

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И  
ОПТИКИ**

Факультет систем управления и робототехники

**Отчет по лабораторной работе №1  
«Управляемость и наблюдаемость»  
по дисциплине «Теория автоматического управления»**

Выполнил: студенты гр. R3238  
Курчавый В.В.

Преподаватель: Перегудин А.А.,  
ассистент фак. СУиР

Санкт-Петербург 2022

1. **Цель работы.** Исследование управляемости и наблюдаемости различных систем.
2. **Материалы работ.**

### Задание 1.

Система:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} u, \quad x_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Матрица управляемости и её ранг:

$$U = [B \quad AB \quad A^2B] = \begin{bmatrix} -3 & 8 & -19 \\ -1 & 3 & -7 \\ 3 & -7 & 15 \end{bmatrix}, \quad \text{rank}(U) = 3.$$

Матрица управляемости имеет полный строчный ранг, значит система полностью управляема по критерию Калмана.

Собственные числа матрицы A:  $\lambda_1 = -2 + i$ ,  $\lambda_2 = -2 - i$ ,  $\lambda_3 = -2$

Система в жордановом базисе:

$$A = \begin{bmatrix} -2 + i & 0 & 0 \\ 0 & -2 - i & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -0.6708 - 1.3416i \\ -0.6708 + 1.3416i \\ 2.8284 \end{bmatrix},$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.7454 & 0.7454 & -0.7071 \\ 0.4472 - 0.1491i & 0.4472 + 0.1491i & 0 \\ -0.4472 + 0.1491i & -0.4472 - 0.1491i & 0.7071 \end{bmatrix}.$$

Система в жордановом базисе и “вещественной форме”:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1.3416 \\ 2.6833 \\ 2.8284 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 0.7454 & 0 & -0.7071 \\ 0.4472 & -0.1491 & 0 \\ -0.4472 & 0.1491 & 0.7071 \end{bmatrix}.$$

Управляемость собственных чисел:

На основе жордановой формы:

Каждое собственное число управляемо, так как каждая жорданова клетка принадлежит разным собственным числам. И соответствующие последним строкам жордановых клеток элементы матрицы B не равны нулю.

На основу рангового критерия:

Для  $\lambda_1 = -2 + i$ :

$$[A - \lambda_1 I \quad B] = \begin{bmatrix} 3 - i & -2 & 3 & -3 \\ 2 & -1 - i & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -2 - i & 3 \end{bmatrix}, \quad \text{rank}([A - \lambda_1 I \quad B]) = 3.$$

Собственное число  $\lambda_1 = -2 + i$  управляемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 3.

Для  $\lambda_2 = -2 - i$ :

$$[A - \lambda_2 I \ B] = \begin{bmatrix} 3+i & -2 & 3 & -3 \\ 2 & -1+i & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -2+i & 3 \end{bmatrix}, \text{rank}([A - \lambda_2 I \ B]) = 3.$$

Собственное число  $\lambda_2 = -2 - i$  управляемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 3.

Для  $\lambda_3 = -2$ :

$$[A - \lambda_3 I \ B] = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}, \text{rank}([A - \lambda_3 I \ B]) = 3.$$

Собственное число  $\lambda_3 = -2$  управляемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 3.

$x_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}$  принадлежит управляемому подпространству системы, так как система полностью управляема и её управляемое подпространство совпадает с  $R^3$ .

Грамиан управляемости относительно времени  $t_1 = 3$ :

$$Gr_3 = \int_0^3 e^{At} B B^T e^{A^T t} dt = \begin{bmatrix} 1.5956 & 0.4779 & -1.7132 \\ 0.4779 & 0.1500 & -0.5029 \\ -1.7132 & -0.5029 & 1.8559 \end{bmatrix}$$

Собственные числа Грамиана:  $\lambda_1 = 3.5841$ ,  $\lambda_2 = 0.0002$ ,  $\lambda_3 = 0.0172$

Управление, переводящее систему из  $x(0) = 0$  в  $x(t_1) = x_1$ .

$$u(t) = B^T e^{A^T(t_1-t)} (Gr_{t_1})^{-1} x_1 = e^{2t-6} (669 \sin(t-3) - 1579 \cos(t-3) + 1643)$$

Графики:

