COMPILATORI APPUNTI A CURA DI: RICCARDO LO IACONO

Università degli studi di Palermo a.a. 2023-2024

a.a. 2020 2024

Indice.

1	Intro 1.1	oduzione Richiami alle RegEx e alle grammatiche	L
2		lisi lessicale	2
	2.1	Gestione degli input	2
3	Ana	lisi sintattica	3
	3.1	Algoritmo di Earley	3
	3.2	Gestione degli errori in un parser	1
	3.3	Top-Down parser	1
	3.4	Parser LL(1)	5
		Parser Bottom-Up	
		Parser shift-reduce	
	3.7	Parser LR(0)	
	3.8	Altri parser SR	

-1 - Introduzione.

Con lo svilupparsi dei linguaggi di programmazione, si sono sviluppati parallelamente gli *interpreti* e i *compilatori*. Questi ultimi, la cui struttura principale è mostrata in *Figura 1*, permettono di descrivere il come e il cosa si possa fare con il linguaggio

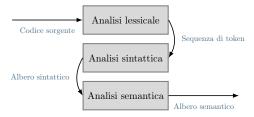


Figura 1: Struttura di un compilatore.

che essi definiscono. Nello specifico, un compilatore converte il codice sorgente in un codice macchina **equivalente**, in aggiunta al segnalare eventuali errori. Per quel che riguarda gli interpreti, questi convertono istruzione per istruzione il sorgente e lo eseguono immediatamente. Tra i linguaggi di questo tipo: *python, perl, ecc.*

Osservazione. La struttura di Figura 1, è limitata alle fasi di interesse del corso.

– 1.1 – Richiami alle RegEx e alle grammatiche.

Poiché i concetti di Regex e grammatiche CF sono alla base della definizione di un compilatore, si riprende a seguito la definizione delle stesse.

Definizione: Si definisce *espressione regolare*, (o RegEx), la descrizione algebrica delle stringhe di un dato linguaggio.

In particolare, la costruzione di una Reg $\to e$ è di tipo ricorsivo. Si ha infatti che

- se ε e \varnothing sono espressioni regolari, ove $L(\varepsilon) = \{\varepsilon\}, L(\varnothing) = \{\};$
- se α è un simbolo, allora questi è una RegEx, ove $L(\alpha) = {\alpha}$;

da queste

- se e ed f sono due RegEx. Allora e + f è un'espressione regolare;
- \bullet se e ed f sono due RegEx. Allora ef è un'espressione regolare;
- se e è una RegEx. Allora e^* è un'espressione regolare;
- \bullet se e è una RegEx. Allora (e) è un'espressione regolare.

Definizione: Dato T un certo alfabeto, si definisce la seguente quadrupla

$$G = (T, N, S, P)$$

grammatica. Nello specifico: T indica l'insieme dei simboli terminali della grammatica, N quell dei non terminali, S è l'assioma e P l'insieme delle regole di produzione.

- 2 - Analisi lessicale.

Come mostrato in *Figura 1*, l'analisi lessicale è la prima fase della compilazione. I suoi compiti sono sintetizzati a seguire.

1. Il sorgente è scansionato e da questi si compongono i *lessemi*: sequenze di caratteri con un determinato significato.

Esempio: un lessema per la gestione dei dati sarà del tipo: t_dataType.

 Per ciascuno dei lessemi, un analizzatore sintattico genera dei token della forma (token_name, address), successivamente gestiti dall'analisi sintattica.

Qui token_name identifica un lessema, mentre address è un puntatore alla cosiddetta symbol table. Quest'ultima, in breve, contiene le diverse proprietà di un istanza di un lessema.

Per quel che riguarda lo scanner questi ha essenzialmente due compiti:

- costruire la symbol table;
- semplificare il sorgente.

Prima che ciò possa essere fatto però, è necessario, a meno che non sia stata eseguita una fase di precompilazione, che:

- vengano rimossi i commenti: come ovvio sono utili al solo programmatore, dunque, per alleggeri l'eseguibile, si procede alla loro rimozione;
- si effettui una case conversion: se il linguaggio non distingue tra maiuscole e minuscole, allora si converte il sorgente interamente in minuscolo;
- si rimuovano gli spazi: per motivi analoghi ai commenti, si elimina gli spazi superflui;
- si deve tenere traccia del numero di linea: ciò è utile per la segnalazione di eventuali errori.

