

Interrogation d'optimisation combinatoire – M1 classique

Durée 1h, aucun document autorisé

Exercice 1 : Modélisation (5 points)

Une entreprise souhaite proposer à ses clients une sélection avantageuse de ses produits sous forme de paniers. L'entreprise fabrique n produits différents. Un produit i est caractérisé par trois valeurs distinctes : son attractivité, notée a_i , son poids, noté p_i , et le profit rapporté par le produit w_i .

Pour un panier donné, on appelle niveau d'attractivité du panier la somme des valeurs d'attractivité des produits du panier. De même, on appelle profit d'un panier la somme des profits des produits du panier.

On se donne également un graphe G , dont les sommets sont les produits. Lorsqu'une arête (i,j) lie deux produits, cela signifie qu'ils ne peuvent être mis ensemble dans un panier.

L'entreprise se donne deux valeurs A et W , et souhaite que le panier qu'elle constituera ait un niveau d'attractivité au moins égal à A et un profit au moins égal à W . Elle souhaite constituer un panier respectant l'ensemble des contraintes ci-dessus qui soit de poids minimal (le poids d'un panier est la somme des poids des produits du panier).

1- Modéliser le problème de l'entreprise.

On définit pour chaque produit i une variable x_i binaire. x_i vaut 1 si i est dans le panier, 0 sinon.

L'objectif est de minimiser le poids du panier :

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n p_i x_i$$

Contraintes :

$$\text{Niveau d'attractivité du panier : } \sum_{i=1}^n a_i x_i \geq A$$

$$\text{Profit du panier : } \sum_{i=1}^n w_i x_i \geq W$$

Incompatibilité : pour toute arête $\{i,j\}$ du graphe G , $x_i + x_j \leq 1$

Pour tout i , x_i dans $\{0,1\}$

Exercice 2 : méthode arborescente (5 points)

Rappelez brièvement les éléments la méthode arborescente vue en cours et en TD. Appliquez cette méthode au problème de sac à dos suivant, avec $P=16$. Vous préciserez l'évolution de l'arbre et à chaque étape les décisions prises en fonction des évaluations.

i	1	2	3	4	5	6
p_i	6	5	7	2	5	4
w_i	60	45	49	10	20	12