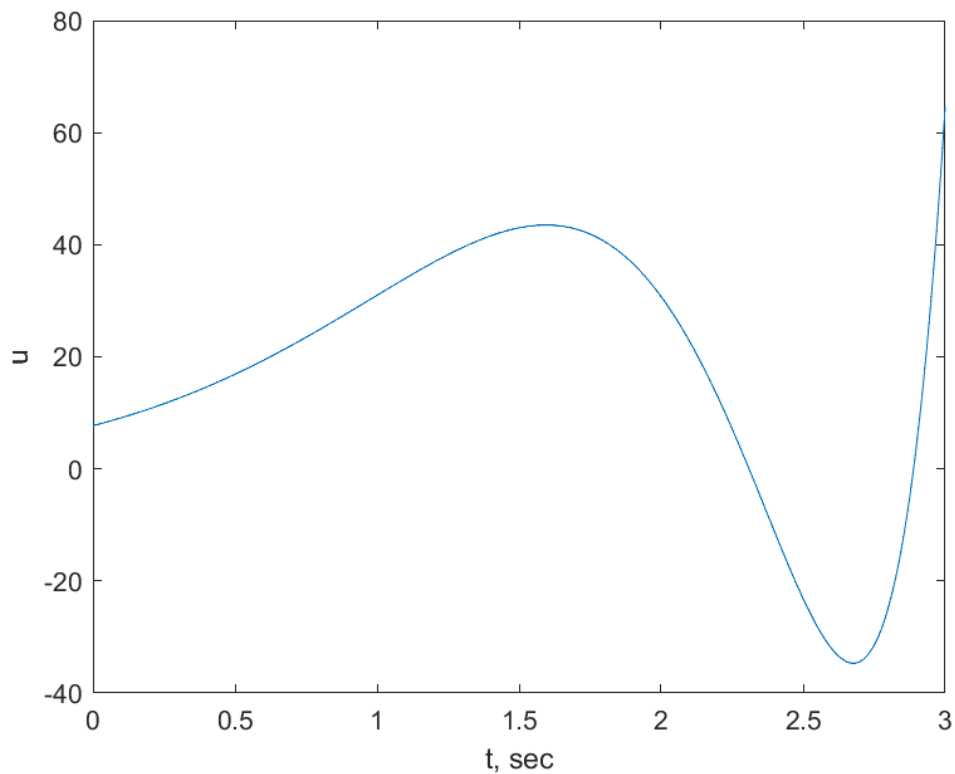


Figure 1. Сигнал управления

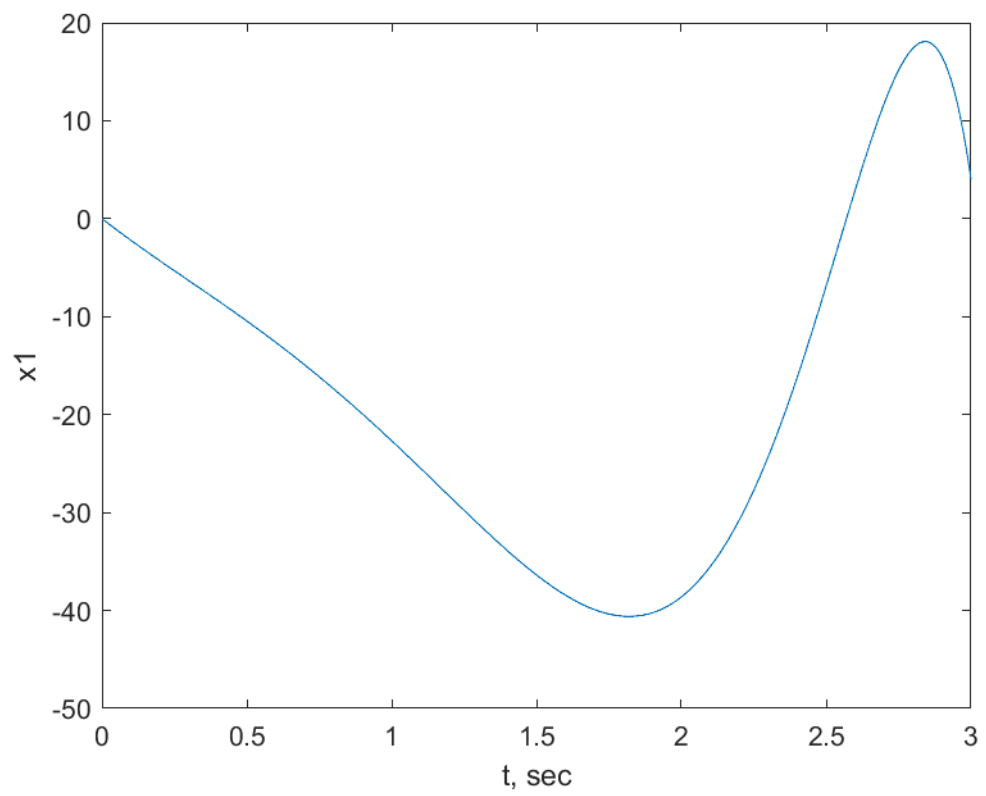


Figure 2. Первая компонента вектора состояния.

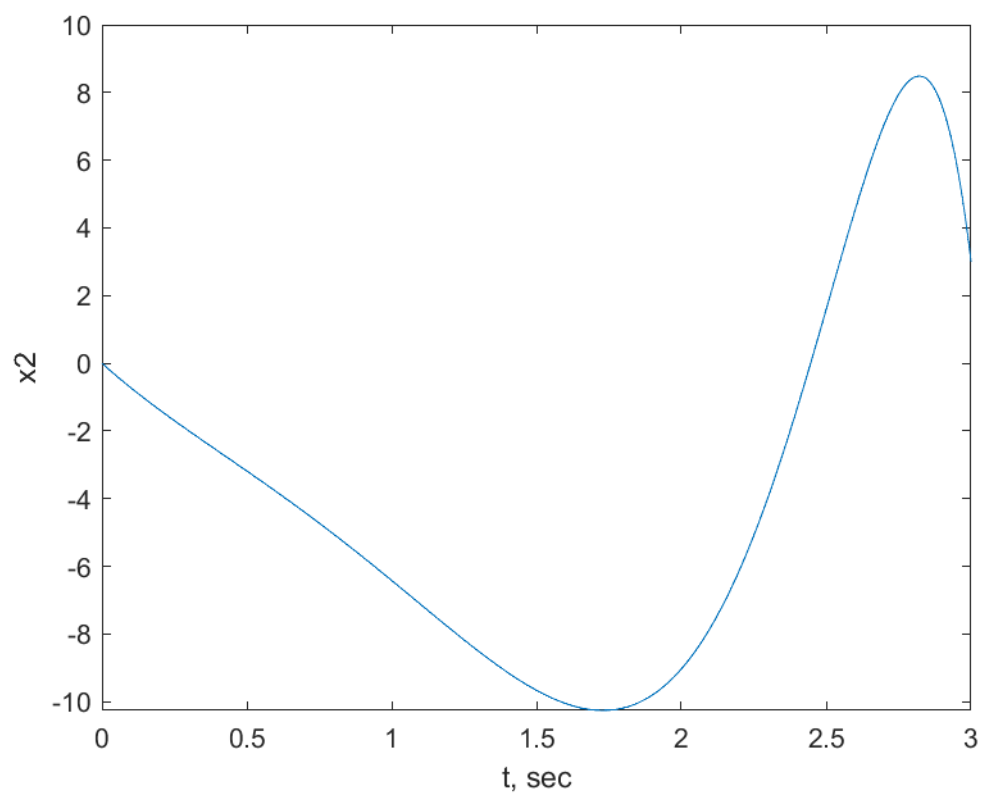


Figure 3. Вторая компонента вектора состояния.

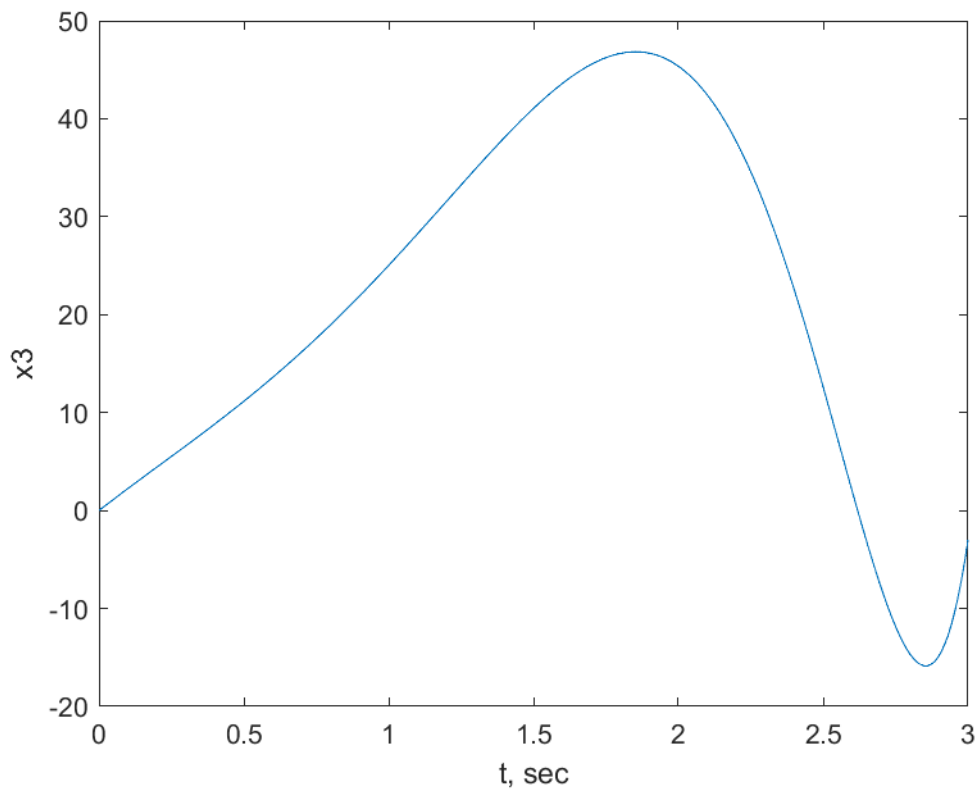


Figure 4. Третья компонента вектора состояния

## Задание 2.

Система:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} u, \quad x'_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad x''_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

$$U = [B \quad AB \quad A^2B] = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -7 \\ 1 & 1 & -9 \\ -1 & -1 & 9 \end{bmatrix}, \quad \text{rank}(U) = 2.$$

Значит система не полностью управляема.

Проверка принадлежности вектора  $x'_1$  и  $x''_1$  к подпространству управляемости:

$$\text{rank}([U \quad x'_1]) = \text{rank}\left(\begin{bmatrix} -3 & -2 & -7 & 4 \\ 1 & 1 & -9 & 3 \\ -1 & -1 & 9 & -3 \end{bmatrix}\right) = 2 = \text{rank}(U),$$

Значит  $x'_1$  принадлежит подпространству управляемости системы.

$$\text{rank}([U \quad x''_1]) = \text{rank}\left(\begin{bmatrix} -3 & -2 & -7 & 3 \\ 1 & 1 & -9 & 3 \\ -1 & -1 & 9 & -2 \end{bmatrix}\right) = 3 \neq \text{rank}(U) = 2,$$

Значит  $x''_1$  не принадлежит подпространству управляемости системы.