L'implementazione della symbol table, sebbene realizzabile diversamente, in generale è realizzata tramite hash-table.

-2.1 - Gestione degli input.

Lo scanner analizza il sorgente carattere per carattere, ma poiché un token potrebbe essere composto da più caratteri, è necessario un metodo di "backtracking": cioè un modo per poter tenere traccia di dove un token inizi. Ciò è generalmente realizzato con un doppio buffering. Con l'ausilio di due puntatori, forward e lexem_begin, si procede ad identificare i token. Nello specifico inizialmente i due puntatori coincidono, successivamente si fa avanzare forward fintantoché si riscontra un lessema. Fatto ciò si aggiorna la posizione di lexem_begin.

Sebbene in Figura 1 sia mostrata come fase precedente l'analisi sintattica, più correttamente, l'analisi lessicale è da intendere come una sua sub-routine.

- 3 - Analisi sintattica.

Secondo step della compilazione è l'analisi sintattica, con la quale si verifica se il programma rispetta le regole sintattiche del linguaggio; regole che sono definite attraverso grammatiche context-free.

Definita la sintassi del linguaggio, è compito del parser verificare che ciascuno dei token generati dal lexer, possa effettivamente essere generato.

Parlando dei parser, se ne distinguono tre classi: top-down. i bottom-up e gli universali. A quest'ultima categoria appartengono gli algoritmi di *Cocke-Younger-Kasami* e quello di *Earley* a seguito descritto. Entrambi gli algoritmi appena citati sono, come tutti i parser universali, capaci di riconoscere qualsiasi CFG, ma per tale ragione risultano troppo inefficienti per scopi pratici.

-3.1 - Algoritmo di Earley.

Come detto Earley accetta qualsiasi CFG, più nello specifico: data x_1, \ldots, x_n una stringa, scandendo la stessa da sinistra a destra, per ogni x_i si costruiscono stati S_j , stati del tipo (dotted_rule, address). Qui dotted_rule sta ad indicare una produzione della grammatica alla cui destra è posto un punto, per tenere traccia della posizione della "sotto-stringa" esaminata. Con address si indica invece la posizione del punto.

Esempio: si supponga uno stato $(A \longrightarrow \alpha.\beta, i)$. Ciò sta ad indicare che si è esaminata la sotto-stringa α .

Si riporta di seguito lo pseudo codice per implementare Earley.

```
Input = x_1...x_n

x_{n+1} = \$

for j = 0 to n do

foreach state in S[j] choose between:

scanner, predictor, completed

if S[n + 1] == \$

accept()

refuse()
```

Figura 2: Pseudo codice Earley.

-3.1.1 - Scanner.

Come detto la scansione (o Scanner) è una delle tre possibili operazioni di Earley. Circa l'operazione in se: sia $(A \longrightarrow \alpha.\beta,i) \in S_j$. Se $\beta = a\beta'$, con a carattere terminale, quel che si fa è aggiungere a S_{i+1} lo stato $(A \longrightarrow \alpha.\beta,i)$.

-3.1.2 -Predictor.

Altra possibile operazione di Earley, è utilizzata nel caso in cui la sotto-stringa β inizi con un carattere non terminale. Cioè, supposto $(A \longrightarrow \alpha.\beta,i) \in S_j$ e assumendo che $\beta = B\beta', \forall B \longrightarrow \gamma$ si aggiunge ad S_i uno stato $(B \longrightarrow \gamma,j)$.

-3.1.3 - Completed.

Ultima delle operazioni possibili, è utilizzata nel caso $\beta = \varepsilon$. Nello specifico, supposto $(A \longrightarrow \alpha.\beta, i) \in S_j \land \beta = \varepsilon$, per ogni $(C \longrightarrow \eta A.\delta, h) \in S_i$ si aggiunge ad S_j uno stato $(C \longrightarrow \eta A.\delta, h)$.

- 3.1.4 - Complessità di Earley.

La complessità dell'algoritmo è strettamente legata alla grammatica. Si ha infatti che se la grammatica identifica linguaggi REG, Earley impiega $\mathcal{O}(n)$; se la grammatica è non ambigua $\mathcal{O}(n^2)$, mentre per qualsiasi altra grammatica $\mathcal{O}(n^3)$.

- 3.2 - Gestione degli errori in un parser.

