Для каждого задания проведите моделирование и постройте соответствующие графики. Во всех заданиях постарайтесь рассмотреть невырожденные случаи (например, не берите $C_2 = 0$, $D_2 = 0$).

Задание 1. Компенсирующий регулятор по состоянию. Придумайте объект управления вида $\dot{x} = A_1 x + B_1 u + B_2 w$ и генератор внешнего возмущения вида $\dot{w} = A_2 w$. Размерности векторов x и w должны быть различными, каждая – не менее 3. Должны быть выполнены условия: $\sigma(A_1) \not\subset \mathbb{C}_-$, $\sigma(A_2) \subset \overline{\mathbb{C}_+}$, пара (A_1, B_1) стабилизируема.

Задайтесь целевой переменной $z = C_2 x$ и найдите регулятор вида $u = K_1 x + K_2 w$, который обеспечит выполнение целевого условия

$$\lim_{t\to\infty} z(t) = 0.$$

Рассмотрите уравнения объединённой системы с вектором состояния (x, w) и выходом z в двух вариантах: разомкнутую (при $u \equiv 0$) и замкнутую (при $u = K_1 x + K_2 w$). В обоих случаях найдите матрицу наблюдаемости объединённой системы и определите её ранг.

Задание 2. Следящий регулятор по состоянию. Придумайте объект управления вида $\dot{x} = A_1 x + B_1 u$ и генератор задающего воздействия вида $\dot{w} = A_2 w$. Размерности векторов x и w должны быть различными, каждая – не менее 3. Должны быть выполнены условия: $\sigma(A_1) \not\subset \mathbb{C}_-$, $\sigma(A_2) \subset \overline{\mathbb{C}_+}$, пара (A_1, B_1) стабилизируема.

Задайтесь целевой переменной $z = C_2 x + D_2 w$ и найдите регулятор вида $u = K_1 x + K_2 w$, который обеспечит выполнение целевого условия

$$\lim_{t\to\infty} z(t) = 0.$$

Рассмотрите уравнения объединённой системы с вектором состояния (x, w) и выходом z в двух вариантах: разомкнутую (при $u \equiv 0$) и замкнутую (при $u = K_1 x + K_2 w$). В обоих случаях найдите матрицу наблюдаемости объединённой системы и определите её ранг.

Задание 3. Регулятор по выходу при различных y и z. Самостоятельно придумайте матрицы для уравнений

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 u + B_2 w, \quad \dot{w} = A_2 w, \quad y = C_1 x + D_1 w, \quad z = C_2 x + D_2 w,$$

где измеряемой величиной является $y(t)$, а регулируемой – $z(t)$. Размерность каждого из векторов x и w должна быть не менее 3, при этом они могут быть одинаковыми. Выберите матрицы так, чтобы переменные y и z были различными. Постройте регулятор по выходу, который формирует управляющее воздействие $u(t)$ на основе измеряемой величины $y(t)$ и достигает цели управления

$$\lim_{t\to\infty} z(t) = 0.$$

Представьте уравнения регулятора в форме вход-состояние-выход, найдите его собственные числа, сравните их с собственными числами матрицы A_2.

Задание 4. Регулятор по выходу при одинаковых y и z. Самостоятельно придумайте матрицы для уравнений

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 u + B_2 w, \quad \dot{w} = A_2 w, \quad y = z = Cx + Dw,$$

где измеряемая величина $y(t)$ и регулируемая величина $z(t)$ совпадают. Размерность каждого из векторов x и w должна быть не менее 3, при этом они могут быть одинаковыми. Постройте регулятор по выходу, который формирует управляющее воздействие $u(t)$ на основе измеряемой величины $y(t)$ и достигает цели управления

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = 0.$$

Представьте уравнения регулятора в форме вход-состояние-выход, найдите его собственные числа, сравните их с собственными числами матрицы A_2.

Задание 5. Тележка и меандр. Постройте математическую модель простого тела (тележки), в которой измеряемым выходом $y(t)$ является её координата.

Задайте сигнал $g_{\text{ideal}}(t)$ в виде меандра (англ. square wave) с произвольной амплитудой и периодом. Разложите сигнал $g_{\text{ideal}}(t)$ в ряд Фурье, возьмите конечное число гармоник и получите соответствующий приближённый сигнал $g(t)$, который и будет являться эталонным сигналом для вашего тела (тележки). Сформируйте конечномерный линейный генератор (систему вида $\dot{w} = \Gamma w$), которая способна порождать сигнал $g(t)$.

Постройте регулятор, который принимает на вход разность $g(t) - y(t)$ и формирует управляющее воздействие $u(t)$, которое обеспечивает выполнение целевого условия

$$\lim_{t \to \infty} \left(g(t) - y(t) \right) = 0.$$