Собственные числа матрицы A:  $\lambda_1 = -2 + i$ ,  $\lambda_2 = -2 - i$ ,  $\lambda_3 = -2$

Система в жордановом базисе:

$$A = \begin{bmatrix} -2+i & 0 & 0 \\ 0 & -2-i & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2.0125 - 2.6833i \\ 2.0125 + 2.6833i \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.7454 & 0.7454 & -0.7071 \\ 0.4472 - 0.1491i & 0.4472 + 0.1491i & 0 \\ -0.4472 + 0.1491i & -0.4472 - 0.1491i & 0.7071 \end{bmatrix}.$$

Система в жордановом базисе и “вещественной форме”:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2.8460 \\ 3.7947 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 1.0541 & 0 & -0.7071 \\ 0.6325 & -0.2108 & 0 \\ -0.6325 & 0.2108 & 0.7071 \end{bmatrix}.$$

На основе Жордановой формы:

Собственные числа  $\lambda_1 = -2 + i$  и  $\lambda_2 = -2 - i$  управляемы, так как каждая жорданова клетка принадлежит разным собственным числам. И соответствующий последней строке жордановой клетки элемент матрицы В не равен нулю.

Собственное число  $\lambda_3 = -2$  неуправляемо, так как соответствующий последней строке жордановой клетки элемент матрицы В равен нулю.

На основе рангового критерия:

Для  $\lambda_1 = -2 + i$ :

$$[A - \lambda_1 I \quad B] = \begin{bmatrix} 3-i & -2 & 3 & 3 \\ 2 & -1-i & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -2-i & -1 \end{bmatrix}, \quad \text{rank}([A - \lambda_1 I \quad B]) = 3.$$

Собственное число  $\lambda_1 = -2 + i$  управляемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 3.

Для  $\lambda_2 = -2 - i$ :

$$[A - \lambda_2 I \quad B] = \begin{bmatrix} 3+i & -2 & 3 & 3 \\ 2 & -1+i & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -2+i & -1 \end{bmatrix}, \quad \text{rank}([A - \lambda_2 I \quad B]) = 3.$$

Собственное число  $\lambda_2 = -2 - i$  управляемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 3.

Для  $\lambda_3 = -2$ :

$$[A - \lambda_3 I \quad B] = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 3 & 3 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad \text{rank}([A - \lambda_3 I \quad B]) = 2.$$

Собственное число  $\lambda_3 = -2$  неуправляемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 2.

Грамиан управляемости относительно времени  $t_1 = 3$ :

$$Gr_3 = \int_0^3 e^{At} B B^T e^{A^T t} dt = \begin{bmatrix} 3.6250 & 1.6250 & -1.6250 \\ 1.6250 & 0.7500 & -0.7500 \\ -1.6250 & -0.7500 & 0.7500 \end{bmatrix}$$

Собственные числа Грамиана:  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 0.0307$ ,  $\lambda_3 = 5.0943$

Управление, переводящее систему из  $x(0) = 0$  в  $x(t_1) = x_1$ .

$$u(t) = B^T e^{A^T(t_1-t)} (Gr_{t_1})^{-1} x_1 = -e^{2t-6} (16\cos(t-3) + 72\sin(t-3)).$$

Графики:

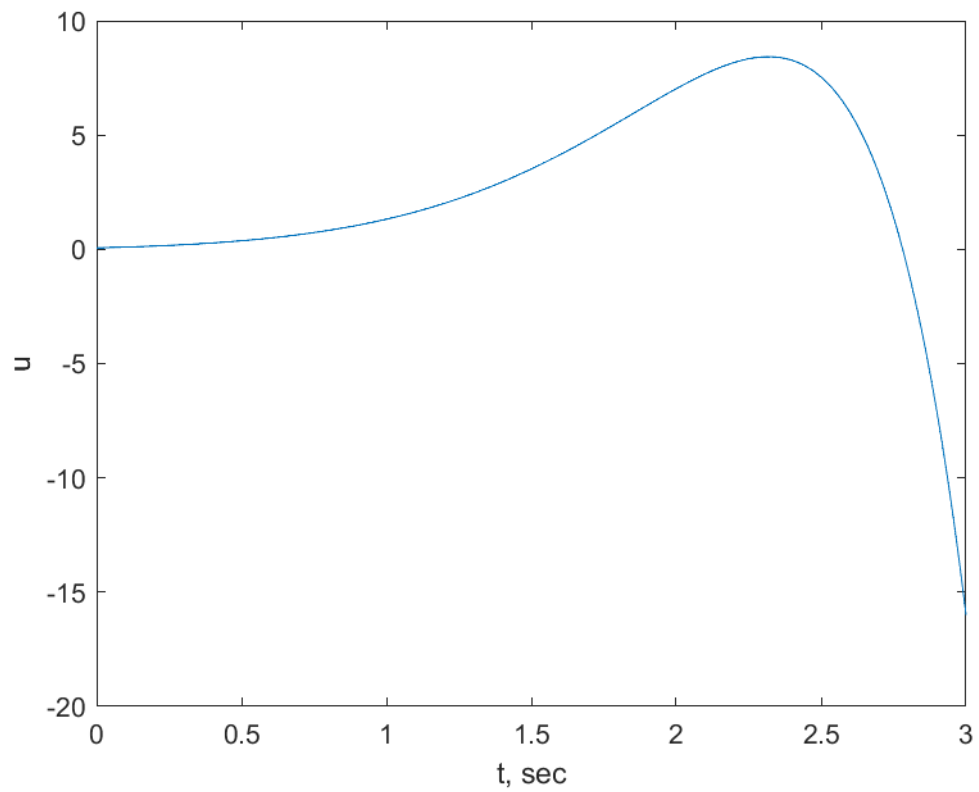


Figure 5. Сигнал управления.