Affinché la compilazione sia corretta, è necessario che un parser sia in grado di scoprire, diagnosticare e correggere efficientemente gli errori, così da riprendere l'analisi quanto prima. Sia supposto un parser che abbia rilevato un errore, resta il problema di come procedere per risolverlo. In generale si utilizza una delle seguenti tecniche.

- Panic mode: l'idea è quella di saltare simboli fintantoché non si legge un token di sincronizzazione (eg. begin-end). L'efficacia dipende fortemente dalla scelta dei token, scelta che può essere effettuata euristicamente.
- Phrase level: si fa in modo che il parser proceda a correzioni locali. Per far ciò, inevitabilmente si procederà ad alterare lo stack.

-3.3 - Top-Down parser.

Come suggerito dal nome, si tratta di parser che verificano la generabilità dell'input a partire dall'assioma. Si osservi però che tali parser soffrono di un problema: non sono deterministici. Banalmente, motivo di ciò è dato dal fatto che un non terminale possa produrre delle derivazioni, nel seguito indicate come , che iniziano con uno stesso carattere.

Prima di descrivere il principale dei parser top-down, si descrivono due tecniche in genere utilizzate per eliminare il non determinismo.

1. Si supponga il caso di un non terminale che ha un prefisso comune a diversi terminali. Cioè si ha qualcosa del tipo

$$A \longrightarrow \gamma \alpha_1 | \gamma \alpha_2 | \cdots | \gamma \alpha_n | \omega$$

 $con \gamma \in T, \alpha_i \in N \cup T, \forall i = 0, ..., n$. T insieme di terminali, N dei non terminali.

Per risolver il problema si introduce un nuovo non terminale, così da posticipare la scelta. Cioè, la grammatica di cui sopra diventa

$$A \longrightarrow \gamma B | \gamma B | \cdots | \gamma B | \omega$$
$$B \longrightarrow \gamma \alpha_1 | \cdots | \alpha_n$$

2. Si supponga ora che un non terminale presenti una ricorsione sinistra. Si ha cioè qualcosa del tipo

$$A \longrightarrow A\alpha_1 |A\alpha_2| \beta_1 |\beta_2$$

considerando unicamente il caso in cui la ricorsione sia immediatamente a sinistra, come prima si introduce un nuovo non terminale così da ritardare la scelta. Dalla grammatica di sopra si ottiene dunque qualcosa del tipo

$$A \longrightarrow \beta_1 B \mid \beta_2 B$$
$$B \longrightarrow \alpha_1 B \mid \alpha_2 B \mid \varepsilon$$

Circa i parser top-down in se, si distinguono

- i parser a discesa ricorsiva: di poco interesse al corso;
- i parser LL(k): sono parser che analizzano l'input da sinistra a destra, costruendo una derivazione sinistra sulla base dei k simboli successivi. Nello specifico saranno trattati i parser LL(1).

-3.4 - Parser LL(1).

Come anticipato, i parser LL(k) sono parser che analizzano l'input da sinistra verso destra, effettuando derivazioni sinistre sulla base dei k simboli successivi.

Considerando il parser in se, questi deve la propria efficacia alla costruzione di una matrice/tabella, strutturata come segue:

- ogni carattere non-terminale rappresenta una riga della tabella, i terminali le colonne;
- a partire dall'assioma, ogni regola del tipo $X \longrightarrow \gamma$ tale per cui $\gamma \Rightarrow tB$, è inserita in posizione (X, t);
- ogni regola del tipo $X \longrightarrow \gamma$ tale che $\gamma \not \Rightarrow \varepsilon$, è inserita in $(X, t), \forall t : S \not \Rightarrow \beta X t a$.

-3.4.1 - FIRST.

S tratta di una delle funzioni utilizzate per la costruzione della tabella di parsing LL(1). Nello specifico, assunto una stringa $\alpha \in N \times T$, si ha che

```
FIRST(\alpha) = \{x \in T : \alpha \Rightarrow x\beta\}
```

In altri termini, $FIRST(\alpha)$ rappresenta l'insieme dei terminali tali che gli stessi compaiano come primo termine di una qualche derivazione di α . Inoltre se $\alpha \Rightarrow \varepsilon$ allora $\varepsilon \in FIRST(\alpha)$. Per quel che concerne l'algoritmo per l'implementazione di FIRST, questi è il seguente.

```
for all terminal x and \varepsilon do FIRST(x) = \{x\}; for all non-terminal X do FIRST(X) = \emptyset; while there are changes in any FIRST do for each X \longrightarrow Y_1, ..., Y_k do \{ i = 1; continue = true; while continue == true AND i <= k do \{ add FIRST(Y_i) \setminus \{\varepsilon\} to FIRST(X); if \varepsilon \notin FIRST(Y_i) then continue = false; i += 1; \} if continue == true then add \varepsilon to FIRST(X);
```

Figura 3: Pseudo codice procedura FIRST.

