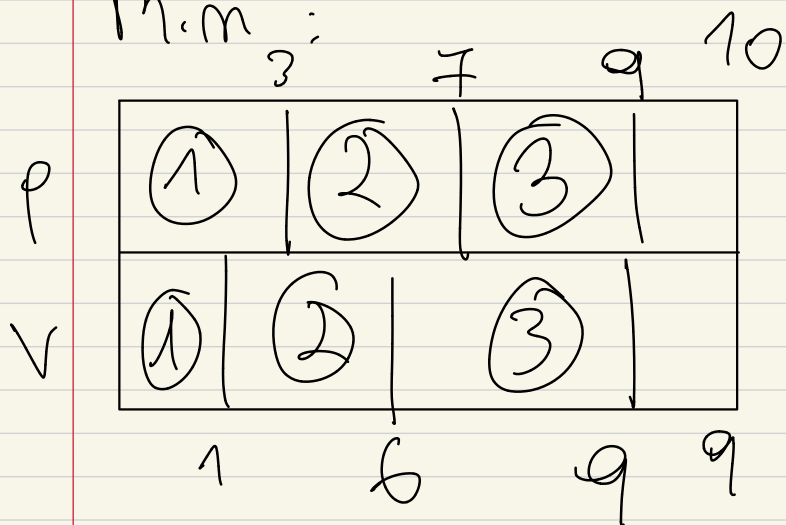
Min

	3	6	10
poids	5	1	2
vol	5	1	2
	3	4	9

$= 36 + 40 + 81 = 157$

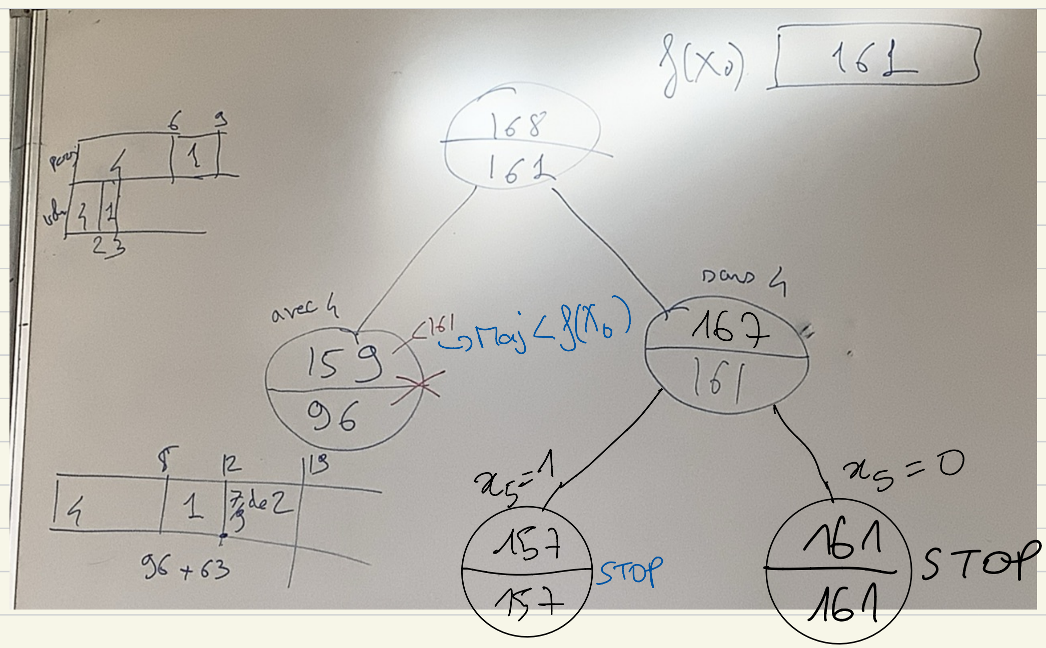
Maj : M chose

Min : $x_3 = x_4 = 0$



$= 40 + 81 + 40 = 161$

Maj = m̂ chose



Solution optimale : $\boxed{161}$

→ Y'a plus aucun noeud ouvert, on en conclut que 161 est la solut° optimale !

Puis on va comparer avec une autre méthode exacte : prog. dyn.

Pour le projet :

→ Programmer la méthode arbores-cente sur cet exo !

- choisir façon de parcourir l'arbre

- si on fait de l'objet, aujd, on va définir les classes

- Définir qd est ce que ça va bloquer (genre à partir de quel nb d'objets ça va planter)

- Pour les jeux de test, faire une générat° de nb aléatoires