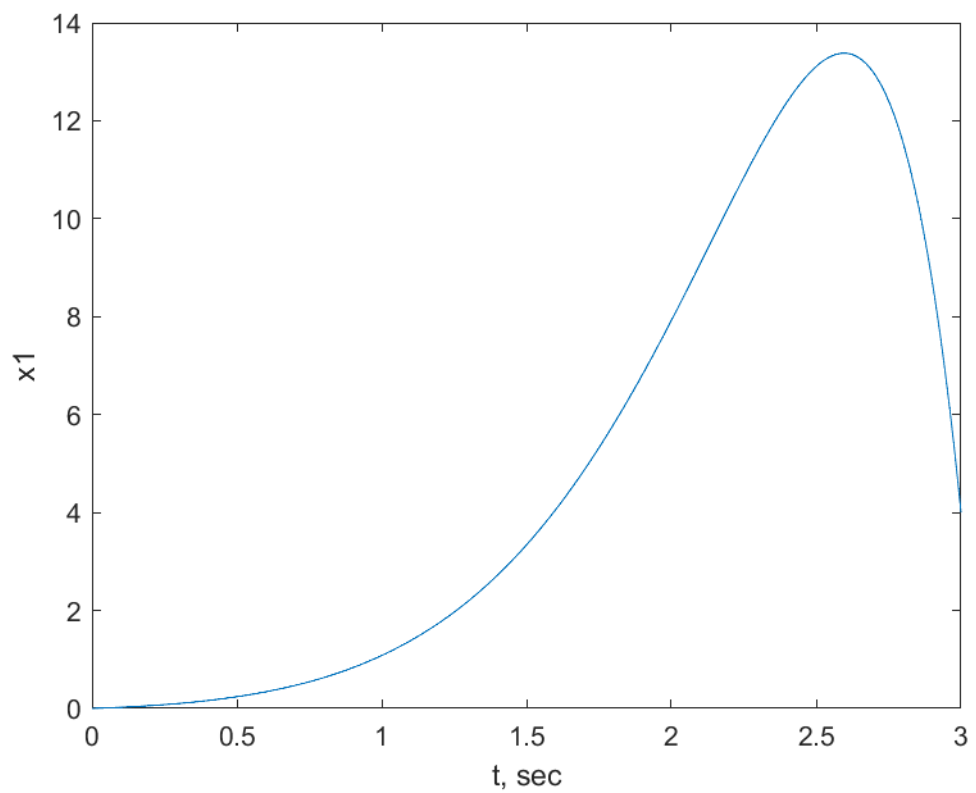


Figure 6. Первая компонента вектора состояния

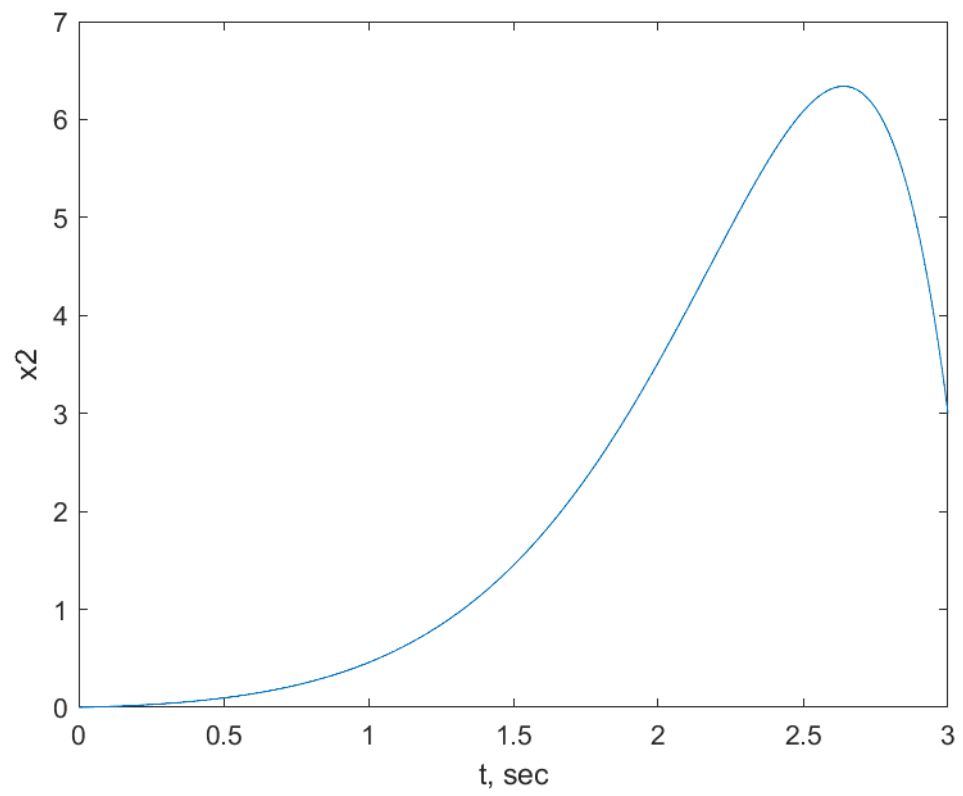


Figure 7. Вторая компонента вектора состояния.

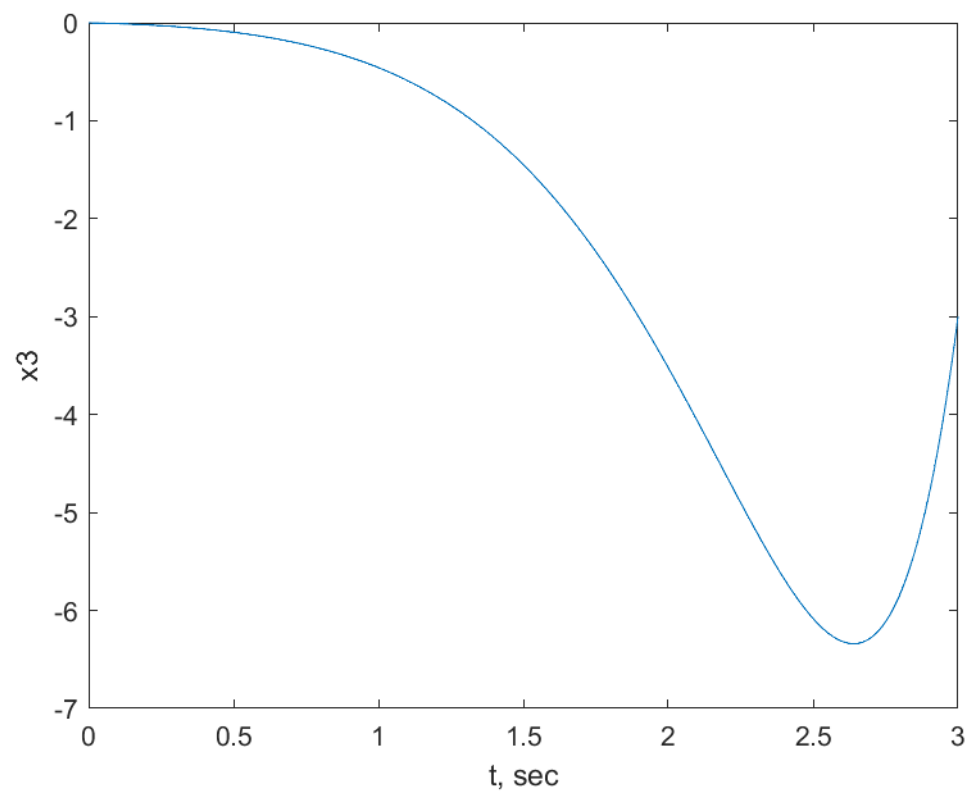


Figure 8. Третья компонента вектора состояния.



### Задание 3.

Система:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -3 & -12 \\ -3 & -2 & -6 \\ 6 & 0 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad y = [1 \quad 0 \quad 2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & -3 & 2 \\ -11 & 6 & -16 \end{bmatrix}, \quad \text{rank}(O) = 3.$$

Матрица наблюдаемости имеет полный столбцовый ранг, значит система наблюдаема управляема по критерию Калмана.

Собственные числа матрицы A:  $\lambda_1 = -2 + 3i$ ,  $\lambda_2 = -2 - 3i$ ,  $\lambda_3 = 1$ .

Система в жордановом базисе:

$$A = \begin{bmatrix} -2 + 3i & 0 & 0 \\ 0 & -2 - 3i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C^T = \begin{bmatrix} -0.1581 - 0.3162i \\ -0.1581 + 0.3162i \\ 0.5774 \end{bmatrix},$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.7906 & 0.7906 & -0.5774 \\ 0.3162 - 0.1581i & 0.3162 + 0.1581i & -0.5774 \\ -0.4743 - 0.1581i & -0.4743 + 0.1581i & 0.5774 \end{bmatrix}.$$

Система в жордановом базисе и “вещественной форме”:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 0 \\ -3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C^T = \begin{bmatrix} -0.2236 \\ -0.4472 \\ 0.5774 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 1.1180 & 0 & -0.5774 \\ 0.4472 & -0.2236 & -0.5774 \\ -0.6708 & -0.2236 & 0.5774 \end{bmatrix}.$$

Наблюдаемость собственных чисел:

На основе жордановой формы:

Каждое собственное число наблюдаемо, так как каждая жорданова клетка принадлежит разным собственным числам. И соответствующие первым столбцам жордановых клеток элементы матрицы C не равны нулю.

На основу рангового критерия:

Для  $\lambda_1 = -2 + 3i$ :

$$\begin{bmatrix} A - \lambda_1 I \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 - 3i & -3 & -12 \\ -3 & -3i & -6 \\ 6 & 0 & 9 - 3i \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \text{rank} \left( \begin{bmatrix} A - \lambda_1 I \\ C \end{bmatrix} \right) = 3.$$

Собственное число  $\lambda_1 = -2 + 3i$  наблюдаемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 3.

Для  $\lambda_2 = -2 - 3i$ :

$$\begin{bmatrix} A - \lambda_2 I \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 + 3i & -3 & -12 \\ -3 & 3i & -6 \\ 6 & 0 & 9 + 3i \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \text{rank} \left( \begin{bmatrix} A - \lambda_2 I \\ C \end{bmatrix} \right) = 3.$$

Собственное число  $\lambda_2 = -2 - 3i$  наблюдаемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 3.