-3.4.2 - FOLLOW.

Si tratta di un'ulteriore funzione necessaria all'implementazione della tabella di parsing. In particolare, definisce l'insieme dei terminali che seguono un non terminale.

```
FOLLOW(AXIOM) = { $ }; for each non-terminal X AND X \neq AXIOM do FOLLOW(X) = \emptyset; while there are changes to any FOLLOW do for each X \longrightarrow Y_1, ..., Y_k do for each Y_i do { add FIRST(Y_{i+1}, ..., Y_k) \{\varepsilon$ to FOLLOW(Y_i); if \varepsilon \in \text{FIRST}(Y_{i+1}, ..., Y_k) then add FOLLOW(X) to FOLLOW(Y_i); }
```

Figura 4: Pseudo codice procedura FOLLOW.

-3.4.3 - Grmmatiche LL(1) e loro parsing.

Definizione: sia G una grammatica, questa è LL(1) se e solo se $\forall A \longrightarrow \alpha \mid \beta$ si ha che:

- α e β non derivano stringhe che iniziano con uno stesso terminale a. Cioè $FIRST(\alpha) \neq FIRST(\beta)$.
- al più uno dei due deriva ε .
- se $\beta \Rightarrow \varepsilon$, allora α non deriva stringhe che iniziano con terminali in FOLLOW(A), o viceversa.

Dalla definizione segue la possibilità di realizzare un parser predittivo per le grammatiche LL(1), il cui pseudo-codice è di seguito riportato.

Figura 5: Pseudo codice parser LL(1).

Per struttura delle grammatiche LL(1) e da un'analisi dell'algoritmo, si osserva che il parser LL(1) ha complessità $\mathcal{O}(n)$, con n lunghezza dell'input.

- 3.4.4 - Costruzione della tabella.

Si considera come costruire la tabella a supporto di LL(1), sfruttando le due operazioni precedentemente descritte. Sia in tale contesto M la matrice da costruire, allora questa sarà realizzata come segue:

- per ogni regola $X \longrightarrow \alpha$, e per ogni $a \in FIRST(\alpha)$, si aggiunge $X \longrightarrow \alpha$ in $M[X, \alpha]$;
- per ogni regola $X \longrightarrow \alpha$, se $\varepsilon inFIRST(\alpha), \forall b \in FOLLOW(X)$, si aggiunge $X \longrightarrow \alpha$ in $M[X, \alpha]$. Se $\varepsilon \in FIRST(\alpha)$ e $\S \in FOLLOW(X)$, si inserisce in $M[X, \S]$ la regola.

-3.5 - Parser Bottom-Up.

Un parser ascendente (o bottom-up), è un parser che a partire dalla stringa di input, tenta di risalire all'assioma. La definizione di "bottom-up", deriva dal fatto che la costruzione dell'albero sintattico procede dalle foglia verso la radice.

Osservazione. Tutti i parser bottom-up procedono cercando derivazioni right-most della grammatica.

Esempio: sia supposta la seguente grammatica

$$E \longrightarrow E \mid E + T$$
$$T \longrightarrow int \mid (E)$$

e si supponga di dover analizzare int + (int + int + int). Di interesse risulta verificare che tale stringa sia generabile con la grammatica di cui sopra. Osservando la stringa in input si nota che

$$int + (int + int + int)$$

$$=E + (int + int + int)$$

$$=E + (E + int + int)$$

$$=E + (E + T + int)$$

$$=E + (E + int)$$

$$=E + (E + T)$$

$$=E + (E)$$

$$=E + T$$

per cui si conclude, essendo risaliti all'assioma, che la stringa è derivabile.

− 3.6 − Parser shift-reduce.

Si tratta di un parser che fa uso di un automa a pila, pila che inizialmente contiene unicamente il simbolo \$ ad indicare appunto la pila vuota. Ricevuto un input, anch'esso contenente \$ ad indicarne la fine, sulla base dello stesso effettua quattro operazioni.

