Bornes

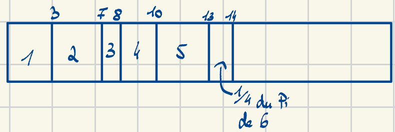
Avec l'exemple du sac à dos

$$A \leq \underset{X \in D}{\overset{\text{Max}}{\text{Min}}} f(x) \leq B \quad , D \to \text{domaine.}$$

P_i	3	4	1	2	3	4	3	2
W_i	30	36	8	14	18	20	12	6
W_i/p_i	10	9	8	7	6	5	4	3

$P = 14$

$30+36+8+14+18+5 = 111$



- prédécouper les objets
- morceaux de poids 1
- morceau de l'objet i utilité w_i/p_i

$$\text{Max} \sum_{i=1}^{n} w_i x_i$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} p_i x_i \leq P \\ x_i \in \{0,1\} \end{cases}$$

$x_i \in \{0, \frac{1}{p_i}, \frac{2}{p_i}, \dots, 1\}$

→ x_i et son ensemble avec morceaux compris

$\text{Max } f(x), X \in D \leq \text{Max } f(x), X \in D' , \underbrace{D \subset D'}$

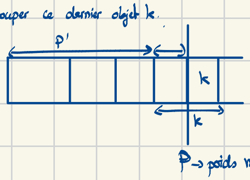
D, sous-ensemble de D'

Pour obtenir un majorant du pblm de sac à dos.

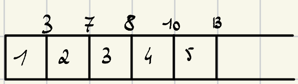
① Trier les objets par w_i/p_i ↘ (décroissant)

② les rentrer un par un dans le sac jusqu'à ce que l'un deux dépasse

③ découper ce dernier objet k.



$$x_k = \frac{P - P'}{p_k}$$



$30+36+8+14+18 = 106$ donc : $106 \leq \text{Max} \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \leq 111$

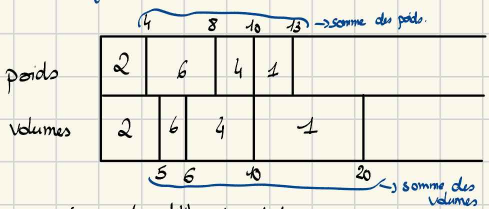
Pour le minorant il n'y a pas de découpage. On prend les objets entiers jusqu'au poids max.

cuber

Pour la recherche du minorant.

- trier les objets $w_i/(p_i+v_i)$ ↘
- les parcourir en essayant de les rentrer dans le sac.

→ jeter s'il ne rentre pas dans une des dimensions (volumes et poids)



Somme des utilités des objets :

$36 + 20 + 14 + 30 = \underline{\underline{100}}$ minorant

donc $100 \leq \text{Max } f(x) \leq 102{,}6$.

ou plutôt

≤ 102 car les solutions doivent être entières.