Для  $\lambda_3 = 1$ :

$$\begin{bmatrix} A - \lambda_3 I \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & -3 & -12 \\ -3 & -3 & -6 \\ 6 & 0 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \text{rank} \left( \begin{bmatrix} A - \lambda_3 I \\ C \end{bmatrix} \right) = 3.$$

Собственное число  $\lambda_3 = 1$  наблюдаемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 3.

$$Gr_3 = \int_0^3 e^{A^T t} C C^T e^{A t} dt = \begin{bmatrix} 201.9240 & -201.3576 & 202.0924 \\ -201.3576 & 201.1565 & -201.3048 \\ 202.0924 & -201.3048 & 202.4243 \end{bmatrix}$$

Собственные числа Грамиана:  $\lambda_1 = 0.0073$ ,  $\lambda_2 = 0.4915$ ,  $\lambda_3 = 605.0060$

Поиск начальных условий по известной траектории выхода  $y(t)$ :

$$y(t) = e^{-2t}(2\cos(3t) + \sin(3t)).$$

$$x(0) = Gr_3^{-1} \int_0^3 e^{A^T t} C^T y(t) dt = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Система не могла иметь других начальных состояний, так как она является полностью наблюдаемой, а по определению наблюдаемости, если время и траектория совпадают, то и совпадают начальные состояния системы.

Графики:

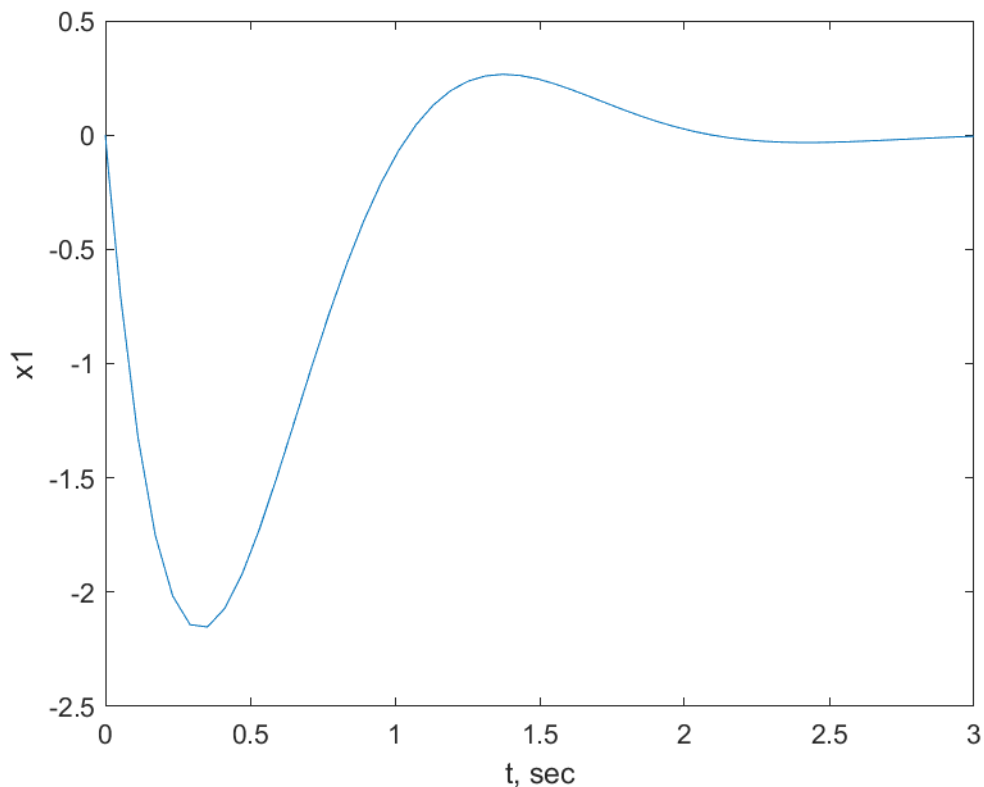


Figure 9. Первая компонента вектора.

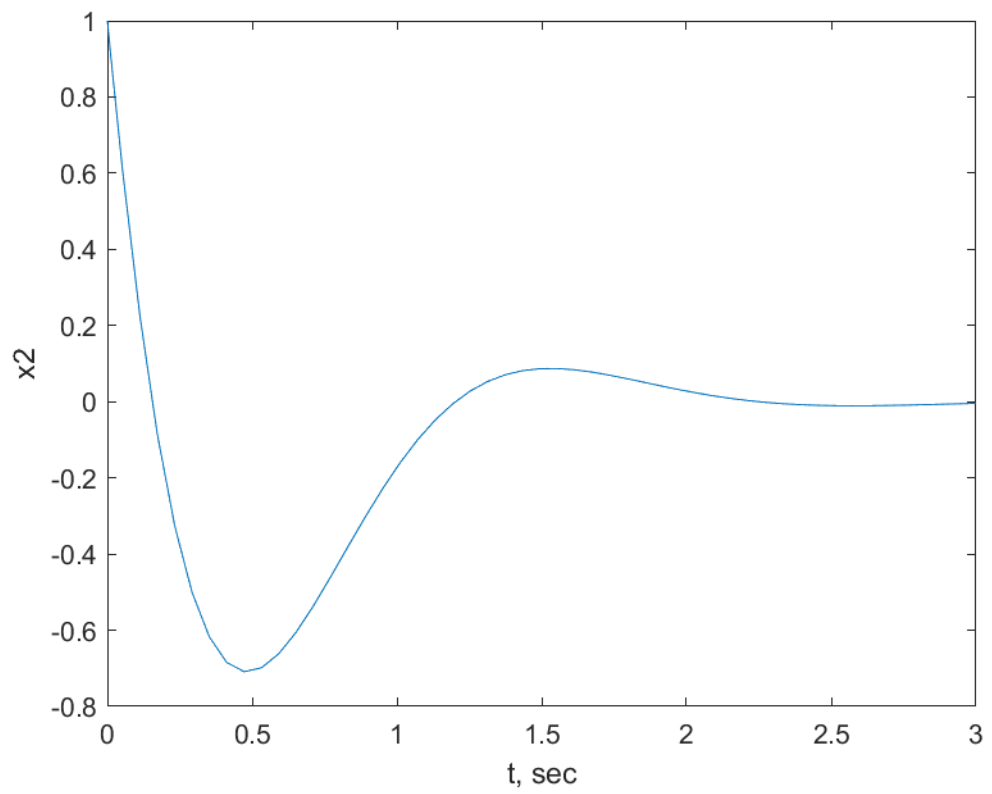


Figure 10. Вторая компонента вектора.

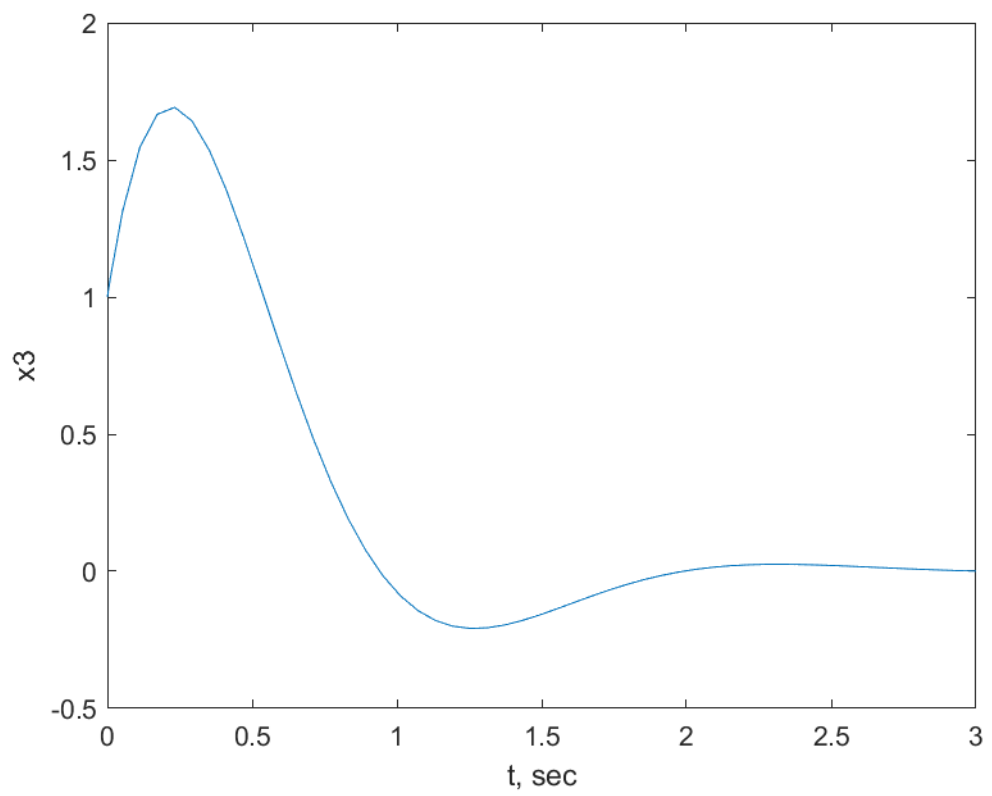


Figure 11. Третья компонента вектора.