- Shift: un terminale della stringa in input, è spostato nella pila.
- Reduce: una stringa α in cima alla pila è sostituita con un $A \in N$ secondo $A \longrightarrow \alpha$.
- Error: comunica la presenza di un errore sintattico.
- Accept: la pila è vuota (si ha solo il simbolo \$) e la lettura è terminata, procede ad accettare la stringa.

Il parser shif-reduce descritto precedentemente, potrebbe non essere sufficiente a riconoscere alcune grammatiche. Per tale ragione, in generale, si preferisce utilizzare i parser LR(k), con "k" numero di caratteri successivi di cui tenere traccia ad ogni passo. Saranno trattati nel dettaglio i parser LR(0). ALtri parser SR (eg: SLR e/o LALR(1)) saranno solamente accennati.

Osservazione. Se una grammatica è ambigua, non è LR(k) per nessun k.

-3.7 Parser LR(0).

I parser LR(0) possono essere intesi come una versione migliorata dei parser SR. Partendo dalla costruzione della tabella: similarmente ai parser LL(1), per indicare a che punto una produzione è stata analizzata, si aggiunge in quella posizione un punto.

Esempio: si supponga la seguente produzione: $A \longrightarrow XYZ$; in questo caso le posizioni distinte in cui è possibile trovarsi sono

```
A \longrightarrow .XYZ \quad A \longrightarrow X.YZ \quad A \longrightarrow XY.Z \quad A \longrightarrow XYZ.
```

ognuna delle "produzioni" di cui sopra è detta item.

- 3.7.1 - Costruzione dell'automa.

Sia G la grammatica di cui costruire il parser. Primo passo è quella di definire una grammatica aumentata G' tale che $G' \longrightarrow G$. Sia I un'insieme di item, si esegue su di esso l'operazione di CLOSURE a seguito della quale, se $A \longrightarrow \alpha.B\beta \in CLOSURE(I)$ e $B \longrightarrow \gamma. \notin CLOSURE(I)$, allora si aggiunge quest'ultima a CLOSURE(I). Si ripete l'operazione fintantoché non si possono aggiunge ulteriori item.

Oltre l'operazione di CLOSURE è necessario definire l'operazione di GOTO, il cui pseudo-codice è riportato in Figura~6.

```
\begin{array}{l} \Gamma \\ \mathbf{J} = \varnothing; \\ \mathbf{for} \ \ \mathrm{each} \ \ \mathrm{item} \\ A \longrightarrow \alpha.X\beta \in I \ \ \mathbf{do} \\ \mathrm{add} \ A \longrightarrow \alpha.X\beta \in I \ \ \mathbf{to} \ \ \mathbf{J} \\ \vdots \\ \mathrm{return} \ \ \mathrm{CLOSURE}(\mathbf{J}); \end{array}
```

Figura 6: Pseudo codice procedura GOTO.

Sostanzialmente, GOTO(I) definisce la chiusura dell'insieme di item $A \longrightarrow \alpha X.\beta$ tali che $A \longrightarrow \alpha.X\beta \in CLOSURE(I)$.

Una volta costruito l'automa, si può effettuare il parsing, di cui a seguire è riportato lo pseudo codice.

```
let ip be first symbol the string w$ to parse;
while true do

S = stack.top(); a = ip;
if action [S, a] == shift S' then {
    stack.push(a); stack.push(S'); ip = ip.next();
} else if action [S, a] == reduce A → B then {
    stack.pop(); // pop di 2*|B| simboli
    S' = stack.top();
    stack.push(a); stack.push(goto [S', A]);
} if action [S', A] == accept then accept()
    error();
```

Figura 7: Pseudo codice LR(0).

-3.7.2 - Problematiche di LR(0).

Si conclude la discussione relativa i parser LR(0), evidenziando due problemi che li caratterizzano. Tali problemi, sono i conflitti shift-reduce e conflitti reduce-reduce: dovuti, rispettivamente, alla possibilità di effettuare shift e reduce per uno stesso simbolo e alla possibilità di effettuare due reduce per uno stesso simbolo.

-3.7.3 - Esempio di parsing LR(0).

sia data la seguente grammatica, se ne costruisca il DFA e la tabella LR(0).

$$S' \longrightarrow S$$

$$S \longrightarrow (L) \mid x$$

$$L \longrightarrow L, S \mid S$$

Partendo con il costruire l'automa, questi risulta essere quello di Figura 8.

