

Interrogation Optimisation combinatoire 2023

Durée 45min

30 mars

Exercice .1 Installation Réseau

Un installateur d'équipements réseau cherche à installer un réseau d'antennes GSM. Il y a n positions possibles pour les antennes numérotées de 1 à n . Chaque position i a un coût d'installation c_i . L'installateur dispose d'un budget B pour ses installations.

Les antennes proches (et selon les éléments présents, immeubles, etc) ne peuvent émettre en même temps sans créer des interférences et fausser les signaux. On dispose d'un graphe G non orienté, dit graphe d'interférence, dont les sommets représentent les positions et dont chaque arête $\{i, j\}$ exprime le fait que deux antennes placées aux positions i et j ne peuvent émettre en même temps sous peine d'interférences.

Un sous-ensemble X de positions est dit compatible si les antennes placées dans ces positions peuvent émettre en même temps sans interférence.

L'entreprise cherche à déterminer un ensemble compatible de cardinalité maximale dont le coût d'installation respecte le budget total B .

Question 1 : Modéliser ce problème.

Question 2 : Que pouvez-vous proposer comme minorant ? comme majorant ?

Exercice .2 Un problème de publicité

Un site Internet cherche à se développer en autorisant la publicité sur son site. Chaque annonceur i propose une publicité de durée p_i minutes et rétribue le site Internet au prix de e_i euros pour les d_i minutes. Le site souhaite placer les publicités dans une période de par Q minutes (par exemple 60).

Les annonceurs exigent également d'être seuls présents sur le site à chaque instant (pas deux publicités d'annonceurs différents en même temps).

Le site doit donc choisir parmi les n annonceurs les publicités qui passeront durant les prochaines Q minutes, afin de maximiser son profit.

Question 1 : Modéliser le problème du site Internet.

Question 2 : Proposer une méthode arborescente pour résoudre ce problème.

Question 3 : Appliquez votre méthode aux données suivantes (où les prix sont estimés en milliers d'euros et les durées en minutes).

i	1	2	3	4	5
e_i	500	900	250	800	450
d_i	2	3	5	4	3

$Q = 8$