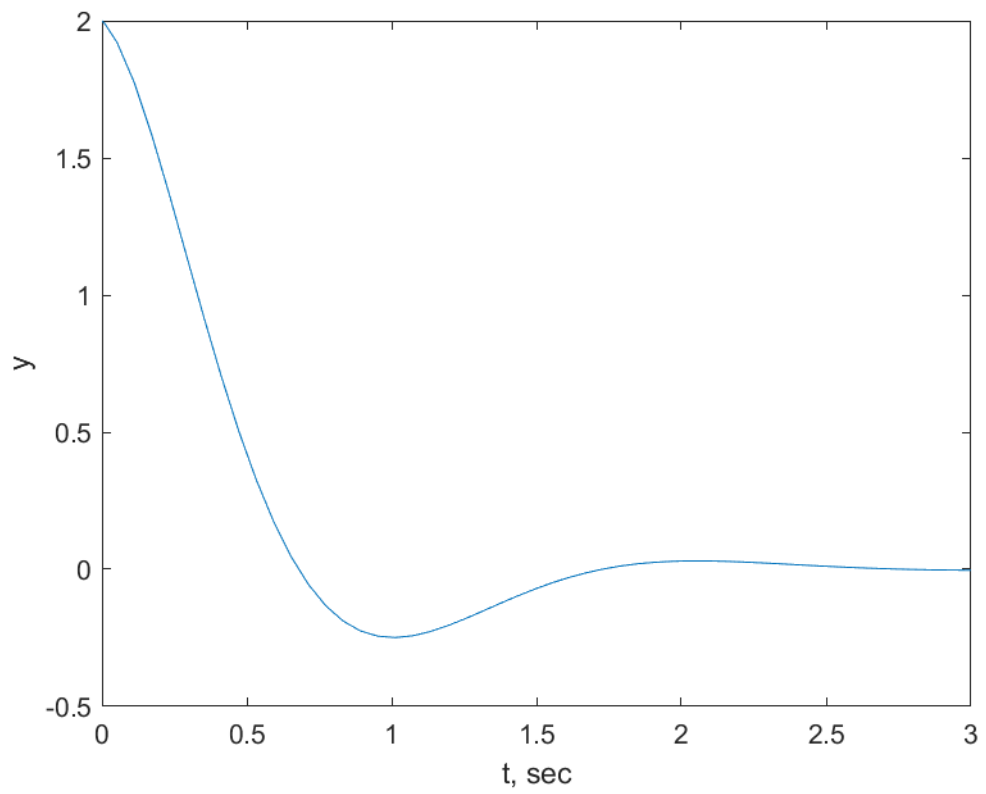


Figure 12. Выход.

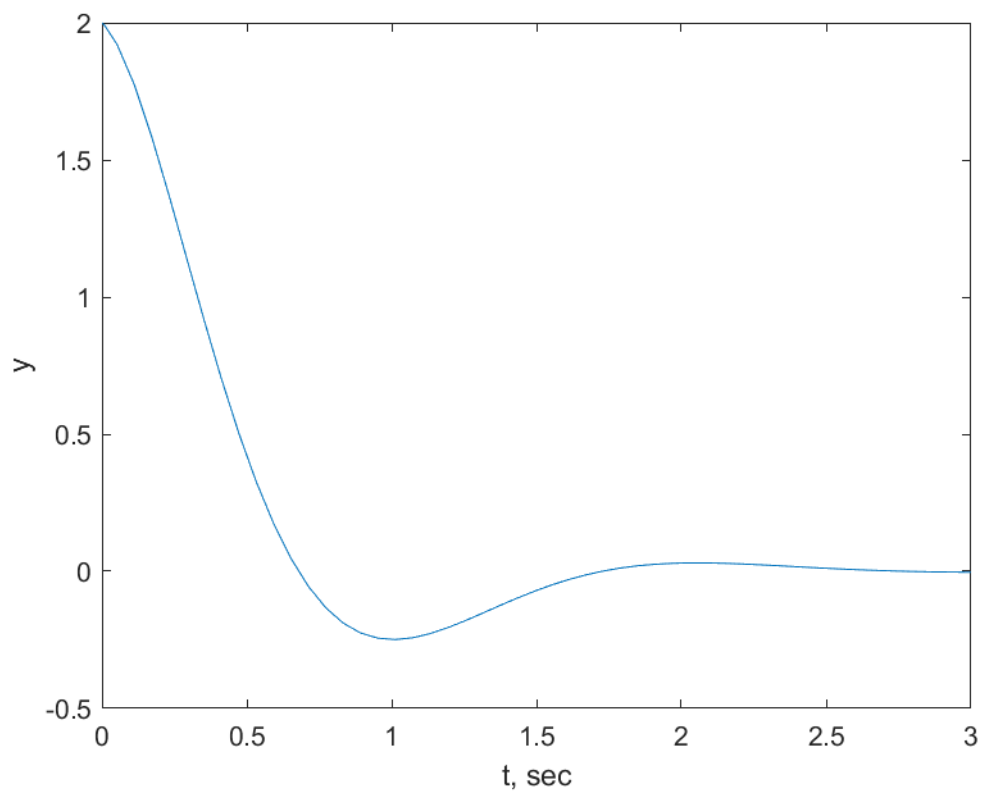


Figure 13.  $\exp(-2*t)*(2*\cos(3*t) + \sin(3*t))$

Выход и предполагаемая траектория совпадают, значит все рассчитано верно.

#### Задание 4.

Система:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -3 & -12 \\ -3 & -2 & -6 \\ 6 & 0 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad y = [0 \quad 1 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ -12 & -5 & -17 \end{bmatrix}, \quad \text{rank}(O) = 2.$$

Ранг матрицы управляемости равен двум, значит система не полностью наблюдаема по критерию Калмана.

Собственные числа матрицы A:  $\lambda_1 = -2 + 3i$ ,  $\lambda_2 = -2 - 3i$ ,  $\lambda_3 = 1$ .

Система в жордановом базисе:

$$A = \begin{bmatrix} -2 + 3i & 0 & 0 \\ 0 & -2 - 3i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C^T = \begin{bmatrix} -0.1581 - 0.3162i \\ -0.1581 + 0.3162i \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.7906 & 0.7906 & -0.5774 \\ 0.3162 - 0.1581i & 0.3162 + 0.1581i & -0.5774 \\ -0.4743 - 0.1581i & -0.4743 + 0.1581i & 0.5774 \end{bmatrix}.$$

Система в жордановом базисе и “вещественной форме”:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 0 \\ -3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C^T = \begin{bmatrix} -0.2236 \\ -0.4472 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 1.1180 & 0 & -0.5774 \\ 0.4472 & -0.2236 & -0.5774 \\ -0.6708 & -0.2236 & 0.5774 \end{bmatrix}.$$

Наблюдаемость собственных чисел:

На основе жордановой формы:

Собственные числа  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  наблюдаемы, так как каждая жорданова клетка принадлежит разным собственным числам. И соответствующий первому столбцу жордановой клетки элемент матрицы C не равен нулю.