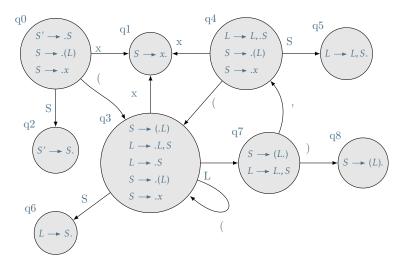


Figura 8: Esempio di automa per $\mathrm{LR}(0)$

Considerando ora la tabella, questa è riportata in Tabella 9.

#	ACTION						GOTO	
	()	x	\$,	S	L	
q0	S: q3		S: q1			G:q2		
q1	$R:S \longrightarrow x$	$R:S \longrightarrow x$	$R:S \longrightarrow x$	$R:S \longrightarrow x$	$R:S \longrightarrow x$			
q2				accept				
q3	S: q3		S: q1			G:q6	G:q7	
q4	S: q3		S: q1			G:q5		
q5	$R:L \longrightarrow L, S$	$R:L \longrightarrow L,S$	$R:L \longrightarrow L,S$	$R:L \longrightarrow L,S$	$R:L \longrightarrow L,S$			
q6	$R:L \longrightarrow S$	$R:L \longrightarrow S$	$R:L \longrightarrow S$	$R:L \longrightarrow S$	$R:L \longrightarrow S$			
q7		S: q8			S: q4			
q8	$R:S \longrightarrow (L)$	$R:S \longrightarrow (L)$	$R:S \longrightarrow (L)$	$R:S \longrightarrow (L)$	$R:S \longrightarrow (L)$			

Figura 9: Esempio tabella LR(0).

-3.8 - Altri parser SR.

Come si anticipava, oltre ai parser LR(0), esistono altri parser SR, tra questi: SLR(0), LALR(1) e LR(1). Nel seguito si discute brevemente ciascuno di essi.

-3.8.1 - Parser SLR(0).

Si tratta di una categoria di parser SR che per determinare se eseguire un reduce o uno shift, effettua un'operazione di lookahead del simbolo successivo. In tal senso, SLR(1) è un LR(0) che tiene conto del FOLLOW per la costruzione della tabella, costruzione effettua tramite l'algoritmo in Figura 10.

```
The let I_1,...,I_n sets of items of LR(0) for G' for each I_i AND each A \in I_i do

if A \longrightarrow \alpha.a\beta \in I_i then

set SHIFT(J) in ACTION[i,a]

// j state of CLOSURE(A \longrightarrow \alpha.a\beta)

if A \longrightarrow \alpha. \in I_i then

set REDUCE(A \longrightarrow \alpha.) in ACTION[i,a] for all

a \in FOLLOW(A)

if S' \longrightarrow S \in I_i then

set accept as ACTION[i,\$]

for each ACTION of type GOTO do

if GOTO[I_i,A] = I_j then

GOTO[I_i,A] = J_j then

GOTO[I_i,A] = J_j

for every other element that isn't set, set CTION[I_i,A] = I_j
```

Figura 10: Pseudo codice tabella SLR(1)

-3.8.2 - Parser LR(1).

I parser LR(1) sono un'estensione dei parser LR(0); nello specifico permettono di risolvere conflitti reduce/reduce a costo di un numero molto maggiore di item. **Osservazione.** Proprio perché con LR(1) il numero di item tende a crescere rapidamente, nella pratica si utilizza una versione "ottimizzata" nota come LALR(1)

Circa la costruzione della tabella di parsing, questa è analoga alla costruzione dell'LR(0) con le seguenti differenze:

- gli item sono della forma $(A \longrightarrow \alpha.\beta, t)$, con $A \longrightarrow \alpha.\beta$ item LR(0) e t simbolo (o sequenza di simboli nel caso di LR(k)) di lookahead;
- le operazioni di reduce $X \longrightarrow \gamma$ si effettuano se e solo se $\exists (X \longrightarrow \gamma, t)$.

Parlando ora di LALR, questi è un'ottimizzazione di LR(1), ottimizzazione che segue da un'osservazione: se si ignorano i simboli di lookahead, molti stati presentano item equivalenti (il cosiddetto *core*); se dunque tali stati presentano simboli di lookahead distinti (le cosiddette *prospezioni*), si può pensare di aggregare questi stati in un unico stato equivalente, procedendo a opportune ridenominazioni delle transizioni.