Собственное число  $\lambda_3$  ненаблюдаемо, так как соответствующий первому столбцу жордановой клетки элемент матрицы C равен нулю.

На основу рангового критерия:

Для  $\lambda_1 = -2 + 3i$ :

$$\begin{bmatrix} A - \lambda_1 I \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 - 3i & -3 & -12 \\ -3 & -3i & -6 \\ 6 & 0 & 9 - 3i \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{rank} \left( \begin{bmatrix} A - \lambda_1 I \\ C \end{bmatrix} \right) = 3.$$

Собственное число  $\lambda_1 = -2 + 3i$  наблюдаемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 3.

Для  $\lambda_2 = -2 - 3i$ :

$$\begin{bmatrix} A - \lambda_2 I \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 + 3i & -3 & -12 \\ -3 & 3i & -6 \\ 6 & 0 & 9 + 3i \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{rank} \left( \begin{bmatrix} A - \lambda_2 I \\ C \end{bmatrix} \right) = 3.$$

Собственное число  $\lambda_2 = -2 - 3i$  наблюдаемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 3.

Для  $\lambda_3 = 1$ :

$$\begin{bmatrix} A - \lambda_3 I \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & -3 & -12 \\ -3 & -3 & -6 \\ 6 & 0 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \text{rank} \left( \begin{bmatrix} A - \lambda_3 I \\ C \end{bmatrix} \right) = 2.$$

Собственное число  $\lambda_3 = 1$  не наблюдаемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 2.

$$Gr_3 = \int_0^3 e^{A^T t} C C^T e^{A t} dt = \begin{bmatrix} 0.0865 & 0.0577 & 0.1442 \\ 0.0577 & 0.1635 & 0.2212 \\ 0.1442 & 0.2212 & 0.3654 \end{bmatrix}$$

Собственные числа Грамиана:  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 0.0582$ ,  $\lambda_3 = 0.5571$ .

Поиск начальных условий по известной траектории выхода  $y(t)$ :

$$y(t) = e^{-2t} (2\cos(3t) + \sin(3t)).$$

$$x(0) = Gr_3^{-1} \int_0^3 e^{A^T} C^T y(t) dt = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Найдем вектор  $x_0$  из уравнения  $Oo = 0, o \neq 0$ , такой вектор существует, потому что система не полностью наблюдаема:

$$o = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Тогда другие начальные векторы можно будет найти исходя из  $Ox(0) = Ox_k(0)$ :

$k$  – параметр.

$$Ox(0) = Ox(0) + k0 = Ox(0) + kOo = O(x(0) + ko)$$

$$x_1(0) = x(0) + o = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x_2(0) = x(0) + 2o = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$x_3(0) = x(0) + 3o = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Графики:

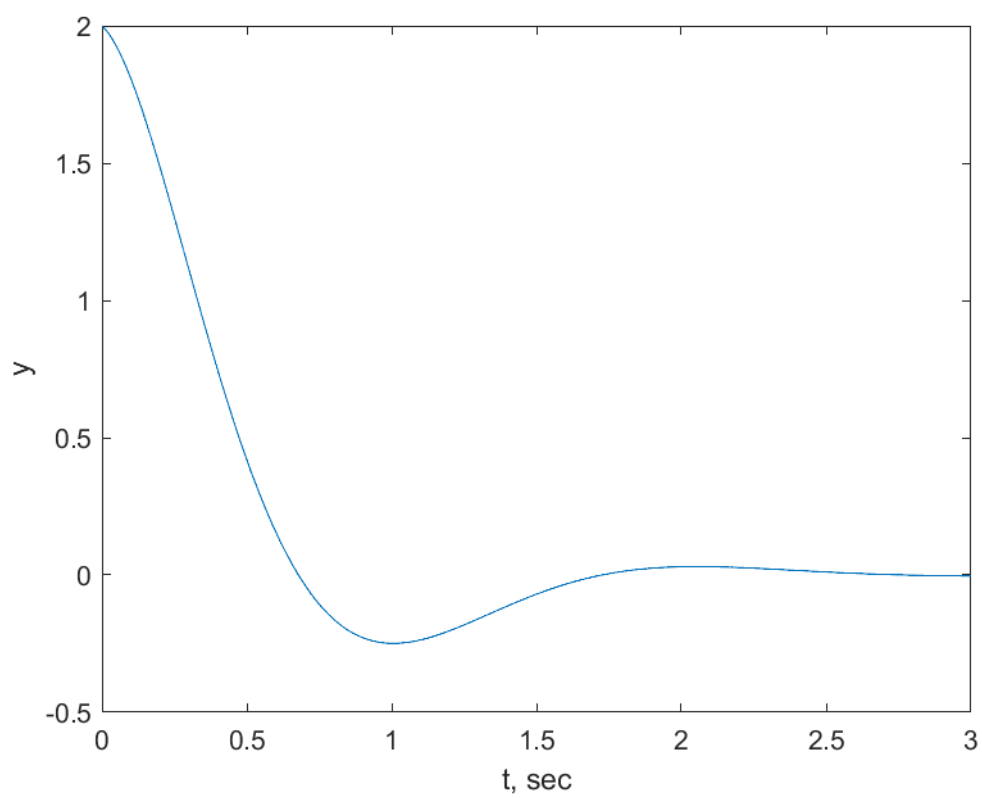


Figure 14. Выход для различных начальных условий.

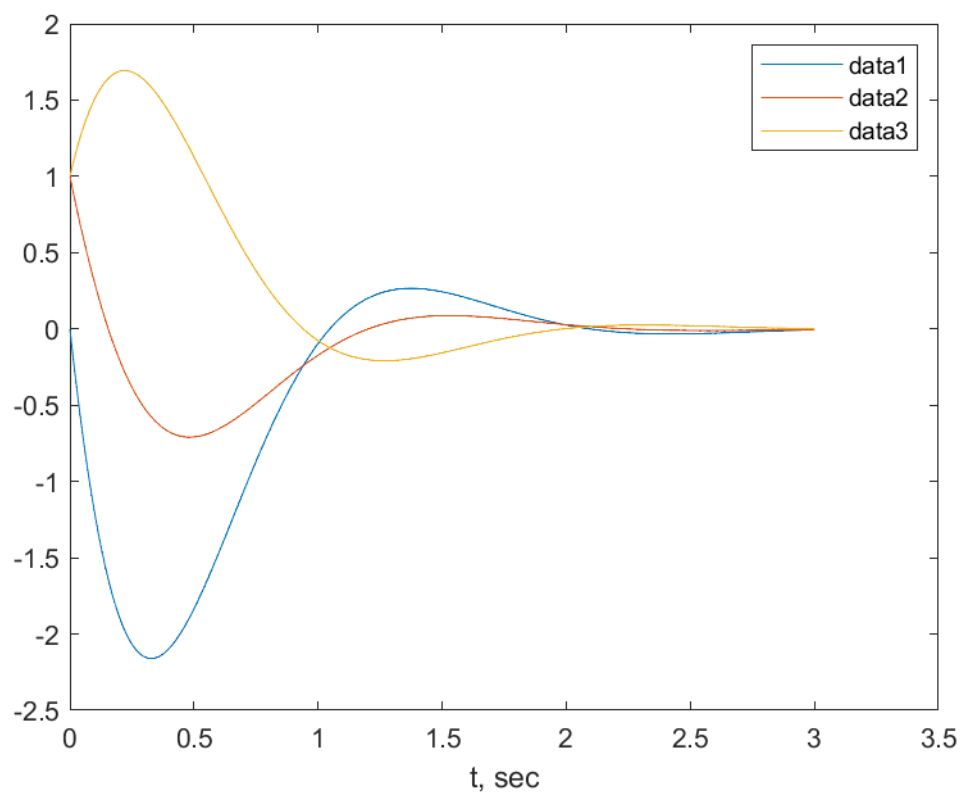


Figure 15. Компоненты вектора  $x_{00}$ .

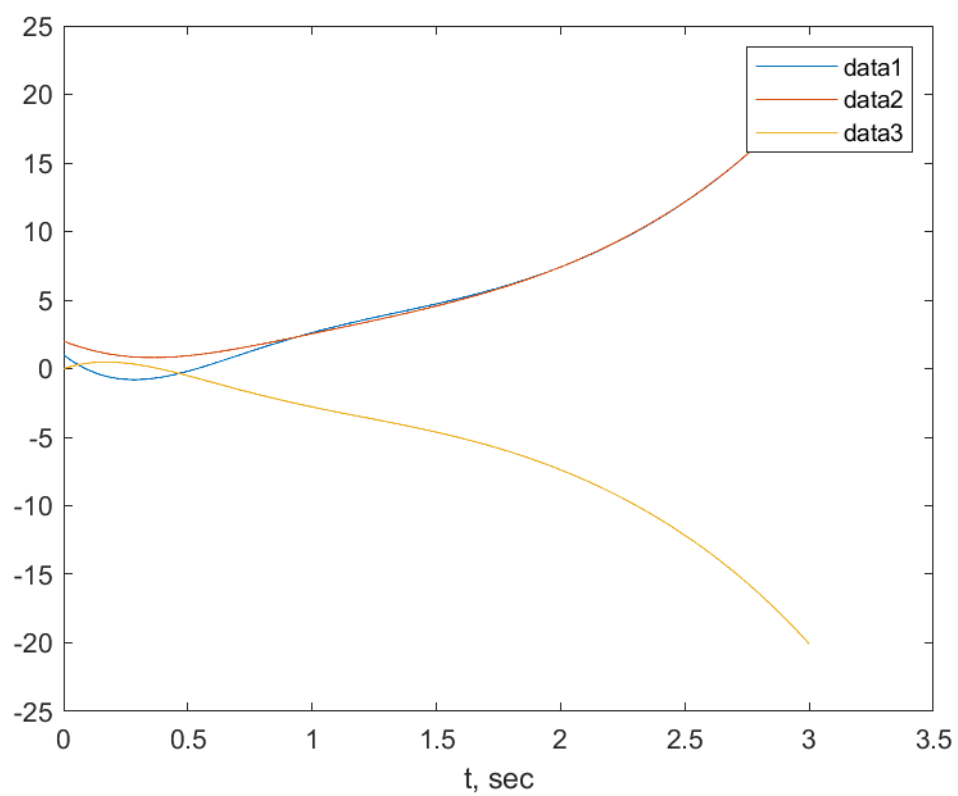


Figure 16. Компоненты вектора  $x_{01}$ .

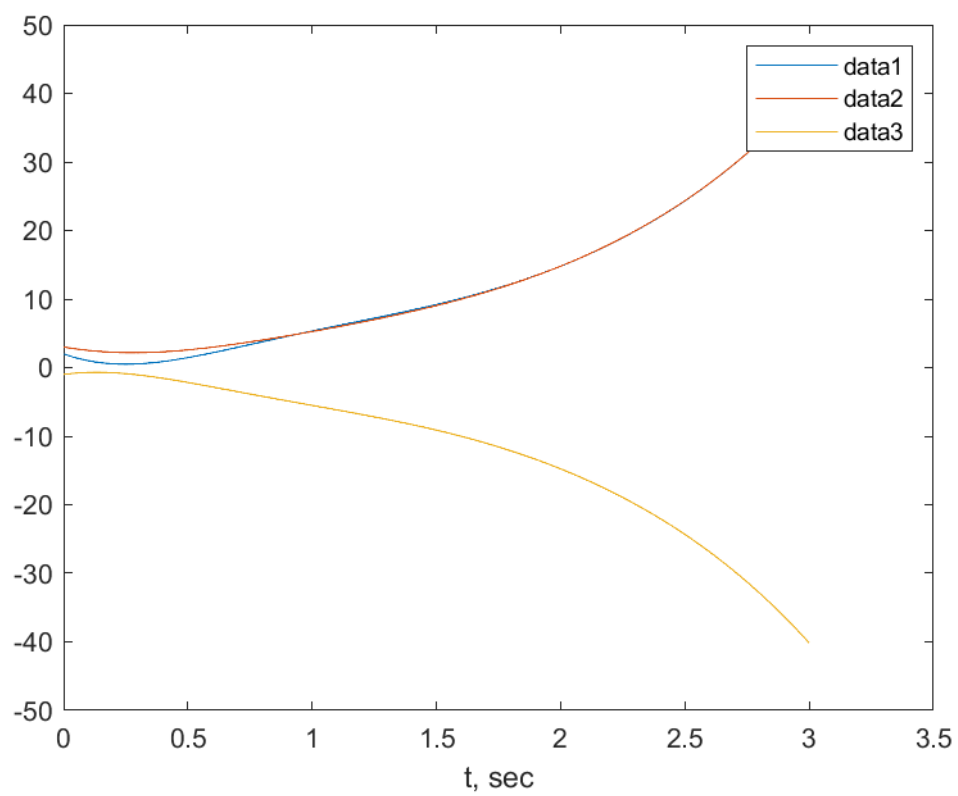


Figure 17. Компоненты вектора  $x_{02}$ .



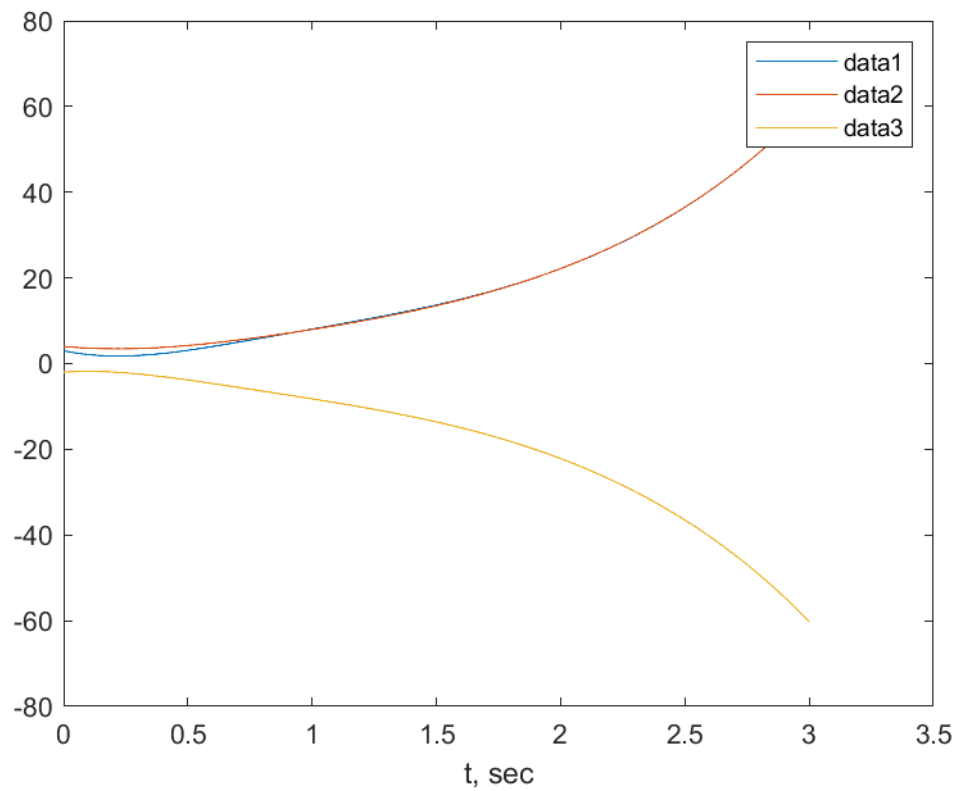


Figure 18. Компоненты вектора  $x_{03}$ .

Выход одинаков при любых  $x_k(0)$ , однако компоненты векторов различны. Это связано с тем, что к начальным условиям прибавляется вектор из подпространства ненаблюдаемости, который не влияет на выход, но влияет на вектор состояния.

**3. Выводы:** В ходе лабораторной работы были исследованы системы на управляемость и наблюдаемость и был произведен расчет управляющего воздействия для управляемых систем и расчет начальных условий для наблюдаемых систем.